

531
885

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Всесоюзная школа по теоретической и ядерной физике
**З сессия ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ
ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ**

(КОНСПЕКТЫ ЛЕКЦИЙ)

И. С. ШАПИРО

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ АНТИНУКЛОНОВ
С НУКЛОНАМИ И ЯДРАМИ**

МОСКВА — 1972

539
B-85

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
С С С Р

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

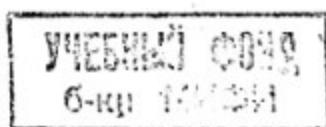
Всесоюзная школа по теоретической и ядерной физике
Засессия ядерные реакции при высоких энергиях
(Конспекты лекций)

И.С.ШАПИРО

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ АНТИНУКЛОНОВ С НУКЛОНAMI И
ЯДРАМИ

МОСКВА - 1972

540549



Введение

В настоящем обзоре рассматриваются столкновения нерелятивистских антинуклонов (\bar{N}) с нуклонами (N). Ограничение малыми энергиями позволяет, несмотря на аннигиляцию, применить потенциальный подход к взаимодействию $N\bar{N}$. Последний, в свою очередь, дает возможность теоретически выяснить некоторые свойства систем, содержащих нуклоны и антинуклоны. Особый интерес в этом аспекте вызывает вопрос о существовании связанных квазиядерных состояний $N\bar{N}$. Как будет показано, следует ожидать, что таких состояний должно быть много (около двадцати) потому, что в системе двух нуклонов существует лишь одно — дейtron.

I. Потенциал взаимодействия NN и $N\bar{N}$.

Хорошо известна связь между электромагнитными взаимодействиями электрон-электрон ($e^- e^-$) и электрон-позитрон ($e^- e^+$): они отличаются знаком. Это является следствием того факта, что фотон, которым обмениваются частицы при электромагнитном взаимодействии (рис. I) обладает зарядовой четностью $C = -1$. Отталкивание же одноименных зарядов обусловлено векторным характером электромагнитного поля, т.е. тем, что спин и пространственная четность фотона $J^P = 1^-$. Таким образом полный набор квантовых чисел фотона $J^{PC} = 1^{--}$ определяет знаки взаимодействий $e^- e^-$ и $e^- e^+$.

Ядерное взаимодействие нуклонов происходит за счет обмена мезонами (рис. 2) и потому знак взаимодействия в каналах NN и $N\bar{N}$ определяется квантовыми числами этих мезонов.

Однако, ядерное взаимодействие отличается от электромагнитного в интересующем нас разрезе в трех пунктах. Во-первых, можно считать установленным, что в создании сил NN участвуют мезоны с разными квантовыми числами. Во-вторых, поскольку ядерное взаимодействие намного сильнее электромагнитного, в ядерный потенциал могут давать заметный вклад многомезонные обмены (двухмезонный обмен показан на диаграмме 2б). В третьих, взаимодействующие куклоны обмениваются не только нейтральными, но и заряженными мезонами, поэтому связь между потенциалами NN и $N\bar{N}$ определяется не зарядовой четностью, а так называемой G -четностью, указывающей как меняется знак мезонного поля при совокупном действии двух преобразований - зарядовом сопряжении (перевод частиц, в античастицу, например π^+ -мезона в π^- -мезон) и изотопическом повороте на 180° (например, $\pi^+ \rightleftharpoons \pi^-$, $\pi^0 \rightarrow -\pi^0$). Для нейтральных частиц с отличным от нуля изоспином I G - и C -четности связаны соотношением:

$$G = (-1)^I C$$

G - четность системы из нескольких мезонов равна произведению G -четностей отдельных мезонов, поэтому G -четность потенциала, отвечающего обмену фиксированным числом мезонов, так же хорошо определена, как и при одномезонном обмене. Если взаимодействие обусловлено обменом какой-то совокупностью мезонов X с G -четностью G_X , то связь между соответствующими этому обмену частями потенциалов V_X и \bar{V}_X для взаимодействий NN и $N\bar{N}$ выражается равенством:

$$\bar{V}_X = G_X \cdot V_X \quad (I)$$

Отсюда следует, что если потенциал V и его физическая природа известны, то известно и взаимодействие \bar{V} . Это обстоятельство существенно по той причине, что пока взаимодействие NN экспериментально изучено несравненно лучше взаимодействия $N\bar{N}$.

Основным экспериментальным материалом, используемым для установления потенциала V являются данные по упругому рассеянию NN при нерелятивистских энергиях и свойства дейтрана. В настоящее время для рассеяния протонов (p) на протонах и нейтронах (n) вплоть до кинетических энергий в лабораторной системе $E_L = 300$ Мэв выполнен "полный опыт" — измерены все теоретически необходимые угловые и спиновые корреляции, позволяющие найти амплитуду рассеяния как функцию кинематических переменных энергии сталкивающихся частиц и переданного импульса (см. /1/) *). В принципе, по этим данным может быть однозначно восстановлен потенциал (обратная задача теории рассеяния). К сожалению, решение обратной задачи неустойчиво — существует множество потенциалов, которые дают амплитуду рассеяния, совпадающую с экспериментальной в пределах ошибок опыта (перечень таких потенциалов см. в /1/ и /3/). Большинство этих потенциалов построены путем формальной (подгоночной) параметризации инвариантного нерелятивистского гамильтонiana взаимодействия двух тождественных частиц со спинами и изосpinами, равными $I/2$. Такие потенциалы, разумеется, не могут быть использованы для перехода в канал $N\bar{N}$.

*). Менее определенные данные об амплитуде рассеяния NN в нерелятивистской области имеются также и для больших энергий, превышающих порог неупругих процессов (рождение пионов) /2/.

так как неизвестны G -четности, входящих в них членов.

От этого недостатка свободны потенциалы, отвечающие обмену реально существующими мезонами. Практически рассматривают одномезонные обмены. Радиус действия сил за счет обмена мезоном с массой M_X равен, как известно $\frac{1}{M_X}$ (считаем $\hbar = c = I$). Что же касается многомезонного обмена, то здесь руководствуются следующими соображениями. Обмену n мезонами соответствует радиус $\frac{1}{nM_X}$. Так как, с другой стороны, очень малые расстояния (меньше $\frac{1}{m}$, где m - масса нуклона) в нерелятивистском приближении рассматривать бессмысленно, то обычно ограничиваются учетом двух и трех-мезонных обменов легчайшими мезонами-пионами ($M_\pi \equiv M = 140$ МэВ). Для простоты, двух- и трех-пионные силы аппроксимируют одно-мезонными обменами фиктивными частицами σ_0 и σ_1 (массы этих "мезонов" и константы связи их с нуклонами являются варьируемыми параметрами, подбираемыми так, чтобы получить наилучшее согласие теоретически вычисляемой амплитуды рассеяния с экспериментальными данными). Что же касается G -четностей σ_0 и σ_1 , то они равны, очевидно, G -четностям систем из двух и трех пионов. Так как $G_\pi = -I$, то $G_{\sigma_0} = I$, $G_{\sigma_1} = -I$. Спины и четности σ_0 и σ_1 мезонов принимают равными 0^+ , а изоспины - соответственно 0 и 1. Остальные частицы, дающие вклад в потенциал одно-мезонного обмена, существуют в свободном состоянии и их характеристики (квантовые числа, массы) известны из независимых экспериментов, не связанных с рассеянием NN . Обычно, кроме упомянутых фиктивных частиц σ_0 и σ_1 в потенциал взаимодействия нерелятивистских нуклонов учитывают обмен мезонами π , η , ρ и ω . Часть потенциала, отвечающая обмену скалярным мезоном

($\chi = \sigma_0, \sigma_1$) имеет вид:

$$V_S = -g_x^2 \left[\left(1 - \frac{\mu_x^2}{4m^2} \right) - \vec{L} \vec{S} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right] \frac{e^{-\mu_x r}}{r} \quad (2)$$

Здесь g_x - константа взаимодействия мезона χ с нуклонами, соответствующая полевому лагранжиану

$$\mathcal{L} = \frac{g_x}{\sqrt{4\pi}} (\bar{N} N) \chi$$

r - расстояние между нуклонами, \vec{L} - оператор орбитального момента относительного движения нуклонов, \vec{S} - оператор спина

$$\vec{S} = \frac{1}{2} (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2)$$

где $\vec{\sigma}_1$ и $\vec{\sigma}_2$ - матрицы Паули, действующие на спиновые переменные каждого из нуклонов. Аналогичным образом, для псевдоскалярных мезонов ($\chi = \eta$) имеем

$$\mathcal{L} = \frac{g_x}{\sqrt{4\pi}} (\bar{N} \gamma_5 N) \chi; V_\chi = g_x^2 \left(\frac{\mu_x}{2m} \right)^2 \left\{ \frac{1}{3} \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 + \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{\mu_x r} + \left(\frac{1}{\mu_x r} \right)^2 \right] S_{12} \right\} \frac{e^{-\mu_x r}}{r} \quad (3)$$

В этой формуле S_{12} - известный тензорный оператор

$$S_{12} = 3 (\vec{\sigma}_1 \hat{\tau}) (\vec{\sigma}_2 \hat{\tau}) - \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2; \quad \hat{\tau} = \frac{\vec{r}}{r}$$

Для векторных мезонов ($\chi = p, \omega$) лагранжиан и потенциал выглядят так:

$$\mathcal{L} = \frac{g_x}{\sqrt{4\pi}} (\bar{N} \gamma_\mu N) \chi_\mu + \frac{f_1}{4m \sqrt{4\pi}} (\bar{N} \sigma_{\mu\nu} N) (\partial_\nu \chi_\mu - \partial_\mu \chi_\nu)$$

$$\tilde{\sigma}_{\mu\nu} = \frac{i}{2} (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu)$$

$$V_x = g_x^2 \left\{ 1 + \left(1 + \frac{f_x}{g_x} \right) \frac{M_x^2}{2m^2} + \left(1 + \frac{f_x}{g_x} \right)^2 \frac{M_x^2}{6m^2} \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 + \right. \quad (4)$$

$$+ \left(1 + \frac{4}{3} \cdot \frac{f_x}{g_x} \right) \frac{1}{6m^2} \vec{L} \vec{S} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \left(1 + \frac{f_x}{g_x} \right)^2 \frac{M_x^2}{4m^2} \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{M_x r} + \left(\frac{1}{M_x r} \right)^2 \right] S_u \left. \right\} \frac{e^{f_x r}}{r}$$

Потенциал взаимодействия NN , учитываящий все одно-мезонные обмены можно записать в следующем виде:

$$V(NN) = U_0 + U_1 \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 \quad (5)$$

Здесь $\frac{1}{2} \vec{\tau}_1$ и $\frac{1}{2} \vec{\tau}_2$ - операторы изоспинов нуклонов, а U_0 и U_1 представляют собой суммы потенциалов (2)-(4) соответственно для изоскалярных (η , σ_0 , ω) и изовекторных (π , σ_1 , ρ) мезонов. Информация о константных взаимодействиях g_x и f_x для мезонов π , η , ρ , ω может быть получена не только из данных по рассеянию NN , но также и из других экспериментов. Возможные наборы значений этих констант, удовлетворительно, описывающие рассеяние нерелятивистских нуклонов и не противоречащие другим опытным фактам приведены в таблице I (в этой таблице указан также радиус обрезания η_0 сингулярных членов $\sim r^{-3}$). Переход

^{*)} Отметим, что наименее точно описывается в потенциальном приближении NN рассеяние в S -волне (орбитальный момент $\ell = 0$). Потенциал одномезонного обмена в этом отношении не составляет исключения. Физическая причина состоит в том, что в S -состоянии (из-за отсутствия центробежного барьера) сильнее сказываются детали взаимодействия на малых расстояниях.

от потенциала (5) к потенциальному \bar{V} взаимодействия NN осуществляется согласно уравнению (I) с учетом 6 -четностей, участвующих в процессе мезонов ($G_\gamma = G_{\sigma_0} = G_\rho = +1$, $G_{\pi} = G_{\sigma_1} = G_\omega = -1$).

