

539.1
13.85

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Всесоюзная школа по теоретической ядерной физике
4 сессия ВОПРОСЫ СТРУКТУРЫ ЯДРА
И МЕТОДЫ ЕЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

(Конспекты лекций)

В. ЕФИМОВ

ВЛИЯНИЕ РЕЗОНАНСОВ В ПАРНЫХ
СИЛАХ НА СПЕКТР УРОВНЕЙ
ТРЕХ ЧАСТИЦ

МОСКВА — 1973

539,1

B 85

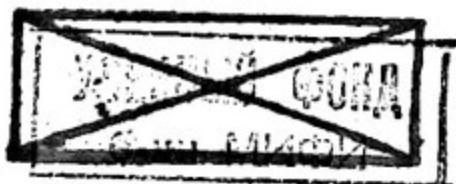
МИНИСТЕРСТВО ВЫШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
СССР

Московский ордена Трудового Красного Знамени
инженерно-физический институт

Всесоюзная школа по теоретической ядерной физике
4 сессия вопросы структуры ядра и методы ее исследования
(Конспекты лекций)

В. Ефимов

ВЛИЯНИЕ РЕЗОНАНСОВ В ПАРНЫХ СИЛАХ НА
СПЕКТР УРОВНЕЙ ТРЕХ ЧАСТИЦ



МОСКВА - 1973

Библиотечный
фонд
НИЯУ МИФИ
г. Москва

Содержание.

I. Введение

1. Описание эффекта в спектре трех частиц,
вызываемого двухчастичными резонансами.

2. Свойства двухчастичных резонансов.

II. Эффект в спектре трех тождественных частиц.

1. Физическое объяснение эффекта.

2. Аналитическая трактовка эффекта.

3. Подобие в спектре уровней.

4. Влияние различных факторов на эффект:
симметрии, центробежных сил, спинов и
зарядов частиц.

III. Общий случай эффекта.

1. Аналитическая трактовка эффекта для
частиц с разными массами.

2. Физическая картина зависимости эффекта
от масс частиц.

3. Особенности спектра уровней для частиц
с разными массами.

IV. Возможность осуществления эффекта в природе.

V. Заключение.

Литература.



I. Введение.

I. Описание эффекта в спектре трёх частиц, вызываемого двухчастичными резонансами.

По-видимому, правильно будет сказано, что понятие резонанса является одним из центральных в квантовой физике ⁺⁾. Какую бы область мы не взяли, начиная с молекулярной физики и кончая физикой элементарных частиц, всюду существуют резонансы, приводящие к богатству и своеобразию физической картины явлений.

Теоретическое объяснение существования резонансов и их параметров в принципе, может быть дано, исходя из сил между частицами, считающимися элементарными в данных процессах. Например, ясно, что резонансные явления в атомной физике в конечном счёте обуславливаются кулоновскими силами между электронами и ядрами. Резонансы в ядрах обусловлены силами между нуклонами.

Значительно менее популярна точка зрения, согласно которой причиной существования одних резонансов является существование других. Это объясняется с одной стороны тем, что не всегда такая связь имеется; с другой стороны, даже при наличии такой связи она не всегда может быть прямо прослежена. Яркий пример связи такого рода содержится в теоретической физике элементарных частиц. Согласно распрос-

⁺⁾ Термину "резонанс" мы придаём здесь широкий смысл. В частности, стабильные уровни мы также включаем в эту категорию, имки в виду их влияние на процессы расщепления.

траненному взгляду, силы между частицами, приводящие к существованию резонансов, создаются в результате обмена между частицами тех же самых резонансов. Таким образом, здесь резонансы обуславливают сами себя.

