

539.1  
B-85

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИЯ  
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Всесоюзная школа по теоретической и ядерной физике  
1<sup>я</sup> сессия ВОПРОСЫ СТРУКТУРЫ ЯДРА  
(конспекты лекций)

д. п. ГРЕЧУХИН

# КУЛОНОВСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ЯДЕР

МОСКВА — 1971

539.  
B. 85

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
СССР

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

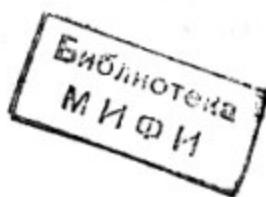
Всесоюзная школа по теоретической и ядерной физике  
1 сессия ВОПРОСЫ СТРУКТУРЫ ЯДРА  
(Конспекты лекций)

Д.П.ГРЕЧУХИН

## КУДОНОВСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ЯДЕР

562356 - 522360 (5)

МИФИ, 1971 г.



## ЛЕКЦИЯ I

### КУЛОНОВСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ЯДЕР

#### Введение

В настоящее время наши представления о структуре ядра являются модельными. В построении новых и критике уже существующих моделей мы опираемся на известную к данному моменту времени ограниченную по объему совокупность числовых значений параметров ядра - это прежде всего основные характеристики спектра - значения энергии  $E_\kappa$  углового момента  $I_\kappa$  и четности  $\Gamma_\kappa$  возбужденных состояний ядра, а затем матричные элементы  $\langle I'M'|\hat{W}_L(M\lambda,\mu)|IM\rangle, \langle I'M'|\hat{W}_L(E\lambda,\mu)|IM\rangle$  - магнитного и электрического мультипольных моментов ядра. Основные характеристики спектра возбуждений определены для большинства ядер в достаточно широком интервале энергии возбуждения, что же касается матричных элементов  $\hat{W}_L(M\lambda,\mu)$  и  $\hat{W}_L(E\lambda,\mu)$  операторов мультипольных моментов ядра, то здесь ситуация грубо может быть описана следующим образом:

- a) с хорошей точностью для многих нечетных ядер определены магнитный дипольный и электрический квадрупольный моменты в основном состоянии этих ядер;
- б) для возбужденных состояний многих ядер, времени жизни которых не менее  $10^{-10}$  сек, измерены магнитные дипольные моменты, в частности, имеются многочисленные данные о магнитных моментах четных ядер в первом возбужденном состоянии со спином  $\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \dots$ ;
- в) практически во всем диапазоне значений атомного веса  $A$  проведено измерение  $B(E2)$ -вероятностей возбуждения первых уровней ядер;

г) весьма мало данных о вероятностях  $E\lambda$  и  $M\lambda$  - переходов между возбужденными состояниями в спектрах четных и нечетных ядер, в особенности малочисленны данные об электрических квадрупольных моментах возбужденных состояний.

Одним из эффективных методов экспериментального определения матричных элементов электрических мультиполей ядра (главным образом  $E2$ ) является наблюдение возбуждения ядер кулоновским полем тяжелой многозарядной частицы. Теоретическая разработка метода кулоновского возбуждения ядер прошла несколько стадий: на первой стадии развития метода рассматривались в основном процессы однократного возбуждения ядра из начального состояния  $|\epsilon_i \Gamma_i\rangle$  в конечное  $|\epsilon_f \Gamma_f\rangle$ . Эти процессы однократного возбуждения ядра  $\Gamma_i \rightarrow \Gamma_f$  с хорошей точностью реализуются при кулоновском возбуждении ядра в процессе рассеяния протонов и альфа-частиц. Эта стадия весьма подробно освещена в известном обзоре Альдера, Бора, Хуса, Моттельсона и Винтера /I/, опубликованном в сборнике "Деформация атомных ядер". В последующей стадии развития метода кулоновского возбуждения рассматривались процессы многократного возбуждения ядра при рассеянии тяжелых многозарядных частиц ( $O^{16}$ ,  $S^{32}$  и т.п.), когда в акте кулоновского рассеяния частицы ядро переходит из исходного состояния  $|\Gamma_i\rangle$  в конечное  $|\Gamma_f\rangle$ , пробегая цепочку промежуточных состояний:

$$\Gamma_i \rightarrow \dots \Gamma_k \rightarrow \Gamma_n \rightarrow \dots \rightarrow \Gamma_f ;$$

в этой цепочке, в частности, могут повторяться отдельные состояния ядра, отличающиеся лишь проекцией углового момента:

$$\Gamma_i \rightarrow \dots \Gamma_k M_k \rightarrow \Gamma_k M'_k \rightarrow \dots \rightarrow \Gamma_f$$

порождая так называемый "реориентационный эффект" в кулоновском возбуждении.

Амплитуда вероятности перехода  $\delta(\Gamma_i \rightarrow \Gamma_f)$  ядра в многократном процессе возбуждения естественно содержит информацию о матричных элементах мультипольных моментов ядра для всех промежуточных переходов ядра в цепочке состояний, в том числе информацию о статических моментах состояний.

В настоящее время в литературе имеется значительное число работ, где в рамках различных приближений рассматривается процесс многократного возбуждения ядра кулоновым полем частицы.

В данных лекциях мы ставим целью дать обзор результатов этих работ, а также систематизировать имеющиеся экспериментальные данные. В силу ограниченности объема лекций этот обзор имеет конспективный характер и не может претендовать на исчерпывающую полноту описания сложившейся ситуации. Поскольку большинство теоретических работ опирается на вышеупомянутый обзор /1/ Альдера и др. и в них используются, как правило, обозначения, принятые в этой работе /1/, то и в данных лекциях естественно продолжить эту традицию.

### § I. Наблюдение кулоновского возбуждения.

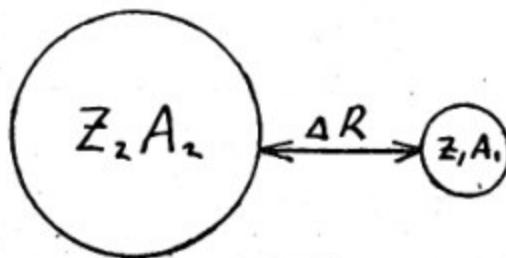
п.1. Если энергия относительного движения в системе падающая частица  $(Z_1 A_1) +$  ядро мишени  $(Z_2 A_2)$  порядка или выше кулоновского барьера  $B$  :

$$B = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_1 + R_2} ; \quad R_1 = r_0 A_1^{\frac{1}{3}},$$

то в процессе рассеяния эффективно проявляется и ядерное

взаимодействие частицы и ядра-мишени. Описание ядерных реакций в настоящее время производится лишь в рамках моделей (оптическая модель и тому подобное). Поэтому получаемая в таких процессах информация о структуре ядра-мишени является весьма неоднозначной (модельной). Естественно предохраниться от подобного рода ядерных процессов, если мы ставим целью получение однозначной информации о структуре возбужденных состояний ядра-мишени, а ядерные процессы не являются в данном случае предметом исследования.

Отсюда следует, что энергия относительного движения должна быть меньше кулоновского барьера  $B$ . Верхняя граница энергии относительного движения может быть определена экспериментально для каждой пары сталкивающихся ядер путем наблюдения отклонения сечения упругого рассеяния от резерфордовского, обусловленного только кулоновским взаимодействием ядер. Эта граничная энергия относительного движения, как можно судить по экспериментальным данным (см. рис. I), соответствует в случае лобового столкновения ядер наименьшему расстоянию между поверхностями ядер  $\Delta R = 4.5 \text{ fm}$ .



Таким образом, для энергии падающей частицы в лабораторной системе координат получаем ограничение:

$$E_1(\text{лаб}) \leq \left(1 + \frac{A_1}{A_2}\right) \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_1 + R_2 + \Delta R} \quad (I)$$

Кроме того, в области ниже критической верхней границы энергия относительного движения не должна совпадать со значениями, соответствующими резонансам в системе частица+ядро-мишень. Это в особенности относится к случаю рассеяния протонов и альфа-частиц. Далее полагается, что все эти условия выполнены.

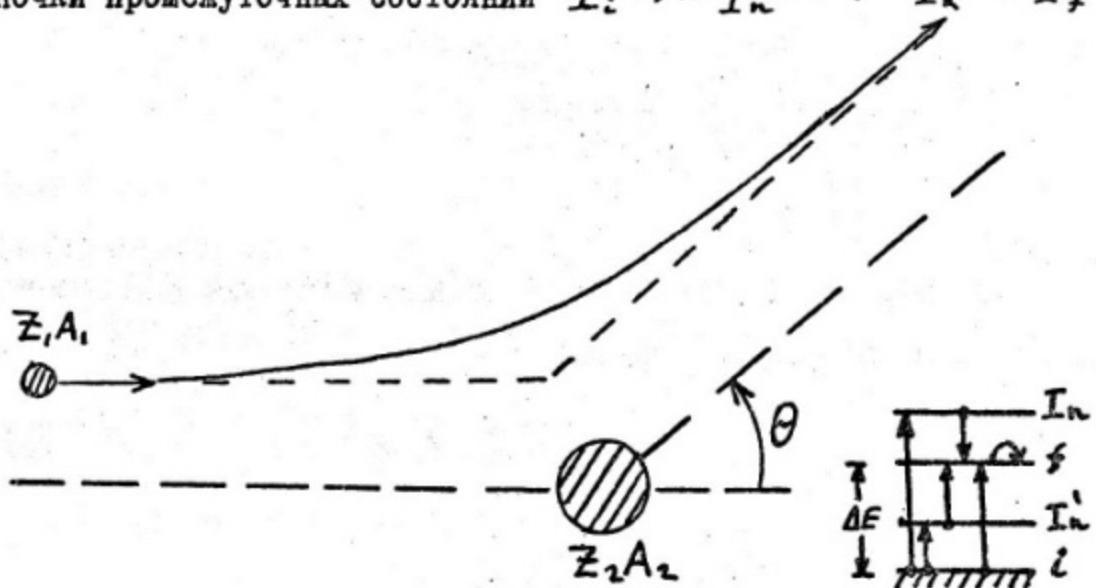
#### п.2. Принципиальные схемы постановки эксперимента.

Наблюдение кулоновского возбуждения проводится в экспериментах, которые по схеме постановки могут быть разбиты на два класса:

I. Наблюдение вероятности возбуждения на заданный уровень ядра-мишени при рассеянии частицы на угол  $\theta$ .

Эту величину будем обозначать как  $P(I_i \rightarrow I_f; \theta, E, Z, A)$ .

Поскольку в процессе ядру передается фиксированная энергия  $\Delta E = E_f - E_i$ , то величину  $P(I_i \rightarrow I_f; \theta, E, Z, A)$  возможно определить путем детектирования под углом  $\theta$  рассеянных частиц с фиксацией их энергий. Здесь мы полагаем, что процесс возбуждения перехода  $I_i \rightarrow I_f$ , вообще говоря, может быть многократным, когда мишень-ядро пробегает различные цепочки промежуточных состояний  $I_i \rightarrow \dots I_n \dots \rightarrow \dots I_k \dots \rightarrow I_f$ .



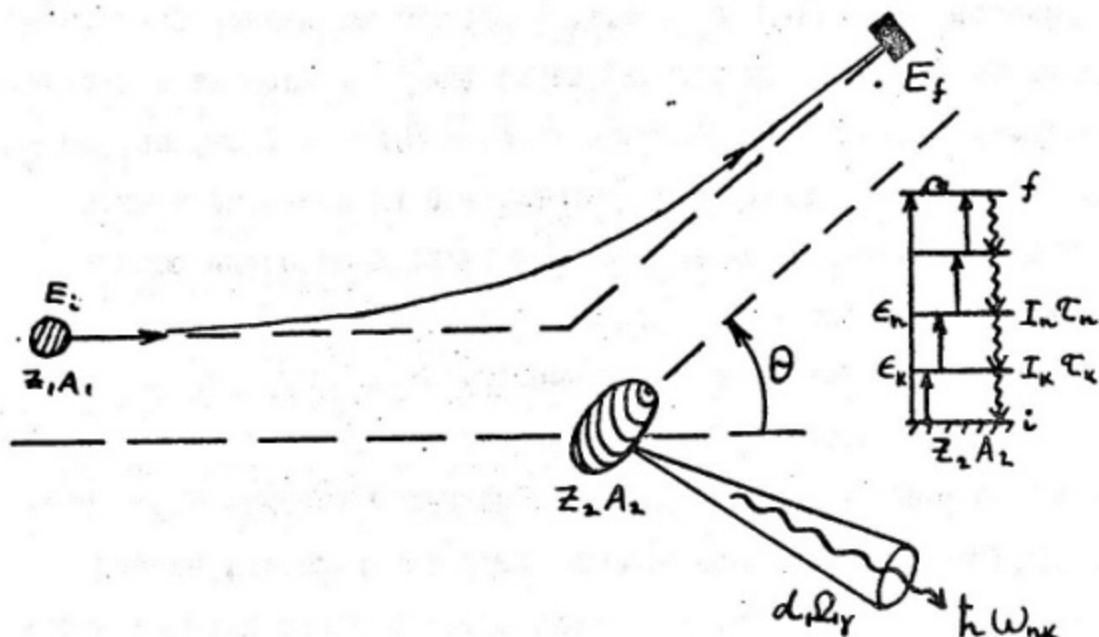
В этом случае для выделения из данных опыта интересующей нас информации о ядерных мультиполях необходимо провести измерения вероятностей  $P(I_i \rightarrow I_f; \theta, E, Z, A_i)$ , варьируя параметры  $E, A_i, Z_i$ , т.е. с различными падающими частицами. Соответственно задачей теоретического расчета является вычисление функций  $P(I_i \rightarrow I_f; \theta; E, Z, A_i)$ . В случае, когда реализуется однократное возбуждение ядра-мишени в акте рассеяния, постановка эксперимента и теоретический расчет существенно упрощаются.

## П. Корреляционные эксперименты.

Акт кулоновского возбуждения ядра протекает за время заведомо меньшее времени пролета падающей частицы через оболочку атома-мишени. При обычных энергиях падающих частиц ( $\sim 2\text{--}4$  Мэв на нуклон) это время пролета имеет порядок величины  $\gtrsim 10^{-17}$  сек. Обычные времена жизни ядерных состояний (в окрестности основного) находятся в интервале  $10^{-9}\text{--}10^{-13}$  сек. Т.о. излучение квантов возбужденного ядра-мишени имеет место уже после пролета частицы. Изучая угловое распределение характерных для данного ядра-мишени квантов  $\hbar\omega_{nk}$  относительно направления падающего пучка при фиксации угла рассеяния частицы  $W_\theta(\hbar\omega_{nk}; \vec{\Omega}_y, Z, A, E)$  мы также получаем информацию о мультипольных моментах ядра в цепочке состояний, по которым протекает возбуждение ядра.

Однако в интерпретации данных корреляционных экспериментов имеются трудности, обусловленные необходимостью учитывать влияния электрических и магнитных полей среды мишени, действующих на возбужденное после акта рассеяния ядро. В результате рассеяния ядро-мишень получает значительный импульс

отдачи и, двигаясь в среде, тормозится. Кроме того, налетающая частица существенно возмущает электронную оболочку атома-мишени.



Соответственно в процессе торможения ядра и восстановления электронной оболочки атома на возбужденное ядро действуют электрические и магнитные поля среды-мишени, о которых мы в настоящее время имеем весьма смутные представления. Эти поля могут существенно ослабить и исказить угловую корреляцию между характерным (выделенным) квантам возбужденного ядра и рассеиваемой частицей, в особенности в том случае, если в каскаде состояний ядра имеются состояния, живущие достаточно долго ( $T > 10^{-10}$  сек). Этой трудности в интерпретации данных экспериментов первого типа нет, поэтому в дальнейшем в основном будут рассматриваться результаты теоретических расчетов для экспериментов первого типа.

## § 2. Постановка задачи о кулоновском возбуждении ядра

п.1. Рассмотрим систему двух ядер ( $Z_1 A_1$ ) и ( $Z_2 A_2$ ), взаимодействующих только через электромагнитное поле. Гамильтониан системы частиц и электромагнитного поля в фиксированной системе координат в кулоновской калибровке имеет вид:

$$\hat{H} = \hat{H}_p + \hat{H}_{\text{рад}} + \hat{H}_{\text{бз}} + \hat{H}_{\text{кулон.}} \quad (2)$$

(рассматривается случай нерелятивистского движения частиц:  $v_c \ll 1$ ), где

$$\hat{H}_p = \hat{T}_1(\vec{R}_1) + \hat{T}_2(\vec{R}_2) + \hat{H}_1(z_1 A_1) + \hat{H}_2(z_2 A_2) \quad (3)$$

$\hat{H}_p$  - гамильтониан не взаимодействующих между собой ядер.  
 $\hat{T}_1, \hat{T}_2$  - операторы кинетической энергии для переносного движения ядер;  $\vec{R}_1, \vec{R}_2$  - радиусы-векторы центров масс ядер;  
 $\hat{H}_1(z_1 A_1), \hat{H}_2(z_2 A_2)$  - гамильтонианы внутренних степеней свободы ядер, в эти гамильтонианы включено и кулоновское взаимодействие протонов, принадлежащих одному ядру.

$\hat{H}_{\text{рад}}$  - гамильтониан свободного электромагнитного поля:

$$\hat{H}_{\text{рад}} = \sum_{\vec{k}\nu} \hbar \omega [\hat{b}_{\vec{k}\nu}^+ \hat{b}_{\vec{k}\nu} + \hat{b}_{\vec{k}\nu} \hat{b}_{\vec{k}\nu}^+] ; \quad (4)$$

где  $\vec{k}$  - волновой вектор кванта,  $\nu$  - индекс поляризации ( $\nu = 1, 2$ )

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = L \sum_{\vec{k}\nu} \sqrt{\frac{2\pi\hbar c}{k}} \vec{\epsilon}_{\vec{k}\nu} [\hat{b}_{\vec{k}\nu} e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} + \hat{b}_{\vec{k}\nu}^+ e^{-i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}] \quad (5)$$

$\hat{b}_{\vec{k}, \nu}^+, \hat{b}_{\vec{k}, \nu}$  - операторы рождения и уничтожения квантов ( $\hbar \omega, \vec{k}, \vec{\epsilon}_{\vec{k}, \nu}$ ),

$$\operatorname{div} \vec{A}_{\vec{k}, \nu}(\vec{r}, t) = 0. \quad (6)$$

$\hat{H}_{\text{вз}}$  - оператор взаимодействия ядер с поперечным электромагнитным полем:

$$\hat{H}_{\text{вз}} = (-) \left\{ \sum_{j_1} \frac{e_{j_1}}{mc} \left( \hat{\vec{P}}_{j_1} \cdot \vec{A}(\vec{r}_{j_1}, t) \right) + \sum_{j_1} \mu_{j_1} \left( \vec{\sigma}_{j_1} \cdot \operatorname{rot} \vec{A}(\vec{r}_{j_1}, t) \right) \right\} +$$

$$(-) \left\{ \sum_{j_2} \frac{e_{j_2}}{mc} \left( \hat{\vec{P}}_{j_2} \cdot \vec{A}(\vec{r}_{j_2}, t) \right) + \sum_{j_2} \mu_{j_2} \left( \vec{\sigma}_{j_2} \cdot \operatorname{rot} \vec{A}(\vec{r}_{j_2}, t) \right) \right\}$$

Здесь  $\hat{\vec{P}}_j = -i\hbar \nabla_j = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \vec{r}_j}$  - операторы импульсов нуклонов в выбранной системе координат;  $\vec{\sigma}_j$  - матрицы Паули нуклонов;  $\mu_j = g_j \frac{e\hbar}{2mc}$  - магнитные моменты нуклонов, массы всех нуклонов полагаем одинаковыми и равными  $m$ .

В операторе  $\hat{H}_{\text{вз}}$  движение центров масс ядер не выделено.

Соответственно в оператор кулоновского взаимодействия включены лишь члены взаимодействия протонов, принадлежащих различным ядрам:

$$\hat{H}_{\text{кул}} = \sum_{j_1}^{Z_1} \sum_{j_2}^{Z_2} \frac{e^2}{|\vec{r}_{j_1} - \vec{r}_{j_2}|} \quad (8)$$

Этот оператор перепишем в форме

$$\hat{H}_{\text{кул}} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{|\vec{R}_1 - \vec{R}_2|} + \hat{H}'_E ; \quad (9)$$

где

$$\hat{H}_E \equiv \left\{ \sum_{j_1}^{\infty} \sum_{j_2}^{\infty} \frac{e^2}{|\vec{r}_{j_1} - \vec{r}_{j_2}|} - \frac{z_1 z_2 e^2}{|\vec{R}_1 - \vec{R}_2|} \right\} \quad (IC)$$

Введенные здесь обозначения координат пояснены на рисунке 2.

Далее полагаем, что спектры состояний внутреннего движения нуклонов ядер  $(Z_1 A_1)$  и  $(Z_2 A_2)$  известны

$$\begin{aligned} \hat{H}_1(z_1 A_1) |\epsilon IM\rangle &= \epsilon |\epsilon IM\rangle \\ \hat{H}_2(z_2 A_2) |\epsilon' I'M'\rangle &= \epsilon' |\epsilon' I'M'\rangle \end{aligned} \quad (II)$$

п.2. Развитие системы во времени описывается уравнением Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H} \Psi, \quad (I2)$$

и нашей целью является определение амплитуды перехода системы из состояния, заданного при  $t = -T \rightarrow -\infty$ , в наблюдаемое состояние при  $t = +T \rightarrow +\infty$ . В случае кулоновского возбуждения эти состояния – исходное и конечное – фиксируются следующим образом:

1) при  $t = -T \rightarrow -\infty$  ядра бесконечно удалены друг от друга, они находятся в основных состояниях гамильтонианов внутреннего движения, импульсы (и энергии) переносного движения ядер заданы (либо определены пакеты переносного движения), в пространстве нет фотонов;

2) при  $t = +T \rightarrow +\infty$  фиксируются импульсы (и энергии) переносного движения ядер и состояния внутреннего движения

ядер, в пространстве нет фотонов. Эти асимптотические состояния системы показаны на рисунке 3.

Разумеется, точно не решается и эта задача (как и многие другие), и мы вынуждены проводить расчет в рамках ряда упрощающих предположений, последовательно уточняя получаемые решения.

п.3. Прежде чем переходить к изложению результатов конкретных расчетов, составим общую сводку тех упрощений, которые принимаются при решении задачи о кулоновском возбуждении ядра.

а) Обычно одно из ядер рассматривается как ядро-мишень ( $Z_1 A_1$ ), исследование структуры которого является нашей целью; второе ядро ( $Z_2 A_2$ ) при этом рассматривают как бесструктурную "частицу", характеризуемую массой  $m \cdot A_2$  и зарядом  $e \cdot Z_2$ . Это предположение является вполне обоснованным для таких ядер как протон, альфа-частица, ядра  $C^{12}$ ,  $O^{16}$ ,  $\Delta^{32}$ , где первые возбужденные уровни лежат достаточно высоко. При использовании в качестве возбуждающей "частицы" существенно более тяжелых ядер, у которых имеется плотный спектр низко-лежащих возбуждений, необходимо рассматривать эффекты возбуждения падающей "частицы" наравне с возбуждением ядра-мишени, в особенности, если мы интересуемся эффектами многократного возбуждения в высоких порядках по кулоновскому взаимодействию  $\hat{H}_E'$ . В настоящее время все расчеты, однако, выполнены для бесструктурной возбуждающей частицы ( $Z_2 A_2$ ).

б) В отличие от кулоновского взаимодействия  $\hat{H}_E'$ , взаимодействие ядер ( $Z_1 A_1$ ) и ( $Z_2 A_2$ ) с поперечными фотонами содержит фактор  $v/c$ . Поскольку на энергию относительного движения наложено ограничение (I), то этот фактор всегда мал

( $\gamma/c < 1/10$ ). Вклад взаимодействия с радиационным полем в поставленной задаче о возбуждении ядра имеет место лишь во втором порядке по  $\gamma/c$ , поскольку необходимо по крайней мере один фотон испустить и его же поглотить. Т.о. амплитуда перехода системы в конечное состояние, обусловленная обменом по-перечным фотоном, содержит малый фактор ( $\gamma^2/c^2$ ). По этой причине в большинстве теоретических работ взаимодействием с радиационным полем пренебрегают и рассматривают только кулоновское взаимодействие частицы ( $Z_1 A_1$ ) с ядром-мишенью ( $Z_2 A_2$ ), т.е.  $\hat{H}_E'$ . Однако в эффектах многократного возбуждения ядра вклад взаимодействия с радиационным полем (именно – обмен электрическими дипольными квантами) может быть, вообще говоря, сопоставим с вкладом кулоновского взаимодействия по своей величине, поэтому в каждом конкретном случае необходимо проводить оценку этого вклада.

в) При подбарьерных энергиях относительного движения ядра-мишени ( $Z_2 A_2$ ) и частицы ( $Z_1 A_1$ ) обычно хорошо выполняется условие применимости квазиклассического описания относительного движения, поскольку параметр  $\eta$ , определяемый соотношением

$$\eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v_{\text{отн}}} \quad (I3)$$

для большинства частиц ( $Z_1 \geq 2$ ) существенно больше единицы ( $Z_2 \geq 3$  всегда).

Действительно, принимая энергию относительного движения равной кулоновскому барьеру ядер

$$B = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_1 + R_2} \quad (I4)$$

где  $R_1 = \tau_0 A_1^{1/3}$ ,  $R_2 = \tau_0 A_2^{1/3}$  и  $\tau_0 \approx 1,4 \cdot 10^{-13}$  см,

$\tau_0 = \frac{e^2}{2m_e c^2}$ ,  $m_e$  - масса электрона, для  $\eta$  получаем нижний предел величины

$$\eta \geq \frac{Z_1 Z_2}{137} \left( \frac{A_1 \cdot A_2}{Z_1 + Z_2} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}}{A_1 + A_2} \right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{m}{m_e}} \quad (15)$$

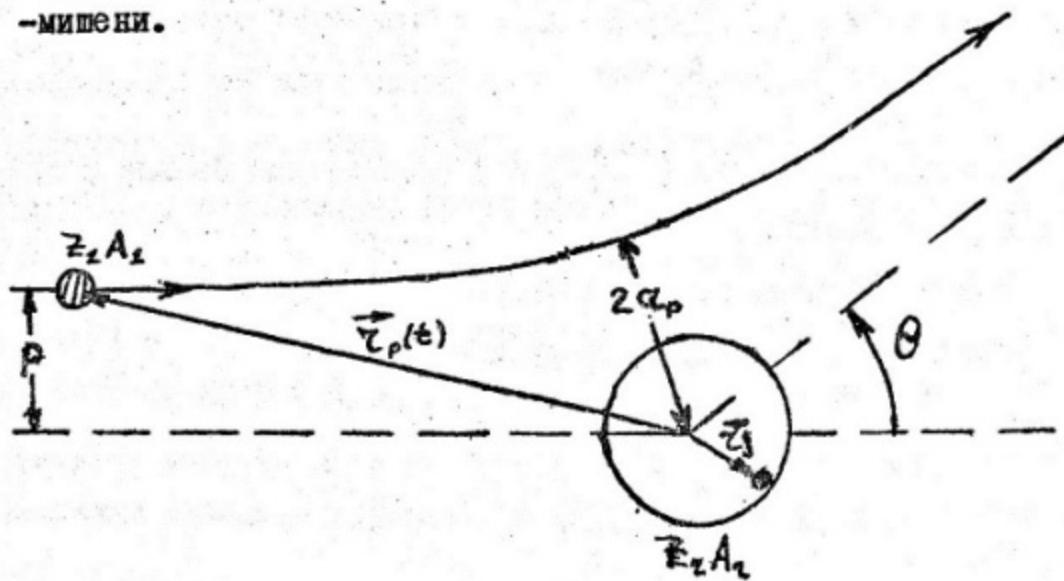
где  $m/m_e = 1838$ ;  $\sqrt{\frac{m}{m_e}} \simeq 42,6$ .