Среди перечисленных мезонов особую роль во взаимодействии нуклонов играет ω -мезон из-за большой константы связи $g_\omega^2 \approx 20$ (стоит подчеркнуть, что в отличие от псевдоскалярных мезонов эта константа входит в потенциал без малого множителя $(M_\chi / 2m)^2$). Этот мезон имеет те же квантовые числа, что и фотон и потому в канале NN дает сильное отталкивание, которое на расстояниях, меньших 0,5 ферми, не компенсируется другими членами в потенциале. На больших расстояниях суммарное взаимодействие становится притягивающим, но это притяжение оказывается все же сравнительно слабым - его едва хватает на создание одного дискретного уровня. Отталкивание на малых расстояниях экспериментально наиболее отчетливо проявляется в энергетической зависимости фаз S -волн в рассеянии NN - грубо говоря, они ведут себя так, как если бы эти волны испытывали дифракцию на непроницаемом отталкивателном барьере (фаза $\delta_S \approx -ka$, где k - колновое число, a - радиус барьера). Отметим также, что знакопеременный (с расстоянием) ход потенциала взаимодействия NN требуется и для объяснения другого фундаментального факта - насыщения ядерных сил (т.е. приблизительного постоянства удельной энергии связи ядер - см. /3/).

Существование отталкивания нуклонов на расстояниях масштаба 0,5 ферми в настоящее время вряд ли может подвергаться сомнению. Это отталкивание в рассмотренном выше потенциале обеспечивается, главным образом, обменом ω -мезоном. Но

тогда в канале $N\bar{N}$ (по крайней мере на тех же расстояниях) мы должны иметь сильное притяжение. В действительности притяжение в системе $N\bar{N}$ за счет совокупного действия всех мезонных обменов для большинства S , P и d -состояний имеет место вплоть до расстояний порядка 1-2 ферми. По указанной причине эффективная потенциальная яма для взаимодействия $N\bar{N}$ оказывается (при том же радиусе) значительно (примерно в 5 раз) глубже, чем для системы NN . Следует ожидать, поэтому, что спектр связанных состояний $N\bar{N}$ должен быть гораздо богаче, чем у двух нуклонов.

Потенциал одно-мезонного (или, как пишут однобозонного)^{*} обмена рассматривался несколькими авторами (см. /4/-/7/), и, как видно, в частности из таблицы I однозначного набора констант при существующих в настоящее время экспериментальных ошибках предложить нельзя. В действительности допускаемы опытными данными значения параметров ОВЕР, если иметь в виду учет скоростных членов, содержащих квадрат импульса), еще шире. В соответствии с этим, энергетические спектры состояний системы $N\bar{N}$, вычисленные с разными вариантами ОВЕР, будут отличаться друг от друга.^{**} Отсюда ясно, что рассчитывать на точное предсказание положения уровней $N\bar{N}$ в настоящее время

^{*}) В литературе для этого потенциала утвердился термин ОВЕР (сокращение от английского "One Boson Exchange Potential" - потенциал одно-бозонного обмена).

^{**) Сдвиг уровней (в относительной мере), не превосходит, однако, изменения фаз рассеяния. В этом смысле задача устойчива и использование потенциалов, определенных по данным рассеяния, для отыскания спектра уровней имеет смысл.}

нельзя. Однако, число состояний, их последовательность (за отдельными исключениями) и квантовые числа могут быть определены. Главное же качественное предсказание ОВЕР - связь между сильным притяжением и отталкиванием в системах $N\bar{N}$ и NN . Оно основано на простой физической гипотезе - предположении о значительном вкладе во взаимодействии обмена реально существующим векторным мезоном с квантовыми числами фотона. Иными словами, если эта гипотеза верна, то притяжение и отталкивание $N\bar{N}$ и NN связаны друг с другом в основном так же, как знаки взаимодействий e^-e^+ и e^-e^- . Это означает, что в системе $N\bar{N}$ следует ожидать наличия спектра уровней, именно потому, что у двух нуклонов есть только одно связанное состояние - дейtron.

Как уже отмечалось, ОВЕР достаточно хорошо описывает экспериментальные данные по рассеянию нерелятивистских нуклонов друг на друге. Этот потенциал, вместе с тем, отличается от множества других тем, что он опирается на вполне отчетливые физические представления. Поэтому его использование для изучения свойств системы $N\bar{N}$ является вполне оправданным во всяком случае с эквристической целью. Однако, кроме потенциального взаимодействия нуклон и антинуклон с большой вероятностью аннигилируют, превращаясь в пионы или другие мезоны. Аннигиляция несомненно должна оказываться как на упругом расстоянии, так и на спектре дискретных состояний, если они могут возникать за счет потенциального взаимодействия. Этот вопрос обсуждается в следующем параграфе.

2. Аннигиляция

Расстояние, характерное для аннигиляции, есть комптоновская длина аннигилирующих частиц. Это следует из соотношения неопределенностей. В самом деле, в диаграмме За, описывающей

аннигиляцию $N\bar{N}$ на несколько пионов, один из виртуальных процессов обязательно является однопионная аннигиляция $N\bar{N} \rightarrow \pi$. Будем для простоты считать N и \bar{N} покоящимися. Когда импульс образующегося пиона должен быть равен $2m$ (мы пренебрегаем массой пиона сравнительно с m), и, следовательно, среднее расстояние взаимодействующих в процессе аннигиляции N и \bar{N} должно быть порядка $1/2m$ (результат не изменится, если рассмотреть движущиеся N и \bar{N}). К этому же выводу можно прийти и более строгим путем, если рассмотреть рассеяние $N\bar{N}$ за счет аннигиляционного взаимодействия (т.е. за счет виртуального перехода $N\bar{N}$ в пионы в последующей реанигиляции в $N\bar{N}$ - см. диаграмму 3б). "Порог" по квадрату передаваемого импульса для этой диаграммы лежит при $4m^2$, что отвечает радиусу взаимодействия $1/2m^{1/2}$. Таким образом, аннигиляционное взаимодействие будучи столь же сильным, как и обычное потенциальное, т.е. отвечающее диаграммам 2), сосредоточено на значительно меньших расстояниях. Поэтому, если потенциальное взаимодействие достаточно сильно для создания связанного или резонансного состояния, то "орбита" относительного движения частиц будет лежать вне пределов аннигиляционной области (более точно - относительная вероятность нахождения частиц в аннигиляционной области должна быть мала). Рисунок 4 иллюстрирует сказанное, здесь показаны аннигиляционная область и зависимость квадрата модуля радиальной части волновой функции системы $N\bar{N}$ от радиуса для двух состояний (связанного и резонансного), возникающих в числе других в рассмотренной выше схеме ОВЕР. Как видно из рисунка, на долю аннигиляционной области приходится малая часть нормировочного интеграла от волновой функции. Основываясь на изложенном, можно думать, что

аннигиляция не должна существенно влиять на формирование связанных и резонансных состояний, хотя она и будет целиком определять их ширину. Количественные оценки подтверждают это (см. § 3).

Экспериментальные данные по аннигиляции медленных анти-нуклонов, упругому рассеянию $\bar{p} - p$ и перезарядке $\bar{p}p \rightarrow \bar{n}n$ согласуются с теоретическими представлениями. Из-за малости аннигиляционного радиуса, сечение рассеяния (σ_e) оказывается меньше сечения аннигиляции (σ_a), тогда как в случае "черного" шарика (т.е. равномерно распределенного по области взаимодействия сильного поглощения) эти сечения равны друг другу. Для пояснения сказанного полезно рассмотреть поглощение и рассеяние на чисто мнимой прямоугольной яме. Предварительно заметим, что из общизвестных выражений

$$\sigma_e = \pi \chi^2 \sum_l \sigma_l^{(e)}; \quad \sigma_a = \pi \chi^2 \sum_l \sigma_l^{(a)} \quad (6)$$

где

$$\sigma_l^{(e)} = (2l+1) |1 - S_l|^2; \quad \sigma_l^{(a)} = (2l+1) (1 - |S_l|^2) \quad (7)$$

χ — длина волны в с.ц.и., деленная на 2π и

$$S_l = \eta_l e^{2i\delta_l} \quad (\delta_l = \delta_l^*; \quad 0 \leq \eta_l \leq 1) \quad (8)$$

следует

$$\frac{\sigma_l^{(a)}}{\sigma_l^{(e)}} = \frac{1 - \eta_l^2}{1 + \eta_l^2 - 2\eta_l \cos 2\delta_l} \quad (9)$$

Если $\frac{\sigma_a}{\sigma_e} > 1$, то, согласно (9), должно быть

$$\sin^2 \delta_e < \frac{1}{2}(1 - \eta_e) \quad (10)$$

По данным эксперимента для энергий от 50 до 300 МэВ (в л.с.) и для $\ell < 3$

$$0,32 < \sin^2 \delta_e < 0,40 \quad (II)$$

(при этом $\frac{\sigma_a}{\sigma_e} \approx 1,5$). Чтобы обеспечить требуемую неравенствами (10) и (II) малость δ_e , необходим малый радиус поглощающей области. Для S -волны в случае рассеяния на чисто мнимой прямоугольной яме, имеем

$$\delta_o = -K \chi_a + \delta'_o \quad (12)$$

где

$$\operatorname{tg} 2\delta'_o = K \cdot \frac{2 \operatorname{Re} L}{|L|^2 - K^2} \quad (13)$$

и логарифмическая производная L волновой функции на границе ямы определяется равенствами:

$$\operatorname{Re} L \approx \operatorname{Im} L \approx -\frac{K}{2}; \quad K = \sqrt{\frac{mW}{2}} \quad (14)$$

Здесь χ_a - радиус ямы, W - ее глубина, K - волновое число частицы в с.ц.и., причем принято $K\chi_a \gg 1$, $K^2 \ll mV$. Из (13) и (14) видно, что всегда $\delta'_o < 0$ и потому, как это следует из (12), для получения достаточно малой фазы δ_o , необходим малый радиус χ_a поглощающей (аннигиляционной) области. Иными словами, сильное поглощение оказывается на действительной части фазы рассеяния как отталкивание и для уменьшения рассеяния нужно уменьшить и радиус этой эффективной

отражавшей сферы.

В малом радиусе аннигиляционной области практически убедились при попытках описать экспериментальные данные по взаимодействию нерелятивистских антипротонов с протонами с помощью оптического потенциала. В качестве действительной части этого потенциала использовалась либо модель с параметрами, подобранными специально для описания данных по взаимодействию $p\bar{p}$ (как например, в /9/), либо ОВЕР /10/. Мнимая же часть потенциала, призванная учесть аннигиляцию во всех подобного рода работах находилась подгонкой параметров какой-либо экспоненциально падающей с расстоянием функции. В /9/ с этой целью использовалась мнимая часть потенциала аппроксимировалась выражением

$$W = -W_0 e^{-\left(\frac{r}{r_a}\right)^4}$$

При этом для согласования теоретических расчетов с экспериментальными данными, приходилось принять

$$r_a = 0,27 \text{ ф}$$

Аналогичный результат получен в /10/ для мнимой части в форме потенциала Будса-Саксона:

$$W = -\frac{W_0}{1 + e^{\frac{r}{r_a}}} \quad (15)$$

В этом варианте наилучшее значение радиуса аннигиляционной области $r_a = 0,17 \text{ ф}$. Все эти числа по порядку величины совпадают с теоретическим предсказанием $r_a = \frac{1}{2}m \approx 0,1 \text{ ф}$. Подробные обзоры результатов использования оптической модели для взаимодействия $N\bar{N}$ содержится в работах /11/ и /12/.