В данных лекциях мы рассмотрим другой пример связи между резонансами, который стал известен несколько лет тому назад [1,2]. Он относится к нерелятивистской квантовой механике и к частицам, взаимодействующим посредством короткодействующих сил, т.е. к ситуации, типичной для ядерной физики (но имеющей место не только там.) Связь между резонансами в этом случае заключается в том, что двухчастичные резонансы приводят к целому семейству резонансов трех частиц. Мы увидим, что эта связь прослеживается совершенно четко. В частности, число трехчастичных резонансов. Своебразие картины состоит в том, что чем более сильным является двухчастичный резонанс, тем больше он продуцирует трехчастичных резонансов; в пределе очень сильного двухчастичного резонанса их число становится бесконечно.

Теперь мы более подробно опишем этот эффект, применяя традиционный язык нерелятивистской квантовой механики. Причем здесь, во Введении, мы будем избегать объяснения эффекта, поскольку собственно этому вопросу посвящен весь курс лекций. Сущность эффекта наиболее просто пояснить на примере одинаковых бесспиновых частиц, который мы сейчас и рассмотрим.

Итак, пусть парные силы между частицами имеют вид $gV(\vec{r})$. Здесь $V(\vec{r})$ - некоторый потенциал радиуса

то, конкретный вид которого несуществен (для ориентировки полезно представлять его себе в виде потенциала притяжения, часто употребляющего в ядерной физике – прямоугольной ямы, потенциала Гаусса, Юкавы и т.д.). Константу связи ϱ мы будем плавно увеличивать, начиная с нуля. При некотором значении ϱ_0 у пары частиц появится первый связанный S -уровень. Поблизости от ϱ_0 этот уровень, будучи виртуальным ($\varrho < \varrho_0$) или связанным ($\varrho > \varrho_0$), сильно влияет на рассеяние при малой энергии. Теория этого явления (теория нулевого радиуса) прекрасно разработана в связи с низкоэнергетическим рассеянием нуклона на нуклоне, где имеет место подобная ситуация. В терминах, которыми мы пользовались выше, уровень представляет собой двухчастичный резонанс. Церой силы резонанса является амплитуда рассеяния при нулевой энергии (длина рассеяния) a . В окрестности ϱ_0 она много больше радиуса сил \mathcal{R}_0 , а при $\varrho = \varrho_0$ она обращается в бесконечность.

Суть эффекта, который мы будем обсуждать в лекциях, состоит в том, что по мере приближения ϱ к ϱ_0 число трехчастичных уровней увеличивается как $\ln(|\alpha|/\varrho)$. В момент, когда двухчастичный резонанс становится связанным S -уровнем ($\varrho = \varrho_0$), их число бесконечно. Таким образом, при увеличении ϱ от нуля имеет место следующая необычная картина: при приближении ϱ к ϱ_0 уровни появляются один за другим и при $\varrho = \varrho_0$ их число бесконечно, затем при удалении ϱ от ϱ_0 уровни один за другим исчезают, уходя в непрерывный спектр. Эта ситуация

показана на рис. I (штриховкой обозначена граница трехчастичного непрерывного спектра, при $\varrho > \varrho_0$ она равна энергии связи двух частиц). Квантовые числа всех уровней одни и те же; это $\chi^T = 0^+$. Поведение уровней при изменении ϱ также очень похоже. Похожа и пространственная структура этих состояний. Их размер много больше радиуса сил Σ_0 . Вообще, уровни являются как бы копиями один другого, отличаясь только масштабом энергии и длины.

Необычность этой картины состоит, во-первых, в том, что влияние двухчастичного резонанса на спектр трехчастичных уровней столь ярко выражено. Эти уровни являются стабильными, т.к. находятся ниже порога распада на три частицы или частицу и связанную пару. Конечно, могут быть другие каналы распада этих уровней, не связанные с указанными порогами, например, электромагнитный или слабый распад, либо нестабильность самих частиц и т.д. Но поскольку вполне разумный является подход, когда этими распадами можно пренебречь, то получается, что двухчастичный резонанс способен совершенно перестроить спектр дискретных уровней трех частиц.