Это обстоятельство порождает естественный путь развития теории кулоновского возбуждения ядер полем частицы, который можно сформулировать следующим образом:

I. Чтобы получить полукаличественное представление об эффектах кулоновского возбуждения ядра-мишени ( $Z_2 A_2$ ), будем рассматривать относительное движение частицы и ядра-мишени как движение по классической траектории, определяемой кулоновым взаимодействием

$$V(\vec{r}_p) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\vec{r}_p} \quad (16)$$

Здесь удобно выбрать систему координат в центре масс ядра-мишени.



Соответственно для описания состояния ядра-мишени имеем уравнение Шредингера:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = [\hat{H}_n(\vec{r}_j) + \hat{H}_e(t)] \Psi(\vec{r}_j, t), \quad (I7)$$

где  $\hat{H}_n(\vec{r}_j)$  - гамильтониан свободного ядра-мишени,

$$\hat{H}_e(t) = \left\{ \sum_j \frac{z_1 e^2}{|\vec{r}_j - \vec{r}_p|} - \frac{z_1 z_2 e^2}{\vec{r}_p(t)} \right\} \quad (I8)$$

Уравнение (I7) в различных работах решается в рамках различных приближений (теория возмущений по  $\hat{H}_e(t)$ , численное интегрирование для ограниченной совокупности ядерных состояний и т.д.). Результаты, получаемые в этом предельном варианте обычно именуются полуклассическими, далее они будут отмечаться индексами (нк) (или же (sc)).

П. На следующем этапе развития теории кулоновского возбуждения относительное движение частицы и ядра-мишени описывается волновыми функциями в квазиклассическом приближении в случае кулоновского взаимодействия  $V(\vec{r}_p)$  (I6) ядер. Т.о. формально мы можем разложить разложение в ряд по параметру  $\frac{1}{\eta} \ll 1$ , однако обычно ограничиваются первыми членами ряда. Результаты таких расчетов будем именовать квазиклассическими и отмечать индексом (КК) (или же (qc)).

Ш. Естественным завершением этой цепочки является переход к "точному" решению уравнения Шредингера для всей системы. Разумеется, такое решение может быть получено лишь путем численного интегрирования. Поэтому в настоящее время имеются результаты численного интегрирования лишь для некоторых выбранных конкретных случаев. Эти результаты будем именовать

квантово-механическими и отмечать индексами ( $KM$ ) (или  $(q_m)$ ).

9.5. Однократное кулоновское возбуждение ядер в полуklassическом варианте теории.

п.1. Относительное движение частиц ( $Z_1 A_1$ ) и ядра-мишени ( $Z_2 A_2$ ) описываем уравнениями классической механики

$$\mu_0 \frac{d^2 \vec{\tau}_p}{dt^2} = -\nabla V(\vec{\tau}_p), \quad (19)$$

где

$$V(\vec{\tau}_p) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\tau_p}; \quad \mu_0 = \frac{m_1 A_1 A_2}{A_1 + A_2}; \quad (20)$$

$\mu_0$  — приведенная масса системы. Отсюда получаем траекторию и закон движения:  $\vec{\tau}_p = \vec{\tau}_p(t)$ . Для внутреннего состояния ядра-мишени имеем уравнение Шредингера в переменном поле  $\hat{H}_E(t)$ , вкладом членов  $\sim (\gamma_c)^2$  пренебрегаем:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = (\hat{H}(z_1 A_1) + \hat{H}_E(t)) \Psi; \quad (21)$$

где

$$\hat{H}_E(t) \equiv \int \hat{\rho}_n(\vec{r}) \phi(\vec{r}, t) d\vec{r} \quad (22)$$

Здесь

$$\phi(\vec{r}, t) \equiv \frac{Z_1 e}{|\vec{r} - \vec{\tau}_p(t)|} - \frac{Z_2 e}{\tau_p(t)}, \quad (23)$$

и введен оператор плотности заряда ядра-мишени  $\hat{\rho}_n(\vec{r})$  согласно определению

$$\hat{p}_n(\vec{r}) = \sum_j e_j \delta(\vec{r} - \vec{r}_j); \quad (24)$$

$\vec{r}_j$  - координата  $j$ -го нуклона в ядре-мишени.

Поскольку энергия относительного движения  $E$  должна быть меньше кулоновского барьера, то  $r_p > r$  и для потенциала  $\Phi(\vec{r}, t)$  имеем разложение

$$\Phi(\vec{r}, t) = \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{\mu} \frac{4\pi z_e}{(2\lambda+1)} \frac{r^{\lambda}}{r_p^{\lambda+1}} Y_{\lambda\mu}(\theta_p \varphi_p) Y_{\lambda\mu}^*(\vec{r}). \quad (25)$$

Введем далее операторы электрических мультипольных моментов ядра-мишени:

$$\hat{M}_{\lambda\mu}(E\lambda\mu) \equiv \int r^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\vec{r}) \hat{p}_n(\vec{r}) d\vec{r}. \quad (26)$$

С использованием (25) и (26) для уравнения состояния ядра-мишени получаем

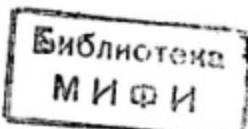
$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H}(z_2 A_2) \Psi + \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{\mu} \frac{4\pi z_e}{(2\lambda+1)} \frac{Y_{\lambda\mu}(r_p)}{r_p^{\lambda+1}} \hat{M}_{\lambda\mu}(E\lambda\mu) \Psi \quad (27)$$

Полагаем, что спектр состояний ядра-мишени нам известен:

$$\hat{H}(z_2 A_2) \varphi_k = i\hbar \frac{\partial \varphi_k}{\partial t} = \epsilon_k \varphi_k; \quad (28)$$

$$\varphi_k(\vec{r}_j, t) = \varphi_k(\vec{r}_j) e^{-i\epsilon_k t/\hbar} \quad (29)$$

Разлагая  $\Psi(\vec{r}, t)$  в ряд по системе состояний  $\varphi_k(\vec{r}_j, t)$ :



$$\Psi(\vec{r}, t) = \sum_k b_k(t) e^{-i\epsilon_k t/\hbar} \varphi_k(\vec{r}_j), \quad (30)$$

после подстановки (30) в (27) обычным путем получаем систему уравнений для амплитуд состояний  $b_n(t)$ :

$$\frac{d b_n}{dt} = -\frac{i}{\hbar} \sum_k b_k(t) e^{i\omega_{nk}t} \times \\ \times \left\{ \sum_{\lambda} \sum_{\mu} \frac{4\pi Z_e e}{(2\lambda+1)} \frac{Y_{\lambda\mu}(\vec{r}_p)}{\vec{r}_p^{\lambda+1}} \langle n | \hat{U}(E\lambda, \mu) | k \rangle \right\}, \quad (31)$$

где  $\gamma_p = \gamma_p(t)$ ;  $\omega_{nk} = (\epsilon_n - \epsilon_k)/\hbar$ .

Для каждой выбранной траектории частицы решения системы (30) необходимо найти при начальном условии в момент времени  $t = -\infty$ :

$$b_n(t) \Big|_{t \rightarrow -\infty} = \delta_{ni}, \quad (32)$$

где индексом  $i$  отмечено исходное состояние ядра-мишени. Фиксируя траекторию относительного движения частицы параметром прицельного рассеяния  $P$  и найдя решения (30) для амплитуды конечного состояния  $b_f(t, P)$ , получаем (согласно определению) вероятность перехода ядра из начального состояния  $|i\rangle$  в наблюдаемое конечное состояние  $|f\rangle$  для заданного класса траекторий к моменту времени  $t = +\infty$ :

$$P(i \rightarrow f, P) \equiv |b_f(P; t \rightarrow +\infty)|^2. \quad (32)$$

Состояния ядра фиксируются набором интегралов движения  $\epsilon_k$ ,  $I_k M_k$ , где  $I_k$  - угловой момент ядра,  $M_k$  - проекция момента на выбранную ось квантования. Если в эксперименте не фиксируются значения проекции  $M_z$  и  $M_f$  состояний ядра, то осредненная вероятность перехода  $I_z \rightarrow I_f$  для заданной траектории есть

$$P(p; I_z \rightarrow I_f) = \frac{1}{(2I_z + 1)} \sum_{M_z M_f} |f_f(p; t \rightarrow +\infty)|^2. \quad (33)$$

Отсюда получаем сечение возбуждения  $I_z \rightarrow I_f$  ядра при рассеянии частицы на угол  $\theta$ :

$$d\sigma(I_z \rightarrow I_f; \theta) = P(\theta, I_z \rightarrow I_f) d\sigma_R(\theta), \quad (34)$$

где  $d\sigma_R(\theta)$  - сечение упругого рассеяния для движения в кулоновом поле (сечение Резерфорда):

$$d\sigma_R(\theta) = \frac{\alpha^2}{4} \frac{d\Omega}{\sin^4 \theta/2}; \quad (35)$$

$$\alpha \equiv \frac{z_1 z_2 e^2}{m_0 v^2}; \quad \frac{m_0 v^2}{2} = E. \quad (36)$$

Здесь  $\alpha$  - половина расстояния наибольшего сближения частицы и ядра в лобовом столкновении ( $\theta = \pi$ ),  $E$  - энергия относительного движения.

п.2. В этой постановке задача о кулоновском возбуждении сводится к решению системы уравнений для амплитуд (31).

В первом порядке теории возмущений по взаимодействию  $\hat{H}_E(t)$  для амплитуд перехода  $b_f(p, \varepsilon)$  имеем:

$$b_f(p, t) \Big|_{t \rightarrow +\infty} \equiv b_{if} = \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle f | \hat{H}_E'(t) | i \rangle e^{i\omega_{if} t} dt \quad (37)$$

или, учитывая разложение  $\hat{H}_E(t)$  по мультипольям:

$$b_{if} = \frac{4\pi^2 e}{i\hbar} \sum_{\lambda \mu} \frac{\langle I_i M_i | \mathcal{W}(E\lambda, \mu) | I_f M_f \rangle}{(2\lambda+1)} S_{E\lambda, \mu}(\theta) \quad (38)$$

Здесь стандартные интегралы по кулоновским траекториям обозначены как

$$S_{E\lambda, \mu} \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} \frac{Y_{\lambda \mu}(\vec{\tau}_p(t))}{[\vec{\tau}_p(t)]^{\lambda+1}} dt \quad (39)$$

Введем также приведенные ядерные матричные элементы  $\lambda$ -мультиполя согласно определению:

$$\langle I_i M_i | \mathcal{W}(E\lambda, \mu) | I_f M_f \rangle = (-)^{I_i - M_i} \begin{pmatrix} I_i & \lambda & I_f \\ -M_i & \mu & M_f \end{pmatrix} \langle I_i | \mathcal{W}(\lambda) | I_f \rangle, \quad (40)$$

где коэффициенты векторного сложения моментов связаны с обычными коэффициентами Клебша-Гордана соотношением:

$$\begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} = \frac{(-)^{j_1+j_2-m_3}}{(2j_3+1)^{1/2}} \langle j_1 j_2 m_1 m_2 | j_1 j_2 j_3 m_3 \rangle \quad (41)$$

и

$$\langle j_1 j_2 m_1 m_2 | j_1 j_2 j_3 m_3 \rangle = C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{j_3 m_3} \quad (42)$$

Вероятность радиационного перехода ядра  $T(I_f \rightarrow I_i)$  с излучением кванта мультипольности  $\lambda$  с энергией  $\hbar\omega = E_f - E_i$  обычно выражается через приведенную вероятность  $\lambda$ -перехода  $B(\lambda; I_f \rightarrow I_i)$  :

$$T(I_f \rightarrow I_i; \lambda) = \frac{8\pi(\lambda+1)}{\lambda[(2\lambda+1)!]^2} \frac{1}{\hbar} \left( \frac{\omega}{c} \right)^{2\lambda+1} B(\lambda; I_f \rightarrow I_i), \quad (43)$$

$$B(\lambda; I_f \rightarrow I_i) = \frac{(2I_i + 1)}{(2I_f + 1)} \cdot B(\lambda; I_i \rightarrow I_f) \quad (44)$$

где для приведенной вероятности  $B(\lambda; I_i \rightarrow I_f)$  имеем:

$$B(\lambda; I_i \rightarrow I_f) = \sum_{M_f M_i} \left| \langle I_i M_i | \hat{\mathcal{H}}^C(\lambda) | I_f M_f \rangle \right|^2 = \\ = (2I_i + 1)^{-1} \left| \langle I_i | \hat{\mathcal{H}}^C(\lambda) | I_f \rangle \right|^2, \quad (45)$$

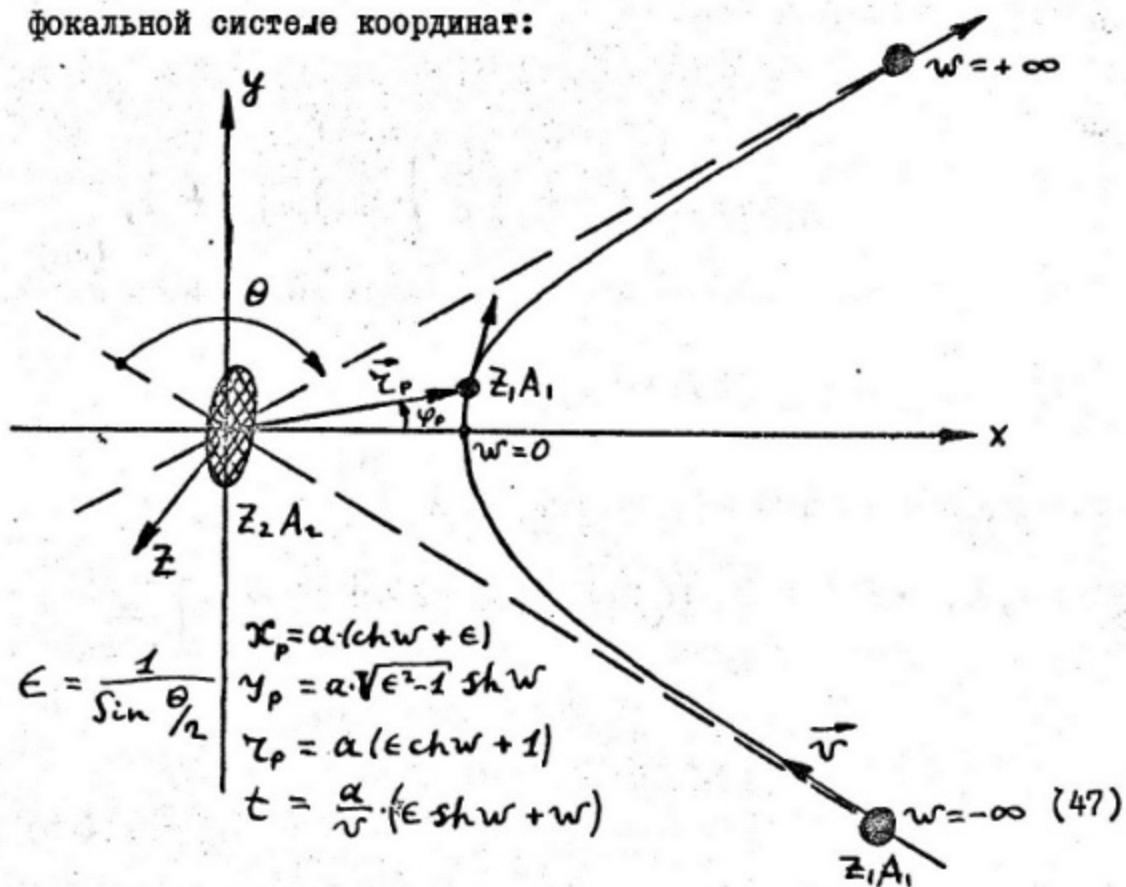
если приведенные элементы определены соотношением (40).

Подставляя (38) в (33) и используя соотношение ортогональности для коэффициентов Клебша-Гордана, находим сечение кулоновского возбуждения ядра в первом порядке теории возмущений

$$d\sigma_E^{(n)}(\theta) = \sum_{\lambda} d\sigma_{E\lambda}^{(n)};$$

$$d\sigma_{E\lambda}^{(1)} = \frac{\alpha^2}{4} \left(\sin \frac{\theta}{2}\right)^{-4} \left(\frac{4\pi z_e}{\hbar}\right)^2 \frac{B(E\lambda)}{(2\lambda+1)^3} \sum_{\mu} |S'_{E\lambda\mu}|^2 d\Omega \quad (46)$$

Вычисление орбитальных интегралов  $S'_{\lambda\mu}$  удобно проводить с использованием параметрического описания траектории  $\vec{r}_p(t)$  в фокальной системе координат:



$\epsilon$  - эксцентриситет орбиты:  $\epsilon = (\sin \frac{\theta}{2})^{-1}$ ;  $\theta$  - угол рассеяния. В этой системе  $\Theta_p = \frac{\pi}{2}$ , соответственно для интегралов  $S'_{\lambda\mu}$  получаем:

$$S'_{E\lambda\mu} = \frac{1}{\pi \alpha^3} Y_{\lambda\mu} \left(\frac{\pi}{2}, 0\right) \cdot I_{\lambda\mu}(\theta \xi), \quad (48)$$

где  $Y_{\lambda,\mu}(\frac{\pi}{2}, 0) = \begin{cases} \left(\frac{2\lambda+1}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{[(\lambda-\mu)!(\lambda+\mu)!]}{(\lambda-\mu)!!(\lambda+\mu)!!} (-)^{\frac{\lambda+\mu}{2}}, & \text{при } (\lambda+\mu), \\ 0, & \text{при } (\lambda+\mu) \text{ нечетном} \end{cases}$

$$I_{\lambda,\mu}(\theta; \zeta) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\zeta(\epsilon sh w + w)} \cdot \frac{[ch w + \epsilon + i\sqrt{\epsilon^2 - 1} sh w]^{\mu}}{[\epsilon ch w + 1]^{\lambda+\mu}} dw \quad (49)$$

$$I_{\lambda,\mu}(\theta; -\zeta) = I_{\lambda, -\mu}(\theta; \zeta) \quad (50)$$

Здесь в (49) параметр  $\zeta$  определен как

$$\zeta = \frac{\alpha \cdot \Delta E}{\hbar v} = \omega \frac{a}{v} = \frac{z_1 z_2 e^2}{\hbar v} \cdot \frac{\Delta E}{2E}, \quad (51)$$

где  $\Delta E$  – сброс энергии относительного движения на возбуждение ядра-мишени;  $v = v_i$  – скорость частицы при  $t = -\infty$ :  $E = \frac{m \cdot v_i^2}{2}$ .

Подставляя (48) в (46), находим

$$d\sigma_{E\lambda}(\theta; \zeta) = \alpha^2 \left( \frac{z_1 e}{\hbar v_i} \right)^2 \frac{B(E\lambda)}{\alpha^{2\lambda}} \cdot df_{E\lambda}(\theta; \zeta), \quad (52)$$

где

$$df_{E\lambda}(\theta; \zeta) = \frac{4\pi^2}{(2\lambda+1)^3} \sum_{\mu} \left| Y_{\lambda,\mu}(\frac{\pi}{2}, 0) \right|^2 \left| I_{\lambda,\mu}(\theta; \zeta) \right|^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \theta/2} \quad (53)$$

п.3. Интегралы  $I_{\lambda,\mu}(\theta \xi)$ , определяющие сечение кулоновского возбуждения, табулированы численно в /1/ для наиболее интересного случая E2-возбуждений ядер в широком интервале входящих параметров. Поведение кулоновских интегралов  $I_{\lambda,\mu}(\theta \xi)$  в зависимости от параметра  $\xi$  исследовано детально в /2/ и /1/. Здесь лишь отметим, что при  $\xi \gg 1$  эти интегралы экспоненциально уменьшаются:

$$I_{\lambda,\mu}(\theta \xi) \sim e^{-\frac{\pi}{2} \xi}$$

п.4. В процессе кулоновского возбуждения частица передает энергию ядру-мишени, поэтому ее орбита должна искажаться. Эффект изменения орбиты не учтен в ранее приведенных формулах для сечений. Строго говоря, в рамках классических представлений о движении частицы это нельзя сделать последовательно. Поэтому применяется рецепт симметризации параметров  $\alpha$  и  $\xi$ , определяющих сечение. Именно, в формулах сечений и интегралов  $\hat{I}_{\lambda,\mu}$  далее будем понимать:

$$\alpha_{if} = \frac{z_i z_f e^2}{\mu_0 v_i v_f} ;$$

$$\xi_{if} = \frac{z_i z_f e^2}{\hbar} \left( \frac{1}{v_i} - \frac{1}{v_f} \right); \quad (54)$$

где  $v_i, v_f$  - начальная и конечная скорости частицы относительно ядра-мишени:  $\frac{\mu_0 v_i^2}{2} = E$ ;  $\frac{\mu_0 v_f^2}{2} = E - \Delta E$ .

Квантовым аналогом проведенного полуклассического расчета однократного возбуждения ядра является расчет сечения неупругого рассеяния частицы в первом борновском приближении по  $\hat{H}_E(\vec{\tau}_p)$  с искаженными волнами. Матричный элемент взаимодействия в этом случае симметричен относительно начального и

конечного состояний частицы, что можно рассматривать как обоснование рецептуры симметризации параметров  $\alpha$  и  $\beta$ . Эта же рецептура симметризации применяется также и в случае многократного кулоновского возбуждения, рассматриваемого в полуклассическом варианте теории.

Для однократного кулоновского возбуждения эффективность рецептуры симметризации численно подтверждена путем сравнения результатов расчетов полуклассического варианта с расчетами в приближении искаженных волн (за деталями отсылаем к обзору /I/). Предельный переход от квантового результата к полуклассическому прослежен в работе /6/. Здесь мы на этом вопросе останавливаться не будем. Смотрите также обзор /I/.

#### § 4. Однократное кулоновское возбуждение в борновском приближении с искаженными волнами

Рассмотрим неупругое рассеяние частицы на ядре в пренебрежении членами  $\sim (\gamma/c)^2$ . В системе центра масс частица + ядро-мишень имеем уравнение движения

$$ik \frac{\partial \Psi}{\partial \epsilon} = \left\{ \hat{H}(z_1 A_1) + \hat{H}'_E(\vec{\epsilon}_p) + \hat{T} + \frac{z_1 z_2 e^2}{\tau_p} \right\} \Psi, \quad (55)$$

где  $\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_p^2$  – оператор кинетической энергии относительного движения;  $(\nabla_p = \frac{\partial}{\partial \vec{\epsilon}_p})$ .

Согласно обычной процедуре борновского приближения с учетом искажения волн относительного движения кулоновым полем имеем для сечения неупругого рассеяния частицы с возбуждением перехода ядра  $I_i \rightarrow I_f$ :

$$d\sigma(I_z \rightarrow I_f) = \frac{\mu_0^2 K_F}{4\pi^2 k^2 K_z} \frac{1}{(2I_z+1)} \sum_{M_z M_f} \left| \langle I_f M_f | \hat{H}_E | I_z M_z \rangle \right|^2 \quad (56)$$

Здесь состояния системы  $|I_f M_f f\rangle$  есть:

$$\begin{aligned} |I_f M_f f\rangle &= \Psi_{I_f M_f}(\vec{r}_f) \cdot \Psi_{\vec{k}_f}^{(+)}(\vec{r}_f) \\ |I_z M_z i\rangle &= \Psi_{I_z M_z}(\vec{r}_z) \cdot \Psi_{\vec{k}_z}^{(+)}(\vec{r}_z) \end{aligned} \quad (57)$$

где  $\Psi_{IM}$  - состояния ядра-мишени.