Они, в основном, не устарели до сих пор, и, не желая повторяться в подробностях, мы лишь укажем здесь, что ОВЕР с добавлением независящего от спинов и изоспинов мнимого потенциала (I5) удовлетворительно описывает данные по полному, упругому и дифференциальному упругому сечениям, а также по перезарядке

$\bar{p}p \rightarrow \bar{n}n$. К сожалению поляризационные эксперименты с нерелятивистскими антинуcléонами единичны и пока недостаточно точны для информативного сравнения с теоретическими расчетами (см. /I3/). Кроме того, вплоть до последнего времени аннигиляция \bar{p} с энергиями $E_L < 100$ Мэв также оставалась исследованной очень приблизительно. Совсем недавно в этой области получен ряд новых экспериментальных результатов, не отраженных еще в обзорной литературе. Эти результаты, представляющие значительный интерес для рассматриваемых нами вопросов состоят в том, что в аннигиляцию медленных \bar{p} большой вклад дают волны с ненулевыми орбитальными моментами. Из условия унитарности следует, что полное сечение взаимодействия

$$\sigma_t = \sigma_e + \sigma_a$$

и сечение упругого рассеяния σ_e , должны удовлетворять неравенству Рариты-Шведа /I4/:

$$\frac{\sigma_t^2}{\sigma_e} \leq 4\pi \chi^2 (L+1)^2 \quad (I6)$$

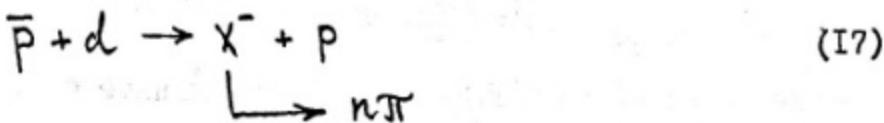
где L - максимальный орбитальный момент, вносящий вклад во взаимодействие. На рисунке 5 воспроизведены результаты одной из последних экспериментальных работ /I5/. По оси ординат на рисунке (5a) отложена величина σ_t^2/σ_e для столкновений $\bar{p} - p$, стоящая в левой части неравенства (I6), по оси абсцисс импульс антипротона P_L в л.с., сплошные кривые отвечают

величине $4\pi \chi^2 (L+1)^2$ (правая часть неравенства (16)) для разных L . Как видно из рис.5, даже при малых импульсах $P_L = 100-200$ Мэв/с существенный вклад во взаимодействие \bar{p} - p вносят парциальные волны с $L = 3$. На рис. 5б показан ход сечения аннигиляции σ_a как функции P_L . Максимально возможное значение σ_a , как это следует из общих формул (6) и (7) равно $\pi \chi^2 (L+1)^2$. Из рис.5б следует, что в аннигиляции медленных \bar{p} принимают участие орбитальные моменты вплоть до $L = 3$. Легко убедиться, что такие значения момента аномально высоки для короткодействующих сил с радиусом $r \lesssim 1\phi$. В самом деле, лабораторному импульсу $P_L = 200$ Мэв/с отвечает импульс в с.ц.и. $K = P_L/2 = 100$ Мэв/с, т.е.

$$L \approx K r \lesssim 0,5.$$

На большую роль ненулевых орбитальных моментов в аннигиляции медленных \bar{p} непосредственно указывают также результаты другого эксперимента, в котором измерена относительная вероятность аннигиляции $\bar{p}p \rightarrow 2\pi^0$. Аннигиляция на $2\pi^0$ на S -состояния запрещена сохранением четности: для систем $N\bar{N}$ в S -состоянии $P = -I$, в то время, как для двух тождественных бозонов с нулевым спином возможны только состояния с $P = +I$. Таким образом, аннигиляция на $2\pi^0$ является индикатором участия во взаимодействии $\bar{p}p$ при малых энергиях парциальных волн с $e \neq 0$. С другой стороны, аннигиляция на заряженную пару $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-$ может идти и из S -состояния. Измеренное отношение вероятностей процессов $\bar{p}p \rightarrow 2\pi^0$ и $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-$ для медленных \bar{p} ($P_L \lesssim 150$ Мэв/с) показывает, что около 30% всех случаев двухпионной аннигиляции на заряженные пионы идет из состояний с нечетным (и значит зарядом ненулевым) орбитальным моментом /16/.

Большой вклад парциальных волн с ненулевыми орбитальными моментами в аннигиляцию медленных \bar{p} может быть объяснен наличием вблизи пороговых (т.е. с массой близкой к двум нуклонным) связанных или резонансных состояний $N\bar{N}$ с отличными от нуля орбитальными моментами. Приведенные выше экспериментальные данные из работ /15/ и /16/ свидетельствуют о существовании целого ряда подобного рода состояний в системе $\bar{p}p$. Это косвенное свидетельство подтверждается и прямыми опытами по обнаружению связанных и резонансных состояний. На рисунке 6 показан полученный в одной из последних работ /17/ спектр импульсов отдачи протонов при аннигиляции "остановившихся" \bar{p} ($p_L \leq 150$ Мэв/с) в дейтерии:



Бюллетен

Имеющийся в спектре пик отвечает, по интерпретации авторов, связанному состоянию системы ($\bar{p}n$) с изоспином и G -четность $I^G = I^+$ и с массой около 1800 Мэв (более подробно обсуждение этого результата см. в § 4). На рисунке 7 показан измеренный в недавней работе /18/ энергетический ход сечения аннигиляции по каналу



где K_L и K_S означают соответственно долгоживущий и короткоживущий нейтральный К-мезон. Отчетливый резонансный максимум на этом рисунке, отвечающий состоянию ($\bar{p}p$) на большие углы /19/ (более детально данный вопрос рассматривается в § 4).

Как видно из изложенного, зависимость сечений аннигиляции от энергии для нерелятивистских антипротонов не проста. В частности, для медленных частиц сечение аннигиляции не

подчиняется закону $1/\sqrt{s}$. Однако, для оценок можно принять, что в интервале энергий 50–300 МэВ полное сечение аннигиляции $N\bar{N}$ в каждом из возможных спиновых и изоспиновых состояний дается равенством

$$\frac{K}{m} \sigma_a \approx 50 \text{ мб} \quad (19)$$

Эта цифра получена из экспериментальных данных по аннигиляции $\bar{p}p$ и $\bar{n}n$ в предположении, что σ_a не зависит от спиновых и изоспиновых переменных. Экспериментальные ошибки в измерении полных сечений аннигиляции нерелятивистских \bar{p} в среднем составляют 5–10 мб /12/.

3. Квазиядерные мезоны

Приведенные в предыдущих разделах данные о взаимодействии нерелятивистских антинуклонов с нуклонами позволяют теоретически рассмотреть вопрос о связанных и резонансных состояниях $N\bar{N}$. При этом имеются в виду нерелятивистские состояния, т.е. такие, для которых выполнены условия:

$$R \gg \frac{1}{m} \quad (20)$$

$$|M - 2m| \ll m \quad (21)$$

Здесь R – радиус системы (среднее расстояние между частицами) и M – ее масса. Неравенство (20) означает, что частицы движутся с нерелятивистскими скоростями (т.к. средний импульс $\bar{K} \approx 1/R$). Неравенство (21) есть необходимое условие применимости квантовомеханического потенциального приближения, вне которого теряет смысл само понятие составной системы. Условия (20) и (21) выполняются для адронных атомов (т.е. атомов с отрицательным адроном – мезоном или барионом – вместо электро-

на), ядер и гиперядер. Поскольку нас будут интересовать состояния $N\bar{N}$, возникающие за счет ядерного взаимодействия, мы будем называть их квазиядерными. Так как барионный заряд (число барионов минус число антибарионов) для систем $N\bar{N}$ равно нулю, то квазиядерные состояния $N\bar{N}$ должны проявляться в различного рода экспериментах как тяжелые (с массой близкой к двух нуклонным) мезоны, которые мы также будем называть квазиядерными.

Все квазиядерные состояния нестабильны из-за возможности аннигиляции N и \bar{N} . Время жизни, или обратную ему величину — ширину квазиядерного состояния можно по порядку величины вычислить, исходя из того факта, что согласно условию (20) среднее расстояние между частицами R много больше "радиуса аннигиляции" $r_a \lesssim \frac{1}{2}m$ (см. § 2). Тогда, в наименьшем порядке по малому параметру r_a/R , ширина Γ для распада квазиядерного мезона по аннигиляционным каналам можно оценить по хорошо известной формуле (см., например, [19], [20])

$$\Gamma \approx \frac{K}{m} \tilde{\sigma}_a \varrho ; \quad \varrho = \overline{|\Psi(0)|^2} \quad (22)$$

Здесь K — среднее значение импульса, $\tilde{\sigma}_a$ — сечение аннигиляции в отсутствии потенциального взаимодействия между частицами. Эту ненаблюдаемую величину мы заменим, для оценки, экспериментальным значением (19). Наибольшая неопределенность в вычислении по формуле (22) обусловлена величиной ϱ — средним значением плотности частиц в области аннигиляции (Ψ — волновая функция квазиядерного состояния). Волновая функция квазиядерной системы на расстояниях порядка $1/m$ не может быть хорошо известна — она сильно зависит от деталей

взаимодействия, которое на этих расстояниях не может быть правильно передано ОВЕР или какой-либо другой потенциальной моделью из-за существенной роли аннигиляционных процессов (подчеркнем, что последние приводят не только к поглощению, но и к дополнительному притяжению или отталкиванию), обусловленному действительной частью аннигиляционных диаграмм типа Зб). Если на малых расстояниях ($\gamma \leq \gamma_a$) имеет место притяжение возрастающее не быстрее, чем γ^{-2} при $\gamma \rightarrow 0$, то для S -состояний должно быть

$$\rho_S \approx \frac{3}{4\pi R^3} \quad (23)$$

Положив $R \approx \frac{1}{M} = 1,37 \text{ fm}$ и подставив (23) и (19) в формулу (22), получим

$$\Gamma_S \approx 100 \text{ MeV} \quad (24)$$

Это значение Γ (при тех же предположениях о взаимодействии) заметно понизится для состояний с отличным от нуля орбитальным моментом из центробежного барьера, препятствующего проникновению частиц в аннигиляционную область. Для грубой оценки можно принять в этом случае

$$\rho_e \approx \frac{(K\gamma_a)^{2e}}{[(2e+1)!!]^2} \rho_S \quad (25)$$

где $K = (mv_0)^{1/2}$ – волновое число в эффективной потенциальной яме U_0 . (Мы считаем $V_0 \gg |2m - M|$). Соотношение (25) справедливо при $K\gamma_a \leq 1$ (при больших $K\gamma_a$, ρ_e по порядку величины не отличается от ρ_S). Учитывая это, получаем следующую оценку

$$\Gamma_e \sim \frac{100}{[(2l+1)!!]^2} M_{\text{эв}} \quad (26)$$

Отсюда следует, что уже для P и d -состояний анигиляционные ширины Γ_e могут быть сравнительно малы - порядка $10+1$ Мэв. Сделанные оценки весьма существенны для объяснения приведенных в предыдущем разделе экспериментальных данных по анигиляции pp . Как уже указывалось, эти данные могут быть объяснены наличием достаточно острых резонансов в системе $N\bar{N}$. Острота резонанса характеризуется отношением $\Gamma_{N\bar{N}}/\Gamma$, где $\Gamma_{N\bar{N}}$ - ширина распада по упругому каналу, Γ - анигиляционная ширина. Величина $\Gamma_{N\bar{N}}$ для квазидерного S - состояния может быть оценена по порядку величины с помощью хорошо известного соотношения

$$\Gamma_{N\bar{N}}^{(S)} \approx \frac{1}{m R^2} \quad (27)$$

Для $R = \frac{1}{\mu}$ мы получаем из (27)

$$\Gamma_{N\bar{N}}^{(S)} \approx \frac{\mu^2}{m} = 20 \text{ Мэв}$$

Сравнивая эту цифру с Γ_S , находим

$$\frac{\Gamma_{N\bar{N}}^{(S)}}{\Gamma_S} \approx 10^{-1}$$

Тот же и даже больший порядок величины отношения $\Gamma_{N\bar{N}}/\Gamma$ будет иметь и для $l \neq 0$, поскольку фактор проницаемости внешнего центробежного барьера в упругой ширине $\Gamma_{N\bar{N}}$ компенсируется уже обсуждавшимся выше аналогичным множителем в

