

559.1
B85

93

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

(КОНСПЕКТЫ ЛЕКЦИЙ)

М. И. РЯЗАНОВ

ИЗЛУЧЕНИЕ В ВЕЩЕСТВЕ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

МОСКВА — 1972

539.1
B 85

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
С С С Р

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

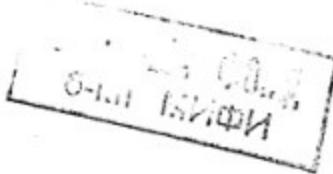
ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ
(Конспекты лекций)

М.И.РЯЗАНОВ

ИЗЛУЧЕНИЕ В ВЕЩЕСТВЕ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

МОСКВА - 1972

570460



I. Эффективное время протекания квантовомеханического процесса и эффективная область пространства.

Когерентная длина для упругого рассеяния.

Любое квантовомеханическое взаимодействие можно характеризовать вероятностью процесса (сечением) и всегда можно ввести некоторое время (или длину), по истечении которого почти с достоверностью можно сказать, что взаимодействие уже произошло. К таким характеристикам относятся, например, время жизни возбужденного состояния, или длина свободного пробега. Это характеристики "статистические", связанные со статистическим проявлением квантовомеханических свойств частиц.

Наряду с такими "статистическими" характеристиками можно ввести и другие характеристики взаимодействия, связанные с проявлением волновых свойств частиц. Действительно, каждое взаимодействие частиц характеризуется передачей энергии и импульса от одних частиц к другим. Волновые свойства частиц приводят к тому, что изменение импульса частицы не может произойти в точке, а изменение энергии не может быть мгновенным. Поэтому каждое взаимодействие, вообще говоря, развертывается в конечной области пространства и за конечное время. Эффективные размеры области взаимодействия и эффективное время взаимодействия являются характеристиками динамическими и не имеют непосредственного отношения к статистическим характеристикам процесса, упомянутым выше. Умение оценивать эффективные длины и времена процесса, позволяет, как будет показано ниже, предсказывать, как изменится рассматриваемый процесс при изменении условий задачи, или установить степень взаимного влияния нескольких конкурирующих процессов друг на друга.

Удобно проиллюстрировать появление эффективной длины процесса на простейшем примере упругого рассеяния быстрых частиц силовым центром.

Для быстрых частиц ($E \gg U$) справедливо уравнение

$$(\Delta + p^2)\Psi(\vec{r}) = 2EU(\vec{r})\Psi(\vec{r}) \quad (I.I)$$

где $E = (p^2 + m^2)^{1/2}$; $\hbar = c = 1$

Как хорошо известно, (I.I) можно преобразовать к виду

$$\Psi(\vec{r}) = \mathcal{E}^{i\vec{p}\vec{r}} + \frac{2E}{4\pi} \int d^3r' U(\vec{r}') \Psi(\vec{r}') \frac{e^{ip|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \quad (I.2)$$

где $\mathcal{E}^{i\vec{p}\vec{r}}$ — решение свободного уравнения (падающая волна).

Рассматривая потенциал конечного радиуса действия и волновую функцию на далеких расстояниях ($r \gg r'$), можно отсюда получить ($\tilde{n} = (\vec{r}/r)$)

$$\Psi(\vec{r}) = \mathcal{E}^{i\vec{p}\vec{r}} + \frac{2E}{4\pi r} e^{ipr} \int d^3r' U(\vec{r}') \Psi(\vec{r}') e^{ip\tilde{n}\vec{r}' - i\frac{p}{2r} [\tilde{n}\vec{r}']^2}$$

В отличие от обычного вывода при разложении $|\vec{r}-\vec{r}'|$ по степеням r'/r сохранено квадратичное слагаемое. Выясним, когда можно пренебречь величиной $i\frac{p}{2r} [\tilde{n}\vec{r}']^2$ в показателе экспоненты, чтобы получить обычную формулу. Очевидно, что это можно сделать только если

$$p[\tilde{n}\vec{r}']^2 \ll r$$

(разложение экспоненты возможно только в этом случае).

Если радиус действия потенциала $\frac{1}{\alpha}$, то это означает, что

обычная формула для амплитуды рассеяния

$$f(\vec{p}_0, \vec{p}) = \frac{2E}{4\pi} \int d^3r' U(r') \Psi(r') e^{-i\vec{p}\vec{r}'} \quad (I.3)$$

справедлива только при выполнении условия

$$\ell \sim \frac{P}{\alpha^2} \ll r \quad (I.4)$$

Длина $P\alpha^{-2}$, следовательно, является той характерной длиной, начиная с которой можно пользоваться асимптотическим видом волновой функции задачи рассеяния. На меньших длинах частицы "еще не вышли на массовую поверхность", т.е. взаимодействие частицы с силовым центром в процессе упругого рассеяния разыгрывается на длине

$$\ell \sim P\alpha^{-2}$$

Эту же оценку можно получить из физических соображений следующим образом. Быстрая частица при рассеянии отклоняется на малые углы ϑ , передаваемый при рассеянии импульс направлен почти поперек движения частицы, и равен по порядку величины $\alpha \sim P\vartheta$. В продольном направлении при рассеянии частица передает импульс

$$P \frac{\alpha^2}{2} \sim \frac{\alpha^2}{P}$$

Для передачи продольного импульса $\sim (\alpha^2/P)$ необходима длина пути не меньшая, чем (P/α^2) . Таким образом, эффективная длина (I.4) есть то расстояние, на котором может быть осуществлена передача продольного импульса от частицы силовому центру. На меньших расстояниях существенно взаимодействие и нельзя говорить о частице как свободной.

На это обстоятельство, повидимому, впервые обратили внимание Е.Л.Фейнберг и М.Л.Тер-Микаелян в 1952 году.. Сразу же возникает вопрос, как можно использовать существование эффективной длины рассеяния? Рассмотрим теперь рассеяние быстрой частицы на двух атомах, расположенных в точках \vec{R}_1 и \vec{R}_2 , считая, что применима теория возмущений. В этом случае можно заменить $\Psi(\vec{r})$ в (I.3) падающей волной и

$$f_2(\vec{p}_0, \vec{p}) = \frac{2E}{4\pi} \int d^3r' e^{i(\vec{p}_0 - \vec{p})\vec{r}'} \left\{ U_1(\vec{r} - \vec{R}_1) + U_2(\vec{r} - \vec{R}_2) \right\}$$

Если оба атома одинаковы, то, отсюда следует

$$f_2(\vec{p}_0, \vec{p}) = \frac{2E}{4\pi} \int d^3r'' U_1(\vec{r}'') e^{i(\vec{p}_0 - \vec{p})\vec{r}''} \left\{ e^{i(\vec{p}_0 - \vec{p})\vec{R}_1} + e^{i(\vec{p}_0 - \vec{p})\vec{R}_2} \right\}$$

Дифференциальное сечение рассеяния на двух атомах $d\sigma_2$ будет связано с дифференциальным сечением рассеяния на одном атоме соотношением

$$d\sigma_2 = d\sigma_1 \cdot 2 \left\{ 1 + \cos((\vec{p}_0 - \vec{p})(\vec{R}_1 - \vec{R}_2)) \right\} \quad (I.5)$$

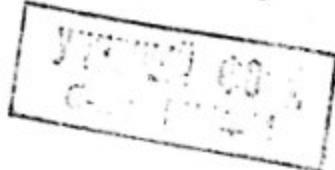
Пусть длина волны частицы мала по сравнению с расстоянием между атомами, т.е. $p|\vec{R}_1 - \vec{R}_2|$.