Соответственно  $\Psi_{\vec{k}_f}^{(+)}(\vec{r}_f)$  и  $\Psi_{\vec{k}_z}^{(+)}(\vec{r}_z)$  - функции, описывающие начальное и конечное состояние относительного движения, они имеют асимптотику:

$$\begin{aligned} \Psi_{\vec{k}_f}^{(+)}(\vec{r}_f) &\text{ - "плоская" + расходящаяся сферическая волна,} \\ \Psi_{\vec{k}_z}^{(+)}(\vec{r}_z) &\text{ - "плоская" + сходящаяся сферическая волна.} \end{aligned}$$

При нормировке на единичную плотность при  $\frac{4\pi r}{\lambda} \rightarrow \infty$  в случае кулонова поля отталкивания эти функции имеют вид

$$(\vec{r} \equiv \vec{r}_f)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{\vec{k}}^{(+)}(\vec{r}) &= e^{-\frac{i\pi\eta}{2}} \Gamma(1+i\eta) \cdot e^{i\vec{k}\vec{r}} {}_2F_1(-i\eta; 1; i(kr - \vec{k}\vec{r})) ; \\ \Psi_{\vec{k}}^{(+)}(\vec{r}) &= e^{-\frac{i\pi\eta}{2}} \Gamma(1-i\eta) \cdot e^{i\vec{k}\vec{r}} {}_2F_1(i\eta; 1; -i(kr + \vec{k}\vec{r})) \end{aligned} \quad (58)$$

$$\Psi_{\vec{k}}^{(+)}(\vec{r}) = \left( \Psi_{-\vec{k}}^{(+)}(\vec{r}) \right)^* ;$$

$$\eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v} ; \quad v = \frac{\hbar k}{\mu_0} . \quad (59)$$

При разложении  $\Psi_{\vec{z}_i}^{(+)} , \Psi_{\vec{z}_i}^{(-)}$  по парциальным волнам полу-  
чаем:

$$|\vec{K}_i\rangle \equiv \Psi_{\vec{z}_i}^{(+)} = \sum_{cm} 4\pi i^e e^{i\sigma_e(\eta_i)_{-}m} Y_{e-m}(\vec{k}_i) Y_{cm}(\vec{z}) \frac{F_e(k_i z)}{k_i z}$$

$$|\vec{K}_i\rangle \equiv \Psi_{\vec{z}_i}^{(-)} = \sum_{cm} 4\pi i^e e^{-i\sigma_e(\eta_i)_{-}m} Y_{e-m}(\vec{k}_i) Y_{cm}(\vec{z}) \frac{F_e(k_i z)}{k_i z} \quad (60)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_e(\eta) &= \arg \Gamma(e+1+i\eta) \\ F_e(kz) &= e^{-\frac{\pi n}{2}} \frac{|\Gamma(e+1+i\eta)|}{2\Gamma(2e+2)} (2kz)^{e+1} e^{-ikz} \\ &\times {}_2F_1((e+1-i\eta); 2e+2; 2ikz). \end{aligned} \quad (61)$$

Вычисление матричных элементов оператора взаимодействия  $\hat{H}_E(\vec{z}_i)$  с кулоновскими волновыми функциями довольно громоздко и в конечном итоге сводится к численным расчетам. Детали этих вычислений весьма подробно описаны в фундаментальном обзоре /I/, к которому мы и отсылаем читателя. Зафиксируем здесь лишь конечные результаты: после подстановки разложений (60) в матричный элемент  $\langle f | \hat{H}_E | i \rangle$  и интегрирования по угловым переменным, матричный элемент  $\langle f | \hat{H}_E | i \rangle$  выра-

жается через радиальные интегралы:

$$M_{e_i e_f}^{-(\lambda+1)} = \frac{1}{\kappa_i \kappa_f} \int_0^\infty F_{e_f}(\kappa_f z) F_{e_i}(\kappa_i z) \frac{dz}{z^{\lambda+1}} \quad (62)$$

Вычисление этих интегралов производилось как с точными, так и с квазиклассическими функциями. В этом последнем случае в качестве  $F_e(\kappa z)$  будутся функции

$$F_e(\kappa z) = \left[ \frac{1}{\kappa} f(z) \right]^{-\frac{1}{2}} \cdot \sin \varphi;$$

$$\varphi = \frac{\pi}{4} + \int_{z_0}^z [f(z')]^{\frac{1}{2}} dz';$$

$$f(z) = \kappa^2 \cdot \left[ 1 - \frac{2n}{\kappa z} - \frac{\ell(\ell+1)}{(\kappa z)^2} \right]; \quad (63)$$

$z_0$  - точка поворота:  $f(z_0) = 0$ .

При этом вкладом области  $z < z_0$  пренебрегается, а в матричном радиальном элементе (62) удерживаются лишь члены, соответствующие разности квазиклассических фаз ( $\varphi_i - \varphi_f$ ).

Используя далее подстановку:

$$\kappa z = [\eta^2 + \ell(\ell+1)]^{\frac{1}{2}} \sin w + \eta \quad (64)$$

для матричного радиального элемента находим

$$M_{e_i e_f = e_i + \mu}^{-(\lambda+1)} = \frac{\kappa^{\lambda-2}}{4\eta^{\lambda}} \cdot I_{\lambda, \mu}(\theta);$$

$$\theta = \eta_f - \eta_i; \quad \theta = 2 \arcsin \frac{1}{\epsilon};$$

$$\epsilon = \frac{[\eta^2 + \ell(\ell+1)]^{\frac{1}{2}}}{\eta} = \sqrt{1 + \frac{(\ell_i + \frac{1}{2})(\ell_f + 1 + \frac{1}{2})}{\eta^2}}; \quad (65)$$

$I_{\lambda,\mu}(\theta \zeta)$  - ранее введенные орбитальные интегралы полу-классической теории кулоновского возбуждения.

Точность квазиклассического приближения специально рассматривалась в ряде работ (см. /2/, например). Рис. 4 иллюстрирует соответствие величин кулоновских интегралов

$$\int_0^{\rho} F_e^2(p) dp \quad \text{и} \quad \int_0^{\rho} F_e^2(p) p^{-3} dp \quad (66)$$

и их квазиклассических аналогов

$$\int_{\rho_e}^{\rho} \frac{dp}{2Q} \quad \text{и} \quad \int_{\rho_e}^{\rho} \frac{dp}{2Qp^3}; \quad (67)$$

$\rho_e$  - точка поворота для  $\ell$ -волны, вычисленных в конкретном случае кулоновского столкновения с параметрами  $\ell = 5$ ,

$$\rho_e = 17,98, \eta = 8,16.$$

Здесь

$$Q = \left[ 1 - \frac{2\eta}{\rho} - \frac{\ell(\ell+1)}{\rho^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (68)$$

Численное сопоставление квазиклассических и квантовых радиальных интегралов проведено также в обзоре /1/ для ряда значений параметров  $\zeta$ ,  $\eta$  и волн  $\ell$ . Отмечается неожиданно высокая точность результатов расчета с квазиклассическими функциями даже при умеренных значениях параметров  $\eta$  и  $\ell$ . Этот эмпирический факт стимулировал применение квазиклассических функций в теории многократного кулоновского возбуждения.

Литература

1. К.Альдер, О.Бор, Т.Хус, Б.Моттельсон, О.Винтер.  
Изучение структуры ядра при кулоновском возбуждении  
ионами. Сборник "Деформация атомных ядер", ИИП, Москва,  
1958.
2. J.P.Lazarus, S.Sack. Phys. Rev. 100(1955) 370.
3. К.А.Тер-Мартиросян. ЖЭТФ, 22 (1952) 284.
4. G.Breit, P.B.Dmitch, Phys. Rev. 96(1954) 1447; 1449.
5. L.C.Biedenharn, C.M.Class. Phys. Rev. 98(1955) 691.
6. L.C.Biedenharn, J.L.McHale; R.M.Thaler.  
Phys. Rev. 100(1955) 376.  
L.C.Biedenharn, M.Goldstein, J.M.Hale,  
R.M.Thaler. Phys. Rev. 101 (1956) 632.  
L.C.Biedenharn, R.M.Thaler. Phys. Rev. 104 (1956)  
1643.

ЛЕКЦИЯ II

МНОГОКРАТНОЕ КУЛОНОВСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ЯДЕР  
В ПОЛУКЛАССИЧЕСКОМ ВАРИАНТЕ ТЕОРИИ

§ I. В этом варианте закон движения частицы  $\vec{r}_D(t)$  полагается классическим, и для ядра-мишени в пренебрежении членами  $\sim (v/c)^2$  имеем уравнение

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left\{ \hat{H}_0(z_2 A_2) + \hat{H}_E(t) \right\} \Psi, \quad (2I)$$

где

$$H_E(t) = \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{\mu} \frac{4\pi z_i e}{(2\lambda+1)} \frac{Y_{\lambda\mu}(\vec{r}_p)}{\vec{r}_p^{\lambda+1}} \hat{\mathcal{U}}^*(E\lambda, \mu). \quad (2I')$$

После разложения по собственным функциям  $\varphi_k$  гамильтониана свободного ядра-мишени  $\hat{H}_0(z_2 A_2)$  :

$$\Psi(t) = \sum_k b_k(t) \varphi_k(\vec{r}_j) e^{-iE_k t/\hbar}$$

получаем систему уравнений для амплитуд

$$\begin{aligned} \frac{db_n}{dt} &= -\frac{i}{\hbar} \sum_k b_k(t) e^{i\omega_{nk}t} \\ &\times \sum_{\lambda} \sum_{\mu} \frac{4\pi z_i e}{(2\lambda+1)} \frac{Y_{\lambda\mu}(\vec{r}_p)}{\vec{r}_p^{\lambda+1}} \cdot \langle n | \hat{\mathcal{U}}(E\lambda, \mu) | k \rangle; \end{aligned} \quad (3I)$$

$$b_n(t) \Big|_{t=-\infty} = \delta_{ni} ; \quad \sum_k |b_k(t)|^2 = 1. \quad (3I')$$

Искомая вероятность перехода ядра-мишени из начального состояния  $|i\rangle$  в конечное  $|f\rangle$  к моменту  $t = t_0 \rightarrow +\infty$  при пролете частицы  $(Z, A)$  по траектории, заданной прицельным параметром  $P$ , соответствующим углу рассеяния  $\theta$ , есть:

$$P(i \rightarrow f; \theta) = |\beta_{if}(P)|^2, \quad (32)$$

где  $\beta_{if}(P) \equiv \beta_f(t, P) \Big|_{t \rightarrow +\infty}$  (32')

Переходя в (2I) к представлению взаимодействия:

$$|\Psi\rangle = e^{-\frac{i\hat{H}_0 t}{\hbar}} |\Phi\rangle; \quad (69)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Phi\rangle = \tilde{H}_E(t) |\Phi\rangle; \quad (70)$$

$$\tilde{H}_E(t) = e^{\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0 t} \hat{H}_E e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0 t}, \quad (71)$$

для амплитуд  $\beta_n(\tau)$  находим:

$$\beta_n(\tau) = \langle \varphi_n(\tau) | \Phi \rangle. \quad (72)$$

Здесь  $\hat{H}_0 \varphi_n = E \varphi_n$ ;  $\varphi_n(\tau)$  - не зависящие от времени собственные состояния  $H_0$ -оператора.

Общее решение уравнения (70) есть:

$$|\Phi(t)\rangle = T e^{-\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^t \tilde{H}_E(t') dt'} |\Phi(t=-\infty)\rangle \quad (73)$$

т.о.

$$b_f(t \rightarrow +\infty) \equiv b_{if} = \langle \varphi_i | T e^{-\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{H}_E(t) dt} | \varphi_i \rangle \quad (74)$$

Здесь  $T$  - упорядочивающий временной оператор Дайсона:

$$\begin{aligned} T e^{-\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^t \tilde{H}_E(t') dt'} &= 1 - \int_{-\infty}^t \tilde{H}_E(t') dt' + \\ (-\frac{i}{\hbar})^2 \int_{-\infty}^t \tilde{H}_E(t') dt' \int_{-\infty}^{t'} \tilde{H}_E(t'') dt'' &+ \\ (-\frac{i}{\hbar})^3 \int_{-\infty}^t \tilde{H}_E(t') dt' \int_{-\infty}^{t'} \tilde{H}_E(t'') dt'' \int_{-\infty}^{t''} \tilde{H}_E(t''') dt''' &+ \dots \end{aligned} \quad (75)$$

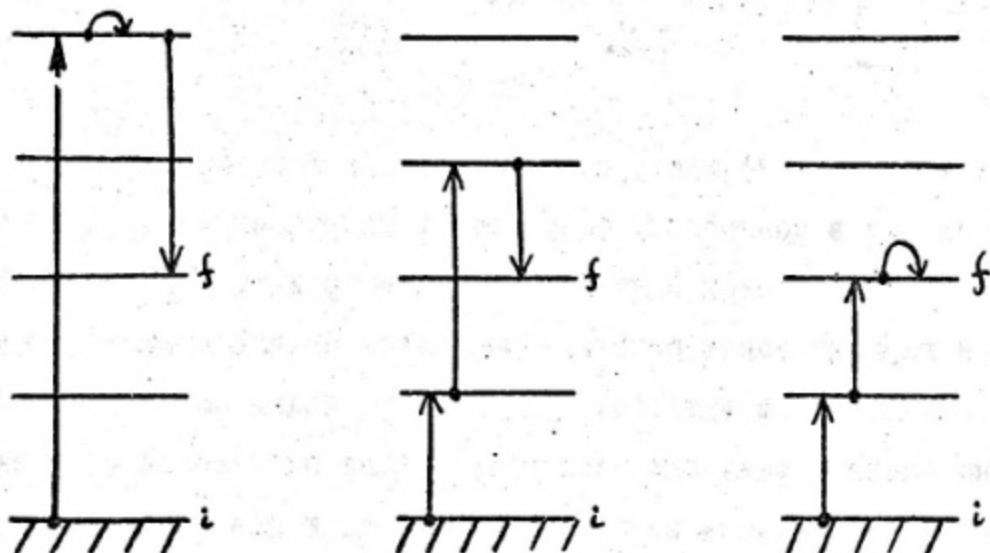
Общее решение (78) для произвольного спектра возбуждений ядра-мишени в конкретных результатах не реализуется. Приятным исключением является случай, когда спектр ядра-мишени моделируется гармоническим осциллятором. Этот случай представляет лишь методический интерес, детальные выкладки см. в /2/ и /4/. Однако спектры реальных ядер существенно отличаются от спектра состояний гармонического осциллятора, и нам приходится применять иные методы в поисках решения уравнения (21) или его аналога (31). Кратко остановимся на бытующих в литературе вариантах решений уравнения (21).

§ 2. Прежде всего естественно использовать обычный метод теории возмущений, т.е. развитие ряда разложения для амплитуд  $b_n(t)$  по взаимодействию  $\hat{H}_E(t)$ . Процедура эта общеизвестна, и здесь нет нужды ее воспроизводить. В результате для амплитуды перехода ядра-мишени из состояния  $|i\rangle$  в  $|f\rangle$   $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$ , характеризуемое значениями энергии  $E$ , угло-

вого момента  $\vec{I}$  и  $M$  - проекцией момента  $\vec{I}$  на выбранную ось квантования, получаем ряд

$$b_{if} = b_{if}^{(1)} + b_{if}^{(2)} + b_{if}^{(3)} + b_{if}^{(4)} + \dots \quad (76)$$

Соответственно в амплитуды  $b_{if}^{(n)}$  входят ядерные матричные элементы для всех промежуточных переходов в цепочках, ведущих в  $K$ -ом порядке по оператору взаимодействия  $\hat{H}_E(t)$  из  $|i\rangle$  состояния в конечное  $|f\rangle$ , а также статические мультипольные моменты состояний цепочки.



Здесь, для пояснения, на рисунке приведены некоторые из цепочек переходов, ведущих из состояния  $|i\rangle$  в состояние  $|f\rangle$  в третьем порядке по взаимодействию, они определяют амплитуду  $b_{if}^{(3)}$ .

Соответственно для вероятности  $P_{(i \rightarrow f; \theta)}$  получаем ряд

$$P(i \rightarrow f; \theta) = P_{if}^{(1,1)} + P_{if}^{(1,2)} + P_{if}^{(2,1)} + P_{if}^{(1,3)} + \\ + P_{if}^{(2,3)} + P_{if}^{(3,3)} + \dots \quad (77)$$

$$P_{if}^{(1,1)} = |f_{if}^{(1)}|^2$$

$$\text{где } P_{if}^{(1,2)} = f_{if}^{(1)} f_{if}^{(2)*} + f_{if}^{(1)*} f_{if}^{(2)}$$

$$P_{if}^{(1,2)} = |f_{if}^{(2)}|^2; \text{ и т. д.} \quad (77')$$

Суммировать вклады всех цепочек по промежуточным состояниям ядра в общем виде не удается, поэтому конечный расчет приходится проводить численно, задаваясь определенной моделью для описания состояний ядра-мишени, в рамках которой проводится расчет ядерных матричных элементов мультипольных операторов  $\hat{\mathcal{H}}_E(E, \mu)$ . Другой путь – определение некоторых ядерных элементов из независимых данных опыта, тогда как другие ядерные матричные элементы рассматриваются в качестве неизвестных параметров, которые затем находятся путем численной подгонки результатов теории под наблюдаемую на эксперименте вероятность  $P(i \rightarrow f; \theta, z, A, E)$ . Извечной проблемой теории возмущений является проблема сходимости ряда разложения по взаимодействию, в данном случае –  $\hat{H}_E(\epsilon)$ . Естественным параметром в случае кулоновского возбуждения только квадрупольных переходов является безразмерная величина

$$\delta_{rs} = \left[ \left( \frac{z_1 e}{\hbar v} \right)^2 \cdot \frac{B(E2; r \rightarrow s)}{\alpha^4} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (78)$$

где  $\alpha$  - половина наименьшего расстояния в лобовом столкновении частицы с ядром, индекс  $(r \rightarrow s)$  - произвольный переход в цепочке состояний.

Если формально ввести для  $B(E2; r \rightarrow s)$  эффективную деформацию

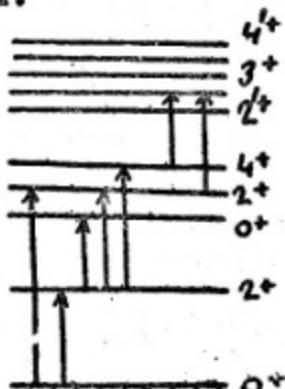
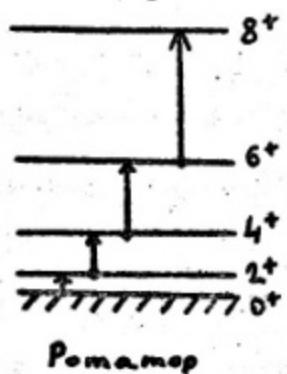
$\beta_{rs}^2$  согласно определению

$$B(E2; r \rightarrow s) = \frac{9}{80\pi^2} z_1^2 e^2 R_o^2 \beta_{rs}^2 \quad (79)$$

$R_o$  - радиус ядра-мишени:  $R_o = r_0 A^{\frac{1}{3}}$ ; то для параметра  $\delta$  получаем:

$$\delta = \left( \frac{z_1 z_2 e^2}{\hbar v} \right) \cdot \sqrt{\frac{9}{80\pi^2}} \left( \frac{R_o}{\alpha} \right)^2 \sqrt{\beta_{rs}^2} \quad (80)$$

Наихудшие условия для сходимости ряда реализуются в ядрах с хорошо развитым ротационным спектром:



а также в ядрах со спектром "вibrationного" типа, где величины  $\beta_{rs}$  в переходах между соседними уровнями одного порядка

величины:  $\beta_{\nu_5} \simeq 0,2 + 0,3$ . Параметр ряда  $\delta$  в этих случаях для тяжелых ионов велик, и сходимость обеспечивается лишь уменьшением численных значений входящих многократных интегралов по орбите частицы, что есть эмпирический факт расчетной процедуры.

§ 3. Вычисления вероятностей многократного возбуждения в рамках теории возмущения в полуklassическом варианте теории возмущения в полуklassическом варианте теории кулоновского возбуждения проводились для ряда конкретных ядер. Приведем здесь результаты работы /I/, где рассматривалось многократное кулоновское возбуждение E2-переходов ядер с ротационным и вибрационными типами спектров возбуждения. Результаты получены путем численных расчетов, поэтому они далее представлены в виде графиков и таблиц.

Для исследования сходимости ряда теории возмущений введем отношения последующих членов вероятности возбуждения

$$\frac{P}{P^{(1,0)}} = 1 + R_{21} + R_{31} + \dots \quad (81)$$

$$\frac{P}{P^{(1,0)}} = 1 + R_{21} (1 + R_{32} + \dots); \quad (82)$$

где

$$R_{31} = (P^{(1,3)} + P^{(2,2)})/P^{(1,0)}; \quad (83)$$

$$R_{21} = P^{(1,2)}/P^{(1,0)}; \quad (84)$$

$$R_{32} = (P^{(1,3)} + P^{(2,2)})/P^{(1,2)} \quad (85)$$

Эти отношения как функции угла рассеяния  $\theta$  изучались численно для ряда пар ядро+частица.

§ 4. Случай ядер с ротационным спектром состояний.  
В интервале атомного веса  $152 < A < 190$  ядра обладают спектром состояний ротационного типа:

$$\epsilon_I \approx \frac{\hbar^2}{2J} I(I+1) \quad (86)$$

Примеры такого спектра приведены для ядер этой группы на рис. 5, где жирными линиями выделена последовательность ротационных состояний полосы основного состояния  $|I\rangle$ :

$$0^+; 2^+; 4^+; 6^+; 8^+.$$

Спектр этого вида интерпретируется как вращательный спектр деформированного ядра, поверхность которого описывается параметрами квадрупольной деформации в лабораторной системе координат:

$$R(\theta\varphi) = R_0 \left\{ 1 + \lambda_0 + \sum_m d_{2m} Y_{2m}(\theta\varphi) \right\}, \quad (87)$$

и в системе осей симметрии ядра:

$$R(\theta\phi) = R_0 \left\{ 1 + \lambda_0 + \sum_m \alpha_{2m} Y_{2m}(\theta\phi) \right\}, \quad (88)$$

где

$$d_{2m} = \sum_j D_{mm}^{2+}(\theta_j) \cdot \alpha_{2m}; \quad (j=1,2,3).$$

$\theta_j$  - углы ориентации собственной системы координат ядра относительно лабораторной. Обычно вводят параметры деформации

$\beta_n \gamma$  согласно определению

$$\alpha_{20} = \beta \cos \gamma; \alpha_{22} = \alpha_{2-2} = \frac{\beta \sin \gamma}{\sqrt{2}}; \alpha_{21} = \alpha_{2-1} = 0 \quad (89)$$

Взаимодействие деформированного ядра с электрическим полем (вероятности E2-переходов и статические квадрупольные моменты состояний) определяется одним числом — внутренним квадрупольным моментом ядра  $Q$ .

В лабораторной системе координат для оператора квадрупольного момента заряда ядра имеем:

$$\hat{Q}_{2\mu} = 2\sqrt{\frac{4\pi}{5}} \sum_j z_j^2 Y_{2\mu}(z_j) = 2\sqrt{\frac{4\pi}{5}} \int \hat{\rho}_n(\vec{r}) z^2 Y_{2\mu}(z) d\vec{r} \quad (90)$$

Переходя к собственной системе координат, спаянной с осями симметрии ядра, получим:

$$\hat{Q}_{2\mu} = \sum_k \tilde{\hat{Q}}_{2k} D_{\mu k}^2(\theta_j) \quad (91)$$

Или, предполагая, что заряд равномерно распределен по объему ядра

$$\tilde{\hat{Q}}_{2k} = \alpha_{2k}^* \cdot \frac{3}{\sqrt{5\pi}} R_0^2 + \dots \quad (92)$$

Таким образом в лабораторной системе координат имеем

$$\hat{Q}_{2\mu} = Q_0 \left\{ \cos \gamma D_{\mu 0}^2(\theta_j) + \frac{\sin \gamma}{\sqrt{2}} (D_{\mu 2}^2(\theta_j) + D_{\mu -2}^2(\theta_j)) \right\}, \quad (93)$$

где

$$Q_0 = \frac{3}{\sqrt{6\pi}} Z R_0^2 \cdot \beta \{ 1 + 0,36\beta + \dots \}.$$

Вероятности E2-переходов в спектре состояний основной ротационной полосы также определяются через  $Q_0$ .

Для аксиально симметричного ротатора, у которого деформация  $\gamma = 0$ , проекция углового момента  $\hat{\mathbf{I}}$  на ось симметрии ядра  $K$  есть хорошее квантовое число. В этом случае для  $B(E2)$  находим

$$B(E2; I_1 K \rightarrow I_2 K) = \frac{5}{16\pi} e^2 Q_0^2 \left( C_{I_1 K \rightarrow I_2 0}^{I_2 K} \right)^2 \quad (94)$$

Таким образом в рамках модели жесткого аксиального ротатора величина  $Q_0$  может быть найдена по вероятности возбуждения перехода  $0 \rightarrow 2$ ; в лабораторной системе имеем

$$e \langle 2, M=2 | Q_{20} | 2, M=2 \rangle = e Q_{22} = -\frac{2}{7} \sqrt{\frac{16\pi}{5}} B(E2; 0 \rightarrow 2) \quad (95)$$

$Q_{22}$  - "видимый" статический квадрупольный момент первого  $|2^+\rangle$  состояния ротационной полосы.

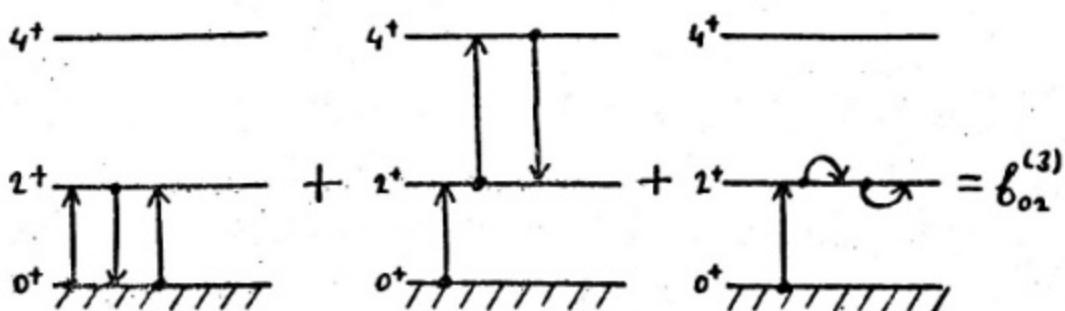
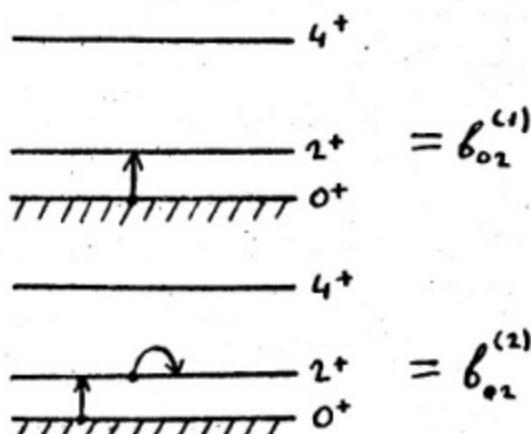
В работе /1/ расчет многократного кулоновского возбуждения состояний ротационной полосы проведен для ядер  ${}^{152}\text{Sm}$  и  ${}^{168}\text{Er}$ , у которых, согласно данным опыта по  $B(E2; 0 \rightarrow 2)$ , квадрупольные моменты равны:

$$\begin{aligned} Q_{22}({}^{152}\text{Sm}) &= -1,69 \text{ барн}; \\ Q_{22}({}^{168}\text{Er}) &= -2,14 \text{ барн}; \end{aligned} \quad (96)$$

В конкретном расчете в /I/ ограничились учетом вклада состояний  $0^+$ ,  $2^+$ ,  $4^+$ ; тогда как вкладом вышележащих состояний пренебрежено. В этом случае амплитуда возбуждения ядра из основного  $|0^+\rangle$  состояния на первый  $|2^+\rangle$  уровень полосы в третьем порядке теории возмущений по взаимодействию  $\hat{H}_E(t)$  есть сумма амплитуд:

$$b_{0 \rightarrow 2} = b_{02}^{(1)} + b_{02}^{(2)} + b_{02}^{(3)} + \dots , \quad (97)$$

где  $b_{02}^{(k)}$  соответствуют учету переходов, которые графически можно изобразить следующим образом



Линии ~~—~~ соответствуют взаимодействию статического квадрупольного момента ядра в  $|2+\rangle$  состоянии с полем частицы ("реориентационный эффект"). Результаты расчета даны в таблице № I и на рисунке 6. Параметр  $\xi_{\text{ск}}$  — симметрирован. Поведение  $R_{32}$  — отношения для  $\text{Er}^{168}$  дано на рис. 6. При  $\xi_{\text{ск}} \leq 0,4$  (при  $\theta \geq 60^\circ$ )  $R_{32}$  растет весьма быстро по абсолютной величине и становится больше 1, т.е. теория возмущений совершенно не пригодна в этой области.