Во-вторых, число трехчастичных уровней, продуцируемых двухчастичным резонансом, не является монотонной функцией константы связи ϱ несмотря на то, что энергия каждого уровня с увеличением ϱ растет. Для взаимодействия двух частиц эти свойства несовместимы и мы привыкли считать, что так обстоит дело и в более сложных случаях. Наша привычка, однако, обусловлена тем, что в двухчастич-

ном случае имеется только один порог (распада на две частицы) и энергия его фиксирована, в то время как в трехчастичном случае порогов распада несколько и положение некоторых из них меняется при изменении константы связи. Порог распада на частицу и пару понижается с увеличением константы связи более быстро, чем энергия трехчастичного уровня. По образному выражению Амадо и Нобла [3], порог догонает и пожирает трехчастичные уровни.

Возникает много вопросов: в чем физическая причина этого явления? как оно зависит от масс частиц? необходимо ли, чтобы двухчастичные резонансы присутствовали в силах всех пар частиц? какое влияние на него оказывает наличие у частиц спинов, зарядов? и т.д.

Обсуждение этих вопросов является темой данных лекций. Сначала мы напомним основные свойства двухчастичных резонансов, затем подробно обсудим эффект для тождественных частиц (раздел II), рассмотрим его для любых частиц (раздел III) и, наконец, остановимся на его экспериментальном проявлении (раздел IV). На протяжении лекций используем систему единиц с $\hbar = 1$.

2. Свойства двухчастичных резонансов.

Всякий ли двухчастичный резонанс приведет к указанному эффекту? На этот вопрос нельзя ответить, не поняв физическую причину эффекта. Она будет рассмотрена в разделе П. I. Там выяснится, что перестроить спектр трех частиц способен только резонанс с большими пространственными размерами, точнее, с размерами, много большими радиуса действия

сил ζ_0 . ζ -уровень с малой энергией является именно таким резонансом. Действительно, если он связан, то его пространственный размер есть

$$\zeta_{res} = \frac{1}{\sqrt{2m_{ik}|e_0|}} \quad (I)$$

где e_0 - энергия связи, m_{ik} - приведенная масса пары. При $e_0 \rightarrow 0$ размер стремится к бесконечности. Размер резонанса проявляется в рассеянии частиц в виде большой длины рассеяния A . При малом e_0 она равна как раз размеру резонанса. Для виртуального ζ -уровня столь наглядного представления о размере резонанса нет. Здесь можно сказать, что между резонирующими частицами имеются корреляции с размером $(2m_{ik}|e_0|)^{-\frac{1}{2}}$, которые проявляют себя в большой величине длины рассеяния A , равной $-(2m_{ik}|e_0|)^{\frac{1}{2}}$ при $e_0 \rightarrow 0$.

Если мы посмотрим на другие резонансы с точки зрения их размеров, то обнаружим, что они резко отличаются от вышеописанного резонанса. Например, низкоэнергетический уровень в другой парциальной волне имеет размер порядка радиуса действия сил из-за сжимающего действия центробежного барьера. Компаунд-резонанс, хорошо знакомый тем, кто занимается ядерной физикой, также не обладает большими размерами. Короче говоря, двухчастичный ζ -уровень с малой энергией занимает в отношении своих размеров исключительное положение среди резонансов, и сейчас мы подробнее рассмотрим его свойства.

Чтобы радиус резонанса заметно превышал ζ_0 , нужно, чтобы его энергия подчинялась условию $e_0 m_{ik} \zeta^2 \ll 1$,