Рассмотрим сначала случай, когда атомы расположены вдоль движения частицы, т.е. $\vec{p}_0 \parallel (\vec{R}_1 - \vec{R}_2)$ и можно написать

$$(\vec{p}_0 - \vec{p})(\vec{R}_1 - \vec{R}_2) = p |\vec{R}_1 - \vec{R}_2| (1 - \cos\vartheta)$$

Для малых углов рассеяния ϑ можно написать

$$d\sigma_2(\vartheta) = d\sigma_1(\vartheta) \cdot 2 \left\{ 1 + \cos\left(\frac{\vartheta^2}{2} p |\vec{R}_1 - \vec{R}_2|\right) \right\}$$



Таким образом, если $\vartheta^2 p |\vec{R}_1 - \vec{R}_2| \ll 1$, то в этой области углов сечение утверждается

$$d\sigma_2(\vartheta) = 4 d\sigma_1(\vartheta) \quad (|\vec{R}_1 - \vec{R}_2| \ll \frac{1}{p\vartheta^2})$$

В области углов $\vartheta^2 p |\vec{R}_1 - \vec{R}_2| \gg 1$ косинус является быстроосциллирующей функцией, исчезает при интегрировании по малой области углов $d\vartheta$, и сечение только удваивается

$$d\sigma_2(\vartheta) = 2 d\sigma_1(\vartheta) \quad (|\vec{R}_1 - \vec{R}_2| \gg \frac{1}{p\vartheta^2})$$

Возрастание сечения в 4 раза является следствием когерентного рассеяния на двух атомах. Если атомы расположены под конечным углом к направлению движения частицы, то косинус всегда будет быстроосциллирующим (при $p |\vec{R}_1 - \vec{R}_2| \gg 1$) и всегда сечение будет только удваиваться. При малых длинах волн частицы интерференционные эффекты возникают только по продольной передаваемой длине волны, они связаны только с одним направлением и в этом их существенное отличие от интерференции при больших длинах волн.

Нетрудно видеть, что рассматривая цепочку из N атомов, расположенных вдоль направления движения частицы на расстоянии a друг от друга, и предполагая применимой теорию возмущений, можно получить

$$d\sigma_N(\vartheta) = d\sigma_1(\vartheta) N^2 \quad (L = N a \ll \frac{1}{p\vartheta^2}) \quad (I.6)$$

для малых углов рассеяния ϑ и

$$d\sigma_N(\vartheta) = d\sigma_1(\vartheta) N \quad (L = N a \gg \frac{1}{p\vartheta^2}) \quad (I.7)$$

для больших углов рассеяния. Отметим, что если эффективные углы рассеяния $\tilde{\vartheta} \sim \infty / p$ попадают в область когерентности ($L \ll p \tilde{\vartheta}^{-2}$), то для полного сечения также имеет место

$$\sigma_N = N^2 \sigma_1, \quad (L \ll p \tilde{\vartheta}^{-2}) \quad (I.8)$$

$$\text{и} \quad \sigma_N = N \sigma_1, \quad (L \gg p \tilde{\vartheta}^{-2}) \quad (I.9)$$

Амплитуды рассеяния частицы на всех атомах, расположенных вдоль движения на длине $\frac{1}{p \tilde{\vartheta}^2}$, складываются когерентным образом. Удобно ввести длину когерентности из соотношения

$$d\sigma_N = d\sigma_1 \left(\ell_{\text{kog}} / a \right)^2 \quad (I.10)$$

(при $L < \ell_{\text{kog}}$ следует заменить ℓ_{kog} на L).

В теории возмущений максимальная длина когерентности есть $\frac{1}{p \tilde{\vartheta}^2}$. Если рассмотреть теперь рассеяние на монокристалле, то, естественно, что в теории возмущений

$$d\sigma_N = d\sigma_1 N_{\parallel}^2 N_{\perp} \quad (I.11)$$

где N_{\perp} - число атомов в плоскости, перпендикулярной направлению падения, $N_{\parallel} \ll (p \tilde{\vartheta}^2)^{-1}$ - число атомов вдоль направления падения частицы.

В теории возмущений длина когерентности, по существу, определяется кинематическими факторами. Это является следствием основного предположения теории возмущений о том, что и на первый и на последний атом цепочки падает одинаковая плоская волна.

Интересные особенности возникают, если отказаться от этого положения, т.е. выйти за рамки теории возмущений /2/.

Рассмотрим цепочку атомов, расположенную вдоль движения частицы, предполагая, что для суммарного потенциала атомов нару-

шается условие применимости теории возмущений, т.е.

$$\frac{1}{v} \int U dx > 1 \quad (x \parallel \vec{p}_0, \vec{v} = \vec{p}_0 / E)$$

и результаты Тер-Микаеляна /I/ к этому случаю не применимы. В этом случае при $E \gg U$ можно воспользоваться приближением эйконала

$$\Psi(\vec{r}) = \exp \left\{ i p_0 x - \frac{i}{v} \int_{-\infty}^x U(x', \vec{r}_1) dx' \right\} \quad (I.12)$$

подставив эту величину вместо точной волновой функции в (I.8) и предполагая, что длина цепочки $L = N_a \ll r \chi^{-2}$. Амплитуда рассеяния в этом приближении приобретает вид

$$f(\vec{p}_0, \vec{p}) = \int d^2 r_1 e^{i \vec{p}_1 \vec{r}_1} \left\{ 1 - \exp \left(\frac{i}{v} \int_{-\infty}^x U(x', \vec{r}_1) dx' \right) \right\} \quad (I.13)$$

Рассмотрим сначала простую модель, в которой потенциал каждого рассеивающего центра не зависит от \vec{r}_1 :

$$U(\vec{r}) = \sum_a U_o(x - x_a, \vec{r}_1 - \vec{r}_{a1}); \quad U_o(\vec{r}) = U_o(x) \text{ при } r_1 < \rho$$

и $U_o(\vec{r}) = 0$ при $r_1 > \rho$. Если теперь найти полное сечение с помощью оптической теоремы, то для цепочки атомов вдоль движения частицы можно получить

$$\frac{\sigma_N}{\sigma_1} = \frac{1 - \cos \left(\frac{N}{v} \int U_o(x) dx \right)}{1 - \cos \left(\frac{1}{v} \int U_o(x) dx \right)} \quad (I.14)$$

При малых $N \int U_o(x) dx$ результат в точности совпадает с приближением теории возмущений, т.е.

$$\sigma_N = N^2 \sigma_1$$

С ростом величины $N \int u(x) dx$ зависимость от N становится более медленной. Этот результат можно истолковать, как возникновение динамического изменения длины когерентности при выходе за рамки теории возмущений.

Для рассеяния быстрой частицы на цепочке неподвижных атомов, расположенной вдоль движения частицы, удается получить аналитическую формулу только для предельного случая /2/

$$p \alpha^{-2} \gg L \gg (Ze^2 \alpha)^{-1} \quad (I.15)$$

$$\sigma_N = \frac{\pi}{\alpha^2} \ln^2 \left(N Ze^2 \frac{1}{\alpha} \right) \sim \sigma_1 \cdot \frac{1}{Z^2 e^4} \ln^2 \left(N Ze^2 \frac{1}{\alpha} \right)$$

(I.16)

где $\Gamma \approx 1,781$ - постоянная Эйлера.