Таблица I

$R_{21}$  и  $R_{32}$  при  $\xi_{\text{ск}} = 0,4; \theta = 180^\circ$

Ядро	Ион	$E_{\text{иона}}$ (лаб.) Мэв	$R_{21}$	$R_{32}$
$\text{Sm}^{152}$	$\text{C}^{12}$	10,4	-0,087	-0,093
	$\text{O}^{16}$	14,1	-0,049	-0,12
	$\text{Ne}^{20}$	17,9	-0,060	-0,14
	$\text{S}^{32}$	29,9	-0,089	-0,21
	$\text{A}^{40}$	35,9	-0,11	-0,26
$\text{Er}^{168}$	$\text{C}^{12}$	8,3	-0,029	-0,066
	$\text{O}^{16}$	11,3	-0,037	-0,086
	$\text{Ne}^{20}$	14,3	-0,046	-0,11
	$\text{S}^{32}$	23,8	-0,069	-0,16
	$\text{A}^{40}$	28,4	-0,080	-0,19

### § 5. Случай ядер со спектром "вибрационного" типа.

В интервале атомного веса  $60 < A < 150$  спектр состояний ядер в окрестности основного близок к эквидистантному. Примеры такого спектра даны на рисунке 7. В этих же ядрах весьма отчетливо проявляются коллективные свойства возбужде-

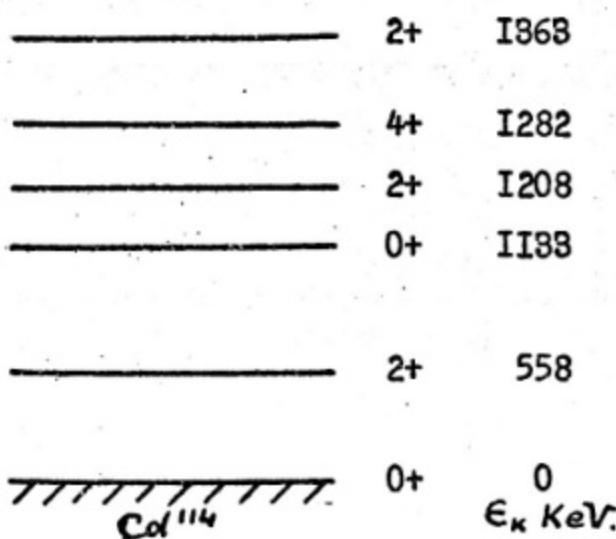
ний: для E2-перехода  $0^+ \rightarrow 2^+$  ядер приведенная вероятность

$$B(E2; 0^+ \rightarrow 2^+) = \frac{9}{16\pi^2} e^2 Z_2^2 R_0^4 \tilde{\beta}^2 \quad (98)$$

приводит к величинам  $\tilde{\beta} \approx 0,2 + 0,3$  при сопоставлении с опытом.

Однако интерпретация состояний этих ядер в модели гармонического вибратора была бы чрезмерно упрощенной. Поэтому спектры этих ядер можно назвать "вибрационными" лишь весьма условно. В случае гармонического вибратора квадрупольные моменты состояний пропорциональны  $\tilde{\beta}^2$ , однако при учете сильных эффектов ангармоничности, которые, как видно из рис. 7, проявляются и в структуре энергетического спектра ядра, статические квадрупольные моменты ядра уже могут быть не малыми. Соответственно целью расчета многократного кулоновского возбуждения ядер с "вибрационным" спектром является выяснение масштаба эффектов, обусловленных статическими квадрупольными моментами.

В работе /I/ конкретный расчет проведен для ядра  $Ca^{44}$ . Спектр состояний этого ядра дан на рис. 7. Однако в процессе вычислений авторы ограничились лишь группой уровней  $Ca^{44}$ :



Далее рассматривается вероятность возбуждения ядра на уровне  $|2^+\rangle$ , обусловленная только квадрупольным взаимодействием налетающей частицей:  $P(o \rightarrow 2^+; \theta)$ . Уже в этой ограниченной по числу состояний схеме возможно много различных цепочек, приводящих к возбуждению ядра  $Ca^{II4}$  в  $|2^+\rangle$  -конечное состояние. Эти цепочки переходов до третьего порядка по взаимодействию схематически указаны на рис. 8:

$$b_{o_2} = b_{o_2}^{(1)} + b_{o_2}^{(2)} + b_{o_2}^{(3)} + \dots ,$$

последовательность переходов во времени - слева направо. Как видно из схемы переходов в  $Ca^{II4}$ , в амплитуду третьего порядка  $b_{o_2}^{(3)}$  кроме динамических матричных элементов E2-переходов в спектре состояний  $Ca^{II4}$  входят также квадрупольные статический момент  $|2^+\rangle$ -состояния (этот момент отмечается как  $Q_{22}$ ) и моменты состояний  $|2'^+\rangle$  и  $|2''^+\rangle$ . Что касается динамических матричных элементов  $\langle K || \mathcal{H}(E2) || S \rangle$  переходов  $Ca^{II4}$ , то они могут быть получены (абсолютные величины из независимых данных опыта, но квадрупольные статические моменты  $Q_{22}$ ,  $Q_{2'2'}$ ,  $Q_{2''2''}$  неизвестны.

В процессе расчета авторы пренебрегают эффектами  $Q_{22}$ , и  $Q_{2'2'}$ -моментов, а  $Q_{22}$  - момент далее рассматривают как варьируемый в расчете параметр. Результаты расчета отношений  $R_{21}$  и  $R_{32}$  даны на рисунке 9 и в таблице II.

Как видно из таблицы II, при малых значениях параметра  $\zeta_{o_2}$  ( $\zeta_{o_2} \leq 0,6$ ) условия применимости теории возмущений по  $\hat{H}_{E2}(\epsilon)$  существенно нарушаются.

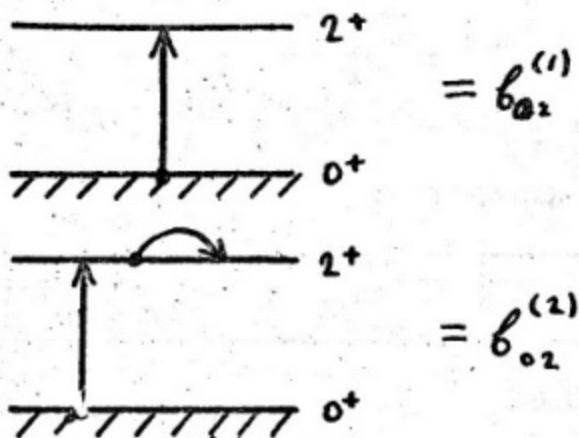
Таблица II.

Отношения  $R_{21} = \frac{P^{(1,2)}}{P^{(1,1)}}$  и  $R_{32} = \frac{(P^{(1,3)} + P^{(2,2)})}{P^{(1,1)}}$   
 для  $Cd^{II4}$ ;  $P^{(1,2)} = P_{2+}^{(1,2)} + P_{2'+}^{(1,2)} + P_{2''+}^{(1,2)}$ ; приняты  
 значения параметров:  $\Theta = \pi$ ;  $Q_{21} = -0,6$  бари.

Ион	$\xi_{02}$	E (лаб) Мэв	$P_2^{(1,2)}/P^{(1,1)}$	$R_{32}$
$O^{16}$	0,6	25,8	- 0,089	- 0,52
	0,8	21,3	- 0,082	- 0,43
	1,0	18,4	- 0,077	- 0,32
	1,2	16,3	- 0,073	- 0,25
	1,4	14,8	- 0,069	- 0,20
	1,6	13,5	- 0,066	- 0,17
	2,0	11,7	- 0,062	- 0,13
$S^{32}$	0,6	55,0	- 0,159	- 0,92
	0,8	45,7	- 0,147	- 0,76
	1,0	39,4	- 0,137	- 0,58
	1,2	35,0	- 0,130	- 0,45
	1,4	31,6	- 0,124	- 0,36
	1,6	28,9	- 0,119	- 0,30
	2,0	25,0	- 0,111	- 0,22

### § 6. Реориентационный эффект во втором порядке теории возмущений в двухуровневой системе

Под реориентационным эффектом в кулоновском возбуждении ядер понимают эффект взаимодействия налетающей частицы со статическим квадрупольным моментом ядра-мишени в конечном состоянии. Наиболее просто и наглядно реориентационный эффект проявляется в случае двухуровневой системы при расчете вероятности  $P(i \rightarrow f; \theta)$  во втором порядке теории возмущений по  $\hat{H}_E(t)$ :



Здесь  $b_{02} = b_{02}^{(1)} + b_{02}^{(2)}$ , причем

$$b_{02}^{(1)} \sim \langle 2M | \hat{\gamma} \hat{r}^*(E_{2M}) | 00 \rangle ; \quad (99)$$

$$b_{02}^{(2)} \sim \langle 2M | \hat{n} \hat{r}^*(E_{2M}) | 2M' \rangle \langle 2M' | \hat{n} \hat{r}^*(E_{2M'}) | 00 \rangle$$

(100)

Как это видно из уравнений для амплитуд (31), если в  $\hat{A}_e(\epsilon)$  учитывать только квадрупольные члены -  $\hat{A}_{e_2}(\epsilon)$ . Соответственно для вероятности возбуждения  $|2+\rangle$  уровня ядра получаем

$$P(0 \rightarrow 2; \theta) = P^{(1,1)}(0 \rightarrow 2; \theta) + P^{(1,2)}(0 \rightarrow 2; \theta) + \dots$$

причем  $P^{(1,1)}$  линейно пропорциональна квадрупольному статическому моменту  $|2+\rangle$  уровня ядра  $Q_{22}$ .

Вводя далее параметр  $\lambda \equiv -\frac{Q_{22} Z_1 e^2}{4 \pi \nu a^2}$ , где  $\alpha$  - ширина наименьшего расстояния при побовом столкновении,

перепишем отсеяние  $R_{21}$  в форме:

$$R_{21} = \frac{p^{(1,2)}}{p^{(1,0)}} = \lambda D_{21}(\theta) \quad (101)$$

Расчет величины  $R_{21}$  в работе /I/ проведен для случаев возбуждения состояний  $|2+\rangle$  ядер:

$Cd^{114}, |2+\rangle 558 \text{ kev}$

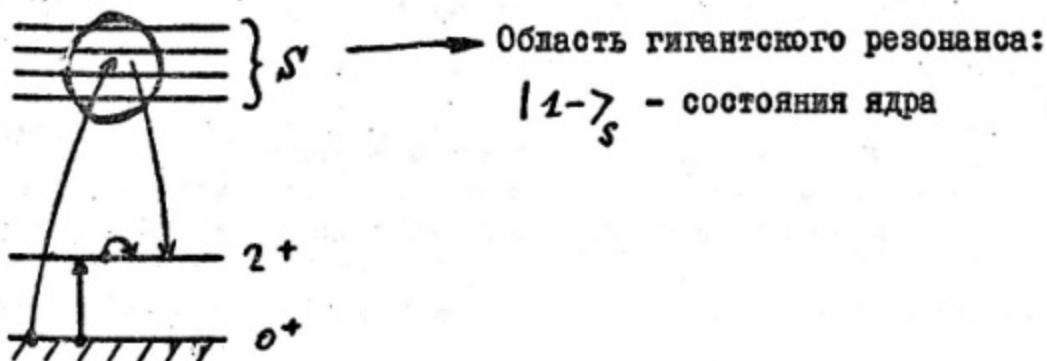
$Sr^{152}, |2+\rangle 122 \text{ kev}$

$Er^{168}, |2+\rangle 80 \text{ kev}$

Результаты даны на рисунках I0 и II. Величина реориентационного эффекта пропорциональна заряду  $Z$ , падающей частицы. На этом и основано экспериментальное определение квадрупольных статических моментов ядер.

### § 7. Поправки к реориентационному эффекту в четных ядрах, обусловленные переходами через $|1-\rangle$ уровни гигантского резонанса

Ранее был рассмотрен реориентационный эффект при возбуждении первого  $|2+\rangle$  уровня четных ядер. Однако кроме  $E2-$  переходов во втором порядке по  $\hat{H}_E$  вклад в амплитуду возбуждения  $|2+\rangle$  уровня вносят и переходы  $E1$  через  $|1-\rangle$  состояния гигантского резонанса, в области которого эти состояния сконцентрированы. Схема процесса имеет вид:



Для амплитуды перехода во втором порядке по  $\hat{H}_E(\epsilon)$  через  $|1\rangle$  уровни будем применять обозначение  $b_{0_2}^{(2)}(E1)$ . Согласно теории возмущений имеем:

$$b_{0_2}^{(2)} = \left(\frac{1}{i\hbar}\right)^2 \sum_s \int_{-\infty}^{+\infty} dt \langle f | \hat{H}_E(\epsilon) | s \rangle e^{i\omega_{fs}t} \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \langle s | \hat{H}_E(\epsilon') | i \rangle e^{i\omega_{si}\epsilon'} \quad (I02)$$

Здесь  $S$  - индекс промежуточного уровня, далее:

$$\omega_{fs} = \frac{\epsilon_f - \epsilon_s}{\hbar}; \quad \omega_{si} = \frac{\epsilon_s - \epsilon_i}{\hbar}; \quad \omega_{fi} = \frac{\epsilon_f - \epsilon_i}{\hbar}$$

Вводя функцию

$$\epsilon(t-t') \equiv \lim_{\delta \rightarrow +0} \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i(t-t')q}}{q + i\delta} dq = \begin{cases} 1 & t > t' \\ 0 & t < t' \end{cases}, \quad (I03)$$

получаем

$$b_{0_2}^{(2)} = \frac{1}{2} \sum_s b_{is}(\omega_{is}) b_{sf}(\omega_{fs}) + \\ + \frac{i}{2\pi} \sum_s \int_{-\infty}^{+\infty} dq \frac{b_{is}(\omega_{is}+q) \cdot b_{sf}(\omega_{fs}-q)}{q}; \quad (I04)$$

где  $\int_{-\infty}^{+\infty}$  - главное значение интеграла.

В фокальной системе координат для амплитуд имеем:

$$b_{\lambda f}(\omega) = -i \frac{4\pi^2 e}{\hbar v} \sum_{\lambda, M} \frac{(-)^{I_\lambda - M}}{(2\lambda + 1)} \left( \begin{array}{ccc} I_\lambda & \lambda & I_f \\ -M & \mu & M_f \end{array} \right) \times$$

$$\times \langle I_\lambda || W_r || I_f \rangle \alpha^{-\lambda} Y_{\lambda \mu} \left( \frac{\pi}{2}, 0 \right) \cdot I_{\lambda M}(\theta) \}_{\lambda f}.$$
(105)

Напомним:  $I_{\lambda \mu}(\theta; \zeta_{\lambda f}) = I_{\lambda, -M}(\theta; -\zeta_{\lambda f})$ ; в пределе  $\zeta \gg 1$   
 $I_{\lambda \mu}$  - интегралы уменьшаются экспоненциально.

Для возбуждения через  $|1-\rangle$  состояния гигантского резонанса параметры  $\zeta \gg 1$ , поэтому для этих процессов в формуле амплитуды (102)  $b_{\lambda f}^{(2)}(E_1)$  следует оставить лишь второй член, пропорциональный главному значению интеграла.

С учетом вклада  $(E_1 E_1)$ -цепочек для вероятности возбуждения  $|2+\rangle$  уровня ядра получаем

$$P(0 \rightarrow 2^+; \theta) = \left| b_{o_2}^{(1)}(E_2) + b_{o_2}^{(1,2)}(E_2) + b_{o_2}^{(2)}(E_1) \right|^2 \quad (106)$$

или

$$P(0 \rightarrow 2^+; \theta) = P^{(1,1)}(E_2) + P^{(1,2)}(E_2) + P^{(1,2)}(E_1) + \dots$$

Здесь  $P^{(1,2)}(E_2)$  - характеризует величину реориентационного эффекта, а  $P^{(1,2)}(E_1)$  - вклад уровней  $|1-\rangle$ . Соотношение величин  $P^{(1,1)}(E_2)$  и  $P^{(1,2)}(E_1)$  можно оценить лишь используя конкретную ядерную модель для описания возбуждений  $|1-\rangle$  в области гигантского резонанса. Такого рода оценки проведены в работе /6/, /7/, /8/ для некоторых ядер. При этом состояния  $|1-\rangle$  в /7/ и /8/ рассматриваются в гидродинамической модели поляризационных колебаний протонной и ней-

тронной компонент ядерной жидкости. Результаты оценок отношений  $R_{21}$ :

$$R_{21}(E2) = P^{(1,2)}(E2)/P^{(1,1)} ;$$

$$R_{21}(E1) = P^{(1,2)}(E1)/P^{(1,1)} , \quad (107)$$

полученные в /7/, приведены на рисунке I2. Расчеты, выполненные в /8/, качественно согласуются с результатами /7/. Согласно этим вычислениям, вклад  $(E1E1)$ -канала не превышает 10% от реориентационного эффекта на первом  $|2+\rangle$  уровне ядра. Чтобы дать представление о масштабе величины вклада канала  $(E1E1)$  через  $|1-\rangle$  состояния, приведем здесь численные результаты расчетов /8/ для ядер  $\text{Er}^{166}$  и  $\text{Sm}^{152}$ . Принятая в /8/ схема переходов второго порядка по взаимодействию дана на рис. I3.

Энергии состояний ядер в МэВ:									
№ со- стоя- ний	I	2	3	4	5	6	7	8	
со-	$ 0+\rangle$	$ 1+\rangle$	$ 2+\rangle$	$ 2_B+\rangle$	$ 1-\rangle$				
$\text{Er}^{166}$	0	0,0806	0,787	1,552	12,076	14,890	16,100	16,765	
$\text{Sm}^{152}$	0	0,122	1,086	0,830	12,275	12,920	15,267	17,309	

Принятые величины матричных элементов E2-переходов, /8/

$$E2_{ik} = \langle i || W_{ik}(E2) || k \rangle \quad 6 \text{ fm}^2$$

$i_k$	12	13	14	22	23	24	33	34	24
$\text{Er}^{166}$	260,6	48,4	42,0	-308,8	77,3	-52,8	303,6	2,51	-809,5
$\text{Sm}^{152}$	191,8	40,6	38,0	-232,4	54,0	-70,9	218,6	29,3	-217,9

Принятые величины матричных элементов ЕI-переходов, /8/

$$E_{1z\kappa} = \langle i || \mathcal{M}(E1) || k \rangle \text{ fm}$$

$i\kappa$	I5	I6	I7	I8	25	26	27	28	35	36
-----------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

$$\Sigma_{\text{r}}^{166} 3,91 -2,90 -1,49 3,21 -5,58 -2,05 -1,05 2,27 0 4,26$$

$$S_m^{152} 2,12 -2,19 -1,98 2,04 -3,00 +3,10 -1,86 1,44 0 0$$

37	38	...
0,77	3,81	...
2,76	2,46	...

Далее в таблицах даны парциальные сечения возбуждения  $|2+\rangle$  уровня  $\Sigma_{\text{r}}^{166}$  и  $S_m^{152}$ , составляющие полное сечение возбуждения  $0 \rightarrow 2+$  перехода:

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{02} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{E1}^{(1,1)} + \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{E2}^{(1,2)} + \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{E1}^{(1,2)} + \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{E2,\beta}^{(1,2)} + \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{E2,\gamma}^{(1,2)}$$

где  $\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{E2}^{(1,2)}$  – характеризует величину реориентационного эффекта, а также отношение  $(d\sigma^{(1,2)})_{\text{реориент}} / d\sigma_{\text{сумм}}^{(1,2)} = R$ .

Все величины сечений в барнах (указаны факторы  $10^{-n}$ ).

Приведенные в таблицах сечения дают представление о порядках величин вкладов различных каналов второго порядка теории возмущений.

Следует здесь отметить, что в процессе возбуждения через  $|1-\rangle$ -состояния энергии виртуальных переходов порядка и даже больше энергии падающего иона. Насколько обосновано в этом случае применение полуклассического варианта теории кулоновского возбуждения?

Таблица III.  
Реориентационный эффект в  $|2+\rangle$  состояния  $\xi_2 T_{166}$  в случае  
ионов  $O_{16}^{+}$  с энергией 25 МэВ;  $\sum_{\alpha} = 0,1059$

$\theta^{\circ}$	$d\sigma_{1,1}^{(1,1)}$	$d\sigma_{1,2}^{(1,1)}$	$d\sigma_{1,21}^{(1,2)}$	$d\sigma_{1,22}^{(1,2)}$	$d\sigma_{1,23}^{(1,2)}$	$d\sigma_{1,24}^{(1,2)}$	$R$					
90	0,157	-0,282	-2	-0,827	-2	-0,103	-3	-0,396	-3	0,154	-3	1,16
100	0,149	-0,344	-2	-0,891	-2	-0,111	-3	-0,426	-3	0,156	-3	1,14
110	0,148	-0,399	-2	-0,449	-2	-0,118	-3	-0,451	-3	0,157	-3	1,13
120	0,138	-0,452	-2	-0,503	-2	-0,128	-3	-0,471	-3	0,158	-3	1,11
130	0,134	-0,499	-2	-0,551	-2	-0,128	-3	-0,487	-3	0,159	-3	1,10
140	0,131	-0,538	-2	-0,591	-2	-0,131	-3	-0,499	-3	0,160	-3	1,10
150	0,129	-0,569	-2	-0,622	-2	-0,134	-3	-0,595	-3	0,161	-3	1,09
160	0,127	-0,591	-2	-0,645	-2	-0,136	-3	-0,515	-3	0,161	-3	1,09
170	0,127	-0,604	-2	-0,659	-2	-0,137	-3	-0,519	-3	0,161	-3	1,09
180	0,126	-0,609	-2	-0,663	-2	-0,137	-3	-0,520	-3	0,161	-3	1,09

Реориентационный эффект в  $|2+\rangle$  состояний  $\delta_{m=152}$  в  
случае ионов ОГ с энергией 13 МэВ;  $\xi_{\alpha_2} = 0,3882$

$\theta^{\circ}$	$d\sigma^{(1,1)}$	$d\sigma^{(1,2)}$	$d\sigma_{\text{реор}}^{(1,2)}$	$d\sigma_{z_p}^{(1,1)}$	$d\sigma_{z_p}^{(1,2)}$	$d\sigma_{z_f}^{(1,1)}$	$d\sigma_{z_f}^{(1,2)}$	$R$
90	0,2882	-0,652 -3	-0,665 -3	-0,186 -4	0,768 -5	0,155 -4	1,02	
100	0,2625	-0,709 -3	-0,717 -3	-0,144 -4	0,812 -5	0,147 -4	1,01	
110	0,2409	-0,757 -3	-0,764 -3	-0,150 -4	0,844 -5	0,140 -4	1,01	
120	0,2231	-0,799 -3	-0,806 -3	-0,154 -4	0,866 -5	0,134 -4	1,01	
130	0,2066	-0,836 -3	-0,841 -3	-0,156 -4	0,881 -5	0,129 -4	1,01	
140	0,1972	-0,865 -3	-0,870 -3	-0,158 -4	0,892 -5	0,124 -4	1,01	
150	0,1887	-0,888 -3	-0,893 -3	-0,159 -4	0,895 -5	0,121 -4	1,00	
160	0,1827	-0,905 -3	-0,909 -3	-0,160 -4	0,903 -5	0,119 -4	1,00	
170	0,1792	-0,915 -3	-0,919 -3	-0,160 -4	0,905 -5	0,117 -4	1,00	
180	0,1780	-0,917 -3	-0,923 -3	-0,160 -4	0,906 -5	0,117 -4	1,01	

§ 8. Приближение "внезапного возмущения".

Как следует из вышеприведенных расчетов в рамках теории возмущений по  $H_E(\epsilon)$ , метод теории возмущений не применим в области малых значений  $\zeta$  ( $\zeta \leq 0,5$ ). Напомним, здесь определение параметра  $\zeta$ :

несимметризованное значение  $\zeta$  есть:

$$\zeta = \frac{\alpha \cdot \Delta E}{\hbar v} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v} \cdot \frac{\Delta E}{2E};$$

$E$  - ограничена сверху кулоновским барьером  $B$ ;

симметризованное значение:

$$\zeta_{sf} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar} \cdot \left( \frac{1}{v_f} - \frac{1}{v_i} \right);$$

$$\alpha_{sf} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{m_0 v_i v_f}$$

Однако в пределе  $\zeta \rightarrow 0$  задача кулоновского возбуждения может быть решена формально точно. Этот вариант называют приближением "внезапного возмущения". Итак, полагая, что все состояния ядра имеют одно значение энергии, т.е.  $\Delta E = \epsilon_f - \epsilon_i \rightarrow 0$ ,  $\zeta_{sf} \rightarrow 0$ ; согласно (74) получаем для квадрупольного возбуждения

$$f_{sf} = \langle \varphi_f | e^{-\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{H}_{E2}(t) dt} | \varphi_i \rangle \quad (108)$$

поскольку в этом случае  $\tilde{H}_{E2}(t) \rightarrow \hat{H}_{E2}(t)$

Здесь

$$\frac{1}{t} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{H}_{E2}(t') dt' = \frac{4\pi}{5} \frac{2e}{t^2 \alpha^2} \sum_{\mu} Y_{2\mu}\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) I_{2\mu}(\theta, \zeta=0) \hat{W}_{\zeta}^{*}(E2, \mu) \quad (109)$$

где  $I_{2\mu}(\theta, \zeta)$  - кулоновский орбитальный интеграл для E2-взаимодействия ядра с частицей.

Весьма детальные вычисления в рамках метода внезапного возмущения проведены в работах /2/, /3/, /4/. Однако эти результаты имеют лишь методический интерес, так как ситуация внезапного возмущения в кулоновском возбуждении ядер не реализуется. В частности, для ротационных спектров четных ядер уровни энергии весьма быстро растут с ростом углового момента  $I$ :

$$\epsilon_I \approx \frac{\hbar^2}{2J} I(I+1)$$

Соответственно быстро возрастают разности энергии смежных уровней

$$\Delta \epsilon_I = \epsilon_{I+2} - \epsilon_I ,$$

тогда как энергия частицы Е сверху ограничена величиной кулоновского барьера. Поэтому предположение  $\zeta_{\text{max}} = 0$  для всех переходов ядра является весьма грубым. По этой причине более подробно на методе внезапного возмущения останавливаться не будем.