как это видно из (I). Тогда резонанс будет доминировать при взаимодействии данной пары частиц, пока её относительная энергия e находится в том же интервале

$$e m_{ik} \Sigma_0^2 \ll 1 \quad (2)$$

или, что то же самое, пока её относительный импульс K удовлетворяет условию

$$K \Sigma_0 \ll 1 \quad (3)$$

Доминирование резонанса означает, что волновая функция двух частиц при $\Sigma \leq \Sigma_0$ равна волновой функции резонанса с точностью до малых поправок по параметру (2). Значит, логарифмическая производная волновой функции при $\Sigma = \Sigma_0$ является в данной области энергий некоторой постоянной величиной. Если вычислить её для $E = E_0$, то она окажется равной $-(1/a)$. Таким образом, факт доминирования резонанса запишется

$$\frac{\partial \Sigma \Psi}{\partial \Sigma} = \frac{1}{a} \Sigma \Psi \quad \text{при } \Sigma = \Sigma_0. \quad (4)$$

Во-вторых, доминирование резонанса означает, что в амплитуде рассеяния резонансное слагаемое будем намного превышать нерезонансную часть. Резонансная амплитуда рассеяния имеет вид +)

$$f(e) = - \frac{1}{\frac{1}{a} + i \sqrt{2m_{ik}} e}, \quad (5)$$

в то время как нерезонансная часть амплитуды имеет величину

+) Это легко установить, воспользовавшись при решении уравнения Шредингера граничным условием (4).

порядка ζ_0 . Опять-таки, эта ситуация сохранится, пока выполняются условия (2), (3).

В трехчастичной системе энергия и импульс пары более не связаны соотношением $e^2 = (\kappa^2/2m_{ik})$, поскольку часть энергии забирает третья частица. В этом случае условия доминирования резонанса (2) и (3) становятся независимыми.

Здесь необходимо подчеркнуть, что выражения (4), (5) являются универсальными в том смысле, что не зависят от конкретной формы сил между частицами. Они отражают только факт наличия резонанса. В том же смысле является универсальным эффект, который обсуждается в данных лекциях. Какова бы не была форма парных сил, но если она приводит к двухчастичному ζ -резонансу с малой энергией, то как мы увидим ниже она же автоматически дает семейство трехчастичных резонансов. Имея это в виду, мы будем дальше неявно подразумевать, что работаем с каким-либо простым потенциалом радиуса ζ_0 .

Теперь мы перейдем к выяснению физики эффекта. Проще всего её понять на примере трех бесспиновых тождественных частиц, поскольку число параметров, характеризующих частицы, в этом случае минимально.

II. Эффект в спектре трех тождественных частиц.

I. Физическое объяснение эффекта.

Коротко говоря, причина появления трехчастичных уровней состоит в том, что двухчастичный резонанс с большим пространственным размером продуцирует взаимодействие трех частиц, имеющее большой радиус. Это взаимодействие оказы-

вается притяжением и оно приводит к большому числу уровней подобно тому, как большое число уровней возникает у частицы, движущейся в дальнодействующем поле.

Сначала мы поймем, как возникает дальнодействие в системе трех частиц, затем приведем аргументы, устанавливающие его знак и форму. Этого будет достаточно, чтобы представить себе качественную картину эффекта. Подчеркнем, что в этом разделе речь идет только о качественных аргументах и наводящих соображениях; аналитическая трактовка эффекта дается в последующих разделах.

Представим себе, что $a > 0$, т.е. что частицы могут образовывать связанное состояние. Тогда третья частица "чувствует" присутствие связанный пары, когда она приближается к ней на расстояние порядка радиуса пары, равного a . При этом может произойти обмен одной частицей. Это значит, что одна частица пары перейдет к третьей частице и свяжется с ней в такую же пару. Эти слова описывают процесс, изображаемый диаграммой рис.2. В дальнейшем процесс обмена может многократно повторяться. Очень важно, что для его осуществления трем частицам нет необходимости сближаться до расстояний порядка γ . Достаточно, чтобы расстояния между ними были порядка a . Так возникает дальнодействие.

Условие $a > 0$ было принято нами только для наглядности аргументации. В действительности, обмен происходит точно так же и при $a < 0$, только захват идет не в связанное, а в виртуальное состояние пары. Резюмируя, можно сказать, что резонанс приводит к взаимодействию трех частиц, радиус которого по порядку величины равен a .