Из полученной формулы следует, что для длинной цепочки зависимость от N становится слабой, а сечение на цепочке - близким к геометрическому сечению рассеяния на одном атоме.

Определим длину когерентности, как и раньше, из соотношения (I.10). Ослабление зависимости сечения рассеяния на цепочке от числа атомов можно интерпретировать, как динамическое сокращение длины когерентности. В частности, из (I.16) можно сделать вывод, что $\ell_{\text{коz}} \sim (\alpha/Ze^2)$.

Более точное рассмотрение амплитуды рассеяния позволяет оценить длину когерентности для цепочки атомов в виде

$$\ell_{\text{коz}} = \alpha \frac{f_N(\vartheta)}{f_1(\vartheta)} \approx \left\{ \frac{p \vartheta^2}{2} + \frac{Ze^2}{\alpha} \ln \left(\frac{p \vartheta}{\alpha} \right) \right\}^{-1} \quad (I.17)$$

Эффект динамического сокращения когерентной длины для упругого рассеяния можно считать следствием затенения далеких атомов

ближайшими к частице атомами.

Эффекты когерентности, связанные с упругим рассеянием частицы, возникают только вдоль направления движения частицы и поэтому наблюдаются только тогда, когда атомы ориентированы вдоль движения частицы. Наблюдение таких эффектов возможно только в монокристалле.

В аморфной среде эти эффекты пренебрежимо малы.

2. Когерентная длина в тормозном излучении. Классическая теория тормозного излучения ультраквантитативистских частиц

Как известно, законы сохранения энергии и импульса разрешают излучение кванта частицей только в том случае, когда часть импульса передается третьему телу. Таким третьим телом в процессе тормозного излучения является ядро атома, принимающее импульс

$$\vec{P}_1 - \vec{P}_2 - \vec{k} \quad (2.1)$$

(\vec{P}_1 и \vec{P}_2 - начальный и конечный импульсы частицы, \vec{k} - импульс кванта).

В продольном направлении передается импульс

$$\Delta p_{||} = P_1 - P_2 \cos \vartheta_2 - k \cos \vartheta$$

В ультраквантитативистском случае существенны малые углы ($\vartheta, \vartheta_2 \sim m/E$), при $m \ll E$ $p \approx E - \frac{m^2}{2E}$ и можно написать

$$\Delta p_{||} = E_1 - E_2 - k + \frac{m^2(E_1 - E_2)}{2E_1 E_2} + \frac{1}{2} P_2 \vartheta_2^2 + \frac{1}{2} k \vartheta^2$$

Если пренебречь отдачей ядра, то $E_1 - E_2 = \omega$ и минимальная

величина продольного передаваемого импульса есть

$$(\Delta P_{\parallel})_{\min} = \omega - \kappa + \frac{m^2 \omega}{2 E_1 E_2}$$

Для мягких квантов следует учесть отличие от единицы диэлектрической проницаемости среды

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2}; \quad \kappa \approx \omega \left(1 - \frac{\omega_L^2}{2\omega^2}\right); \quad \omega_L^2 = \frac{4\pi n_0 e^2}{m} \ll \omega^2 \quad (2.2)$$

где предполагается, что частота кванта велика по сравнению с атомными частотами, n_0 - число атомов в единице объема вещества. Учитывая сказанное, имеем

$$(\Delta P_{\parallel})_{\min} = \frac{\omega_L^2}{2\omega} + \frac{m^2 \omega}{2 E_1 E_2} \quad (2.3)$$

Для передачи такого импульса необходимы продольные расстояния порядка ΔP_{\min}^{-1} ; для ультрарелятивистских частиц эти расстояния могут существенно превышать атомные размеры. Отсюда следует, что излучение кванта происходит на больших продольных расстояниях от участкового в процессе ядра. Другими словами, близость скоростей частицы и кванта приводит к тому, что формирование излучаемого кванта происходит в течение достаточно большого времени, за которое частица успевает пройти макроскопические расстояния. Время формирования кванта мало по сравнению с временем столкновения частицы с ядром, поэтому характер процесса определяется не особенностями столкновения с ядром, а интерференцией в процессе излучения.

Эти особенности процесса позволили Гатицкому и Гуревичу получить из простых физических соображений качественные формулы для интенсивности тормозного излучения в конденсированном веществе.

При движении частицы в веществе процесс тормозного излучения обуславливается столкновениями со многими атомами, и очередное столкновение происходит раньше, чем заканчивается формирование кванта от предыдущего столкновения. Это обстоятельство существенно усложняет построение теории тормозного излучения при сверхвысоких энергиях.

Движение электрона в аморфном веществе представляет последовательность независимых столкновений электрона с отдельными атомами — многократное рассеяние. Существенной особенностью этого процесса является то обстоятельство, что среднее время свободного пробега электрона велико по сравнению со временем столкновения его с атомом. Поэтому с хорошей точностью можно считать, что в процессе многократного рассеяния абсолютная величина скорости электрона остается постоянной, а при столкновениях изменяется только направление скорости.

Эта особенность многократного рассеяния позволяет получить существенные упрощения при рассмотрении спектра тормозного излучения, т.е. распределения излученной энергии по частотам, независимо от направления кванта. Спектр излучения не содержит векторных характеристик и поэтому не зависит от направления скорости сталкивающегося с атомом электрона. Но если спектр излучения не зависит от направления скорости электрона, то он не будет зависеть и от глубины проникновения электрона в вещество. Другими словами, спектр излучения не зависит от истории электрона; при столкновениях электрона с различными атомами создается один и тот же спектр. Отсюда следует, что спектр излучения, образованный при прохождении электроном единицы пути в веществе равен спектру излучения при одном столкновении, умноженном на число статистически независимых столкновений на единице пути.

Введем понятие когерентной длины излучения ℓ , определив ее как длину участка траектории частицы, излучение с которой когерентно (эффективно складываются амплитуды процесса с каждой части когерентной длины).

Таким образом, амплитуда излученного поля пропорциональна когерентной длине, а интенсивность излучения при одном акте рассеяния - квадрату когерентной длины. Поэтому можно написать энергию, излученную частицей с единицы пути в интервал частот $d\omega$ и интервал углов $d\Omega$ в виде

$$\int (\omega, \vartheta) d\omega d\Omega = Q \ell^2(\omega, \vartheta) \quad (2.4)$$

где $\ell(\omega, \vartheta)$ - когерентная длина излучения кванта частоты ω под углом ϑ к скорости частицы, Q - коэффициент пропорциональности. Следуя Галицкому и Гуревичу /3/, найдем когерентную длину из следующих соображений. Частица движется со скоростью V после столкновения с ядром, из двух точек траектории, удаленных друг от друга на расстояние ℓ под углом ϑ испускаются две волны, в моменты времени, отстоящие друг от друга на (ℓ/V) . За это время испущенная раньше волна пройдет расстояние (ℓ/V) , но ее путь длиннее на $\ell \cos \vartheta$. Когерентную длину определим из условия, что разность длин хода двух волн равна половине длины волны

$$\frac{\ell_0}{V} - \ell_0 \cos \vartheta = \frac{\lambda}{2}$$

$$\ell_0(\omega, \vartheta) = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{1 - V \cos \vartheta} \quad (2.5)$$

Здесь, как и при выводе формулы Бете-Гайтлера /4/, пренебрегается влиянием многократного рассеяния и поляризации среды.