Γ , уменьшающим вероятность проникновения частиц в аннигиляционную область. Для некоторых резонансов фактор проницаемости внешнего барьера может быть близок или равен 1 (если $kR \geq \ell$), тогда как подавление плотности частиц в аннигиляционной области при $\ell \neq 0$ и не слишком сингулярных в нуле потенциалах всегда будет иметь место. Поэтому в общем случае, для квазиядерных мезонов должно быть:

$$\frac{\Gamma_{N\bar{N}}}{\Gamma} \approx 10^{-1} \div 1 \quad (29)$$

Сравнительно большая вероятность распада (реального или виртуального) квазиядерного мезона по каналу $N\bar{N}$ является отличительной особенностью этих частиц (состоящих из нуклонов и антинуклонов), не свойственной тяжелым мезонам другой природы. Для этих последних распад на нуклон и антинуклон ничем не выделен среди других двухчастичных распадов. Грубую оценку $\Gamma_{N\bar{N}}/\Gamma$ для таких мезонов можно получить сравнивая фазовые объемы двухчастичных и многопионных каналов распада. Для мезона с массой $M \approx 2m$ отношение фазовых объемов (объемов одной и той же длиной дает, например, (см. /21/)

$$\frac{\Gamma_{4\pi}}{\Gamma} \approx 10^{-3}$$

Ясно, поэтому, что для распада тяжелого мезона не квазиядерной природы по каналу $N\bar{N}$ следует ожидать

$$\frac{\Gamma_{N\bar{N}}}{\Gamma} \lesssim 10^{-3}$$

т.е. величину на 2-3 порядка меньшую, чем ожидаемое значение для квазиядерных мезонов.

Полученные выше оценки Γ показывают, что ширины квази-

ядерных состояний во всяком случае не больше (а скорее всего меньше) ширины хорошо известных бозонных резонансов.

Спектр масс и волновые функции квазиядерных мезонов могут быть получены путем решения уравнения Шредингера с ОВЕР в качестве гамильтонiana взаимодействия между частицами. При этом, разумеется, влияние аннигиляционных эффектов на положение уровней не будет учтено. В наинизшем порядке по α_s/R это влияние может быть оценено по формуле, аналогичной для аннигиляционного сдвига уровня ΔE имеет место соотношение:

$$\Delta E = \frac{2\pi}{m} \operatorname{Re} \tilde{f}_a \rho \quad (30)$$

Здесь \tilde{f}_a — амплитуда рассеяния за счет чисто аннигиляционных диаграмм. Используя оптическую теорему мы можем написать

$$\operatorname{Im} \tilde{f}_a = (\kappa \tilde{\sigma}_a)_{\kappa \rightarrow 0} \cdot \frac{1}{4\pi} \quad (31)$$

Выражая далее ρ через Γ с помощью (31) и подставляя (31), мы получим

$$\Delta E \approx \frac{\operatorname{Re} \tilde{f}_a}{\operatorname{Im} \tilde{f}_a} \cdot \frac{\Gamma}{2} \quad (32)$$

Из (32) следует, что ΔE по порядку величины не должно превосходить Γ . Эта оценка подтверждается в тех случаях, когда аннигиляционный сдвиг может быть вычислен более точно (например, для одномезонных аннигиляционных диаграмм). Все приводимые ниже результаты о спектре масс квазиядерных мезонов могут быть верны с точностью до аннигиляционного сдвига (32), т.е. до поправки порядка ширины уровня.

В таблице II приведены результаты численных расчетов спектра масс связанных ($M < 2m$) квазиядерных состояний $N\bar{N}$. Эти результаты получены в работах /22/-/25/ с вариантом ОВЕР, параметры которого указаны в таблице I. Аналогичные результаты были получены позже в работе /26/. Эта работа отличается от предыдущих выбором варианта ОВЕР, радиусом (минимум) обрезания сингулярных членов и заменой уравнения Шредингера уравнением Дирака. Авторы использовали четыре различных набора параметров ОВЕР. Согласие результатов указанных независимых расчетов оказалось, в целом, лучше чем можно было ожидать, если иметь в виду и грубость вычислительной модели и довольно сильное различие использованных вариантов ОВЕР. Хотя положения S -уровней, полученных в этих работах, различаются довольно сильно (последние в работе /26/ получились пересвязанными, иногда даже с $M < 0$), массы других P уровней с $\ell \neq 0$ (из общего числа 13) различаются не более чем на 100-150 Мэв. Кроме масс, в таблице II указаны орбитальные моменты и квантовые числа квазиядерных мезонов. В связи с этим отметим, что P и S -четности состояний системы $N\bar{N}$ следующим образом связаны с другими квантовыми числами:

$$P = (-1)^{\ell+1}, \quad G = (-1)^{I+S+\ell} \quad (33)$$

Здесь S - суммарное спиновое число N и \bar{N} , являющееся интегралом движения, так же как и для системы из двух нуклонов. Орбитальный момент из-за наличия тензорных сил, которые дает ОВЕР (см. § I), не сохраняется. Однако, как показывают оценки, вклад тензорных сил в энергию триплетных состояний сравнительно невелик (порядка или меньше 15-20%) и поэтому,

в виду грубости модели в целом, может быть опущен (учет тензорных сил приводит к неоправданному в данном случае усложнению численных расчетов).

В таблице П приведены также верхние границы для ширин уровней. Для состояний с $\ell \neq 0$ эти величины получены путем обрезания центробежного барьера на расстояниях меньших 0,6 ф. При восстановлении центробежного барьера, анигиляционные ширины уменьшаются в соответствии с формулой (). Положение самих уровней меняется при этом несущественно (10-50 Мэв). Последнее указывает, что основную роль в формировании связанных состояний системы $N\bar{N}$ играет потенциальное взаимодействие на больших расстояниях - порядка I-I,5 ф.

Всем перечисленным в таблице П связанным состояниям отвечают волновые функции без радиальных узлов. Это означает, что состояния с $\ell \neq 0$ возникают за счет сильного спин-орбитального взаимодействия. Как уже отмечалось в § I, наличие такого взаимодействия является одной из характерных особенностей ОВЕР, обусловленной, в основном, векторными мезонами. Таким образом, рассматриваемая модель взаимодействия $N\bar{N}$ приводит к следующим качественным результатам для спектра связанных состояний:

а) в системе $N\bar{N}$ должны существовать не одно, как в системе $p\bar{n}$, а несколько связанных состояний;

б) среди состояний, близких к верхней границе спектра нет S -состояний.

Эти качественные особенности спектра связанных состояний системы $N\bar{N}$ остаются неизменными при варьировании параметров ОВЕР и обусловлены вполне отчетливой физической причиной - существенным вкладом во взаимодействия NN и $N\bar{N}$.

процессов обмена векторными мезонами. Поскольку притяжение в системе $N\bar{N}$ является настолько сильным, что приводит к возникновению целого спектра связанных состояний, оно должно также приводить к образованию квазидерных резонансных уровней ($M > 2m$). Численное решение волнового уравнения подтверждает это /27/. Резонансные уровни в системе $N\bar{N}$, полученные с тем же гамильтонианом взаимодействия что и связанные состояния, перечислены в таблице III. В ней приведены также ширины $\Gamma_{N\bar{N}}$ для распада по каналу $N\bar{N}$. Как видно из таблицы III, точный расчет подтверждает оценки $\Gamma_{N\bar{N}}$, сделанные выше.

Содержащиеся в таблице III результаты по резонансным состояниям системы $N\bar{N}$ были получены в работе /27/ путем вычисления траекторий Редже, т.е. функции $J(\epsilon)$, выражающей зависимость углового момента системы от ее энергии (см. /28/). Эта функция при $\epsilon < 0$ действительна и физическим (наблюдаемым на опыте) состояниям отвечают целочисленные значения J . При $\epsilon > 0$, $J(\epsilon)$ - комплексна, причем $\text{Im } J(\epsilon) > 0$. В этом случае физическим состояниям отвечают целочисленные значения $\text{Re } J$. Эти состояния квазистационарны за счет возможности распада по каналу $N\bar{N}$ и ширина $\Gamma_{N\bar{N}}$ определяется величиной $\text{Im } J$:

$$\Gamma_{N\bar{N}} = \frac{2 \text{Im } J}{d(\text{Re } J)/d\epsilon} \quad (34)$$

Ширины $\Gamma_{N\bar{N}}$, указанные в таблице III, вычислены по формуле (34). Траектории Редже вычисляются решением уравнения Шредингера: задача состоит в отыскании такого комплексного значения J , которое при данном произвольном ϵ удовлетворяет

уравнению. Если траектория $\mathcal{J}(E)$ известна, то по целочисленным значениям $\text{Re } \mathcal{J}$ находятся положения уровней, а по формуле (34) их ширины Γ_{NN} . Как уже упоминалось, сумма спинов $S = 0, I$ в системе $N\bar{N}$ является интегралом движения. Поэтому S сохраняется вдоль траектории Редже. Сохраняется кроме того число $S' = J - \ell = 0, \pm 1$ для триплетных термов ($S = I$) и изоспин системы I . *) Не меняется вдоль траектории и число радиальных узлов волновой функции. Отметим, что в нерелятивистском приближении пространственная четность и \mathcal{G} -четность меняются вдоль траектории. Это не имеет места в релятивистской теории, в которой из-за кроссинг-симметрии (т.е. в данном случае из-за учета аннигиляционного взаимодействия) аналитическое продолжение орбитального момента $\ell(E)$ в комплексную плоскость производится раздельно для четных и нечетных значений ℓ . Таким образом, при учете релятивистских поправок, каждая из реджевских траекторий для квазидерных мезонов расщепится на две (с противоположными \mathcal{P} и \mathcal{G} -четностями).

Одна из реджевских траекторий для квазидерных мезонов воспроизведена на рис. 8 (на нем по оси абсцисс отложен вместе энергии квадрат массы мезона). Как видно из рисунка, $\text{Re } \mathcal{J}$ растет с массой, тогда как $\text{Im } \mathcal{J}$, достигнув максимума, стремится затем к нулю. Такой ход траектории обусловлен упоминавшимся выше обрезанием центробежного потенциала. Поведение $\mathcal{J}(M)$ при больших M не представляет интереса для нашего

*) Сохранение S' связано с тем, что фактически на комплексную область аналитически продолжается орбитальный момент $\ell(E)$, и через его посредство полный момент $\vec{\mathcal{J}} = \vec{\ell} + \vec{S}$.

рассмотрения, так как по мере роста и увеличивается относительная вероятность пребывания N и \bar{N} на малых расстояниях, что сказывается на возрастании ρ . Это обстоятельство и ограничивает сверху спектр масс квазиядерных мезонов, который может быть теоретически исследован в рамках квантовомеханического потенциального подхода.

Спектр резонансных квазиядерных состояний системы, как видно из таблицы III, содержит лишь состояния с $\ell \neq 0$. Таким образом, теория предсказывает наличие вблизипороговых резонансов с ненулевыми орбитальными моментами. Этот результат, а также наличие большого числа подпороговых (связанных) состояний с $\ell \neq 0$, согласуется с рассмотренными в § 2 данными последних экспериментов по аннигиляции $N\bar{N}$ (появившихся после опубликования цитированных теоретических работ).

Теоретически предсказываемый спектр связанных состояний и резонансов может быть сопоставлен с экспериментальными данными по мезонным резонансам /28/. К сожалению, экспериментальное исследование тяжелых мезонных резонансов (R , S , T и U - области, по сложившейся в литературе рабочей терминологии) находится пока в начальной стадии. В настоящее время имеются указания на то, что в этой области масс существуют несколько резонансов, которые могли бы быть отождествлены с квазиядерными состояниями $N\bar{N}$. Однако, квантовые числа этих резонансов не установлены и пока нет количественных данных по генерации тяжелых мезонов в столкновениях антинуклонов с нуклонами и ядрами.