### § 9. Численное интегрирование цепочки уравнений для амплитуд $f_n(\epsilon)$ .

Обычно в анализе экспериментальных данных в рамках полу-классического варианта теории применяется численное интегрирование цепочки уравнений (З1) для амплитуд  $f_n(\epsilon)$ . При этом из спектра состояний ядра выделяется та группа состояний в окрестности основного, интенсивности переходов  $E2$  между которыми особенно велики, а вкладом других состояний пренебрегается. Таким образом система уравнений (З1) искусственно обрывается и замыкается в этой выделенной группе состояний.

По данным анализа спектров излучения ядер некоторые из входящих в уравнения матричных элементов определяются из этих независимых экспериментальных данных, другие же ядерные элементы (в частности, статические квадрупольные моменты ядра в возбужденных состояниях) рассматриваются как подгоночные параметры, которые находятся из сопоставления данных по кулоновскому возбуждению ядра различными частицами.

В процессе расчета применяется рецепт симметризации кулоновских параметров  $\alpha_{nk}$  и  $\beta_{nk}$ . Результаты таких расчетов для ряда конкретных ядер будут даны в четвертой лекции.

Литература к лекции II.

1. J.F. Masso, D.L. Lin, Phys. Rev. 140(1965) B1183.
2. K. Alder; A. Winter; Mat-fys Medd det Kong. Danske Videnskab. Selskab. 32 N 8 (1960).
2. R. Graetzer, R. Hooverman, E.M. Bernstein; Nucl. Phys. 39 (1962) 124.
3. H. G. Wahsweiler, Phys. Rev. 137 B (1965) 377.
4. D. W. Robinson, Nucl. Phys. 25 (1961) 459.
5. G. Breit, R.L. Gluckstein, J.E. Russel; Phys. Rev. 103 (1956) 727.  
G. Breit, J.P. Lazarus, Phys. Rev. 100 (1955) 942.
6. J. Eichler. Phys. Rev. 133 B (1964) 1162.
7. H. Nebel, D.L. Lin, Phys. Rev. 154 (1967) 1133
8. B. Greiner, H. Arenhövel, Nucl. Phys. A107 (1968)  
225.

### ЛЕКЦИЯ III.

#### МНОГОКРАТНОЕ КУЛОНОВСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ЯДЕР (Квантовая трактовка процесса)

§ I. Как уже отмечалось, квантовые расчеты однократного возбуждения ядер полем пролетающей частицы проводились в рамках борновского приближения по  $H_e(\vec{r}_p)$  с искаженными кулоновским полем волнами. Результаты этих расчетов детально описаны в работах /1/.

В связи с возрастающим интересом к многократному кулоновскому возбуждению возникла необходимость в более точных результатах для вероятностей возбуждения, чем те, которые могут быть получены в полуклассическом варианте теории. Такого рода квантовые расчеты, где движение частицы уже не аппроксимируется классической орбитой в кулоновском поле, проведены в /2/ и /3/.

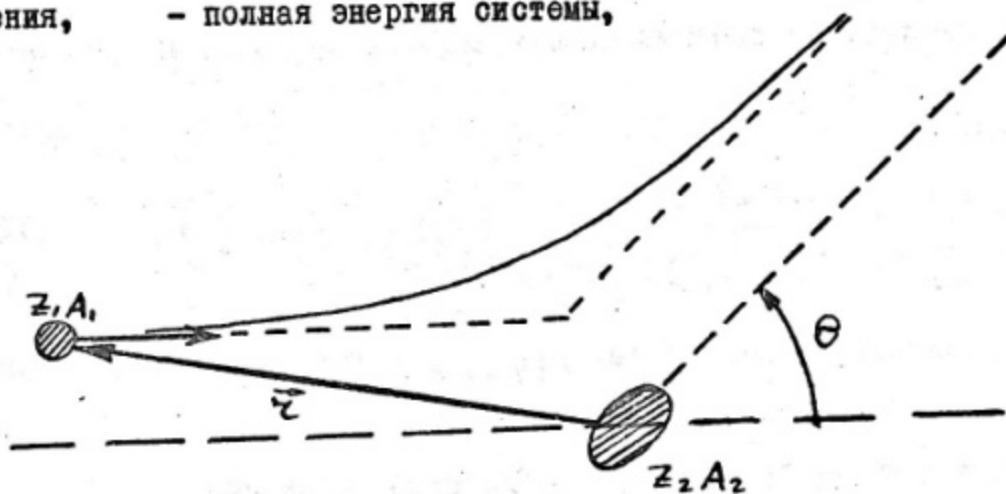
С теоретической точки зрения нам более интересны результаты работы /2/, где анализ проведен с квазиклассическими функциями, при этом получено обоснование рецептуры симметризации параметров классической орбиты для многократных процессов. Что касается результатов /3/, то они получены численным интегрированием для конкретных процессов. Эти результаты далее будут рассмотрены.

§ 2. В квантовой трактовке кулоновского возбуждения исходим из уравнения Шредингера для системы ядро-мишень + частица (движение центра масс выделено)

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = E \Psi \approx \left\{ \hat{H}(z_1 A_1) + \frac{\hat{P}^2}{2\mu_0} + \frac{z_1 z_2 e^2}{z_p} + \hat{H}_E(\vec{z}_p) \right\} \Psi; \quad (II0)$$

где  $\hat{H}(z_1 A_1)$  - гамильтониан свободного ядра-мишени;

$\vec{z}_p = \vec{z}$  далее,  $\hat{P}$  - оператор импульса относительного движения,  $E$  - полная энергия системы,



$$\hat{H}_E(\vec{z}) = \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{\mu} \frac{4\pi z_1 e}{(2\lambda+1)} \frac{Y_{\lambda\mu}(\vec{z})}{z^{\lambda+1}} \hat{\psi}^*(E\lambda, \mu) \quad (III)$$

Таким образом, рассматриваем случай нерелятивистского движения частицы; взаимодействиями  $\sim (\gamma/c)^2$  пренебрегаем.

Состояния ядер-мишени характеризуем значениями энергии, углового момента  $I$  и  $M$ -проекции на выбранную ось квантования:

$$\hat{H}(z_1 A_1) \varphi_{\epsilon; I; M_i}(\vec{\xi}) = \epsilon \varphi_{\epsilon; I; M_i}(\vec{\xi}) \quad (III2)$$

$\vec{\xi}$  - набор координат нуклонов ядра-мишени.

Введем полную систему функций с угловым моментом  $\vec{J}$  и проекцией  $M$ :

$$\Phi_{JM;ei}(\vec{n};\vec{\xi}) \equiv \sum_{n,m} C_{Imem}^{JM} \varphi_{IM}(\vec{\xi}) Y_{em}(\vec{n}), \quad (II3)$$

где  $\vec{n} = \vec{\xi}/\zeta$ . Для простоты будем считать, что состояния ядра однозначно задаются как  $|IM\rangle$ .

Волновую функцию системы ядро + частица разложим по функциям  $\Phi_{JM}$ :

$$\Psi = \sum_{J \in I} \frac{g_{eJ}(z)}{z} \sum_m A_{Jmle} \Phi_{Jm;ei}(\vec{n};\vec{\xi}) \quad (II4)$$

где численные коэффициенты  $A_{Jmle}$  должны быть подобраны так, чтобы выполнялись асимптотические условия:

при  $t \rightarrow -\infty$  ( $z \rightarrow \infty$ ) "до акта рассеяния"

ядро-мишень находится в состоянии  $|I: M:\rangle$ , а падающая частота описывается "плоской" кулоновской волной

$$\Psi_{\vec{k}_1}^{(+)}(\vec{r}) = e^{-\frac{\pi n_1}{2}} \cdot \Gamma(1+i\eta_1) \cdot e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}} F_i(-i\eta_1; 1; i(k_1 r - \vec{k}_1 \cdot \vec{r})); \quad (II5)$$

где

$$k_1^2 \equiv k_{I_1}^2 = \frac{2\mu_0(E - E_{I_1})}{\hbar^2}$$

$\mu_0$  - приведенная масса системы

$$\eta_i \equiv \eta_{Ii} = \frac{z_1 z_2 e^2}{\hbar v_{Ii}} ; \quad V_{Ii} = \frac{\hbar K_{Ii}}{M_0} ; \quad (II6)$$

$$\Psi_{K_i}^{(+)}(z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{e=0}^{\infty} (2e+1)^{\frac{1}{2}} e^{i\eta_e} \frac{F_e(r)}{K_r} P_e(\cos \hat{K}_r z) \quad (II7)$$

причем

$$F_e(r) = e^{-\frac{\pi i \eta}{2}} \cdot \frac{|\Gamma(e+1+i\eta)|}{2\Gamma(2e+1)} (2Kr)^{e+1} e^{i\omega r} F_1(i\eta+e+1; 2e+2; -2kr), \quad (II8)$$

где

$$F_1 \Big|_{Kr \rightarrow \infty} \sim \sin(Kr - \frac{e\pi}{2} + \sigma_e - \eta \ln 2Kr); \quad \sigma = \arg \Gamma(e+1+i\eta) \quad (II9)$$

При таком выборе оси квантовая проекция  $M$  полного углового момента  $J$  всегда равна  $M_i$  и мы ее можем опустить в формуле (II4). Соответственно от функций  $g_{eI, \gamma}(r)$  потребуем выполнения асимптотики:

$$g_{eI, \gamma} \Big|_{r \rightarrow \infty} \sim \frac{1}{\sqrt{v_I}} \left( \delta_{II} \delta_{ee} e^{-i\varphi_{re}(r)} - V_{eI, eI} \cdot e^{i\varphi_{re}(r)} \right); \quad (II1)$$

где

$$\varphi_{Ie^{(2)}} = K_I \tau - \eta_I \ln 2K_I \tau - \frac{e\pi}{2} + \sigma_e(I); \quad (I22)$$

$$\sigma_e(I) \equiv \arg \Gamma(e+1-i\eta_I); \quad (I23)$$

$$K_I^2 = \frac{2\mu_0(E-\epsilon_I)}{\hbar^2}; \quad \eta_I = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v_I}; \quad v_I = \frac{\hbar k_I}{\mu_0}.$$

При таком выборе асимптотики из сопоставления (II6) и (II4) получаем коэффициенты  $A_{3,xc}$  и после подстановки (II4) в уравнение (II0) находим систему уравнений для радиальных компонент функций  $g_{eI,j}(\tau)$ :

$$\left( \frac{d^2}{d\tau^2} + K_I^2 - \frac{2\eta_I K_I}{\tau} - \frac{e(e+1)}{\tau^2} \right) g_{eI,j} = \sum_{I'e'} V_{eI;e'I'}^j(\tau) g_{e'I'j}(\tau) \quad (I24)$$

где

$$V_{eI;e'I'}^j(\tau) = \frac{4\sqrt{\pi}\mu_0 Z_1 e}{\hbar^2} \sum_l \left( \frac{(2e+1)(2e'+1)}{2\lambda+1} \right)^{1/2} \langle I' || \hat{J}_l^2 (E) || I \rangle \times \\ \times (-1)^{j+I'+\lambda} \begin{pmatrix} e & e' & \lambda \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} j & e' & I' \\ \lambda & I & e \end{Bmatrix} \cdot \frac{1}{\tau^{\lambda+1}} \quad (I25)$$

Решение уравнения (I24) позволяет найти амплитуды рассеяния  $\tilde{Y}_{eI,e'I'}$  для парциальных  $(I, \ell)$ -волн, которые определяют амплитуду перехода ядра  $|I; M_i\rangle \rightarrow |I_f; M_f\rangle$  при рассеянии частицы в направлении вектора  $\vec{\tau}$ :

$$f_{I_i M_i \rightarrow I_f M_f} = \sum_{\ell_i, \ell_f} \sum_{m_i, m_f} (2\ell_i + 1)^{\frac{1}{2}} \langle \ell_i 0 I_i M_i | \gamma M_f \rangle \times \quad (I26)$$

$$\times \langle \ell_f m_f I_f M_f | \gamma M_i \rangle (i)^{\ell_i - \ell_f} \left\{ \delta_{I_i I_f} \delta_{\ell_f \ell_i} - \right.$$

$$\left. - e^{i[\epsilon_{\ell_f}(I_f) + \epsilon_{\ell_i}(I_i)]} j^{\sim \gamma}_{\ell_f I_f \ell_i I_i} \right\} \cdot V_{\ell_f m_f}(\vec{r})$$

Соответственно получаем дифференциальное сечение для много-кратного кулоновского возбуждения перехода ядра  $|I_i\rangle \rightarrow |I_f\rangle$ :

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{I_i \rightarrow I_f} = \frac{1}{(2I_i + 1)} \frac{v_{I_f}}{v_{I_i}} \cdot \sum_{M_i M_f} \left| f_{I_i M_i \rightarrow I_f M_f} \right|^2 \quad (I27)$$

### § 3. Классическое приближение.

Далее следуем работе /2/.

Введем функцию  $h_{e_I}^{\pm}(\tau)$  согласно определению

$$h_{e_I}^{\pm}(\tau) = G_e(k_I \tau) \pm i F_e(k_I \tau) \quad (I28)$$

где  $F_e(k_I \tau)$  — регулярная в  $\tau = 0$  кулоновским функция, в асимптотике пропорциональная  $\sin \varphi_{Ie}(\tau)$ ;

$G_e(k_I \tau)$  — иррегулярная в нуле кулоновская функция, в асимптотике пропорциональная  $\cos \varphi_{Ie}(\tau)$ , далее определим функции  $g_{e_I \gamma}^{\pm}$  согласно равенству:

$$g_{e_I \gamma}^{(\pm)}(\tau) = \alpha_{e_I \gamma}^{\pm}(\tau) \cdot h_{e_I}^{\pm}(\tau) \frac{1}{\sqrt{v_I}} \quad (I29)$$

Потребуем, чтобы  $g_{e_I \gamma}^{\pm}(\tau)$  были решениями уравнения (I24),

а искомую функцию  $\mathcal{g}_{eIy}$  определим как

$$\mathcal{g}_{eIy} = \mathcal{g}_{eIy}^{(-)} - \mathcal{g}_{eIy}^{(+)} \quad (130)$$

Отсюда следуют асимптотические условия на коэффициенты

$$\left. \alpha_{eIy}^+(z) \right|_{z \rightarrow \infty} = \gamma_{eI; e; I}^+ ; \quad (131)$$

$$\left. \alpha_{eIy}^-(z) \right|_{z \rightarrow \infty} = \delta_{I; I} \delta_{e; e} .$$

Для функций  $\alpha_{eIy}^{\pm}$  в результате подстановки в (124) получаем систему уравнений:

$$\alpha_{eIy}^-(z) = \delta_{II} \delta_{ee} + \frac{i}{2\mu_0 \sqrt{V_I}} \sum_{I'e'} \int_{-\infty}^z d\rho \frac{V_{eIe'I'}(\rho)}{\sqrt{V_{I'}}} \times$$

$$x h_{e'I'}^-(\rho) \alpha_{e'I'y}^-(\rho) \left\{ h_{eI}^+(z) h_{eI}^-(\rho) - h_{eI}^-(z) h_{eI}^+(\rho) \right\}; \quad (132)$$

$$\alpha_{eIy}^+(z) = \gamma_{eIe; I}^+ - \frac{i}{2\mu_0 \sqrt{V_I}} \sum_{I'e'} \int_{-\infty}^z d\rho \frac{V_{eIe'I'}^+(\rho)}{\sqrt{V_{I'}}} \times$$

$$x h_{e'I'}^+(\rho) \alpha_{e'I'y}^+(\rho) \left\{ h_{eI}^-(z) h_{eI}^+(\rho) - h_{eI}^+(z) h_{eI}^-(\rho) \right\}. \quad (133)$$

Поскольку решение  $\vartheta_{eI\gamma}(\tau)$  должно быть регулярно при  $\tau \rightarrow 0$ , из (I30) следует, что

$$\alpha_{eI\gamma}^+(0) = \alpha_{eI\gamma}^-(0); \left. \frac{d\alpha_{eI\gamma}^+}{d\tau} \right|_{\tau=0} = \left. \frac{d\alpha_{eI\gamma}^-}{d\tau} \right|_{\tau=0} \quad (I34)$$

Выписанные выше уравнения являются точными. Для перехода к квазиклассическому описанию делаются допущения:

а) Предполагается, что в интервале  $0 \leq \tau \leq \tau_0$ , где  $\tau_0$  - точка поворота для волны  $\ell$ , имеет место равенство

$$\alpha_{eI\gamma}^+(\tau) \approx \alpha_{eI\gamma}^-(\tau) \quad (\text{при } 0 \leq \tau \leq \tau_0)$$

б) В уравнениях (I32) и (I33) пренебрегается интегралами, содержащими быстроосциллирующие (при  $\tau > \tau_0$ ) произведения:

$$h_{e'I'}^+(\rho) * h_{eI}^+(\rho) \quad \text{и} \quad h_{e'I'}^-(\rho) * h_{eI}^-(\rho).$$

Тогда для функций  $\alpha_{eI\gamma}^\pm(\tau)$  получаем уравнения первого порядка:

$$\frac{d\alpha_{eI\gamma}^\pm}{d\tau} = \pm \frac{\hbar}{2i\mu\sqrt{v_I}} \sum_{I'e'} \frac{V_{eIe'I'}(\tau)}{\sqrt{v_{I'}}} h_{e'I'}^\mp h_{eI}^\pm \alpha_{e'I\gamma}^\pm \quad (I35)$$

После чего для  $h_{eI}^\pm$  -функций используем квазиклассическое разложение:

$$h_{eI}^\pm(\tau) \approx \left( P_{eI}(v) \right)^{\frac{1}{4}} \cdot \exp \left\{ \pm i \left( \frac{\pi}{4} + \phi_{te}(\tau) \right) \right\}; \quad (I36)$$

$$P_{eI}(z) = \frac{k_z^2}{f_{eI}(z)} ; \quad (I37)$$

$$f_{eI}(z) = k_I^2 - \frac{2 n_I k_I}{z} - \frac{(e + \frac{1}{2})^2}{z^2} ; \quad (I38)$$

$$\Phi_{eI}(z) = \int_z^\infty (f_{eI}(kz))^{1/2} dz \quad (I39)$$

$$\text{Здесь } \gamma_0 = \frac{1}{k_I} \left\{ n_1 + [n_1^2 + (e + \frac{1}{2})^2]^{1/2} \right\} \quad (I40)$$

Вводим новую переменную  $w$  согласно определению:

$$\tau = \alpha_{xx'} \cdot (\bar{\epsilon} \operatorname{ch} w + 1) \quad (I41)$$

$$\text{где } \bar{n}^2 = n_x n_{x'} ; \quad \xi_{xx'} = n_x - n_{x'} ;$$

$$\bar{e} = \frac{1}{2} (e + e') ;$$

$$\alpha_{xx'} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\mu_0 v_x v_{x'}} ;$$

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{\bar{q}} \cdot \left( \bar{n}^2 + (\bar{e} + \frac{1}{2})^2 \right)^{1/2} ;$$

$$\bar{\epsilon} = (\sin \theta)^{-1} ;$$

где  $\theta$  - угол рассеяния для классической траектории с эксцентрикитетом  $\bar{\epsilon}$ .

В результате приходим к уравнениям для  $\alpha_{exy}$ :

$$\frac{d\alpha_{eIj}(w)}{dw} = -i \sum_{r \in I} \frac{2\sqrt{\pi}}{\hbar \sqrt{v_x v_r}} \frac{1}{\alpha_{rr}^{\lambda}} \langle I' | \mathcal{M}(E) | I \rangle \times \\ (I42)$$

$$x \left( \frac{(2e+1)(2e'+1)}{(2\lambda+1)} \right)^{\frac{1}{2}} (-)^{j+I'+\lambda} \begin{Bmatrix} ee' \lambda \\ 0 0 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j e' I' \\ \lambda I e \end{Bmatrix} \times$$

$$x e^{i \int_{rr'} (\bar{E} h w + w)} \frac{[ch w + \bar{E} + i \sqrt{\bar{E}^2 - 1} sh w]}{[\bar{E} ch w + 1]^{\lambda+1}} \alpha_{e'I'j}(w);$$

причем:

$$\alpha_{eIj}(z) = \begin{cases} \alpha_{eIj}^-(z) & \text{для } w < 0; \\ \alpha_{eIj}^+(z) & \text{для } w > 0; \end{cases}$$

и при  $w=0$   $\alpha^+(0)$  и  $\alpha^-(0)$  сливается.

Начальными условиями являются:

$$\alpha_{eIj}(w=-\infty) = \alpha_{eIj}^-(\infty) = \delta_{II_i} \delta_{ee}; \quad (I43)$$

Тогда амплитуда рассеяния равна:

$$\gamma_{eIe; II_i}^j = \alpha_{eIj}^+(\infty) \quad (I44)$$

Она соответствует амплитуде перехода ядра  $|I; M\rangle \rightarrow |I_f M_f\rangle$  при рассеянии частицы на угол  $\theta$  в полуклассическом варианте теории

$$\gamma_{eIe; II_i}^j \approx \beta_{IM} (I; M_i; \theta(t)) \Big|_{t=+\infty} \quad (I45)$$

Уравнения (I42) при использовании асимптотических формул для функций Рака и коэффициентов Клебша-Гордана переходят в полу-квазиклассические уравнения для амплитуд в  $\delta_{IM}(t)$ , в которых для каждого акта проведена симметризация параметров орбит

$$\eta_{nk} = \sum_j \alpha_{nk}.$$

§ 4. Результаты расчета вероятностей многократного кулоновского возбуждения в квазиклассическом приближении (см. (I))

Условием применимости теории возмущения является прогрессирующая малость вкладов высших членов разложения по взаимодействию  $H_E(t)$  в вероятности переходов  $P_{(i \rightarrow f)}$ . В первом порядке теории возмущений для перехода ядра  $i \rightarrow f$ , вызванного  $E\lambda$ -мультипольным членом взаимодействия, имеем:

$$P_{i \rightarrow f}^{(N)} = \frac{z_i^2 e^2}{\hbar^2 v^2} \frac{16\pi^2}{(2\lambda+1)^3} B(E\lambda; i \rightarrow f) \sum_m \left| Y_{\lambda m} \left( \frac{\pi}{2}; 0 \right) \right|^2 \left| I_{\lambda m}(\theta) \right|^2 \quad (I46)$$

Соответственно в теории кулоновского возбуждения вводится параметр  $\chi_{i \rightarrow f}^{(N)}$

$$\chi_{i \rightarrow f}^N = \pm \sqrt{P_{i \rightarrow f}^{(N)} (\theta = \pi; \xi_{if} = 0)} \quad (I47)$$

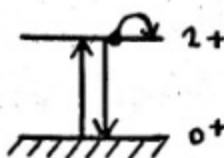
в качестве параметра, определяющего характер ряда теории возмущений.

В симметризованной форме этот параметр имеет вид

$$\chi_{i \rightarrow f}^{(N)} = 4\sqrt{\pi} \frac{(\lambda-1)!}{(2\lambda+1)!!} \frac{z_i e}{\hbar \sqrt{v_i v_f}} \frac{\langle i | \hat{n}_f^N U(E\lambda) | f \rangle}{\alpha_{rf}^N \sqrt{2\lambda+1}} \quad (I48)$$

Далее этот параметр фигурирует в оценках вероятностей всаждения ядра.

В работе /2/ численные расчеты многократного возбуждения проведены для идеализированного двухуровневого ядра-мишени



Таким образом, эта система характеризуется двумя параметрами:

$$\chi_{0_2} = 14,360 \frac{A_1^{\frac{1}{2}} [B(E2; 0 \rightarrow 2)]^{\frac{1}{2}}}{(1 + A_1/A_2)^2 z_1 z_2^2} (E_i E_f)^{\frac{3}{4}} ; \quad (I49)$$

$$\chi_{2_2} = 8,4730 \frac{A_1^{\frac{1}{2}} E_f^{\frac{3}{2}}}{(1 + A_1/A_2)^2 \cdot z_1 \cdot z_2^2} \cdot Q_{2_2} ; \quad (I50)$$

где  $Q_{2_2}$  в (е·барн);  $B(E2)$  в ( $e^2 \text{барн.}^2$ ); энергия  $E_i$  и  $E_f$  частицы в Мэв.

Вероятность возбуждения перехода  $|0^+\rangle \rightarrow |2^+\rangle$  может быть параметризована в форме

$$P = P^{(0)} [1 + C \cdot \chi_{2_2}] \quad (I51)$$

где  $P^{(0)}$  - точно вычисленная вероятность для  $Q_{2_2} = 0$ ;

$C$  - "реориентационный коэффициент".

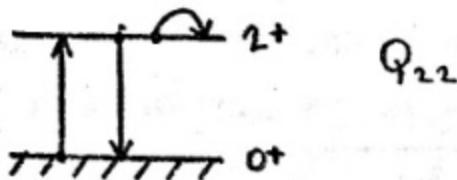
Результаты расчета  $P(\theta, \xi)$  и  $C(\theta, \xi, \chi_{2_2}, n)$  даны на рисунках № I4, I5, I6, I7.

В указанной работе /2/ проведен также расчет коэффициен-

тов, определяющих угловое распределение квантов. Но эти результаты здесь рассматривать не будем.

### § 5. Результаты численного интегрирования квантовых уравнений кулоновского возбуждения

Численное интегрирование уравнений (IIО) проведено в /3/ в схеме двухуровневого спектра возбуждений ядра-мишени с учетом только  $E2$ -взаимодействия



В качестве меры реориентационного эффекта вводится "функция чувствительности"  $S(\theta)$ :

$$S(\theta) \equiv \frac{d\sigma(Q_{21}=0) - d\sigma(Q_{21}=Q_{rot})}{d\sigma(Q_{21}=0)} \quad (I52)$$

где  $Q_{rot}$  определяется по величине  $B(E2; 0 \rightarrow 2)$  согласно формуле ротатора:

$$eQ_{rot} = -\frac{2}{5} \left[ \frac{16\pi}{5} B(E2; 0 \rightarrow 2) \right] \% \quad (I53)$$

Поведение функции чувствительности  $S(\theta)$  в зависимости от параметров процесса:  $\theta, \zeta_0, \bar{\eta}$ , дано на рисунках I8, I9, I0.

На рис. 20 приведено сравнение  $S^-$  и  $S^+$  функций, определенных при  $Q_{21} = -Q_{rot}$  и  $Q_{21} = +Q_{rot}$ , полученных для случая  $Ne_{10}^{22}$ . ( $|2+\rangle$  уровень  $E_{2+} = 1,274$  МэВ) в рамках полуклассического и квантового расчета в двухуровневой схеме.