Что можно сказать о его знаке? Отвлечемся на момент от трех одинаковых частиц и рассмотрим две очень тяжелые одинаковые частицы и одну легкую, резонирующую с ними. Это — простейшая молекула, и её молекулярный терм возникает за счёт вышеописанного процесса, именно, обмена легкой частицей между тяжелыми. Если тяжелые частицы разведены на очень большое расстояние $\Sigma \gg a$, то у легкой частицы имеется два вырожденных уровня, соответствующих нахождению легкой частицы около каждого из центров. Обмен начинает играть свою роль, когда Σ становится порядка a . При этом вырождение уровней снимается; один уровень понижается и соответствует, поэтому притяжению тяжелых частиц. Другой уровень даёт отталкивание. Из этого рассуждения видно, что обмен может приводить к притяжению, и так на самом деле и оказывается для всех соотношений масс трех частиц.

Вернемся теперь к одинаковым частицам. Спрашивается, какую форму имеет дальнодействие ; если оно является притяжением? Для ответа на этот вопрос рассмотрим состояние трех частиц, образованное за счёт дальнодействия и имеющее пространственный размер \bar{R} в интервале

$$\Sigma_0 \ll \bar{R} \ll a \quad (6)$$

С одной стороны, т.к. это состояние образовалось за счёт резонансной части парной амплитуды, которая не содержит Σ_0 (в ней можно Σ_0 устремить к нулю), то взаимодействие трех частиц в этом состоянии также не может содержать Σ_0 . С другой стороны, кажется очевидным, что с этим состоянием ничего не произойдет (коль скоро его

размер подчинен условию (6), если параметр a резонансной части первых амплитуд мы устремим к бесконечности. Таким образом, взаимодействие трех частиц в состоянии с радиусом (6) не содержит никакого размерного параметра длины, характеризующего парные силы. Тем самым, круг взаимодействий резко сужается. По размерности, взаимодействие должно иметь вид

$$[U] = [m]^{\frac{1}{2}} [\ell]^{-2}$$

где $[m]$ - размерность массы; $[\ell]$ - размерность длины. Т.к. все частицы имеют в данном случае одну массу m , то характерная масса, входящая в U , должна быть порядка m . Что же касается величины ℓ , то в её конструировании параметры ζ_0 и a не могут быть использованы, как мы аргументировали. Значит, ℓ конструируется только из координат частиц $\vec{\Sigma}_{ik} = \vec{\Sigma}_i - \vec{\Sigma}_k$. Кроме того, эта величина должна быть симметрична относительно всех трех частиц. Нельзя сказать, чтобы из этих требований ℓ определилось однозначно, и на это наши аргументы не рассчитаны. Они только делают весьма естественным и ожидаемым тот результат, который получен в разделе II.2: именно, $\ell^2 \propto \zeta_{12}^2 + \zeta_{23}^2 + \zeta_{13}^2$. Этот результат мы сейчас примем и будем его использовать.

Обозначим $(\zeta_3)(\zeta_{12}^2 + \zeta_{23}^2 + \zeta_{13}^2) = R^2$. Итак, дальнодействие имеет форму

$$U = \frac{A}{m R^2} \quad (7)$$

где A - его величина. Она зависит от квантовых чисел трехчастичного состояния: его момента, четности, симметрии

относительно перестановок частиц. Наибольшее притяжение должно быть, очевидно, при орбитальном моменте трех частиц

χ , равном нулю, т.к. там нет центробежных сил. Четность такого состояния автоматически положительна, если частицы скалярны. Кроме того, состояние должно обладать максимальной симметрией, иначе в волновой функции будут узлы и связь трех частиц уменьшится.