* Согласно имеющимся данным (см. /28/). В упругом рассеянии $N\bar{N}$ назад (на большие углы) проявляются резонансы с массой 1925 Мэв и 1970 Мэв. Кроме того наблюдается резонансная структура полного сечения в районе масс 2190, 2345 и 2380 Мэв.

Иключение составляют два недавних эксперимента, упомянутых в § 2. Сопоставление их результатов с данными теории мы рассмотрим в следующем разделе.

4. Некоторые процессы генерации квазиядерных мезонов на пучках медленных антинуклонов

Мы рассмотрим здесь прежде всего образование квазиядерных состояний в реакции $\bar{p} + d \rightarrow N + \chi$, где χ - связанное состояние $N\bar{N}$. Нас будет интересовать спектр импульсов "нуклонов отдачи".

Главный пункт, на который мы хотели бы обратить внимание, состоит в том, что из-за сравнительно больших аннигиляционных ширин уровней, вид этого спектра, в частности, местоположение и протяженность максимумов в нем, определяется не только законами сохранения и массами связанных состояний, но также и их квантовыми числами, прежде всего орбитальными моментами. Реакцию (I7) мы рассматриваем, исходя из хорошо известного в ядерной физике механизма подхваты (рис.9). Заметим, что выбор конкретного механизма периферийного процесса не существенен для излагаемых ниже основных выводов, хотя некоторый сдвиг максимума исследуемого спектра при переходе, например, от подхваты к реакции замещения может иметь место.

Дифференциальное сечение реакции (I7), отвечающее подхвату, можно записать в следующей форме (считая $\vec{k} = c = I$):

$$\frac{K}{m} \frac{d\sigma}{dq_1 d\Omega} = \frac{2J+1}{2\pi} \cdot \frac{q_1^2 (q_1^2 + d^2)^2 \cdot F_d^2(q) \cdot F_{N\bar{N}}^2(s) \cdot \Gamma}{(q_1^2 + \omega^2 - S^2 - \chi^2)^2 + \Gamma^2 m^2 / 4} \quad (35)$$

Здесь $\vec{K} \cdot \vec{q}_1$ - импульсы \bar{p} и протона отдачи, $d\Omega$ -

элемент телесного угла в направлении \vec{q}_V , $\vec{S} = (\vec{K} + \vec{q}_V)/2$. \mathcal{J} , \mathcal{Z}^2/m и Γ - соответственно угловой момент, энергия связи и аннигиляционная ширина рассматриваемого состояния системы $N\bar{N}$, \mathcal{L}/m - энергия связи дейтрона, m - масса нуклона и $F(a)$ - фурье компоненты радиальных волновых функций:

$$F(a) = \int_0^\infty \chi_\ell(r) j_\ell(ar) r dr \quad (36)$$

(ℓ - орбитальный момент относительного движения частиц). В частности, для хюльтеновской волновой функции дейтрона и остановившихся \bar{p} ($K = 0$), имеем:

$$\frac{\kappa}{m} \frac{d\sigma}{dq_V} = \frac{4(2j+1)d\beta(\alpha+\beta)^3 q_V^2 F_{N\bar{N}}(q_V/2) \cdot \Gamma}{(q_V^2 + \beta^2)^2 [(3q_V^2/4 + \mathcal{L}^2 - \mathcal{Z}^2)^2 + \Gamma^2 m^2/4]} \quad (37)$$

где $\beta \approx 250$ Мэв/с - параметр Хюльтена. В области $q_V < 2\ell/R$ (R - радиус орбиты) функция $q_V^\ell F_{N\bar{N}}(q_V/2)$ по очевидным соображениям ведет себя как $(q_V R)^{2\ell+2} (q_V^2/4 + \mathcal{Z}^2)^{-1}$, т.е. возрастает при достаточно малых q_V . Поскольку в выражении (37) содержится также монотонно убывающий хюльтеновский фактор, то $d\sigma/dq_V$, как функция q_V , может иметь на участке $0 \leq q_V \leq 2\ell/R$ максимум (мы называем его в дальнейшем кинематическим) даже в том случае, когда резонансный знаменатель (квадратные скобки в формуле (37)) меняется в указанном интервале слабо из-за сравнительно большой аннигиляционной ширины. Положение кинематического максимума, таким образом, практически не зависит от массы связанныго состояния.

ния $N\bar{N}$ и определяется преимущественно его орбитальным моментом и радиусом. Это подтверждается таблице I, в которой приведены положения кинематических максимумов для всех теоретически предсказываемых связанных состояний. Разумеется кинематический максимум может проявляться лишь тогда, когда его ширина существенно меньше аннигиляционной. В противном случае, ход кривой $d\sigma/dq$, будет определяться также резонансным множителем в формуле (37), и при достаточно малой величине Γ брейт-вигнеровский пик в спектре пульсов протонов отдачи должен оказаться доминирующим. На рис. 10 показаны форма и положение максимума, отвечающего 3d_4 -состоянию $n\bar{p}$ с массой 1855 Мэв при разных значениях Γ . Можно видеть, что при $\Gamma = 50$ Мэв, положение пика очень близко к брейт-вигнеровскому максимуму ($q_{\gamma} = 175$ Мэв/с см. табл. I), тогда как при $\Gamma = 150$ Мэв проявляется кинематический максимум ($q_{\gamma} = 310$ Мэв/с).

Из изложенного следует, что наличие максимумов в спектре импульсов протонов отдачи свидетельствует по меньшей мере о значительном вкладе в аннигиляцию остановившихся \bar{p} на дейтроне определенных ненулевых орбитальных моментов относительного движения n и \bar{p} . Этот факт трудно объяснить иначе, чем существованием в системе $N\bar{N}$ вблизи пороговых состояний с $\ell \neq 0$. Как показывает, однако, проведенный выше анализ, положения и ширины наблюдаемых максимумов не всегда непосредственно связаны с массами и аннигиляционными ширинами этих состояний.

Сравнение рассчитанного по формуле (37) (на основе работы /25/) и наблюдаемого в эксперименте /17/ спектров импульсов протонов отдачи в реакции (17) для остановившихся \bar{p}

показано на рис. II (теоретические кривые нормированы по ординате на экспериментальные числа событий в точке $Q_y = 0,29$ Гэв/с. Кривая для положительной G -четности имеет кинематический максимум, отвечающий упомянутому ранее состоянию 3d_1 (квантовые числа $J^P G = 1^-+$) с аннигиляционной шириной $\Gamma = 150$ Мэв. Положение этого максимума, как видно из рисунка, совпадает с экспериментальным пиком. Отметим, что из семи связанных состояний с изоспином I, указанных в таблице I, в условиях эксперимента /I7/ могло проявиться лишь одно — кинематические максимумы, обусловленные другими соотношениями, лежат вне пределов исследованного в этом опыте участка спектра ($Q_y > 150$ Мэв/с).

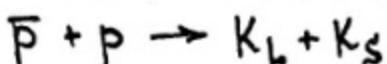
Из сказанного выше можно заключить, что имеющиеся экспериментальные данные согласуются с теоретическим предсказанием. Вместе с тем были бы желательны эксперименты по исследованию реакции (I7) при разных энергиях \bar{p} .

Это позволило бы, во-первых, выяснить природу наблюдаемых максимумов (легко увидеть из формулы (35), что с изменением S брейт-вигнеровские и кинематические пики будут перемещаться по разному), и, во-вторых, дало бы возможность получить более полную информацию о спектре состояний системы NN . Теория реакции (I7) была дана в работах /29/-/31/.

Предсказываемые потенциальной моделью уровни могут, очевидно, испытывать определенные сдвиги при допустимых вариациях потенциала. Верьма чувствительны к ним аннигиляционные ширины (меняя потенциал на расстояниях, меньших 0,5 ферми, мы получали, сохраняя все характерные особенности энергетического спектра, значения ширин от 5 до 150 Мэв). Важно, однако, подчеркнуть, что во всех случаях неизменным остается

один существенный факт - наличие нескольких вблизи-пороговых состояний с ненулевыми орбитальными моментами. Это обстоятельство, которое прежде всего хотелось бы подвергнуть экспериментальной проверке, является качественным следствием вполне вероятных современных гипотез о природе взаимодействия нуклонов при нерелятивистских энергиях и объясняется большой ролью спин-орбитальных сил в формировании спектра состояний системы $N\bar{N}$.

Как уже отмечалось в предыдущем разделе, отличительной особенностью квазиядерных резонансов являются сравнительно большие ширины $\Gamma_{N\bar{N}}$ для распада на N и \bar{N} . Непосредственное измерение $\Gamma_{N\bar{N}}$ для наблюдавшихся тяжелых мезонов (с массой $M < 2m$) представляет поэтому большой интерес. До сих пор, однако, прямых и уверенных (даже по порядку величины) измерений $\Gamma_{N\bar{N}}$ нет. Тем не менее, из опубликованных в последнее время данных можно оценить вероятное значение $\Gamma_{N\bar{N}}/\Gamma$ для резонанса с массой 1970 Мэв, упомянутых в § 2. Резонанс $N\bar{N}$ (1970) наблюдался /18/ при аннигиляции



и еще раньше (но менее отчетливо) в упругом рассеянии $p\bar{p}$ /32/. В аннигиляционном эксперименте /18/ измерено абсолютное значение эффективного сечения аннигиляции по каналу $K_L K_S$. Из энергетического хода сечения (см. рис.7) следует, что он может быть описан суммой резонансного (брейт-вигнеровского) и нерезонансного слагаемых. Экспериментальное значение разо-
нансного вклада $\sigma_{KK}^{(r)}$ при импульсе $P_L = 600$ Мэв/с, отве-
чающего массе 1970 Мэв, равно (75 ± 20) мкб. С другой сторо-
ны $\sigma_{KK}^{(r)}$ связано с $\Gamma_{N\bar{N}}$ формулой:

$$\frac{\Gamma_{N\bar{N}}}{\Gamma} = \frac{\Gamma_t}{\Gamma_{KK}} \cdot \frac{\sigma_{KK}^{(r)} \cdot K^2}{\sqrt{(2J+1)}} \quad (38)$$

где $\Gamma_t = \Gamma + \Gamma_{N\bar{N}}$ - полная ширина резонанса, $K = 300$ Мэв/с импульс \bar{P} в с.д.и. Из этого соотношения можно определить $\Gamma_{N\bar{N}}/\Gamma$, если известны Γ_{KK}/Γ_t и спин резонанса J . Величина $\Gamma_{KK}/\Gamma_t = \frac{\sigma_{KK}}{\sigma_t}$, где σ_{KK} - сечение аннигиляции на два К-мезона, σ_t - полное сечение взаимодействия $\bar{P}p$ в районе резонанса непосредственно не измерялась. Так как, однако, отношение сечений не содержит резонансных множителей и потому должно быть сравнительно гладкой функцией энергии, можно по порядку величины оценить Γ_{KK}/Γ_t по значению σ_{KK}/σ_t при нерезонансных энергиях. Для аннигиляции "покоящихся" \bar{P} ($P_L \leq 150$ Мэв/с) $\sigma_{KK}/\sigma_t = (0,61 \pm 0,09) \cdot 10^{-3}$ (см. 21). Известно также, что в широком интервале импульсов энергий (0 - 400 Мэв/с) $\sigma_{KK}/\sigma_{L\bar{K}}$ постоянно и равно примерно 1/3, и при $P_L \approx 600$ Мэв/с $\sigma_{L\bar{K}}/\sigma_t = 2 \cdot 10^{-3}$. *) Полагая, что отношение $\sigma_{KK}/\sigma_{L\bar{K}}$ при 600 Мэв/с остается приблизительно тем же, что и при меньших энергиях, мы находим

$$\sigma_{KK}/\sigma_t \text{ (600 Мэв/с)} \approx 0,66 \cdot 10^{-3}$$

Эта цифра совпадает с результатом непосредственных измерений σ_{KK}/σ_t для остановившихся \bar{P} и подтверждает высказанное выше соображение о слабой зависимости σ_{KK}/σ_t от энергии. Мы можем поэтому положить