Найдем спектр излучения:

$$J(\omega) = \int \alpha \Omega J(\omega, \vartheta) = Q \frac{\pi}{2} \frac{\lambda}{1-v}$$

Коэффициент пропорциональности Q можно найти, сравнивая полученное выражение с формулой Бете-Гайтлера:

$$J_{BH}(\omega) = \frac{e^2}{3\pi} \frac{E_s^2}{m} \frac{1}{L_p}, \quad (\omega \ll E)$$

$$E_s = m(4\pi/3\pi)^{1/2}; \quad L_p^{-1} = 4e^2 n_0 (ze^2/m)^2 \ln(191z^{-1/3})$$

Отсюда коэффициент

$$Q = \frac{4}{\pi \lambda^2} \left(m/E\right)^2 J_{BH}(\omega) \quad (2.6)$$

Неприменимость формулы Бете-Гайтлера для излучения частиц сверхвысокой энергии была впервые установлена Ландау и Померанчуком ^{/5/}. Они же дали оценку изменения спектра тормозного излучения из-за влияния многократного рассеяния. Квантовомеханический расчет влияния многократного рассеяния был проведен Мигдалом ^{/6/}. Влияние поляризации среды на тормозное излучение было указано и оценено Тер-Микаеляном ^{/7/}.

Оценка влияния этих эффектов очень просто проводится с помощью когерентной длины. Влияние многократного рассеяния сводится к тому, что частица вместо движения по прямой движется по извилистой траектории многократного рассеяния и ее скорость вдоль первоначального направления равна

$$v_y = \sqrt{\cos^2 \vartheta_s} \approx v(1 - \frac{1}{2} \overline{\vartheta_s^2})$$

где ϑ_s — угол многократного рассеяния.

Влияние поляризации среды сводится к тому, что скорость света есть $(\varepsilon(\omega))^{-1/2}$. Учитывая сказанное, можно написать определение когерентной длины с учетом и того и другого эффекта

$$\frac{\ell}{\sqrt{\varepsilon(\omega)} \sqrt{1 - \frac{1}{2} \overline{\vartheta_s^2}}} - \ell \cos \vartheta = \frac{\lambda}{2}$$

Откуда когерентная длина оказывается равной величине

$$\ell(\omega, \vartheta) = \frac{\lambda}{2} \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} - v \cos \vartheta \left(1 - \frac{1}{2} \overline{\vartheta_s^2}\right)}$$

или, учитывая, что $\varepsilon(\omega)$ определено (2.1), $v \sim 1 - \frac{1}{2} (\omega/\varepsilon)^2$,

$$\ell(\omega, \vartheta) = \frac{1}{\frac{\omega_L^2}{\omega} + \frac{m^2 \omega}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} + \omega \overline{\vartheta_s^2} + \omega^2 (1 - \cos \vartheta)}$$

Средний квадрат угла многократного рассеяния на когерентной длине

$$\overline{\vartheta_s^2} := \frac{\varepsilon_s^2}{\varepsilon^2} \frac{\ell}{L_p}$$

зависит от когерентной длины, поэтому найденное условие определяет $\ell(\omega, \vartheta)$ в неявном виде:

$$\ell(\omega, \vartheta) = \left\{ \frac{m^2 \omega}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} + \frac{\omega_L^2}{\omega} + \frac{\varepsilon_s^2 \omega \ell(\omega, \vartheta)}{\varepsilon^2 L_p} + \omega^2 (1 - \cos \vartheta) \right\}^{-1}$$

Из (2.7) нетрудно найти спектр излучения с учетом многократного рассеяния и поляризации среды:

$$J(\omega) = \int d\Omega Q \ell^2(\omega, \vartheta) = J_{BH}(\omega) \frac{\ell(\omega, 0)}{\ell_0(\omega, 0)} \quad (2.7)$$

Другими словами, интенсивность излучения меняется во столько

же раз по сравнению с бете-гайтлеровским значением, во сколько раз меняется когерентная длина для излучения вперед.

Отсюда следует, что, оценивая величину когерентной длины, можно судить о влиянии конкурирующих процессов на тормозное излучение.

Сравнивая когерентную длину

$$l(\omega, 0) = \left\{ \frac{m^2 \omega}{E_1 E_2} + \frac{\omega_L^2}{\omega} + \frac{E_s^2 \omega l(\omega, 0)}{E^2 L_p} \right\}^{-1} \quad (2.8)$$

с бете-гайтлеровским предельным случаем

$$l_0(\omega, 0) = \frac{E_1 E_2}{m^2 \omega} \quad (2.9)$$

можно найти пределы применимости формулы Бете-Гайтлера, представляющие условия малости второго и третьего слагаемых правой части (2.8) по сравнению с первым

$$\omega \gg \omega_L (E/m)$$

$$\left(\frac{m}{E} \right)^2 \gg \frac{E_s^2}{E^2} \frac{1}{L_p} = \left(\frac{\Theta_s^2}{\omega} \right)_{l_0} \quad (2.10)$$

Второе неравенство означает, что во время прохождения когерентной длины частица не должна отклоняться из-за многократного рассеяния на углы, сравнимые с характерными для излучения углами $\sim (m/E)$.

Формулы (2.7)-(2.8) позволяют легко выяснить, как изменяется спектр тормозного излучения из-за влияния многократного рассеяния и поляризации среды. Многократное рассеяние играет основную роль в том случае, когда третье слагаемое в (2.8) велико по сравнению с двумя предыдущими. Когерентная длина в этом случае определяется формулой

$$l_s(\omega, 0) = \frac{E}{E_s} \sqrt{\lambda L_p} \quad (2.II)$$

а спектр излучения примет вид

$$J_s(\omega) \cong \frac{e^2}{3\pi} \frac{E_s}{E} \sqrt{\frac{\omega}{L_p}} \quad (2.II)$$

Характерной особенностью влияния многократного рассеяния на спектр тормозного излучения является подавление малых частот: без учета рассеяния для малых частот $J_{BH}(\omega)$ не зависит от частоты, а $J_s(\omega)$ обращается в нуль с уменьшением частоты. В частности, влияние рассеяния уничтожает инфракрасную катастрофу. Изменение спектра тормозного излучения из-за рассеяния было получено впервые Ландау и Померанчуком /8/ в 1953 г. Результат (2.II) отличается от формулы Ландау-Померанчука только числовым множителем ($\frac{1}{2\sqrt{6\pi}}$ вместо $\frac{1}{3\pi}$). Расхождение в числовом множителе связано с тем, что использованный при выводе (2.II) метод когерентной длины может претендовать только на качественное согласие с точными результатами. Само определение когерентной длины может быть дано лишь с точностью до коэффициента порядка единицы. Строго говоря, разность длин хода двух лучей испущенных из двух точек, отстоящих друг от друга на когерентную длину, должна быть порядка длины волны (а не равна половине длины волны как для простоты было принято выше).

Область применимости формулы Ландау-Померанчука ограничена условиями

$$\frac{E E_s^2}{L_m^4} \gg \frac{\omega}{E} \gg \sqrt[3]{\frac{L_p \omega L_p^4}{E E_s^2}} \quad (2.III)$$

Из (2.III) следует, что область влияния рассеяния существует не

при всех энергиях, а только при

$$E > E_p \equiv m \left(\frac{m}{\epsilon_s}\right)^2 L_p \omega_L \quad (2.14)$$

Для свинца $\omega_L \sim 60$ эв; $L_p \omega_L \sim 1,5 \cdot 10^6$,
 $L_p \omega_L^2 \cong 10^8$ эв, и $E_p \sim 5 \cdot 10^8$ эв.