Кроме этого в /3/ проведен расчет угловой корреляции  $\gamma$ -квантов с рассеянной на угол  $\theta_p$  частицей для ядер  $Ne_{10}^{22}$  и  $Ni^{60}$ , которые рассматриваются в рамках двухуровневой схемы:

$$Ni^{60}; |2+\rangle; \quad E_{2+} = 1,333 \text{ Мэв};$$

$$Ne_{10}^{22}; |2+\rangle; \quad E_{2+} = 1,274 \text{ Мэв}.$$

Эта функция имеет вид:

$$\frac{dW(\theta_r \phi_r)}{d\Omega_\gamma} = \sqrt{4\pi} + \sqrt{5} F_2 \cdot b_2(\theta_p) Y_{20}(\theta_r \phi_r) + \sqrt{5} F_4 b_4(\theta_p) Y_{40}(\theta_r \phi_r)$$

(154)

Так называемые частичные коэффициенты  $b_2(\theta_p)$  и  $b_4(\theta_p)$  вычислены как в полуклассическом варианте, так и путем численного интегрирования уравнений. Результаты расчетов даны ниже в таблицах. Эти данные представляют интерес, поскольку они иллюстрируют точность полуклассического варианта теории с симметризованными параметрами орбиты.

Коэффициенты  $b_2(\theta_p), b_4(\theta_p)$  "угловой корреляции квантов для случая возбуждения  $|2+\rangle$  уровня  $Ni^{60}$   
 $E_{1+} = 1,838$  Мэв ионами  $0^{16}_N$   $E = 86$  Мэв

$\Theta_p$	$Q_{21} = Q_{\text{рас}}$			$Q_{21} = 0$		
	$b_2^{(нк)}$	$b_2^{(км)}$	$b_4^{(нк)}$	$b_2^{(нк)}$	$b_2^{(км)}$	$b_4^{(нк)}$
175	-0,2882	-0,2882	0,2863	0,2363	-0,2382	-0,2382
165	-0,2820	-0,2820	0,2160	0,2162	-0,2317	-0,2318
155	-0,2199	-0,2202	0,1792	0,1802	-0,2192	-0,2196
145	-0,2081	-0,2088	0,1832	0,1852	-0,2019	-0,2026
135	-0,1827	-0,1838	0,0855	0,0882	-0,1812	-0,1823
125	-0,1601	-0,1616	0,0480	0,0460	-0,1545	-0,1601
115	-0,1365	-0,1386	0,0099	0,0130	-0,1352	-0,1373
105	-0,1126	-0,1160	-0,0177	-0,0051	-0,1133	-0,1150
95	-0,0916	-0,0948	-0,0232	-0,0208	-0,0916	-0,0946

Здесь индексом (нк) отмечены полукассические результаты, а (км) - результаты квантовомеханические.

Коэффициенты  $b_{\pm}(\theta_p)$ ,  $b_{\mu}(\theta_p)$  угловой корреляции квантов для случая  $|2+\rangle$ -уровня  $Ne^{+2}$  ионами  $O^{+6}$  с энергией  $E = 18,5$  МэВ

$\Theta_p$	$Q_{1,1} = Q_{2,0,t}$	$Q_{2,2} = 0$
$c_{KA1}$	$b_1^{(KA1)} : b_2^{(KA1)} : b_3^{(KA1)} : b_4^{(KA1)}$	$b_1^{(KA1)} : b_2^{(KA1)} : b_3^{(KA1)} : b_4^{(KA1)}$
$c_{KA2}$	$b_1^{(KA2)} : b_2^{(KA2)} : b_3^{(KA2)} : b_4^{(KA2)}$	$b_1^{(KA2)} : b_2^{(KA2)} : b_3^{(KA2)} : b_4^{(KA2)}$
175	-0,2382 -0,2382 0,2139 0,2151 -0,2311 -0,2315 0,2132 0,2148	
165	-0,2313 -0,2317 0,2139 0,2151 -0,2311 -0,2315 0,2132 0,2148	
155	-0,2185 -0,2194 0,1749 0,1777 -0,2180 -0,2189 0,1780 0,1758	
145	-0,2011 -0,2029 0,1276 0,1322 -0,2002 0,2019 0,1242 0,1287	
135	-0,1809 -0,1887 0,0806 0,0868 -0,1795 -0,1822 0,0758 0,0817	
125	-0,1598 -0,1632 0,0406 0,0476 -0,1577 -0,1614 0,0351 0,0416	
115	-0,1377 -0,1427 0,0112 0,0112 -0,1427 0,0112 0,1242 0,1287	
105	-0,1172 -0,1253 -0,0070 -0,0070 -0,1253 0,0070 0,1242 0,1287	
95	-0,0987 -0,1058 -0,0155 -0,0155 -0,1058 0,0155 0,1242 0,1287	

Результаты квантового расчета подтверждают высокую точность полу-  
классического варианта теории кулоновского возбуждения, который обычно  
пользуется в анализе экспериментальных данных. Существенно, однако, в  
получившемся варианте проводить симетризацию параметров  $\{j_k\}$ , а не  
однородных интегралов.

Литература к лекции III.

1. L. C. Biedenharn; Y. L. Mc Hale, R. M. Thaler,

Phys. Rev. 100 (1955) 376.

L. C. Biedenharn, M. Goldstein, Y. L. Mc Hale,  
R. M. Thaler, Phys. Rev 101 (1956) 662.

L. C. Biedenharn, R. M. Thaler

Phys. Rev. 104 (1956) 1643.

2. K. Alder, H. K. A. Pauli, Nucl. Phys. A128 (1969) 193

3. U. Smilansky, Nucl. Phys. A112 (1968) 185.

## ЛЕКЦИЯ IV

### НЕКОТОРЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ ПО КУЛОНОВСКОМУ ВОЗБУЖДЕНИЮ ЯДЕР

#### § I. Введение.

Кулоновское возбуждение ядер как метод исследования структуры ядра используется уже второе десятилетие. К настоящему моменту накоплена весьма большая по объему числовая информация, главным образом о вероятностях  $E2$ -переходов в ядрах. Здесь нет возможности привести все эти данные, поэтому ограничимся лишь схематичными графиками и небольшими таблицами для иллюстрации порядков величин и экспериментальной точности их определения. Большой интерес представляет новое развивающееся направление — исследование многократного процесса кулоновского возбуждения ядер, в результате которого возможно найти весьма важную для теоретического анализа структуры ядра величину статического квадрупольного момента ядра в возбужденных состояниях.

Итак, все данные эксперимента разделим на группы:

I. Приведенные вероятности  $B(E2)$  для переходов из основного состояния ядра на первый возбужденный уровень. Таких данных весьма много, в частности интерес представляют вероятности  $B(E2; 0 \rightarrow 2)$  для четных ядер. Эти величины получены в условиях, когда осуществляется однократный процесс кулоновского возбуждения ( $Z_i = 1, 2, 6$ , и малые энергии ионов). Данные для четных ядер, где в большинстве ядер первым возбужденным состоянием является  $|2+\rangle$ , весьма отчетливо свидетельствуют о коллективной природе этих  $|2+\rangle$  состояний.

В качестве характеристики коллективности перехода обычно используют фактор усиления  $F_{2+}$ , определенный как отношение экспериментальной величины  $B(E2; 0 \rightarrow 2)$  к некоторой единице, называемой одночастичной оценкой  $B_{sp}(E2)$ :

$$B_{sp}(E2; 0 \rightarrow 2) = e^{\frac{1.5}{4\pi}} \left[ \frac{3}{5} \right]^2 R_0^4 = 3 \cdot 10^{-5} A^{4/3} e^{\frac{1}{2} \cdot \delta_{\text{арн}}^2} \quad (155)$$

$$\text{т.о. } F_{2+} = \frac{B(E2; 0 \rightarrow 2)^{\text{exp}}}{B(E2; 0 \rightarrow 2)^{\text{sp}}} \quad (156)$$

Литература по  $B(E2; 0 \rightarrow 2)^{\text{exp}}$  настолько обширна, что здесь мы ее не приводим, на рис. 2I, 2I' даны лишь сводные графики поведения фактора усиления  $F_{2+}$  для переходов  $0 \rightarrow 2$  во всем интервале атомного веса  $A$ .

Обычная точность определения  $B(E2; 0 \rightarrow 2)$  порядка  $10 \pm 15\%$ .

2. Для описания структуры возбуждений четных ядер в настоящее время предложено много различных моделей. В этих моделях наблюдаемую величину  $B(E2; 0 \rightarrow 2)$  используют для определения одного из структурных параметров модели-деформации ядра  $\beta$ . Если поверхность ядра описывается параметрами деформации  $d_{2,\mu}$ :

$$R(\varphi) = R_0 \left\{ 1 + d_0 + \sum_{\mu} d_{2,\mu} Y_{2,\mu}(\varphi) \right\} \quad (157)$$

то

$$\beta^2 = \sum_{\mu} |d_{2,\mu}|^2$$

Многие разновидности коллективных моделей ядра исходят из представления о вращении статически деформированного ядра или о поверхностных квадрупольных колебаниях ядра. Простейшими моделями такого рода являются модель аксиально деформированного ядра (ротационная) и модель гармонического квадрупольного вибратора. В этих моделях для вероятности  $B(E2; 0 \rightarrow 2)$  имеем одну и ту же по структуре формулу

$$B(E2; 0 \rightarrow 2) = \frac{9}{16\pi^2} \cdot Z^2 e^2 R_0^4 \beta^2 \quad (158)$$

Хотя физический смысл  $\beta^2$  в моделях различный.

Замечательно, что многие другие варианты коллективных моделей с более сложным коллективным гамильтонианом и более сложным спектром возбуждений, чем спектры этих простейших моделей, дают для  $B(E2; 0 \rightarrow 2)$  практически ту же формулу (158), поправленную на фактор, близкий к единице. Однако в спектре четных ядер имеются и другие  $|2+\rangle$  -состояния кроме первого возбужденного, обычно в порядке чередования они отмечаются как  $2^+ ; 2''^+ ; 2'''^+$  и т.д. Все эти состояния могут возбуждаться кулоновским полем частицы в акте однократного возбуждения из основного состояния ядра. Величины  $B(E2; 0 \rightarrow 2')$ ,  $B(E2; 0 \rightarrow 2'')$  и т.д. весьма существенны для выяснения пригодности какой-либо модели для описания спектра возбуждений ядра, поскольку многопараметрические коллективные модели позволяют весьма точно подогнать энергетическую схему бровней модели к наблюдаемой на опыте схеме уровней ядра.

Экспериментальные данные о  $B(E2; 0 \rightarrow 2')$ ,  
 $B(E2; 0 \rightarrow 2'')$ , совместно с измеряемыми конкурентными

отношениями радиационных переходов из  $2^+, 2''^+, 2'''^+$  и т.д. уровней на нижележащие позволяют определить абсолютные величины для вероятностей многих радиационных переходов в спектре состояний ядра, и результаты дают возможность проверить правильность модели. Данных о величинах  $B(E2; 0 \rightarrow 2')$  существенно меньше, чем для  $B(E2; 0 \rightarrow 2)$ , да и точность величин  $B(E2; 0 \rightarrow 2')$  порядка 30-40% в настоящее время. Однако количество этих данных непрерывно нарастает.

1.  $B(E2; 2' \rightarrow 0)$  для ядер с "вибрационным" типом спектра. См. /I/

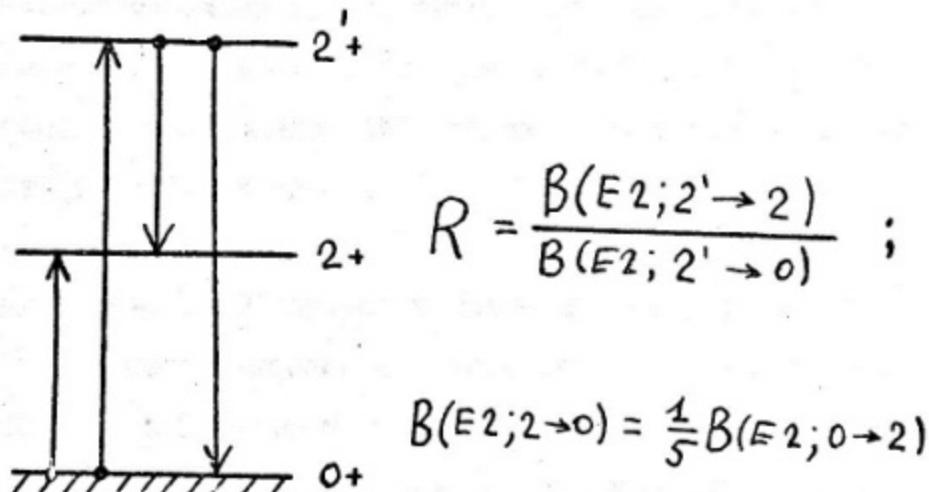


Таблица I

	$E_{2+}$	$R$	$B(E2; 0 \rightarrow 2) : B(E2; 2^+ \rightarrow 0)$	$B(E2; 2^+ \rightarrow 2)$	$B(E2; 2^+ \rightarrow 2)$
Ядро	KeV		$10^{-49} e^2 \text{cm}^4$	$10^{50} e^2 \text{cm}^4$	$10^{-49} e^2 \text{cm}^4 : B(E2; 2^+ \rightarrow 0)$
Ru <sup>I02</sup>	475	1105 1,5±0,3	7,33	$0,36 \pm 0,10$	$0,91 \pm 0,27$
Pd <sup>I06</sup>	513	1120 2,1±0,3	6,46	$0,29 \pm 0,10$	$1,80 \pm 0,50$
Ru <sup>I00</sup>	540	1357 2,4±0,7	5,72	$0,30 \pm 0,09$	$0,94 \pm 0,27$
Cd <sup>II10</sup>	656	1466 1,5±0,3	5,04	$0,45 \pm 0,14$	$1,30 \pm 0,41$
Cd <sup>II12</sup>	610	1295 3,5±0,8	5,42	$0,21 \pm 0,08$	$1,6 \pm 0,6$
Cd <sup>II14</sup>	555	1200 3,6±0,8	5,84	$0,18 \pm 0,06$	$1,4 \pm 0,5$
Cd <sup>II14</sup>	555	1363 1,1±0,2	5,84	$0,16 \pm 0,04$	$0,24 \pm 0,06$
Te <sup>I22</sup>	564	1256 5,0±0,8	6,45	$0,39 \pm 0,17$	$8,5 \pm 1,6$
					$2,7 \pm 1,2$

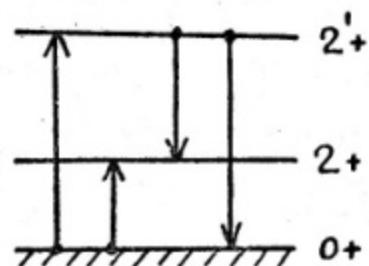
Точность определения  $B(E2; 0 \rightarrow 2) \simeq 10 \pm 15\%$

п.  $B(E2; 0 \rightarrow 2'_Y)$  для ядер с ротационным типом спектра (см. /2/)

Таблица 2

Ядро	$E_{2+}$	$E_{2'_Y}$	$B(E2; 0 \rightarrow 2)$	$B(E2; 0 \rightarrow 2')$		$F_{2+}$	$F_{2'_Y}$	$\frac{B(E2; 2'_Y \rightarrow 0)}{B(E2; 2_Y \rightarrow 2)}$	
				$F$	$F'_{2+}$			$I_{10-48} e^2 c_m^4$	$I_{10-48} e^2 c_m^4$
$Nd^{150}$	181	1,07	$2,65 \pm 0,10$	148	$0,068 \pm 0,012$	2,9	0,58	$\pm 0,18$	
$Sm^{152}$	122	1,09	$8,86 \pm 0,15$	210	$0,068 \pm 0,012$	2,8	0,48	$\pm 0,14$	
$Sm^{154}$	82	1,44	$4,50 \pm 0,17$	240	$0,066 \pm 0,015$	2,7	0,65	$\pm 0,20$	
$Gd^{154}$	123	1,00	$8,48 \pm 0,80$	183	$0,13 \pm 0,05$	5,3	0,47	$\pm 0,18$	
$Gd^{156}$	140	1,15	$4,47 \pm 0,21$	232	$0,06 \pm 0,02$	2,8	0,59	$\pm 0,18$	
$Gd^{160}$	76	1,02	$5,70 \pm 0,21$	289	$0,098 \pm 0,015$	8,6	0,86	$\pm 0,10$	
$Dy^{160}$	87	0,97	$4,46 \pm 0,30$	226	$0,069 \pm 0,020$	2,7	0,52	$\pm 0,21$	
$Dy^{162}$	81	0,89	$5,05 \pm 0,25$	250	$0,094 \pm 0,018$	3,6	0,48	$\pm 0,10$	
$Dy^{164}$	73	0,77	$5,64 \pm 0,25$	272	$0,18 \pm 0,02$	4,9	0,50	$\pm 0,11$	
$Eu^{164}$	91	0,86	$5,04 \pm 0,35$	245	$0,18 \pm 0,05$	6,7	0,64	$\pm 0,25$	
$Eu^{166}$	80	0,79	$5,87 \pm 0,24$	275	$0,21 \pm 0,04$	7,7	0,52	$\pm 0,11$	
$Eu^{168}$	80	0,82	$5,80 \pm 0,19$	271	$0,17 \pm 0,03$	6,2	0,45	$\pm 0,11$	
$Eu^{170}$	79	0,93	$5,51 \pm 0,14$	254	$0,10 \pm 0,02$	3,6	0,58	$\pm 0,15$	
$Yb^{176}$	82	1,27	$5,57 \pm 0,16$	254	$0,060 \pm 0,015$	2,0	0,68	$\pm 0,20$	

III. Ядра переходной группы  $W^{184} + Pt^{196}$  (см. /3/ )



$$R = \frac{B(E2; 2' \rightarrow 2)}{B(E2; 2 \rightarrow 0)}$$

Таблица 3.

Ядро	$E_{2+}$	$E_{2'+}$	$B(E2; 0 \rightarrow 2)$	$F_{2+}$	$B(E2; 0 \rightarrow 2')$	$F_{2'+}$	$R$
	KeV	KeV	$10^{-48} e^2 \text{ см}^4$	10	$10^{-49} e^2 \text{ см}^4$	10	
$W^{184}$	III	891	$4,45 \pm 0,45$	143	$1,7 \pm 0,5$	5,5	$1,0 \pm 0,2$
$W^{186}$	I22,5	730	$3,56 \pm 0,37$	II3	$1,7 \pm 0,3$	5,5	$1,0 \pm 0,2$
$Os^{188}$	I55	633	$2,84 \pm 0,31$	89	$2,0 \pm 0,6$	6,3	$0,67 \pm 0,10$
$Os^{190}$	I87	557	$2,53 \pm 0,25$	79	$1,8 \pm 0,4$	5,5	$0,80 \pm 0,5$
$Os^{192}$	206	489	$2,04 \pm 0,21$	62	$2,1 \pm 0,4$	6,4	$0,67 \pm 0,17$
$Pt^{194}$	330	622	$1,94 \pm 0,20$	58	$(8,7 \pm 0,2) 10^{-2}$	0,25	$0,30 \pm 0,5$
$Pt^{196}$	358	688	$1,27 \pm 0,13$	37	$< 1.3 \cdot 10^{-2}$	$< 4,10^{-2} > 2500$	

Приведенные в таблицах I, 2, 3 отнюдь не полные данные иллюстрируют поведение  $B(E2; I \rightarrow I')$  вероятностей в различных областях A. Обсуждение этих результатов опыта в рамках текущих моделей ядер не входит в задачу лекций.

§ 2. Наблюдение реориентационного эффекта и определение статических квадрупольных моментов  
 $|2+\rangle$  состояний четных ядер

При использовании тяжелых ионов ( $Z \gg 1$ ) с энергией  $E_i$ , близкой к кулоновскому барьери, процесс кулоновского возбуждения ядра уже не является однократным. Соответствующие вероятности возбуждения уровня  $|f\rangle$  - ядра  $P(i \rightarrow f; Z, E, \theta)$  при рассеянии иона ( $Z, A_i$ ) с энергией  $E_i$  на угол  $\theta$  содержат информацию о статических квадрупольных моментах ядра в возбуждаемых состояниях, в том числе и в состоянии  $|f\rangle$ , а также информацию о матричных элементах всех переходов ядра в многократном процессе возбуждения. Обычно о многократном процессе кулоновского возбуждения говорят как о наблюдении "реориентационного эффекта", в настоящее время основной целью подобных экспериментов является определение статического квадрупольного момента ядра. Наблюдение "реориентационного эффекта" проводится в опытах, которые можно условно разделить на два класса:

I. Измерение вероятности  $P(i \rightarrow f; Z, E, \theta)$  при фиксированной геометрии опыта, когда угол рассеяния  $\theta$  задан  $\theta = \theta_0$ , варьируемыми параметрами являются тип иона ( $Z, A_i$ ) и начальная энергия иона  $E_i$ :  $P(i \rightarrow f; \theta_0; Z, E_i)$  - как функция  $Z, A_i, E_i$ .

II. Измерение углового распределения неупруго-рассеянных ионов ( $Z, A_i$ ), когда энергия  $E_i$  и тип иона ( $Z^{\circ}, A_i^{\circ}$ ) фиксированы, но варьируется угол рассеяния  $\theta$ :  $P(i \rightarrow f; Z^{\circ}, A_i^{\circ}; \theta)$  - как функция  $\theta$ .

Разумеется полным экспериментом является наблюдение  $P(i \rightarrow f; Z, A_i, E, \theta)$  при варьировании всех параметров процес-

са:  $Z$ ,  $A$ ,  $E$ , и  $\theta$ .

Далее кратко рассмотрим типичный эксперимент по реориентационному эффекту и схему обработки полученных результатов. К настоящему моменту времени проведено несколько опытов такого рода с целью определения квадрупольного момента первого  $|2+\rangle$  состояния четных ядер. Результаты этих экспериментов приведены ниже в таблице 4.

Проследим за типичной схемой обработки данных на примере наиболее полного эксперимента на  $Ni^{60}$  (см. /4/). Схема уровней  $Ni^{60}$  приведена на рис. 22.

В работе /4/ в качестве возбуждающих частиц использовались ионы  $O^{16}$  с энергиями  $E$ , от 28 Мэв до 38 Мэв и ионы  $S^{32}$  с энергиями от 65 Мэв до 70 Мэв. Вероятность возбуждения первого  $|2+\rangle$  состояния  $Ni^{60}$  наблюдалась под различными углами рассеяния  $\theta$ : при вариации энергии ионов  $O^{16}$  ( $\theta = 40^\circ + 140^\circ$ ) и  $S^{32}$  ( $\theta = 30^\circ + 100^\circ$ ). Таким образом этот эксперимент является наиболее полным:  $P_{o_2} = P(O \rightarrow 2+; Z, E, \theta)$ .

При обработке данных для  $P_{o_2}$  используется полуклассический вариант теории кулоновского возбуждения с симметризацией параметров орбиты для всех промежуточных стадий многократного процесса возбуждения. Поскольку условия применения теории возмущений при этих параметрах ионов не выполняются, производится численное интегрирование уравнений (31) для амплитуд  $b_n(t)$ , но цепочка уравнений искусственно обрывается путем выделения только небольшой группы состояний, эти состояния указаны на рис. 22 справа:  $|0+\rangle$ ,  $|2+\rangle$ ,  $|2^+\rangle$ ,  $|2^+\rangle$ ; вкладом всех других состояний  $Ni^{60}$  пренебрегается. Замкнутая на этих состояниях цепочка уравнений содержит в качестве параметров матричные элементы всех  $E2$ -переходов между этими состояниями,

вкладом других мультиполей ( $E4$  и т.д.) пренебрегается.

Приведенные матричные элементы  $E2$  мультиполя далее обозначаем через  $M_{rs}$ :

$$M_{rs} = - \langle I_s || E2 || I_r \rangle ;$$

$$M_{rs} = (-)^{I_r - I_s} \cdot M_{sr} ;$$

$$| M_{rs} |^2 = (2I_s + 1) \cdot B(E2; I_s \rightarrow I_r) ;$$

$$\begin{pmatrix} I_r & 2 & I_r \\ -I_r & 0 & I_r \end{pmatrix} \cdot M_{rr} = -\sqrt{\frac{5}{16\pi}} Q_r ;$$

$Q_r$  - статический квадрупольный момент ядра в состоянии  $| I_r \rangle$ ; для  $| 2+ \rangle$  состояний:

$$Q_2 = -\frac{4}{5}\sqrt{\frac{2\pi}{7}} M_{22} = -0,758 \cdot M_{22} (\text{e.дифн}) ;$$

$$B(E2; 0 \rightarrow 2) = | M_{12} |^2 (e^2 \cdot \text{дифн}^2)$$

В модели жесткого аксиально симметричного ротора для полосы  $\varphi_{r,st}$  между элементами  $M_{22}$  и  $M_{12}$  имеется соотношение

$$M_{22} = -\sqrt{\frac{10}{7}} M_{12}$$

В независимых экспериментах для  $E2$ -переходов между выделенными уровнями  $Ni^{60}$  были определены вероятности  $B(E2; I_s \rightarrow I_r)$ , из которых могут быть получены матричные элементы с точностью до знака

$$M_{rs} = \pm \sqrt{(2I_s + 1) \cdot B(E2; I_s \rightarrow I_r)} .$$

В случае  $Ni^{60}$  экспериментальные данные таковы:

$$B(E2; 2^+ \rightarrow 0) \leq 0,00012 \text{ (e.Дарн)}^2;$$

$$B(E2; 2^+ \rightarrow 2) \leq 0,032 \text{ (e.Дарн)}^2;$$

$$\frac{B(E2; 2^+ \rightarrow 2)}{B(E2; 2^+ \rightarrow 0)} = 250 \pm 140;$$

$$\frac{B(E2; 2'' \rightarrow 2)}{B(E2; 2'' \rightarrow 0)} = 4_{-2}^{+3};$$

Время жизни  $|2''\rangle$  состояния  $Ni^{60}$  неизвестно, авторы приписывают для  $|2''\rangle$  состояния время жизни, опираясь на аналогию в спектрах  $Ni^{58}$  и  $Ni^{60}$ .

На основании этих экспериментальных данных в уравнениях для амплитуд используются следующие величины матричных элементов (е.Дарн).