*) $\sigma_{L\bar{K}} = 300$ мкб /21/, $\sigma_t = 150$ мб /15/

$$\frac{\Gamma_{KK}}{\Gamma_t} = \frac{\sigma_{KK}}{\sigma_t} = (0,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$$

Из формулы (38) и значения $\sigma_{KK}^{(\nu)}$ следует тогда

$$\frac{\Gamma_{N\bar{N}}}{\Gamma_t} \approx \frac{8 \pm 3}{25 + 1} \quad (39)$$

Квантовые числа рассматриваемого резонанса за исключением зарядовой четности $C = -I$ неизвестны. Отрицательная зарядовая четность $C = (-I)^{l+s}$ и сохранение пространственной и четности и углового момента в процессе аннигиляции исключают синглетные состояния ($S = 0$), а также все состояния, в которых $J \neq l+1$. Таким образом, возможными значениями J^P являются

$$J^P = 1^-, 3^-, \dots$$

Первое из этих значений отвечает квазиядерным состояниям 3S_1 и 3d_1 , второе - 3d_3 . Участие больших орбитальных моментов в аннигиляции $\bar{p}p$ при $P_L = 600$ Мэв/с представляет менее вероятным (см. рис.). Для $J = 3, I$ мы получаем из (39) соответственно, $\Gamma_{N\bar{N}}/\Gamma_t = 1,2 \pm 0,4$, 3 ± 1 . В обоих случая $\Gamma_{N\bar{N}}/\Gamma_t$ по порядку величины равно 1, т.е. совпадает с тем значением, которое ожидается для квазиядерных мезонов. Так как $\Gamma_{N\bar{N}}/\Gamma_t$ должно быть, по определению, меньше единицы, то из приведенных выше цифр, можно заключить, что значение $J = 3$ является более предпочтительным. Затем, что результаты выполненных в /18/ измерений угловых распределений не противоречат такому заключению (см. /33/), но слишком большие ошибки опыта не позволяют с определенностью установить J .

Как уже упоминалось, резонанс $N\bar{N}$ (1970) проявляется также и в упругом рассеянии назад. Теоретическая обработка экспериментальных данных работы /32/, выполненная в /33/, приводит к следующим значениям $\Gamma_{N\bar{N}}/\Gamma_t$:

$$\Gamma_{N\bar{N}}/\Gamma_t = (0,8 \pm 0,1), (0,4 \pm 1) \text{ и } (0,22 \pm 0,05)$$

для состояний 3S_1 , 3d_1 и 3d_3 , соответственно. Таким образом и эта независимая оценка $\Gamma_{N\bar{N}}/\Gamma_t$ для резонанса $N\bar{N}$ (1970) приводит к результату, совпадающему по порядку величины, с предыдущим. Все изложенное свидетельствует в пользу квазиядерной природы резонанса $N\bar{N}$ (1970). В соответствии с таблицей III этот резонанс должен иметь квантовые числа $J^{PC} = 3^{--}$ и изоспин I , равный $0(G = -I)$ или $1(G = +I)$. Дальнейшие эксперименты, могущие подтвердить или опровергнуть эти предсказания, весьма существенны для рассмотренного круга проблем.

Заключение

Хотелось бы подчеркнуть, что выяснение вопросов, относящихся к взаимодействию нерелятивистских антинуклонов с нуклонами, представляет непосредственный интерес не только для установления физической природы тяжелых мезонных резонансов — одной из проблем современной физики элементарных частиц, — но и для теории обычных ядер, т.е. для ядерной физики в традиционном смысле слова. В самом деле, мы видели, что между взаимодействиями $N\bar{N}$ и NN имеется однозначная связь и, следовательно, основные свойства малонуклонных ядер и квазиядерных мезонов должны быть в конечном счете описаны одним и

тем же набором физических констант, определяющих "элементарное" взаимодействие нерелятивистских частиц. Это означает, прежде всего, что для установления вида потенциального взаимодействия нуклонов, которое как сейчас надеются многие, является необходимым отправным пунктом построения последовательной теории, по крайней мере, малонуклонных ядер, экспериментальное и теоретическое изучение процессов столкновения медленных антинуклонов с нуклонами, а также спектра и свойств тяжелых мезонных резонансов имеет первостепенное значение. Последнее обусловлено тем, что спектр дискретных состояний системы $N\bar{N}$ гораздо богаче спектра не только двухнуклонной системы, но и других легчайших ядер. Если учесть, что кроме квазиядерных мезонов, состоящих из двух частиц $N\bar{N}$, возможны, как показывают предварительные расчеты (см. /34,35/), также и трехчастичные барионные квазиядерные резонансы ($NN\bar{N}$), то становится очевидным, как сильно расширяется многообразие явлений, которые должны быть поняты на основе единых исходных положений.

Таким образом, весьма вероятно, что с одной стороны методы ядерной физики могут разобраться в свойствах и спектре тяжелых "элементарных" частиц-резонансов, а с другой - антинуклонные пучки помогут ответить на некоторые "проклятые" вопросы ядерной физики.

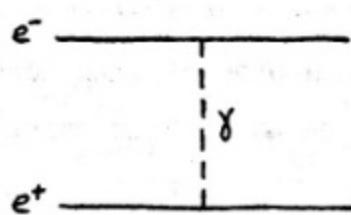


Рис. 1 Обмен фотоном – электромагнитное взаимодействие между электронами

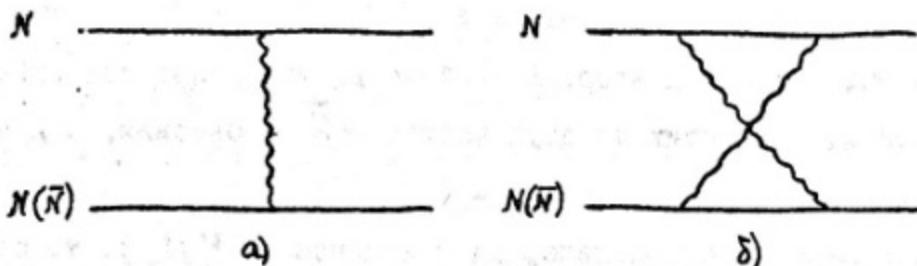


Рис. 2 Ядерное взаимодействие между NN и $N\bar{N}$:
(а) одномезонный обмен; (б) двухмезонный обмен.

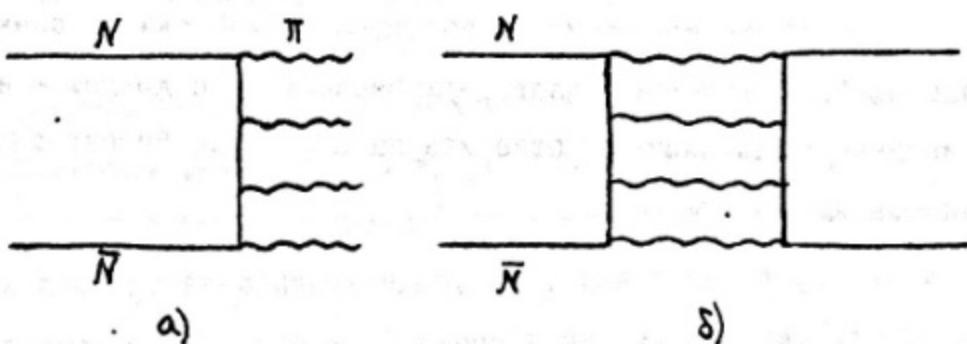


Рис. 3 Анигиляционное взаимодействие $N\bar{N}$: (а) анигиляция;
(б) упругое рассеяние за счет виртуальной
анигиляции.

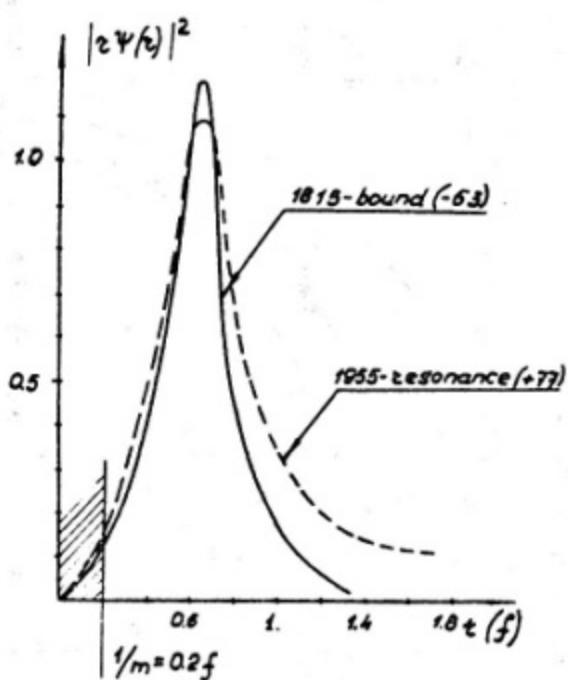


Рис. 4 Плотность частиц как функция расстояния между N и \bar{N} в квазиядерном связанном (сплошная кривая) и резонансном (пунктир) состояниях. Кривые получены в результате численного решения уравнения Шредингера /27/ с гамильтонианом типа ОВЕР. Штриховкой показана анигиляционная область.

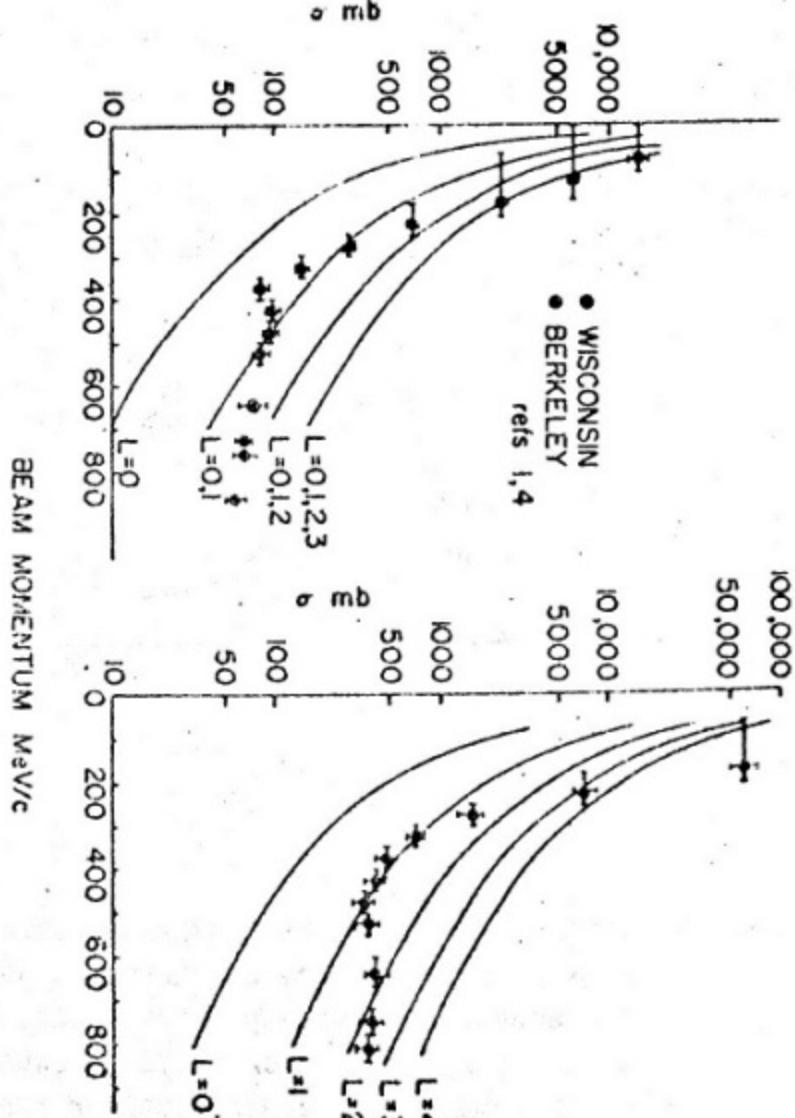


Рис. 5 Анигиляция медленных \bar{p} в водороде по данным работы /15/.