Из этих соображений мы прежде всего остановимся на симметричных 0^+ -состояниях. Константа А безразмерна, ожидать её малой ($A \ll I$) или большой ($A \gg I$) нет оснований, т.к. никаких малых или больших параметров в области (6) нет. Следовательно, естественно, чтобы её величина была порядка единицы. В следующем разделе мы в этом непосредственно убедимся.

Кроме того, ожидать, что $A \sim I$, можно по следующей физической причине. Когда все три частицы сближаются до расстояний порядка ζ_0 , резонансы в парных силах переходят доминировать, т.к. импульсы частиц достигают

$\sim (1/\zeta_0)$, а энергия $\sim (1/m\zeta_0^2)$. В этих условиях резонансная и нерезонансная части парных амплитуд имеют одинаковый порядок ζ_0 (см. формулу (5)).

Значит, продуцируемое ими взаимодействие трех частиц по порядку величины одинаково. Т.к. полное взаимодействие трех частиц на этих расстояниях равно $\sim (1/m\zeta_0^2)$ (напомним, что это – характерная глубина парных потенциалов), то взаимодействие (7) при $\zeta_{ik} \sim \zeta_0$ должно переходить в $\sim (1/m\zeta_0^2)$. Отсюда получаем опять, что $A \sim I$.

Итак, мы привели аргументы в пользу того, что взаимодействие трех частиц при $\zeta_0 \ll R \ll a$ должно иметь вид

$$U \sim -\frac{1}{mR^2} \quad (8)$$

При $R \sim a$ это взаимодействие должно некоторым образом обрезаться до нуля, т.к. $R = a$ есть радиус дальнодействия. При $R \sim \zeta_0$ это взаимодействие также обрезается на величине $\sim (1/m\zeta_0^2)$, т.к. резонансы перестают доминировать.

Теперь, приняв, что такое взаимодействие действительно имеет место, мы в состоянии объяснить эффект. При увеличении константы связи g от нуля (см.рис. I) мы входим в область, близкую к ζ_0 , где радиус резонанса a начинает превосходить ζ_0 . Появляется притяжение (8). Число уровней в поле (8), обрезанном при ζ_0 и a , равно $\ln(|a|/\zeta_0)$, как известно. При $g = g_0$ радиус двухчастичного резонанса бесконечен; дальнодействие на больших R не обрезается вообще и число уровней бесконечно. При $g > g_0$ радиус резонанса уменьшается, мы опять имеем дело с обрезанным взаимодействием (8) и число уровней уменьшается как $\ln(a/\zeta_0)$. При $|a| \sim \zeta_0$ из всего этого семейства остается порядка единицы уровней.

В этот состоит качественное объяснение эффекта. Оно помогает понять многие вопросы, не делая вычислений.

Например, сразу становится ясным факт, отмечавшийся в разделе I.2, что двухчастичный резонанс в парциальной волне с $\ell \neq 0$ не может дать эффекта. Действительно, т.к. радиус такого резонанса порядка ζ_0 , то дальнодействия от обмена частицами не возникает, и следовательно не будет семейства уровней.

Кроме того, снимается вопрос о существовании эффекта в системе четырех частиц, продуцируемого трехчастичным резонансом. По аналогии можно было бы подозревать, что трехчастичный Σ -резонанс с малой энергией способен привести к образованию семейства четырехчастичных уровней. Более того, можно подозревать, что вообще n -частичный резонанс приводит к семейству $(n+1)$ -частичных уровней. Однако, этого не происходит. Дело в том, что радиус трех и более частичного резонанса отнюдь не увеличивается с уменьшением его энергии связи, а примерно равен Σ_0 , в противоположность двухчастичному резонансу ⁴⁾). Поэтому дальнодействия не возникает. Отсутствие эффекта было аналитически доказано недавно в работе [4].

Далее, если помимо парных сил имеются тройные с радиусом Σ_0 , то они изменяют взаимодействие трех частиц при $R \sim \Sigma_0$. На дальнодействие они не влияют, и потому существование эффекта от наличия или отсутствия тройных сил не зависит.