Хотя метод когерентной длины предполагает частоты малыми по сравнению с энергией частицы (это следует из того, что при рассмотрении когерентной длины не учитывается отдача электрона при излучении кванта), интересно оценить из (2.13), при каких энергиях рассеяние будет сказываться даже для излучения квантов с частотой $\omega \sim E$.

Из (2.3) можно видеть, что если энергия электрона

$$E > E_o \equiv m \left(\frac{m}{\epsilon_s}\right)^2 (L m)$$

то даже для квантов с $\omega \sim E$ следует учесть влияние многократного рассеяния. Для свинца $E_o \sim 4 \cdot 10^{12}$ эв, и ~~следует ожидать, что при энергиях, больших, чем 10^{12} эв~~ многократное рассеяние существенно изменит потери на излучение.

Проведенный Мигдалом ^{/6/} квантовомеханический расчет радиационных потерь энергии в конденсированных средах подтвердил приведенную выше оценку.

Рассмотрим теперь такую область частот и энергий, в которой главную роль играет поляризация среды

$$\frac{\omega}{E} \ll \frac{\omega_L}{m} ; \quad \frac{\omega}{\epsilon} \ll \sqrt[3]{\frac{L_p \omega_L^4}{\epsilon_s^2 E}} \quad (2.15)$$

Когерентная длина в этой области имеет величину

$$\ell_p(\omega, 0) = \frac{\omega}{\omega_L^2} \quad (2.16)$$

так что спектр излучения дается формулой

$$J_p(\omega) = \frac{e^2}{3\pi} \frac{E_s^2}{E^2} \frac{\omega^2}{\omega_L^2} \frac{1}{L_p} \quad (2.17)$$

Такой спектр был впервые получен Тер-Микаеляном /7/. Формула (2.17) в точности совпадает с результатом Тер-Микаеляна (неопределенность выбора когерентной длины выпала из результата). Следует также напомнить, что спектр (2.17) получен в предположении, что частота кванта велика по сравнению с атомными частотами.

Как видно из (2.17) влияние поляризации среды также подавляет излучение мягких квантов.

Следует отметить, что область влияния рассеяния (2.13) ограничена по частоте кванта снизу, а область влияния поляризации (2.15) не ограничена. Поэтому при малых частотах основную роль будет играть поляризация среды. При энергиях E электрона, меньших, чем E_p , спектр (2.17) переходит в спектр Бете-Гайтлера при частоте $\omega \sim \omega_L(E/m)$, так что существуют две области с различным характером спектра.

При $E_o > E > E_p$ существуют три области спектра;

- переход от (2.17) к (2.12) происходит при частоте

$$\omega_p = \sqrt[3]{\left(\frac{E}{E_s}\right)^2 L_p \omega^4} \quad (2.18)$$

а при частоте

$$\omega_s = E \left(\frac{E}{E_o}\right) = \frac{E^2 E_s^2}{m^4 L_p} \quad (2.19)$$

спектр переходит в бете-гайтлеровский.

Использование когерентной длины позволило оценить также влияние поглощения квантов из-за образования пар на тормозное излучение. Принципиальное указание на возможность такого эффекта содержится в работе Ландау и Померанчука /5/, оценка впервые проведена Галицким и Гуревичем /3/, детальное рассмотрение - в работе Галицкого и Якимца /5/. Если когерентная длина ℓ больше длины поглощения L_p (радиационная длина), то образование пары квантам будет происходить до его полного излучения. Этот эффект существенен при

$$E > E_c = 2L_p \omega_c E_s \quad (6 \cdot 10^{13} \text{ эв для свинца})$$

и для частот в интервале

$$L_p \omega_c^2 < \omega < \omega_c = \frac{E^2}{E_s^2 L_p} \quad (2.20)$$

спектр излучения принимает вид

$$J_c = \frac{e^2}{3\pi} \frac{E^2}{E_s^2} \omega \quad (2.21)$$

Применение оценок с помощью когерентной длины к угловому распределению излучения необходимо делать с осторожностью, так как входящий в $\ell(\omega, \vartheta)$ угол отсчитывается от направления скорости электрона в момент излучения и не совпадает с лабораторным углом отклонения. Можно сказать, что такая оценка учитывает только распределение по углам в элементарном акте излучения и не учитывает рассеяния электрона до излучения.

3. Количественная теория тормозного излучения ультраквантитативистских частиц в конденсированных средах

Подавление тормозного излучения из-за влияния многократного рассеяния на эффективной длине было предсказано и качественно оценено Ландау и Померанчуком в 1953 году /5,8/.

Количественное квантовомеханическое рассмотрение этого эффекта было проведено Мигдалом /6/, получившим формулы для потерь энергии на излучение электроном в конденсированной среде.

Близким вопросам были посвящены работы других авторов /9-16/.

Физический интерес представляют результаты двух типов. Во-первых, несомненно, интересно распределение излученных квантов по частотам и направлениям в результате прохождения электрона через слой вещества определенной толщины. На этом распределении оказывается как нетривиальное влияние рассеяния на когерентной длине, так и тривиальное влияние многократного рассеяния электрона до момента излучения кванта. Во-вторых, для учета влияния многократного рассеяния в каскадных процессах необходимо знать распределение излученных квантов по углам и частотам в элементарном акте излучения, независимо от рассеяния электрона до момента излучения кванта. Это распределение зависит только от влияния рассеяния на когерентной длине.

Как уже отмечалось выше, при вычислении спектра оба распределения совпадают, так как спектр излучения не зависит от истории электрона.

Наиболее простой способ количественного расчета спектрально-угловых распределений излучения состоит в следующем.

Учет многократного рассеяния электрона в процессе тормозного излучения обеспечивается, если в качестве волновых функций

ций начального и конечного состояния электрона использовать решения уравнения Дирака в суммарном внешнем потенциале атомов вещества:

$$U(\vec{r}) = \int d^3\ell U_0(\ell) \sum_{\alpha} e^{i\vec{\ell}(\vec{r}-\vec{R}_{\alpha})} \quad (3.1)$$

При $E \gg U$ от уравнения Дирака удобно перейти к уравнению

$$(\Delta + p^2) \Psi(\vec{r}) - 2E U(\vec{r}) \Psi(\vec{r}) \quad (3.2)$$

Приближенное решение этого уравнения может быть найдено следующим образом. Пусть $\Psi_{N+1}(\vec{r})$ – решение (3.2) в системе из ($N+1$) атомов. Выделим в этой системе один, произвольный, атом. Падающая на него волна, вообще говоря, формируется в результате рассеяния на остальных N атомах, т.е. представляет собой решение (3.2) в системе из N атомов, $\Psi_N(\vec{r})$. Влияние рассеяния приводит к тому, что $\Psi_N(\vec{r})$ есть суперпозиция плоских волн,

$$\Psi_N(\vec{r}) = \int d^3p C(p) e^{ip(\vec{r}-\vec{R}_i)} \quad (3.3)$$

Разложим теперь $\Psi_{N+1}(\vec{r})$ по полной системе решений одноцентровой задачи рассеяния на выделенном ранее атоме, $\Psi_p(\vec{r}-\vec{R}_i)$. На далеких от атома расстояниях асимптотика одноцентрового рассеяния имеет, как известно, вид

$$\Psi_p(\vec{r}) = e^{ip\vec{r}} + \frac{e^{ip\vec{r}}}{\vec{r}} f(\vec{p}-p\vec{r}) = e^{ip\vec{r}} \left\{ 1 + \frac{1}{2\pi^2} \int \frac{d^3\ell f(\ell) e^{i\vec{\ell}\vec{r}}}{\ell^2 + 2\vec{p}\vec{\ell} - i\delta} \right\} \quad (3.4)$$