- (а) Зависимость σ_a от импульса \bar{p} в л.с. Сплошные кривые – максимально возможные сечения $\sigma_{a\max} = \pi \chi^2 (2\ell + \Gamma)$
 - (б) Зависимость параметра Рарита-Шведа σ_t/σ_e от импульса
- Сплошные кривые – ход величины $\frac{1}{2}\pi\chi^2(\ell+1)$

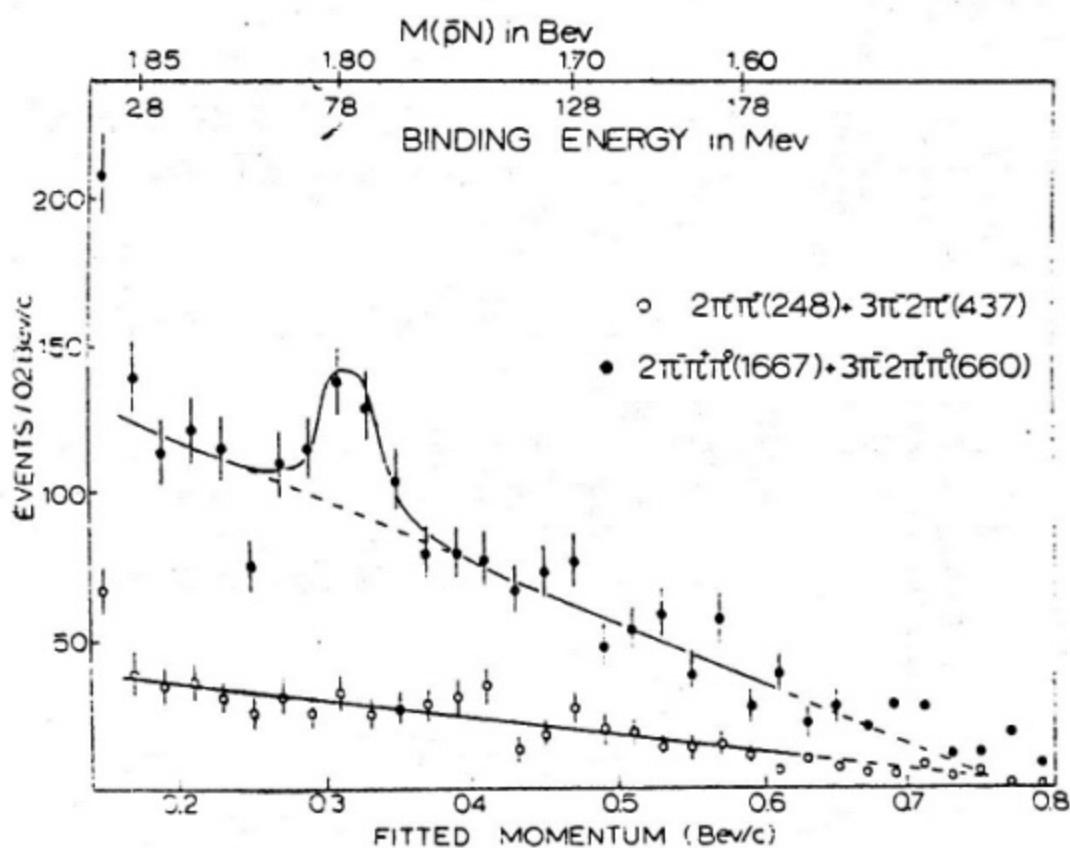


Рис. 6 Спектра импульсов протонов отдачи в реакции
 $\bar{p} + d \rightarrow X^- + \bar{p}$ /I7/. Верхняя кривая - четные
н., нижняя - нечетные.

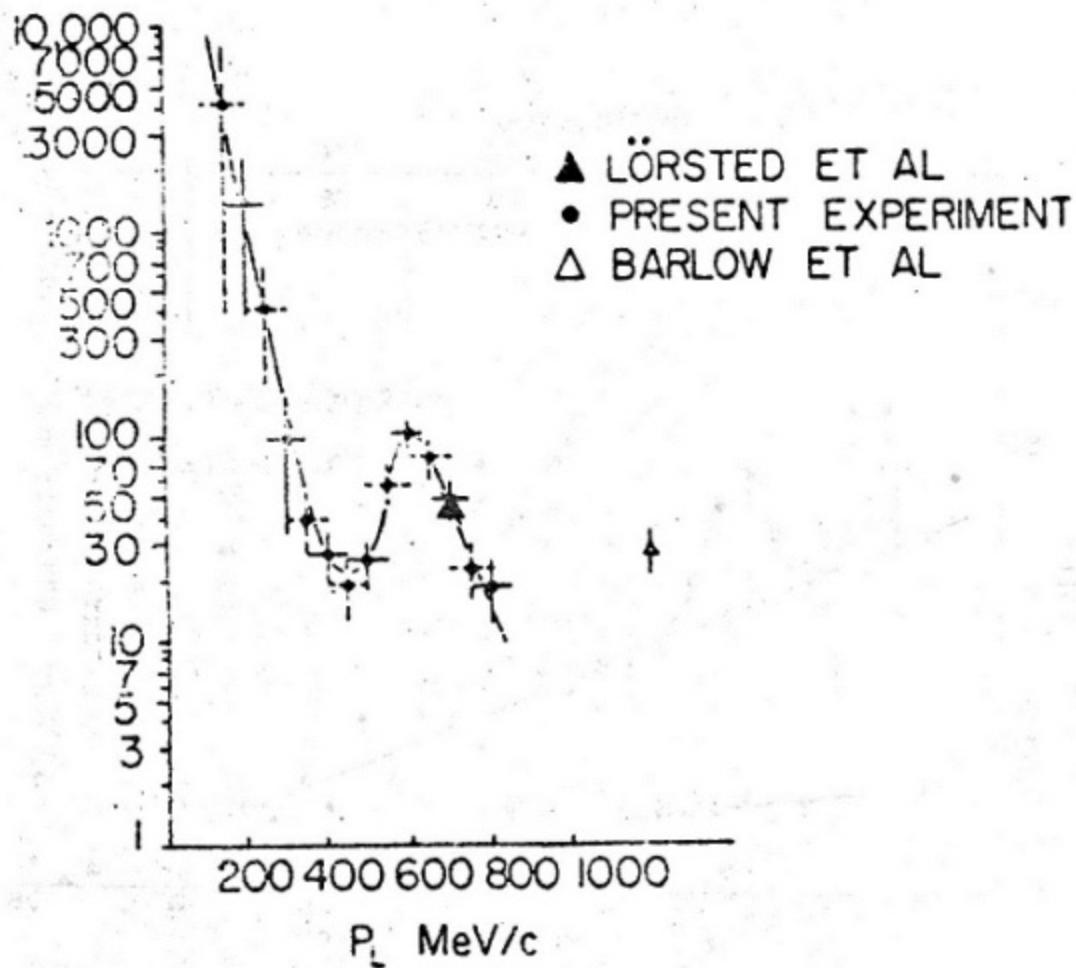


Рис.7 Импульсный ход сечения процесса $\bar{p} + p \rightarrow K_L^0 + K_S^0$
Резонансный максимум отвечает состоянию системы $(p\bar{p})$
с массой 1970 Мэв и полной шириной $\Gamma_t = 35$ Мэв.

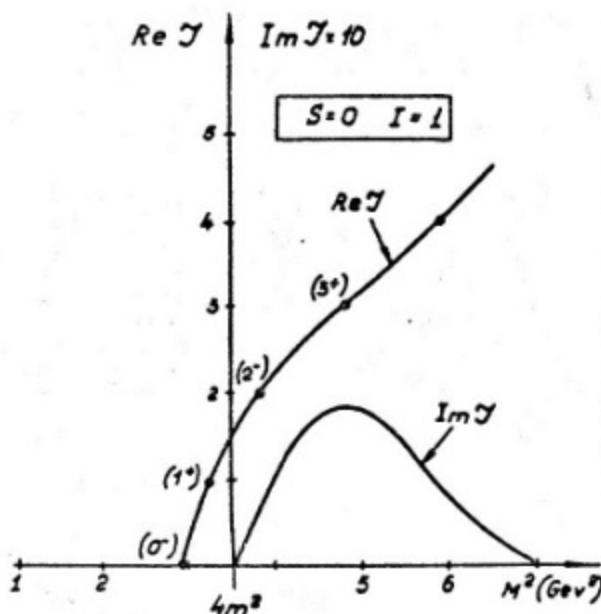


Рис. 8 Реджевская траектория семейства квазиядерных мезонов с изоспином $I = 1$ и суммарным спином $S = 0$ /27/. Точками на кривой отмечены физические состояния (целочисленные значения \mathcal{J}).

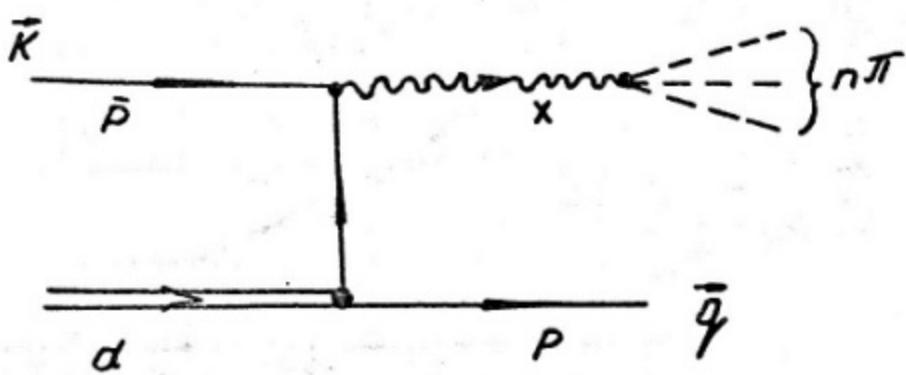


Рис. 9 Диаграмма механизма подхвата для реакции
 $\bar{N} + d \rightarrow X + N$
 $\downarrow \pi\pi$