Номер уровня $n$	Энергия состояния, Мэв	$ 1\Pi\rangle$	$M_{1n}$	$M_{2n}$	$M_{3n}$	$M_{4n}$
1	0,00	$ 0+\rangle$	0	$M_{21} \pm 0,0246$	$\pm 0,128$	
2	1,8325	$ 2+\rangle$	$M_{12}$	$M_{22} 0,398$	0,253	
3	2,158	$ 2''+\rangle$	$\pm 0,0246$	$0,398 0$	0	
4	3,123	$ 2''+\rangle$	$\pm 0,128$	$0,253 0$	0	

Входящие  $M_{2s}$  элементы для  $Ni^{60}$  оказываются малыми численно, поэтому ряд теорий возмущений может быть в этом случае неплохим приближением. Авторы используют далее разложение вероятности  $P(0 \rightarrow 2)$  до второго порядка теории возмущений

$$P(o \rightarrow 2) = \alpha |M_{12}|^2 + \beta |M_{12}|^2 M_{22} + c M_{12} M_{32} + d M_{12} M_{14} M_{42}$$

где  $\alpha, \beta, c, d$  - коэффициенты определяются орбитальными интегралами.

Величины  $M_{12}$  и  $M_{22}$  рассматриваются как подгоночные параметры, результаты этой подгонки даны ниже в таблице и на рис. 23, 24  $B(E, 2; o \rightarrow 2+)$  и  $Q_2$  величины из подгонки по методу наименьших квадратов даны ниже в таблице:

Выбор знака ( $M_{12}, M_{13}, M_{32}$ )	Выбор знака ( $M_{12}, M_{14}, M_{42}$ )	$B(E, 2; o \rightarrow 2)$ (e-барн) <sup>2</sup>	$Q_2$ (e-барн.)
-	-	$0,0915 \pm 0,0020$	$-0,053 \pm 0,079$
-	+	$0,0914 \pm 0,0020$	$+0,010 \pm 0,079$
+	-	$0,0915 \pm 0,0020$	$-0,015 \pm 0,079$
+	+	$0,0913 \pm 0,0020$	$+0,049 \pm 0,079$
Среднее		$B(E, 2) = 0,0914 \pm 0,0020$	$Q_2 = 0,00 \pm 0,13$

Описанная здесь ситуация, возникающая при обработке данных реориентационного эффекта, является типичной. Соответственно в таблице данных о квадрупольных моментах  $|2+\rangle$  - состояний четных ядер, исследованных в настоящее время, приводится интервал значений  $Q_2$  - момента, в который попадает значение  $Q_2$  при вариации знаков матричных элементов  $M_{rs}$ .

Квадрупольные моменты первых  $|2+\rangle$  состояний четных ядер, определенные по реориентационному эффекту:

Ядро	$E_{2+}$ кев	$B(E2; 0 \rightarrow 2)$ ( $e\cdot$ барн) $^2$	$Q_2$ (2+) $e\cdot$ барн.	Ион	Энергия иона Мэв	[ ]
$Ne^{20}$	I634		-0,21±0,06	$\beta^{32}$	41,9	5
$Ne^{22}$	I275		-0,27±0,06	$\beta^{32}$	41,9	5
$Ne^{60}$	I333	$0,0915 \pm 0,0020$	$0,00 \pm 0,013$	$0^{16}$ $\beta^{32}$	$28 \pm 38$ $65 \pm 70$	4
$Cd^{II4}$	558	$0,55 \pm 0,005$	$(-0,85 \pm -0,59) \pm 0,05$	$He^4$ $C^{12}$ $O^{16}$ $He^4$ $O^{16}$	$9,78 \pm II,30$ $30,04 \pm 24,86$ $46,03 \pm 33,0$ $8,05 \pm 9,70$ $33 \pm 40$	6
	"	$0,51 \pm 0,02$	$-0,70 \pm 0,21$			7
	"		$-0,64 \pm 0,19$	$O^{16}$	25	8
	"		$(0,566 \pm 0,572) \pm (-0,67 \pm -0,42) \pm 0,018$	$O^{16}$	42	9
	"	$0,48$	$-0,49 \pm 0,29$	$O^{16}$ $\beta^{32}$	$I9 \pm 27$ $4I \pm 54$	I0
$Cd^{II6}$	517	$0,62 \pm 0,008$	$(-1,055 \pm -0,81) \pm 0,11$	$He^4$ $C^{12}$ $O^{16}$	$9,78 \pm II,30$ $30,04 \pm 24,86$ $46,03 \pm 33,0$	6
$Ba^{I80}$	357	I,36	$-1,10 \pm 0,37$	$O^{16}$ $\beta^{32}$	$I9 \pm 27$ $4I \pm 54$	I0
$Sm^{I48}$	551	0,79	$-0,73 \pm 0,46$	$O^{16}$ $\beta^{32}$	$I9 \pm 27$ $4I \pm 54$	I0
$Sm^{I50}$	334	I,44	$-1,22 \pm 0,25$	$O^{16}$ $\beta^{32}$	$I9 \pm 27$ $4I \pm 54$	I0
$Te^{I26}$	667	$0,487 \pm 0,005$	$-0,40 \pm 0,07$	$He^4$ $O^{16}$	$8,9 \pm II,54$ $36 \pm 43$	II

Ядро	$E_{2+}$ kev	$B(E2; 0 \rightarrow 2)$ $(e\text{-барн})^2$	$Q_2(2+)$ e·барн.	Ион	Энергия иона Мэв	[ ]
$\text{Te}^{128}$	743	$0,391 \pm 0,005$	$-0,27 \pm 0,07$	$\text{He}^4$ $0^{16}$	$8,9 \pm 1,54$ $36 \pm 48$	II
$\text{Sn}^{116}$	I290	$0,186 \pm 0,020$	$+0,60 \pm 0,30$	-	-	I2
$\text{Sn}^{124}$	II30	$0,165 \pm 0,017$	$-0,46 \pm 0,25$	-	-	I2

Литература к лекции IV.

- I. P.H. Stelson, F.K. McGowan *Phys. Rev.* 121 (1961) 209.  
*Phys. Rev.* 110 (1958) 489.
2. Y. Yoshizawa, B. Elbek, B. Herskind, M.C. Olesen  
*Nucl. Phys.* 73 (1965) 273.
3. F.K. McGowan, P.H. Stelson. *Phys. Rev.* 122 (1961) 1274.
4. D. Cline, H.S. Gertmann, H.E. Grove, P.M.S. Lesser,  
J.J. Schwartz; *Nucl. Phys. A* 133 (1969) 445.
5. D. Schwalm, B. Povh. *Phys. Lett.* 29B (1969) 103.
6. J. de Boer, R.G. Stokstad, G.D. Symons,  
A. Winter, *Phys. Rev. Lett.* 14 (1965) 564.
7. R.G. Stokstad, I. Hall, G.D. Symons, J. de Boer,  
*Nucl. Phys. A* 92 (1967) 319.
8. G. Schilling, R.D. Scharenberg, T.W. Tippel,  
*Phys. Rev. Lett.* 19 (1967) 318.
9. J.E. Glenn, J.X. Saladin  
*Phys. Rev. Lett.* 19 (1967) 33.
10. J.J. Simpson,  
N.Y. Freeman, *Nucl. Phys.* A 92 (1967) 177.
- II. R.G. Stokstad, I. Hall, *Nucl. Phys. A* 99 (1967) 507.
12. A.M. Kleinfeld, J. de Boer, Renata Covellomoro  
*BAPS.* 12 (1967) 564.

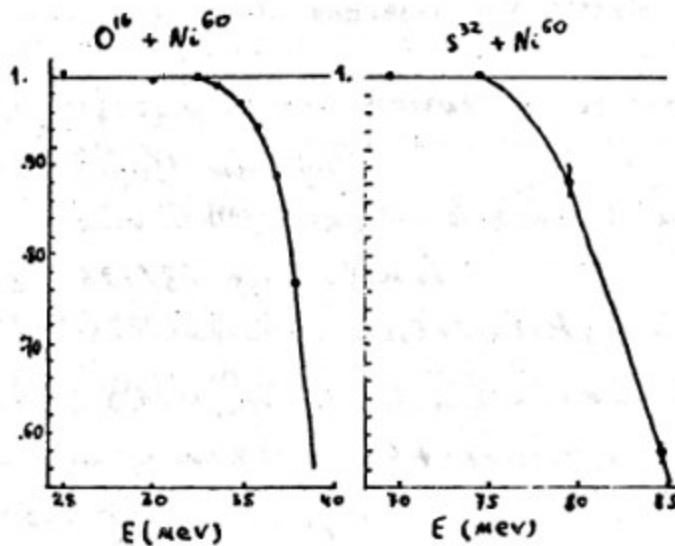


Рис. 51. Отношение экспериментального сечения к Резерфордову сечению для чирально рассеяния при  $\theta$  (лаб) = 175° к к фундаментальной экспериментальной густоты.

См. Nucl. Phys. A 133 (1979) 445, G. Cline и др.

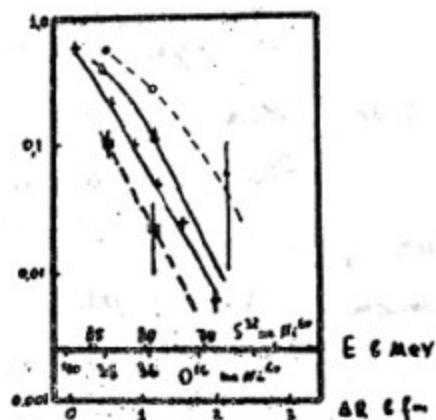


Рис. 51' Зависимость  $\left(1 - \frac{\sigma_{exp}}{\sigma_{Rutherford}}\right)$  от  $E$

↑ Чирально рассеяние  $O^{16}$  при  $\theta = 45^\circ$

▲ Чирально рассеяние  $S^{32}$  при  $\theta = 175^\circ$

† Чирально рассеяние  $O^{16}$  при  $\theta = 175^\circ$

♦ Чирально рассеяние  $O^{16}$  при  $\theta = 45^\circ$

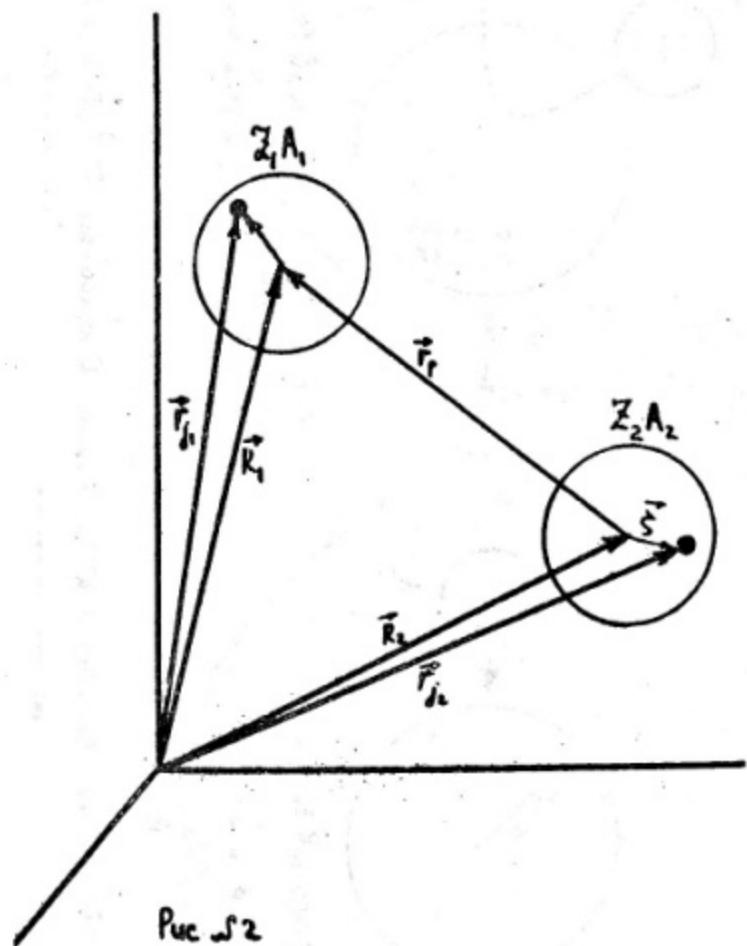


Рис. № 2

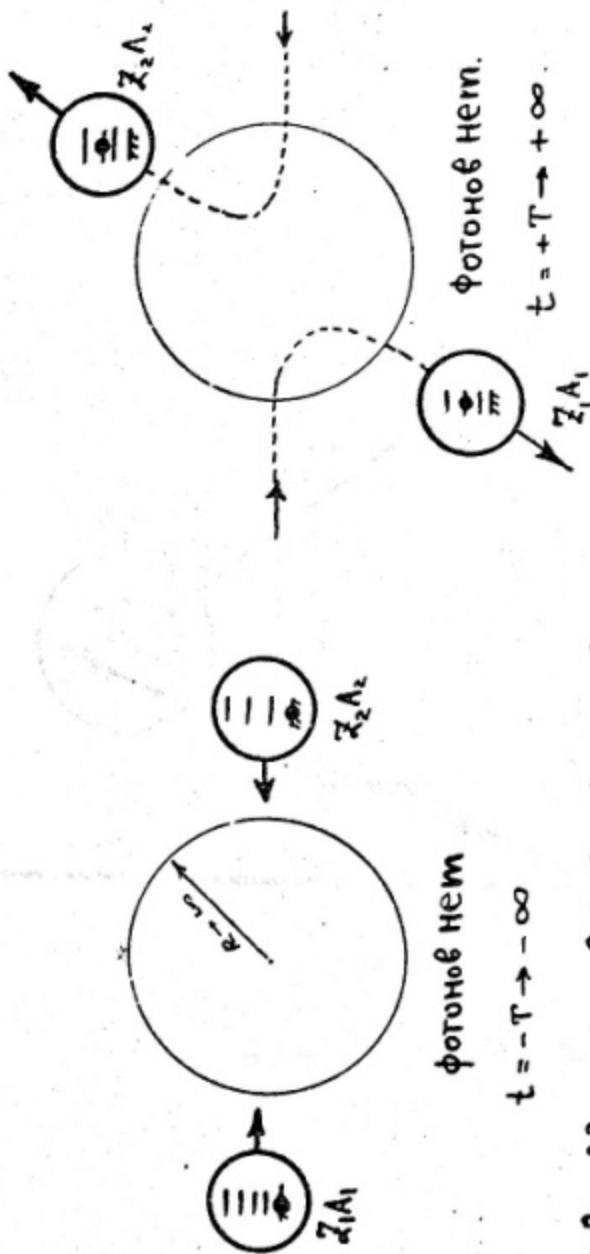


Рис № 3  $R \rightarrow \infty$  - сфера касательного

Асимптотическое состояние наименее связанных в кулоновском взаимодействии.

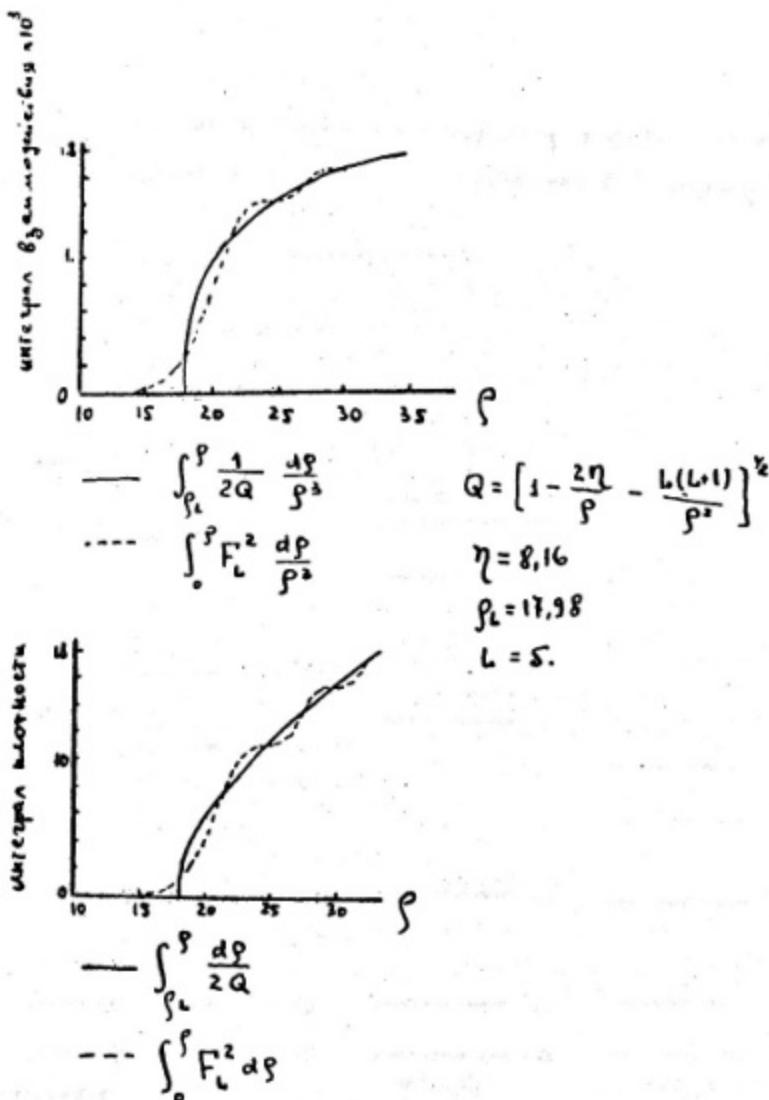


FIGURE 4. (Can. Phys. Rev. 100 (1955) 370; J.P. Lazarus, S. Sack).

Пример ядер с различными типами спектра  
возбуждений в окрестности основного состояния

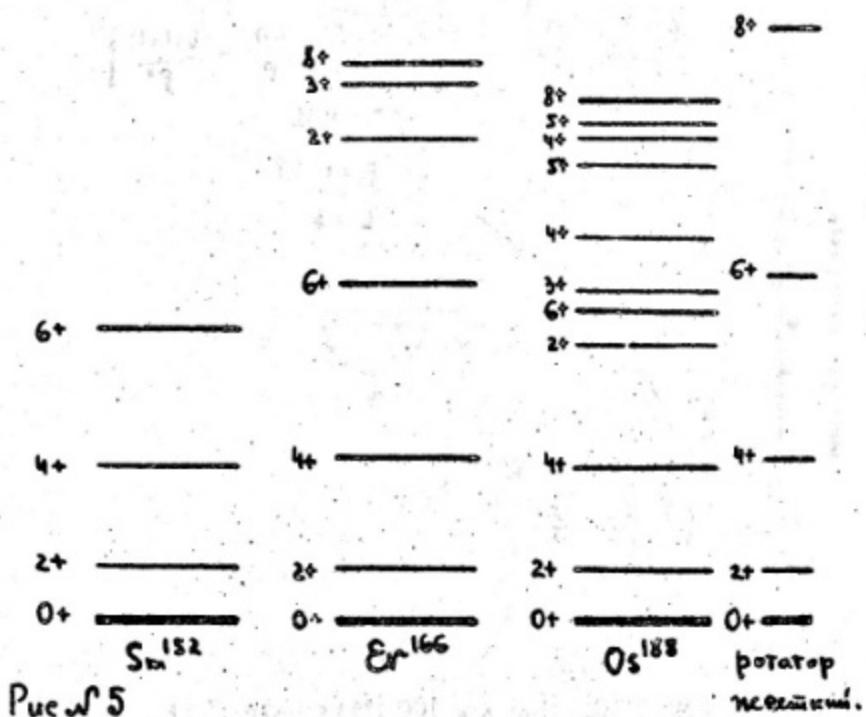
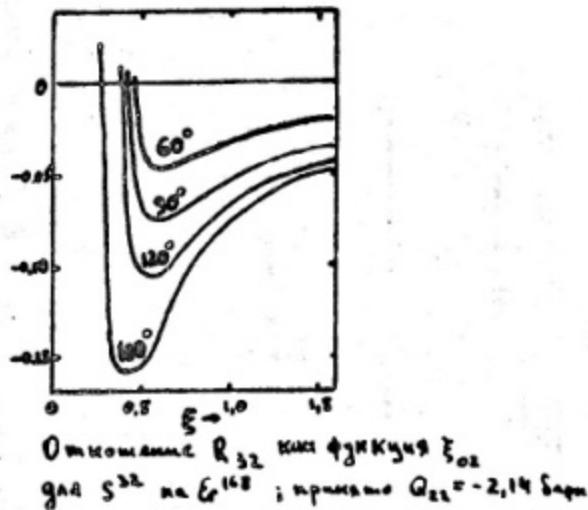


Рис. № 5



Онижение  $R_{32}$  как функция  $\xi_{02}$   
для  $S^{32}$  на  $E=168$ ; при этом  $Q_{22}=2,14$  бар

Рис. 6

[Can. Phys. Rev. 140B (1965) 1182;  
J.F. Masso; D.L. Liu.]

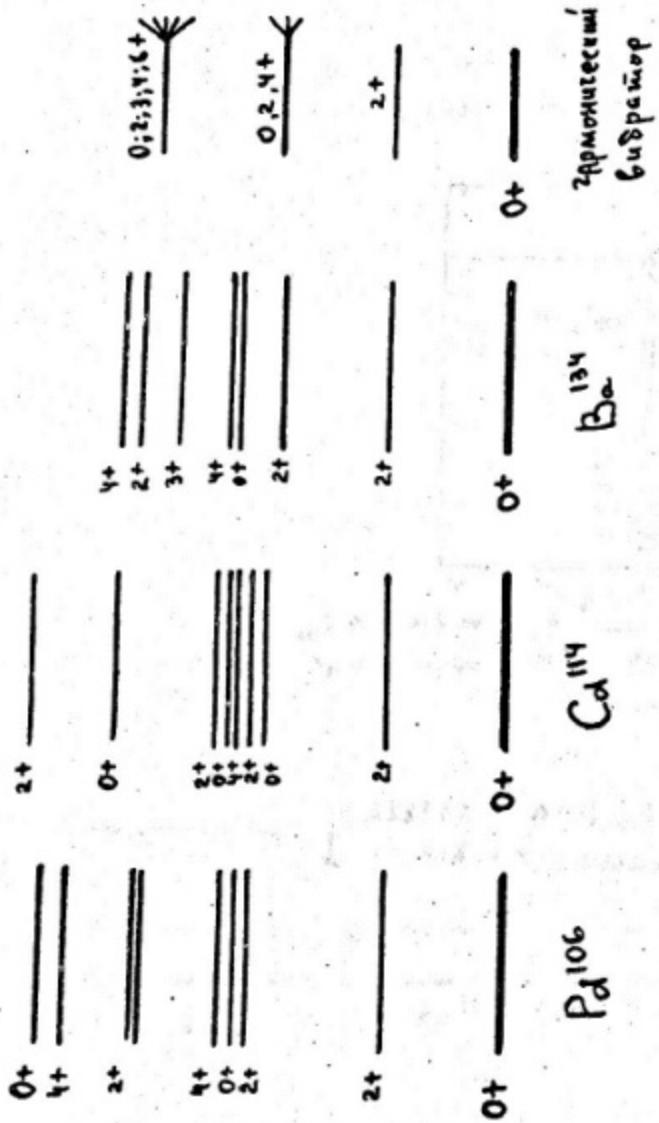
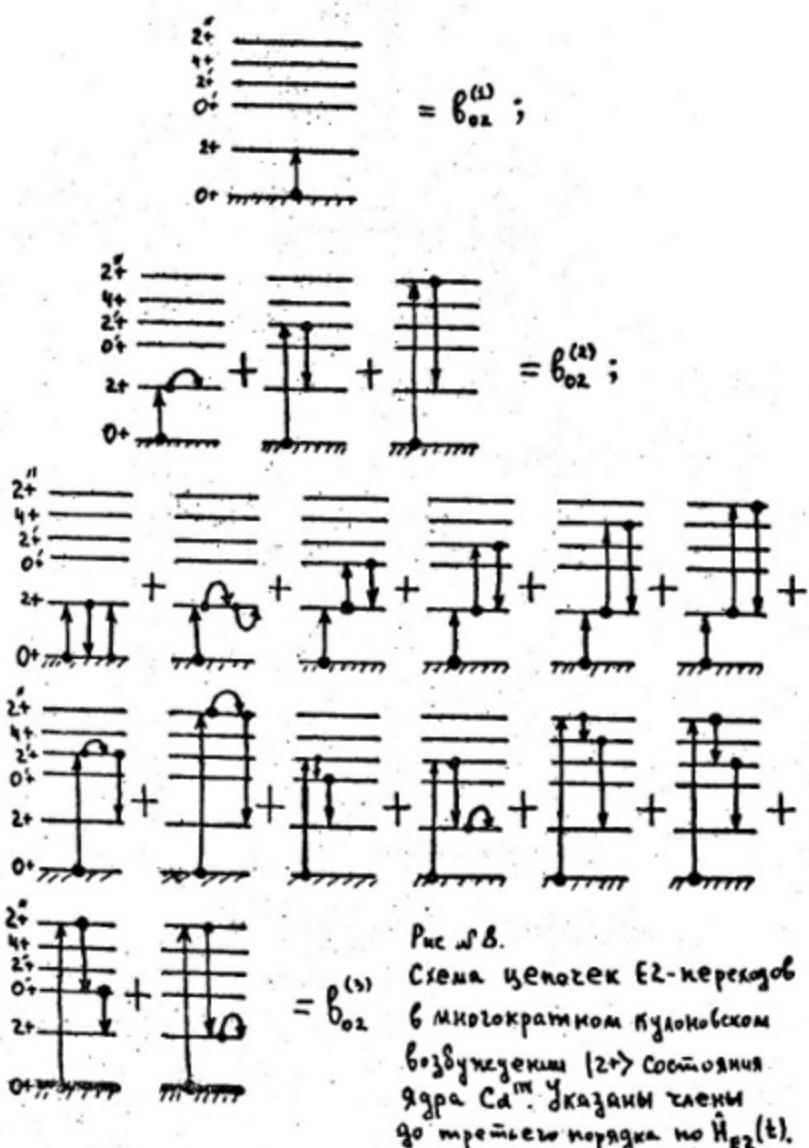
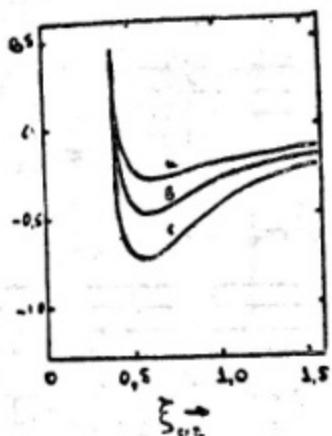


Рисунок. Термины ядер с "выбраунонами" минимума спектра возбуждения в окрестности основного состояния.

Чармонгески  
Сидрик





Описание  $R_{32}$  как функции  $\xi_{02}$   
для  $O^{16}$  на  $Ca^{44}$  при  $\theta = 180^\circ$

a  $\curvearrowleft Q_{22} = -1.0 \text{ барн}$

b  $\curvearrowleft Q_{22} = -0.6 \text{ барн}$

c  $\curvearrowleft Q_{22} = -0.4 \text{ барн}$ .

Рис № 9

(Can Phys Rev 140 B (1965) 1182)

J.F. Masso ; D.L. Lien.)