Разложение $\Psi_{N+1}(\vec{r})$ запишется

$$\Psi_{N+1}(\vec{r}) = \int d^3p C(p) \Psi_p(\vec{r}-\vec{R}_i) \quad (3.5)$$

Рассеянная волна должна содержать только расходящиеся от атома волны. Это может быть выполнено только в том случае, когда коэффициенты $C(\vec{P})$ в (3.3) и (3.5) совпадут. Отсюда следует уравнение

$$\Psi_{N+1}(\vec{r}) = \int d^3r' \Psi_N(\vec{r}') \int \frac{d^3P}{(2\pi)^3} e^{-i\vec{P}(\vec{r}' - \vec{R}_i)} \Phi_{\vec{P}}(\vec{r} - \vec{R}_i)$$

Как уже говорилось, длина свободного пробега электрона велика по сравнению с существенными для одноцентрового рассеяния расстояниями. Поэтому в полученном уравнении можно заменить $\Phi_{\vec{P}}(\vec{r} - \vec{R}_i)$ асимптотическим выражением (3.4), получив

$$\Psi_{N+1}(\vec{r}) = \int d^3r' \Psi_N(\vec{r}') \int \frac{d^3P}{(2\pi)^3} e^{-i\vec{P}(\vec{r}' - \vec{R}_i)} \int \frac{d^3\ell f(\vec{\ell}) \ell^{i(\vec{P}_0 + \vec{\ell})(\vec{r} - \vec{R}_i)}}{2\pi^2 (\ell^2 + 2\vec{P} \cdot \vec{\ell} - i\delta)}$$

Удобно искать решение этого уравнения в виде:

$$\Psi_N(\vec{r}) = \exp \{ i\vec{P}_0 \cdot \vec{r} + S_N(\vec{r}) \}$$

получив

$$\exp \{ S_{N+1}(\vec{r}) - S_N(\vec{r}) \} - 1 = \\ = \int \frac{d^3\ell}{2\pi^2} f(\vec{\ell}) e^{i\vec{\ell}(\vec{r} - \vec{R}_i)} \left| \int \frac{d^3P d^3r'}{(2\pi)^3} \frac{\exp \{ i(\vec{P}_0 - \vec{P})(\vec{r}' - \vec{r}) + S_N(\vec{r}') - S_N(\vec{r}) \}}{(\ell^2 + 2\vec{P} \cdot \vec{\ell} - i\delta)} \right|$$

Пусть характерные углы отклонения частицы после прохождения всей системы атомов малы. Тогда в правой части можно погнебречь разностью $S_N(\vec{r}') - S_N(\vec{r})$, и

$$\exp \{ S_{N+1}(\vec{r}) - S_N(\vec{r}) \} = 1 + \frac{1}{2\pi^2} \int \frac{d^3\ell f(\ell) \ell^{i\vec{\ell}(\vec{r} - \vec{R}_i)}}{\ell^2 + 2\vec{P} \cdot \vec{\ell} - i\delta}$$

откуда следует приближенное выражение для волновой функции

$$\Psi_N(\vec{r}) = e^{i\vec{p}\vec{r}} \prod_{a=1}^N \left(1 + \frac{1}{2\pi^2} \int \frac{d^3 l f(l) e^{i\vec{l}(\vec{r}-\vec{R}_a)}}{l^2 + 2\vec{p}\vec{l} - i\delta} \right) \quad (3.6)$$

Зная волновую функцию частицы, можно получить распределение вероятности для любых характеристик частицы. Естественно, что в аморфной среде физический смысл имеет только усредненная по координатам атомов \vec{R}_a вероятность.

В веществе, занимающем полупространство $X > 0$, функция распределения частиц по продольной координате X и попеченному импульсу \vec{p}_\perp имеет вид

$$F(x, \vec{p}_\perp) = \text{const} \int d^2 r_1 e^{-i\vec{p}_\perp \vec{r}_1} \exp \left\{ \frac{n_0 x}{P^2} \int d^2 q_\perp |f(\vec{q}_\perp)|^2 (e^{i\vec{q}_\perp \vec{r}_1} - 1) \right\} \quad (3.7)$$

где при усреднении по координатам атомов использовано соотношение

$$\langle \prod_{a=1}^N Q_a \rangle = \langle Q_a \rangle^N = \left(1 + \frac{1}{N} \langle \sum_a (Q_a - 1) \rangle \right)^N \approx \exp \langle \sum_a (Q_a - 1) \rangle$$

справедливое для независимых атомов с точностью до членов $\sim \frac{1}{N}$. Вводя угол отклонения, $p_\perp = p \cos \vartheta$, можно преобразовать (3.7) к виду, в точности совпадающему с разложением Мольера /17/ кинетического уравнения для многократного рассеяния в малоугловом приближении. Таким образом, волновая функция (3.6) правильно описывает многократное рассеяние.

Заметим, что для рассеяния на атоме характерный угол $\sim (m e^2 Z^{1/3}/E)$, а для тормозного излучения – значительно большие характерные углы $\sim (m/E)$. Рассеяние на большие углы не учитывается в (3.7), но может быть учтено по теории воз-

мущений. Поэтому учет многократного рассеяния в тормозном излучении состоит в том, что в матричном элементе тормозного излучения второго порядка теории возмущений, учитывающем рассеяние на большие углы, плоские волны должны быть заменены волновыми функциями (3.6). Формальное обоснование такого метода состоит просто в том, что рассеяние на большие и на малые углы происходит на разных атомах. Тот же результат, естественно; получается, если рассматривать тормозное излучение как процесс первого порядка, уточнив волновую функцию (3.6) так, чтобы она правильно учитывала рассеяние на углы $\sim (m/E)$.