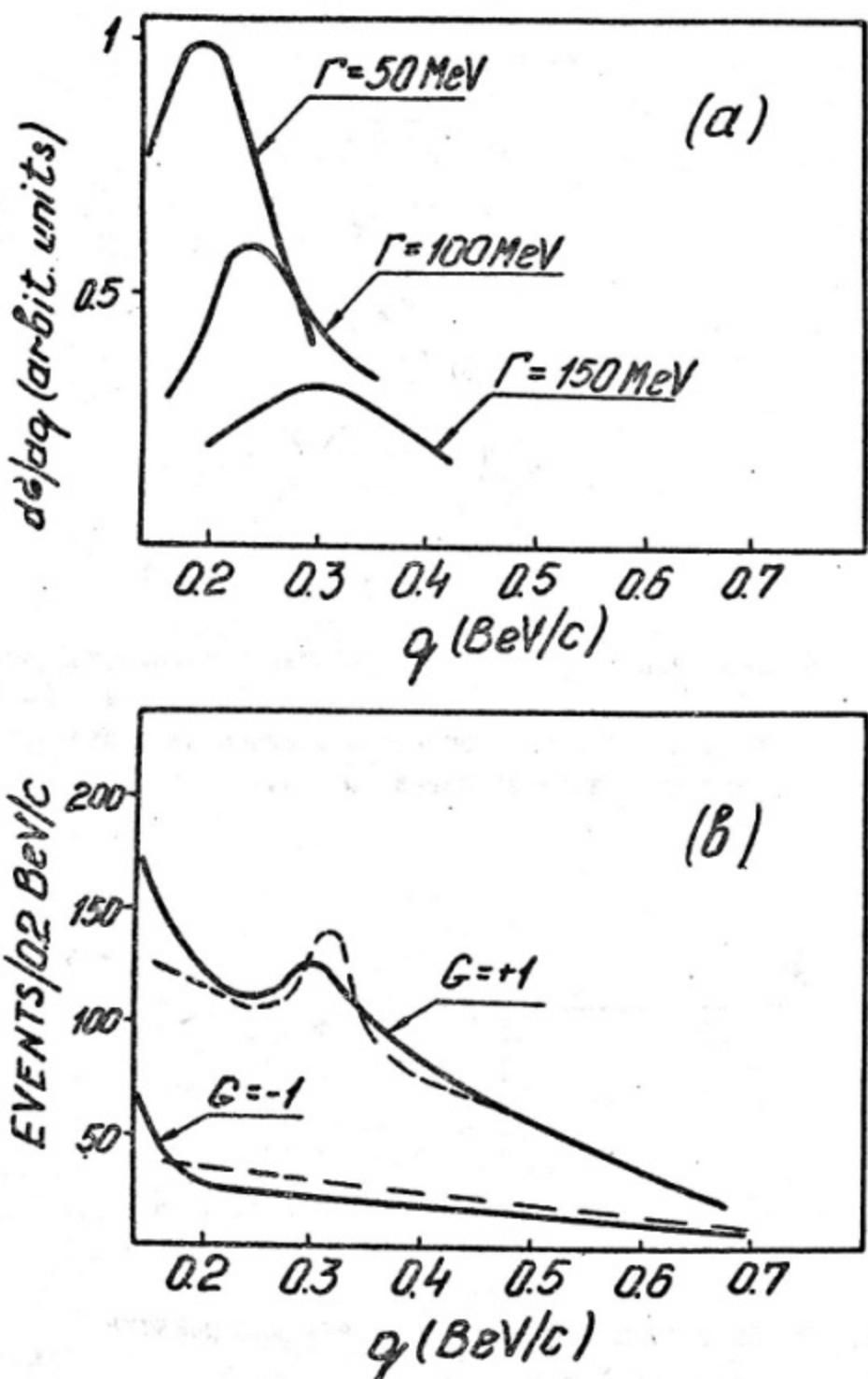


Рис.10 (а) Форма и положение максимума, отвечающего состоянию 3d_1 системы $n\bar{p}$ с массой 1855 Мэв и при разных значениях аннигиляционной ширины Γ (б) Сравнение теоретических /30/ и экспериментальных /17/ результатов для аннигиляции остановившихся \bar{p} в дейтерии (реакция I(17)). Сплошные кривые - теория, пунктирные - эксперимент.

OBEP parameters				$N\bar{N}$ bound states ($M < 2m$)				$N\bar{N}$ resonant states ($M > 2m$)				
Meson	Parameter	ITEP ^x	DESY ^{xx}	Spectr. symbol	$I^G(J^P)$	Mass M (MeV)	Width Γ (MeV)	Spectr. symbol	$I^G(J^P)$	Mass M (MeV)	Width Γ (MeV)	
π	g^2	11.7	14.4	$^3S_1 - ^3D_1$	$^1+(1')$	1727; 1835	94; 113	3d_2	$^1-(2')$	1955	28	
ρ	g^2	7.0	2.0 ± 9.9	$^3S_1 - ^3D_1$	$^3-(1')$	1382; 1474	71; 65	3d_2	$^0+(2')$	1930	15	
σ^0	g^2	9.4	$1.4; 5.7 \pm 7.0$	1P_1	$^3+(1')$	1814	104	3d_2	$^1+(2')$	1925	10	
σ^+	$(0^+/0^+)$	560	400; 700	3P_0	$^3-(0')$	1777	100	3d_2	$^0-(2')$	1930	15	
σ'_+	g^2	6.1	—	3P_1	$^1-(0')$	1724	105	3d_2	$^0-(2')$	1930	15	
ρ^0	$(0^-/0^+)$	770	—	$^3\rho_0$	$^3+(0')$	1289	57	3d_2	$^1+(2')$	1925	10	
ρ^+	g^2	0.68	0.6 ± 0.75	$^3\rho_1$	$^1-(1')$	1771	107	3d_2	$^0-(2')$	< 2m	—	
ρ^-	$3/g$	4.4	4.4 ± 5.0	$^3\rho_1$	$^0+(1')$	1410	68	3d_2	$^1+(3')$	2025	122	
ω	g^2	21.5	8.2 ± 9.0	$^3p_3 - ^3f_3$	$^1-(2')$	1880;	—	3d_3	$^0-(3')$	1880	0.0	
	$3/g$	0.	0.1		$^0+(2')$	1572; 1620	107; 88		3f_3	$^1-(3+)$	> 300	> 600
	γ_F	0.6	-0.2		$^1+(2')$	—	—		3f_3	$^0+(3+)$	1880	0.0
					3d_2	$^0-(2')$	1600	99			311	311
					3g_3	$^1+(3')$	—	—				
					3g_3	$^0-(3')$	1859	148				

^x Bryan, Phillips. Nucl. Phys., 65, 201 (1960)
^{xx}Schierholz. Nucl. Phys., B3, 432, 485 (1967)

Таблица 2

Таблица 1

Таблица 3

$N\bar{N}$ resonant states ($M > 2m$)

Spectr. symbol	$I^G(J^P)$	Mass M (MeV)	Width Γ (MeV)	?
3S_1	$^1-(0')$	1722	85	π_0/π_{10}
	$^0+(0')$	1690	89	
3P_0	$^1+(1')$	1727; 1835	94; 113	$\rho_{n,f}(200)$
	$^3-(1')$	1382; 1474	71; 65	
1P_1	$^3-(1')$	1814	104	
	$^0+(1')$	1777	100	
3P_1	$^1-(0')$	1724	105	
	$^3-(1')$	1289	57	
3P_2	$^3-(0')$	1771	107	
	$^1-(1')$	1410	68	
	$^0+(1')$	1289	57	
3F_0	$^1-(2')$	1572; 1620	107; 88	$f'(1574)$
	$^0+(2')$	—	—	
3F_1	$^1-(2')$	1600	99	
	$^0-(2')$	—	—	
3F_2	$^1+(3')$	—	—	
	$^0-(3')$	1859	148	

Таблица IV

Положение кинематического и брейт-вигнеровского максимумов в спектре импульсов нуклонов отдачи в реакции подхвата (I) для остановившихся \bar{P} .

Изоспин чет- ность	Спин- чет- ность	Спекто- скопич. символ	Масса связ. сост. (Мэв)	Кинемат. макси- мум (Мэв/с)	Б.-Вигнер. максимум (Мэв/с)	Анн.ширина (Мэв)
I ⁺	I ⁻	3S_1	1727	40	450	94
	I	1P_1	1814	130	290	104
	I ⁻	3d_1	1855	310	175	117
I ⁻	0 ⁻	1S_0	1722	40	450	93
	0 ⁺	3P_0	1724	120	450	105
	I ⁺	3P_1	1771	130	360	107
	I ⁺	3P_2	1850	130	190	88
	0 ⁻	1S_0	1690	40	520	89
0 ⁺	0 ⁺	3P_0	1289	130	900	57
	I ⁺	3P_1	1410	120	790	68
	2 ⁺	3P_2	1620	120	570	188
	2 ⁺	3F_2	1572	620	630	107
	I ⁻	3S_1	1414	40	780	63
0 ⁻	I ⁺	1P_1	1777	130	350	100
	I ⁻	3d_1	1882	760	815	71
	2 ⁻	3d_2	1608	560	580	99
	3 ⁻	3g_3	1839	750	230	148

Литература

- I. A.E.Green, T.Savada. Rev. Mod. Phys., 39, 594 (1967)
2. Р.Я.Зулькарнеев, А.М.Розанова. ЖЭТФ, 59, I444 (1970).
3. "Проблемы современной ядерной физики", "Наука", Москва, 1971, стр.I02.
- . F.Calogero. Nuclear forces and saturation
4. N.Hochizake, I.Lin, S.Mashida. Pr.Theor.Phys., 26, 680 (1961)
5. D.Y.Wong. Nucl.Phys., 55, 212, (1964)
6. A.E.Green, S.P.Sharma. Phys.Rev. Lett. 14, 380 (1965)
7. R.A.Bryan, B.L.Scott. Phys.Rev., 164, 1215 (1968)
8. A.Martin. Phys. Rev., 124, 614, (1961)
9. П.Э.Немировский, Ю.Ф.Строков. ЖЭТФ, 46, I379 (1964).
10. R.A.Bryan R.Y.M.Phyllips. Nucl.Phys. B5, 201 (1968)
- II. R.Y.M.Phyllips. Rev. Mod. Phys. 39, 681 (1967)
12. D.Cline "Symposium on nucleon-antinucleon interaction" p.79, Argonne, Illinois (1968)
13. M.Ceschia. Phys. Rev. D2, 2555 (1970)
14. W.Rarita and Schwed. Phys. Rev. 112, 271 (1968)
15. D.Cline, J.English, D.Reeder. Phys. Rev. Lett.
27, 1614 (1971)
- I6. S.Devons et al., Phys. Rev. Lett., 27, 1614 (1971)
- I7. L.Gray, P.Hagerty, T.Kalogeropoulos. Phys. Rev. Lett.
26, 1491 (1971)
- I8. A.Benvenutti, D.Cline et al., Phys. Rev. Lett.
27, 283 (1971)
- I9. M.L.Goldberger, K.M.Watson. Collision Theory.
John Wiley & Sons Inc. New-York-London-Sidney, 1964
20. А.М.Бадалян, Ю.А.Симонов. ЯФ II, III2 (1970).

21. T. Kalogeropoulos, D. Cline "Simposium on nucleon-nucleon interactions" p.17
22. О.Д.Далькаров, В.Б.Мандельцвейг, И.С.Шапиро. Письма в ЖЭТФ, 10, 402 (1969).
23. О.Д.Далькаров, В.Б.Мандельцвейг, И.С.Шапиро. ЯФ, II, 889 (1970).
24. O.D. Dalkarov, V.B. Mandelzweig, I.S. Shapiro Nucl. Phys. B21, 88 (1970)
25. О.Д.Далькаров, В.Б.Мандельцвейг, И.С.Шапиро. ЖЭТФ 59, 1964 (1970).
26. G. Schierholz, S. Wagner, Nucl. Phys. B32, 306 (1971)
27. Л.Н.Богданова, О.Д.Далькаров, В.Б.Мандельцвейг, И.С.Шапиро. ЖЭТФ 61, 2242 (1971).
28. A.H. Rosenfeld. Rev. Mod. Phys., (Suppl.) S12 (1971)
29. О.Д.Далькаров, В.Б.Мандельцвейг, И.С.Шапиро. ЯФ, I3, 332 (1971).
30. L.N. Bogdanova; O.D. Dalkarov; I.S. Shapiro, Phys. Rev. Lett. 29 (1972)
31. Л.Н.Богданова, О.Д.Далькаров, И.С.Шапиро. Письма в ЖЭТФ 17, (1972).
32. D.Cline et al., Phys. Rev. Lett., 21, 1268 (1968)
33. О.Д.Далькаров, Б.О.Кербиков, И.С.Шапиро. Письма в ЖЭТФ, 16 (1972).
34. О.Д.Далькаров, Б.О.Кербиков, В.Б.Мандельцвейг, И.С.Шапиро. Письма в ЖЭТФ, 14, 191 (1971).
35. И.С.Шапиро. Труды ІУ Международной конференции по физике высоких энергий и структуре ядра. Дубна, 7-II. сентября 1971 г.