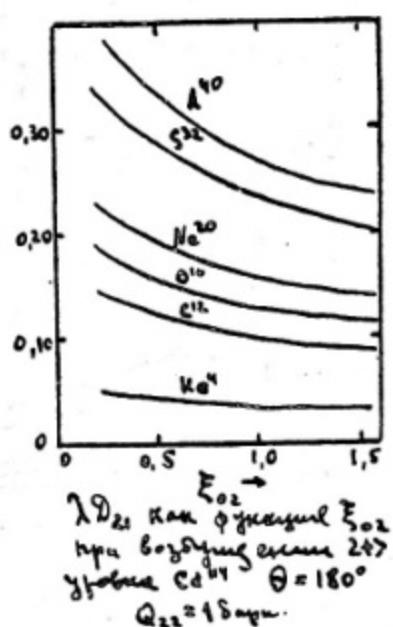
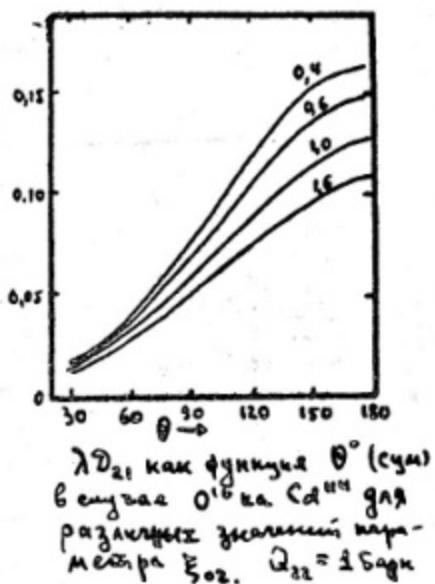


Рис. 10.  
См [1].

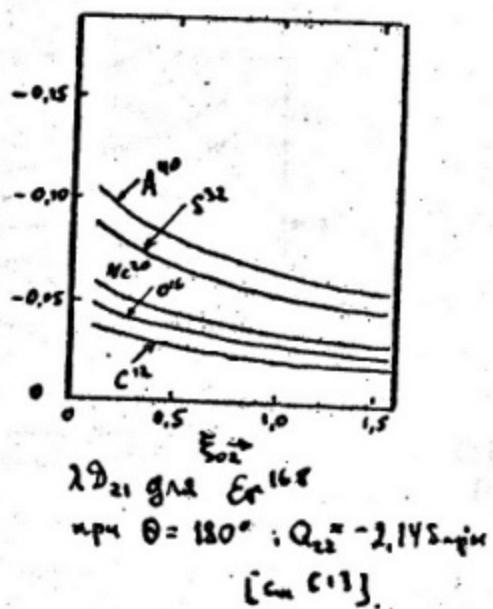
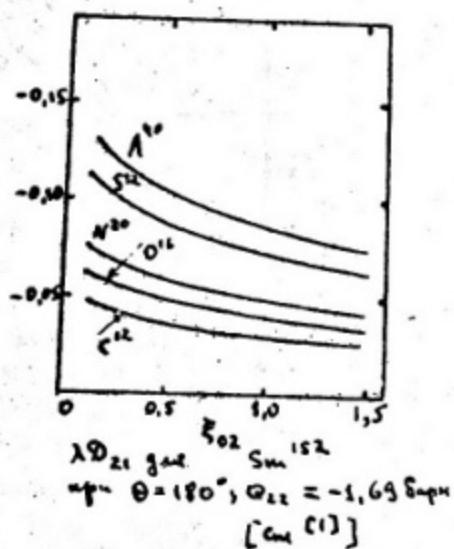
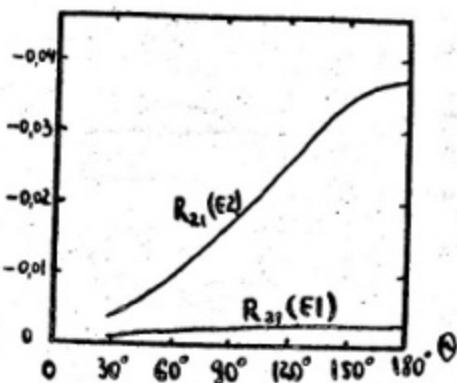
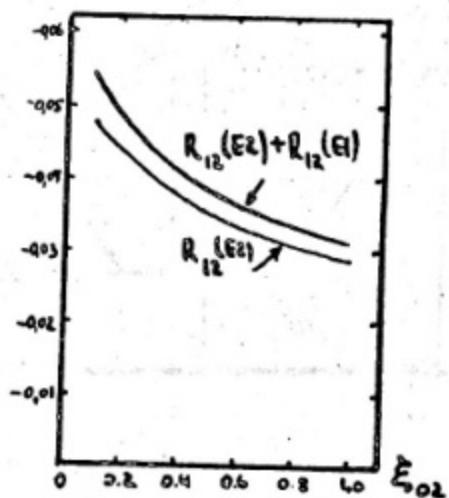


Рис. № 11.



11,3 Mev  $O^{16}$  ионы на  $Er^{168}$

$E_{2+} = 80$  kev ;  $Q_{21} = -2,14$  барн.



$O^{16}$  ионы на  $Er^{168}$  ;  $Q_{12} = -2,17$  барн.

Рис. 12 [см. фиг.].  $E_{2+} = 80$  кев ;  $\Theta = 180^\circ$ .

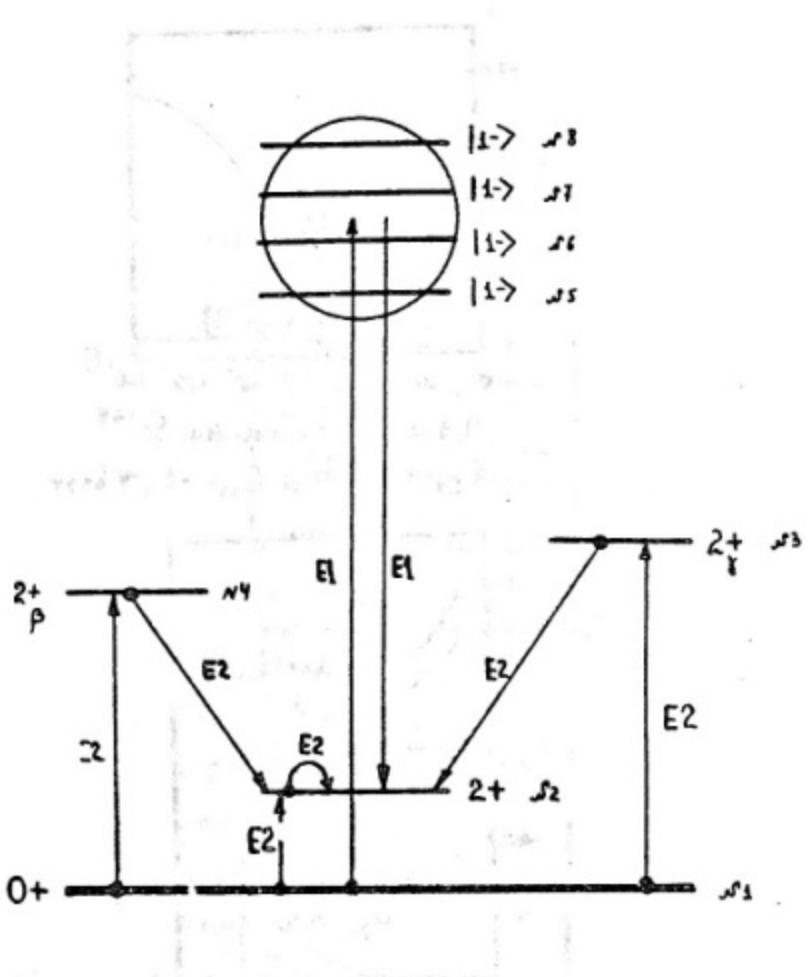
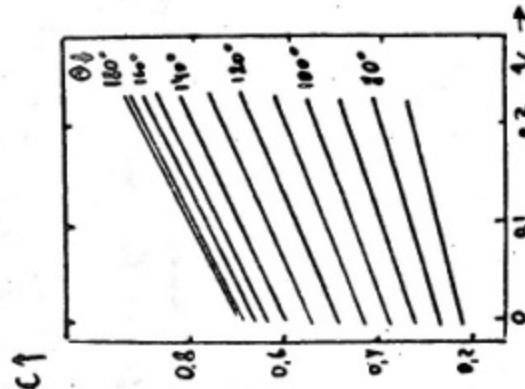
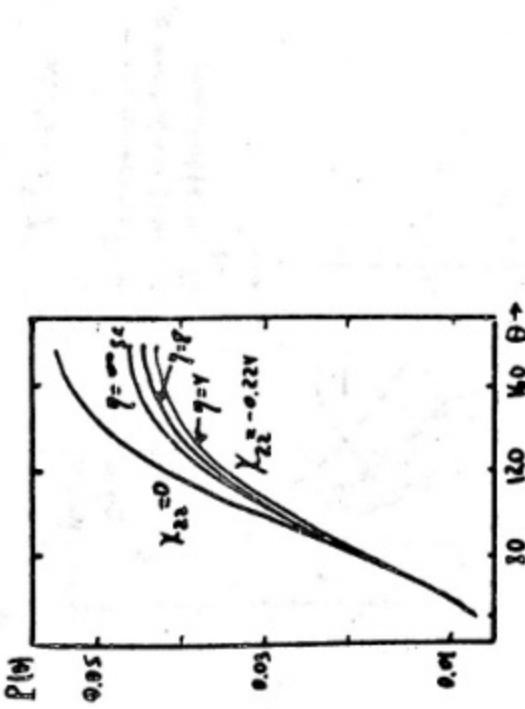


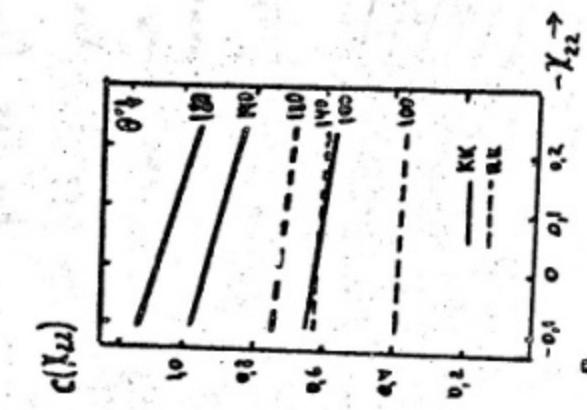
Рис №13. Іерархічна схема уривків для розрахунку  
реорієнційно-індукованого ефекту в вкладі  
 $E_1$  переходів через  $|1\rangle$ -составляючу  
зигзагоподібного резонанса.



Результаты получены в предположении  
что  $\chi_{02}$  фиксирована и  $\chi_{22}$  —  
 $\frac{1}{\sqrt{\chi_{02}}}$  — определяет  $\Theta$ .

$\chi_{02} = 0,5 ; \chi_{22} = -0,22Y ; \sum_{j=2} = 0,5$ .

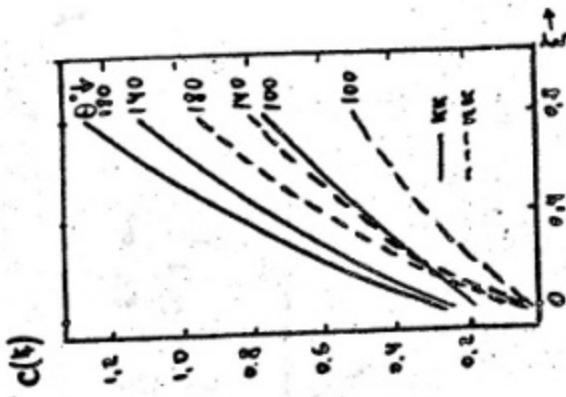
$P_{nc \text{ and } 15} (c_{nn} [2] p_{nc} \omega_3).$



Реориентация изоморфных координационных  
кластиков  $Q_{22}$ , при подаче  $\theta = 0^\circ$

$$\eta_1 = \xi; \quad \chi_{02} = 0,5; \quad \xi = 0,5.$$

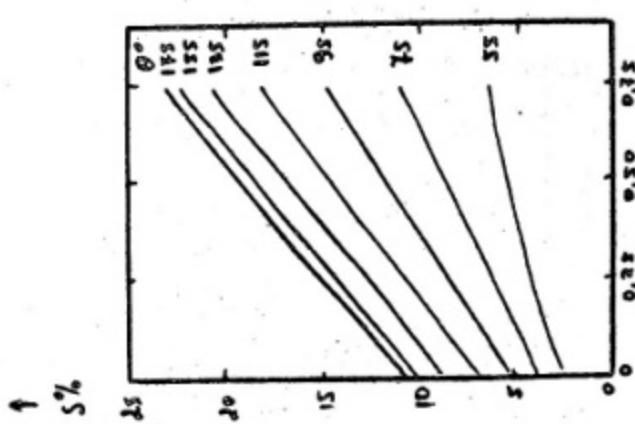
Рис. 14.  $[C_{\text{мл}}(z)]$  [послед.]



Реориентация изоморфных координационных  
кластиков  $\Sigma$ : (KK) при разных  $\theta$ :  
с края фрактуры  $Q_{22}$ . При подаче  $\theta = 0^\circ$   
сравнение с полуплоским и  
однородным (NN)

$$\eta_1 = \xi; \quad \chi_{02} = 0,5; \quad \chi_{22} = -0,22; \quad \xi = 0,5.$$

Рис. 16.  $(C_{\text{мл}}(z))$  [послед.]



$S(\theta; \xi)$  при фиксированном  $\chi_{02}$

$\xi_{02} = 0,6$   
 $\chi_{02} = 0,25$

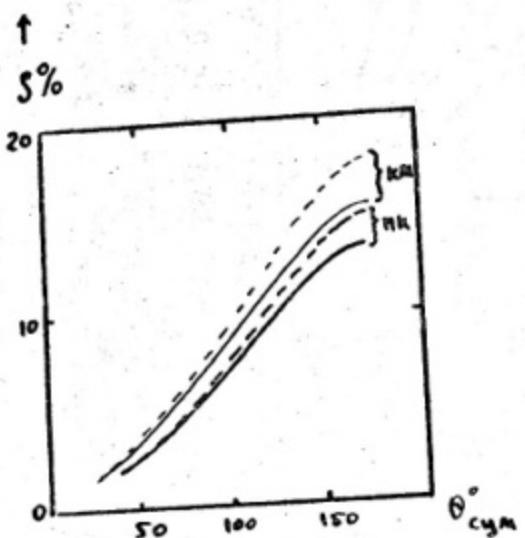
Рис. 18. [см. с. 17 для  $\kappa_2$ ].



$S(\theta; \xi)$  при  $\xi_{02}$   
 $\chi_{02} = 0,6$ ;  $\chi \equiv \chi_{02} = 0,5$   
 $\kappa \equiv \chi_{02} = 0,25$

а - логарифмический масштаб  
 о - линейный масштаб

Рис. 19. [см. с. 17 для  $\kappa_3$ ].



$-S^-(\theta) \rightarrow \text{----} \quad Q_{2z} = -Q_{20t}$

$+S^+(\theta) \rightarrow \text{---} \quad Q_{2z} = +Q_{20t}$

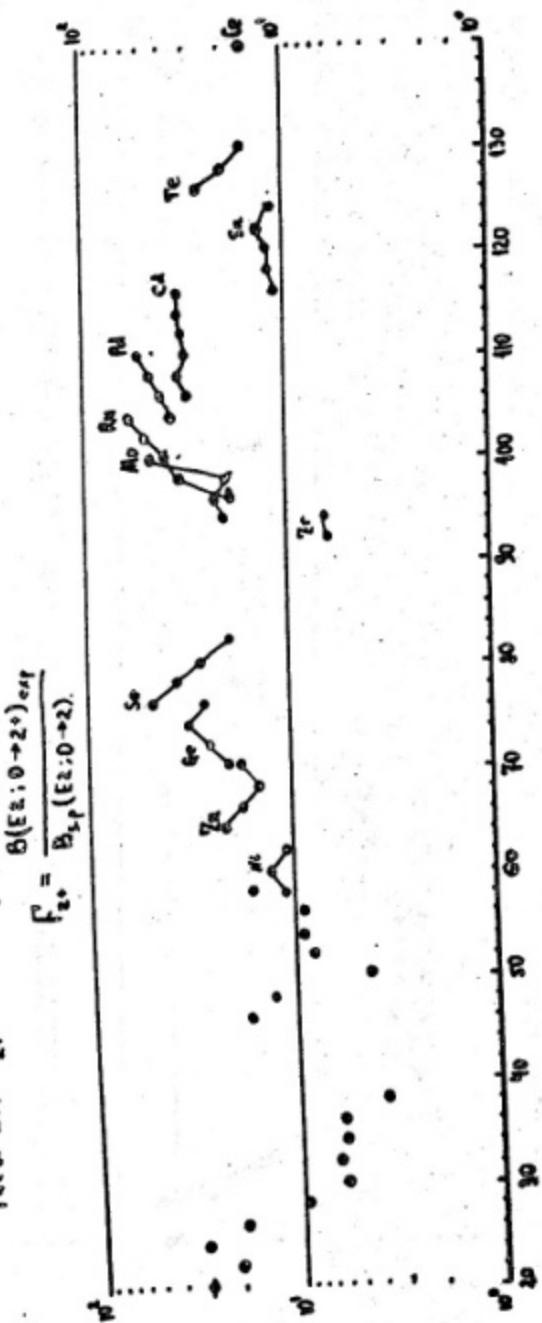
Физика таємність змін

взаємодії  $2+$  ядер  $Ne^{22}$

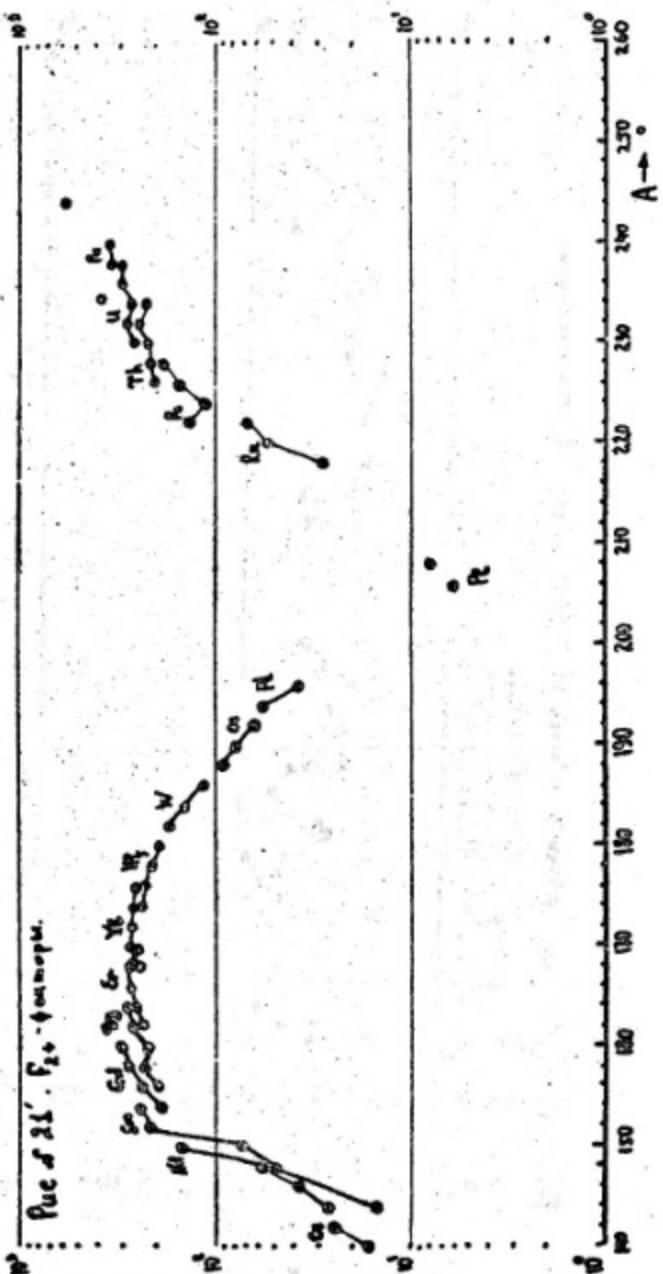
на ядро  $O^{16}$   $E = 18,5$  MeV.

Рис № 20. [см <sup>[3]</sup> рис № 4]

Рис. 21.  $F_{2+}$  — коэффициент усиления испускания  $E_2$   $|0+\rangle \rightarrow |2+\rangle$  в гелиевых ягекс.



$$F_{2+} = \frac{B(E_2; 0 \rightarrow 2^+)_\text{exp}}{B_{1f}(E_2; 0 \rightarrow 2)}$$



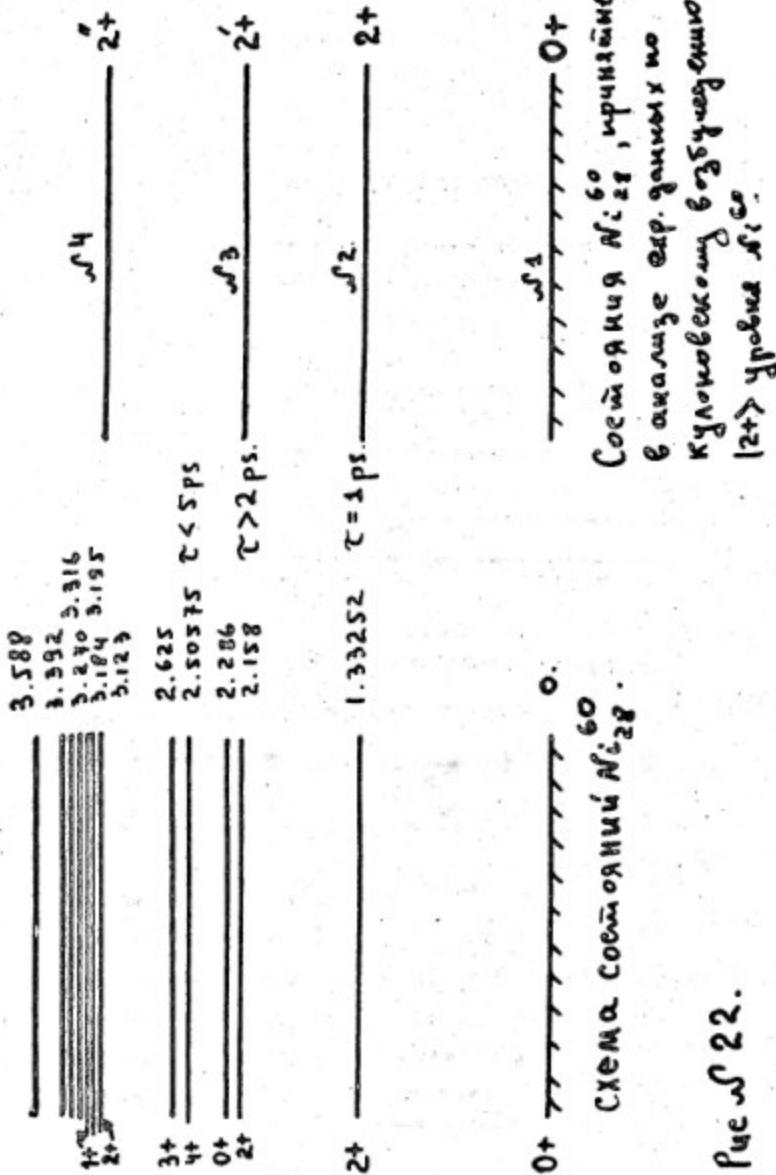
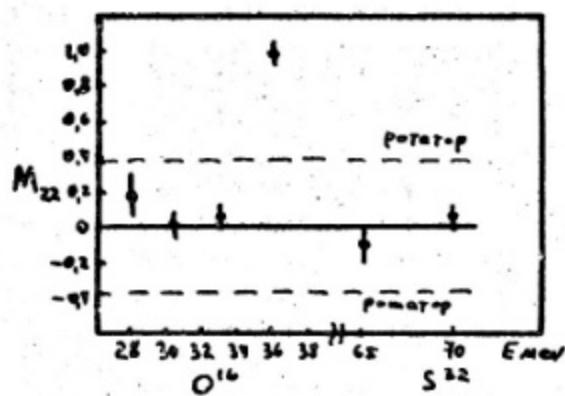


Схема схемы № 60, изданной  
в альбоме эксп. данных по  
кулоновскому методу  
 $|2+\rangle$  Чубрика и со.

Рис. № 22.



Наилучшая подстановка  $M_{22}$  элемента (e.Барн)  
при  $M_{12} = 0,303$  eБарн. Выброс при 36Мев  
обусловлен ядерным взаимодействием  
иона  $O^{16}$  и  $N^{60}$ .

Рис №23.

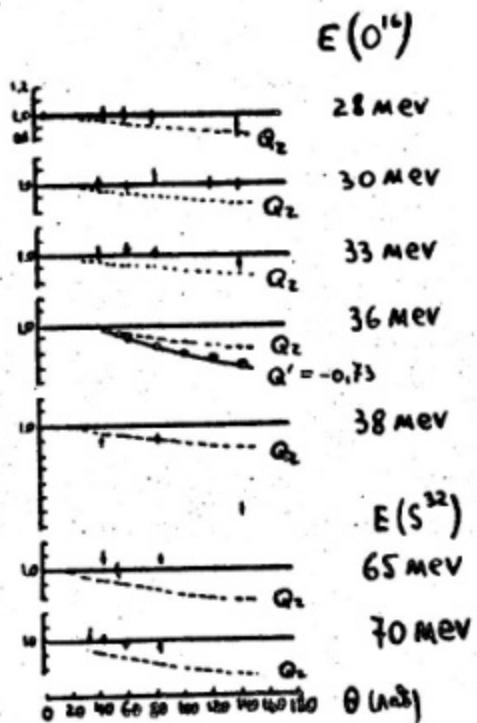


Рис. 24. Угловые распределения отношений

$$P_{\text{exp}} = d\sigma_{\text{inel}}/d\sigma_{\text{el.}} \text{ для } S^{32} \text{ и } O^{16} \text{ на } Ni^{60}.$$

Сравниваемая с  $P_{\text{th}}$  в двухуровневом приближении при  $Q_{22} = 0$  и  $Q_{22} = Q_{20t}$ , определенном из  $B(E2; 0 \rightarrow 2) = 0,0917(eB)^2$

при  $E = 36$  МэВ ( $Q' = -0,73$  еВ) и магниторезонансное

излучение с  $Q'$ , однако они обусловлены

различным взаимодействием.

Л-61346. Подписано к печати 25/III-1971 г. Зак. 440. Тир. 200.

Тип. МИФИ, М.Пионерская, 12