Отделение рассеяния в эффективной области от тривиально-го влияния рассеяния электрона до момента излучения можно провести, если ввести вероятность того, что в слое толщины X из-за многократного рассеяния электрон с первоначальным импульсом \vec{P} , получит импульс \vec{P}' , $w_x(\vec{P}, \vec{P}')$

Вычисляя такую вероятность с помощью тех же самых волновых функций (3.6), нетрудно заметить, что вероятность тормозного излучения кванта в слое толщины L имеет вид

$$\frac{dW(\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{k})}{d^3 p_2 d^3 k} = \int_0^L \frac{dx}{L} \left\{ d^3 p'_1 \right\} \left\{ d^3 p'_2 w_x(\vec{P}_1, \vec{P}'_1) \frac{d\tilde{W}(\vec{P}'_1, \vec{P}'_2, \vec{k})}{d^3 p'_2 d^3 k} w_{L-x}(\vec{P}'_2, \vec{P}'_2) \right\} \quad (3.8)$$

Выражение (3.8) может быть интерпретировано следующим образом. Процесс излучения в слое толщины L представляет результат последовательных процессов рассеяния электрона до излучения на пути X , элементарного акта излучения кванта на когерентной длине и рассеяния электрона после излучения кванта на пути $L-x$. Величина $d\tilde{W}(\vec{P}'_1, \vec{P}'_2, \vec{k})$ может быть, следовательно,

названа эффективной вероятностью элементарного акта излучения кванта. Вычисление ее дает распределение излучения по направлениям и частотам

$$\frac{dW}{d\omega d\Omega} = z^2 e^6 \frac{2\pi}{E} \ln M J_m \gamma e^{-r^2/4} D_1(\gamma) \quad (3.9)$$

где $D_1(\gamma)$ - функция параболического цилиндра /18/

$$\gamma = \frac{-1}{\sqrt{2iE}} \left\{ \frac{m^2 \omega}{2E^2} + \frac{\omega}{2} \vartheta^2 \right\}$$

$$M = \frac{m\omega}{2E^2} + e^4 z^{2/3}$$

$$\theta = \frac{1}{4} \omega E n_0 \langle \theta_0^2 \rangle$$

$\langle \theta_0^2 \rangle$ - средний квадрат угла отклонения при однократном рассеянии. В области частот (2.10), где существенно влияние рассеяния, для больших углов вылета кванта

$$\vartheta^2 \gg \frac{E_s}{E} \sqrt{\omega L_p}$$

(3.1) совпадает с бете-гайтлеровским сечением. Для малых углов многократное рассеяние существенно уменьшает интенсивность излучения. Так как рассеяние не оказывается на больших углах вылета кванта и уменьшает излучение на малые углы, эффективные углы вылета кванта увеличиваются. Анализ формулы (3.9) показывает, что максимум углового распределения соответствует углам

$$\vartheta_m^2 \sim 4 \frac{E_s}{E} \frac{1}{\sqrt{\omega L_p}}$$

Это выражение находится в согласии с оценкой уширения углового распределения, получаемую из качественного рассмотрения методом Галицкого-Гуревича

$$\frac{d\sigma(\omega, \vartheta)}{d\sigma_{B_H}(\omega, \vartheta)} = \frac{\ell^2(\omega, \vartheta)}{\ell_0^2(\omega, \vartheta)} = \frac{E^4 L_p^2}{E_s^4 \omega^2} \left(\frac{\sqrt{\vartheta^4 + (E_s^2/E^2 L_p)^2 \omega^{-2}} - \vartheta^2}{\vartheta^2 + (\omega/E)^2} \right)^2$$

Таким образом, метод когерентной длины дает правильные оценки и для углового распределения излучения в элементарном акте. Интегрирование (3.9) по углам вылета кванта дает энергетический спектр излучения, совпадающий с результатом Мигдала /6/:

$$J(\omega) = \frac{1}{3L_p} \left\{ \left(\frac{\omega}{E} \right)^2 G(s) + 2 \Phi(s) \left(1 - \left(1 - \frac{\omega}{E} \right)^2 \right) \right\} \tilde{\chi}(s) \quad (3.10)$$

$$S = \frac{1}{8(E - \frac{\omega}{2})} \left(\frac{\omega}{E(E - \omega)q} \right);$$

где

$$q = \frac{2\pi n_0 Z^2 e^4}{(E - \frac{\omega}{2})^2} 2 \ln(190 Z^{-\frac{1}{3}})$$

G , Φ и $\tilde{\chi}$ определяются формулами

$$G(s) = 48s^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \int_0^\infty e^{-st} dt \frac{\sin(st)}{\sinh(t/2)} \right)$$

$$\Phi(s) = 12s^2 \int_0^\infty \coth \frac{x}{2} e^{-sx} \sin sx dx - 6\pi s^2$$

$$\tilde{\chi}(s) = \begin{cases} 1 + \ln s / \ln s_1, & (1 \geq s \geq s_1) \\ 1 & s > 1 \\ 2 & s < s_1 \end{cases} \quad s_1 = (Z^{1/3} 190)^2$$

Эти функции протабулированы в /6/.

Экспериментальное исследование влияния среды на тормозное излучение частиц сверхвысокой энергии было проведено группой Гуревича /19/. Было исследовано 15 фотонных ливней в интервале энергий $10^{11} - 10^{13}$ эв на высоте 20-27 км. Результаты показывают, что подавление процессов тормозного излучения и образования пар происходит, хотя из имеющихся экспериментальных данных еще нельзя получить информацию непосредственно о величине вероятности элементарного акта излучения или образования пары. Расчеты каскадных ливней с учетом подавления

тормозного излучения и образования пар проводились группой И.П.Иваненко /20/.

4. Увеличение роли других механизмов излучения в связи с подавлением тормозного излучения влиянием конкурирующих процессов

Возможные механизмы излучения фотона заряженной частицей можно разделить на два типа по тому, заряженная частица или квант взаимодействуют с "третьим телом".

Если с "третьим телом" взаимодействует заряженная частица, то такое излучение получило название тормозного излучения.

Возможен и такой процесс, в котором с "третьим телом" взаимодействует излучаемый квант. Другими словами, поле пролетающего заряда поляризует "третье тело" и оно становится источником излучения, или, что то же самое, собственное поле заряда взаимодействуя с третьим телом превращается в поперечное поле излучения. Общепринятого термина для такого механизма не существует, хотя такого рода излучение неоднократно исследовалось. В отличие от тормозного, удобно назвать такого рода излучение поляризационным. Существенное отличие этих двух типов излучения состоит в том, что они различным образом зависят от массы излучающей частицы: тормозное излучение убывает с ростом массы частицы, в то время как поляризационное излучение вообще не зависит от массы частицы. Поэтому роль поляризационного излучения возрастает при рассмотрении излучения тяжелых частиц и имеет смысл рассматривать поляризационное излучение независимо от тормозного.

В области малых частот поляризационное излучение связано с макроскопическими неоднородностями диэлектрических свойств

вещества - это, в частности, переходное излучение на границе двух сред, излучение в слоистой среде, излучение в неоднородных средах. С увеличением частот, начиная с той области, где длина волны сравнима с атомными размерами, поляризационное излучение может быть обусловлено двумя процессами: комптоновским рассеянием собственного поля на связанном электроне атома с превращением в реальный фотон, или рассеянием собственного поля на ядре атома.

Поляризационное излучение электрона, обусловленное комптоновским рассеянием собственного поля электрона можно также назвать процессом, в котором квант излучается электроном отдачи. Впервые такой процесс был рассмотрен Топтыгиным /21/.

Будем считать, что излучаемая частота ω мала по сравнению с энергией частицы E . Вводя разность начального и конечного импульсов частицы $\vec{q} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2$, можно написать

$$E_1 - E_2 = \sqrt{m^2 + p_1^2} - \sqrt{m^2 + (\vec{p}_1 - \vec{q})^2} \approx \vec{q} \frac{\vec{p}_1}{E_1} = \vec{q} \vec{v}$$

Таким образом, рассматриваемый процесс состоит в том, что псевдофотон с импульсом \vec{q} и энергией $\vec{q} \vec{v}$ рассеиваясь на связанном электроне превращается в реальный квант с импульсом \vec{k} и частотой ω .

Кинематика процесса отличается от кинематики комптоновского рассеяния только тем, что частота $\vec{q} \vec{v}$ начального псевдофотона связана с его импульсом \vec{q} не так, как в случае реального кванта. Поэтому, например, частота излучаемого кванта ω связана с углом его вылета \hat{v} соотношением

$$\omega = \frac{\vec{p}_e \vec{v} - E_e + m}{1 - v \sqrt{\epsilon} \cos \theta}$$

где \vec{P}_e и E_e - импульс и энергия электрона отдачи.

Передаваемый в продольном (по \vec{V}) направлении импульс определяется величиной

$$\omega - \vec{k} \vec{V} + E_e - m$$

т.е. при больших энергиях (или малых частотах) определяется энергией электрона отдачи. Эффективная для процесса длина определяется величиной

$$l \sim \left\{ E_e - m + \frac{\omega^2}{2\omega} + \frac{m^2(\omega + E_e - m)}{2E^2} \right\}^{-1}$$

В работе Топтыгина /21/ было обращено внимание на то обстоятельство, что даже для электрона поляризационное излучение превышает по интенсивности тормозное из-за подавления тормозного излучения влиянием поляризации среды. Поляризационное излучение в аморфной среде рассматривалось в /21/ методом эквивалентных фотонов Вайцеккера-Вильямса.

Спектр излучения в этом случае дается формулой /21/

$$J(\omega) = \frac{n_0 Z e^6}{3m^2} 8 \left(1 - \frac{\omega}{m} + \frac{\omega^2}{m^2} \right) \ln \frac{m^3}{4\pi n_0 Z e^2} \quad (\omega < \frac{m}{2}) \quad (4.1)$$

Однако, как показано Байером и Галицким /22/ вычисления по методу Вайцеккера-Вильямса несправедливы для частот $\omega > m/2$. В области больших частот результат точного вычисления может быть получен из работы Галицкого и Кельнера /23/

$$J(\omega) = \frac{n_0 Z e^6}{3\pi\omega m} 2 \left(\ln \frac{2E}{m} - 1 \right) \quad (4.2)$$

Сравнение полученных формул с (2.17) показывает, что в области

частот ω , меньших чем 10^7 эв для энергий электрона E , больших $10^5 \omega$ практически излучение электрона является в основном поляризационным излучением, а не тормозным. Что же касается излучения более тяжелых частиц, то для них поляризационное излучение является основным механизмом.

Интересные особенности возникают при рассмотрении поляризационного излучения в среде, атомы которой находятся в возбужденном состоянии. В этом случае при взаимодействии фурье-компоненты собственного поля с возбужденным атомом атом может перейти в состояние с меньшей энергией, а импульс фурье-компоненты \vec{q} может быть в точности равен импульсу кванта \vec{k} . Тогда из закона сохранения энергии

$$\vec{k} \vec{v} + \Delta E = \omega$$

однозначно определяется угол вылета кванта

$$\cos \vartheta = \frac{1}{\sqrt{\nu \epsilon}} \left(1 - \frac{\Delta E}{\omega} \right) \quad (4.3)$$

Такое излучение было впервые рассмотрено в /24, 25/ и названо комбинационным излучением, так как его причиной является комбинационное рассеяние собственного поля заряда на атомах вещества. Естественно, что представляет интерес комбинационное излучение на частотах, далеких от собственных частот атомов вещества, так как иначе на фоне спонтанного излучения атомов оно не будет заметно.

Если заселены основное состояние атомов с энергией E_0 и первое возбужденное состояние с энергией E_1 , то

$$\cos \vartheta = \frac{1}{\sqrt{\nu \epsilon}} \left(1 - \frac{\omega_{10}}{\omega} \right)$$

Спектр излучения в этом случае имеет вид /25/

$$J(\omega) = \frac{e^2 16\pi^2 \omega}{v^2 \epsilon(\omega + \omega_{10})} n_0^2 |a_0|^2 |a_1|^2 \cdot (\omega + \omega_{10})^2.$$

$$\frac{\omega^2 \epsilon(\omega + \omega_{10}) - (\omega + \omega_{10})^2}{[\omega^2 \epsilon(\omega) - (\omega + \omega_{10})^2 \epsilon(\omega + \omega_{10})]} \left\{ |B_{10}(\omega + \omega_{10})|^2 + |B_{01}(-\omega - \omega_{10})|^2 \right\} \quad (4.4)$$

где

$$B_{10}(\omega) = \sum_m (\vec{d}_{1m} \vec{e})(\vec{d}_{m0} \vec{e}) \left(\frac{1}{\omega_{m0} - \omega} + \frac{1}{\omega_{m1} + \omega} \right)$$

\vec{d}_{1m} - матричные элементы оператора дипольного момента атома,
 n_0 - число атомов в единице объема, $|a_1|^2$ - вероятность возбуждения уровня E_1 , $|a_0|^2$ - вероятность нахождения атома в основном состоянии E_0 .

Литература

1. М.Л.Тер-Микаелян, ЖЭТФ, 25, 289 (1953).
2. Н.П.Калашников, Э.А.Коптелов, М.И.Рязанов, Письма в ЖЭТФ, 15, 120 (1972).
3. В.М.Галицкий, И.И.Гуревич. *N. Cimento* 32, 396 (1964).
4. H. Bethe, W. Heitler, Proc. Roy. Soc. 146, 83, (1934)
5. Л.Д.Ландау, И.Я.Померанчук. ДАН СССР, 92, 535 (1953).
6. А.Б.Мигдал. ЖЭТФ, 32, 633 (1957); Phys. Rev. 108, 1811 (1956)
7. М.Л.Тер-Микаелян. ДАН СССР, 94, 1033 (1954).
8. Л.Д.Ландау, И.Я.Померанчук. ДАН СССР, 92, 735 (1953).
9. В.М.Галицкий, В.В.Якимец, ЖЭТФ, 46, 1066 (1964).
10. И.И.Гольман. ЖЭТФ, 38, 1866 (1960).
11. Ф.Ф.Терновский. ЖЭТФ, 37, 1010 (1959); 39, 491 (1960).
12. Н.П.Калашников, М.И.Рязанов. ЖЭТФ, 50, 791 (1966).
13. В.Е.Пафомов. ЖЭТФ, 49, 1222 (1965).
14. Н.П.Калашников, М.И.Рязанов. ЖЭТФ, 47, 1055 (1964).
15. В.Г.Кудрявцев, Н.П.Калашников, И.И.Рязанов. ЖЭТФ, 54, 185 (1968)
16. В.Г.Кудрявцев, Н.П.Калашников, М.И.Рязанов. ЖЭТФ, 56, 1640 (1969).
17. G. Moliere, Z. Naturforsch. 3a, 78 (1948), 10a, 177 (1955)
18. И.С.Градштейн, И.М.Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Физматгиз, 1962.
19. А.А.Варфоломеев, И.И.Гуревич и др. ЖЭТФ, 38, 33 (1960).
20. И.П.Иваненко и др. ЯФ, 4, 161 (1966); 4807 (1966); ЖЭТФ, 35, 293 (1958).
21. И.Н.Топтыгин. ЖЭТФ, 46, 851 (1964).
22. В.Н.Байер, В.М.Галицкий. ЖЭТФ, 49, 661 (1965).
23. В.М.Галицкий, С.Р.Кельнер, ЖЭТФ, 52, 1427 (1967).
24. М.И.Рязанов. ЖЭТФ, 43, 1559 (1962).
25. М.И.Рязанов. ЖЭТФ, 48, 1490 (1965).