Впоследствии мы будем часто обращаться к физической картине эффекта, обсуждая те или иные вопросы. Сейчас мы рассмотрим эффект для тождественных частиц аналитически.

⁴⁾) Волновая функция трех частиц при нулевой энергии падает как $1/R^4$ при $R \rightarrow \infty$. Она уменьшается настолько быстро, что нормировочный интеграл сходится при больших R как $\int(dR/R^3)$. Соответствующий интеграл для двух частиц расходится $\int dR$. Поэтому большие расстояния ($R \gg \Sigma_0$) существенны только в двухчастичном случае.

2. Аналитическая трактовка эффекта.

Мы разделим конфигурационное пространство на две области $R \leq \Sigma_0$ и $R > \Sigma_0$, называемые соответственно внутренней и внешней. Резонансы в парных силах доминируют, как указывалось, только во внешней области (точнее, при $R \gg \Sigma_0$). Если состояние трех частиц в основном сосредоточено во внешней области ($R \gg \Sigma_0$) и имеет малую энергию $E_{\text{tot}}^2 \ll 1$, то характерные импульсы и энергии пар частиц удовлетворяют условиям (2) и (3). Поэтому факт доминирования двухчастичных резонансов может быть учтен с помощью того же условия (4), что и в двухчастичном случае [5,6]. Только в нем фигурирует трехчастичная волновая функция

$$\frac{\partial \Sigma_{ik} \Psi}{\partial \Sigma_{ik}} = -\frac{1}{a} \Sigma_{ik} \Psi; \quad \Sigma_{ik} = \Sigma_0 \quad (9)$$

Т.к. это - важный пункт, поясним подробнее, чему соответствует условие (9). Когда две частицы сталкиваются (подходят на расстояние Σ_0), третья частица находится далеко от них, поскольку $R \gg \Sigma_0$. При столкновении частицы имеют малые импульсы, поэтому при $\Sigma_{ik} < \Sigma_0$ доминирует резонансная волновая функция двух частиц. Следовательно, волновая функция трех частиц имеет вид

$$\Psi(\vec{\Sigma}_{ik}, \vec{p}_e) = \Psi_{\text{рез}}(\vec{\Sigma}_{ik}) \cdot F(\vec{p}_e)$$

где \vec{p}_e - расстояние между центром тяжести сталкивающейся пары и третьей частицей. Т.к. $\Psi_{\text{рез}}$ подчиняется условию (4), то для Ψ имеем (9).

Таким образом, факт доминирования двухчастичных резонансов учтен. Т.к. дальнодействие (8) обуславливается резонан-

Библиотечный
фонд
НИЯУ МИФИ
г. Москва

сами, то условия (9) достаточны для его нахождения. Но они еще не определяют полностью волновую функцию. В области

$R \sim \Sigma_0$ условия (9) неприменимы, волновая функция зависит от конкретной формы парных сил. Для полного решения задачи волновые функции во внутренней и внешней областях должны быть сшиты. Таким образом, чтобы найти волновую функцию состояния с большими размерами, нужно дополнить условия (9) еще одним граничным условием на поверхности сшивания $R = R_0$.

При $R \sim \Sigma_0$ взаимодействие трех частиц имеет величину $U \sim (1/m\Sigma^2)$, а нас интересуют энергии $E \ll (1/m\Sigma^2)$. Поэтому волновая функция при $R \sim \Sigma_0$ в первом приближении по параметру $E m \Sigma^2$ не зависит от E . Значит, от E не зависит и логарифмическая производная внутренней волновой функции на R_0 , которую мы обозначим Λ . Кроме того, Λ не зависит и от a , пока $a \gg \Sigma_0$. Действительно, интервал констант связи ϑ около $\vartheta = \vartheta_0$, в котором $a \gg \Sigma_0$, узок. Соответственно, взаимодействие трех частиц при $R \sim \Sigma_0$ мало меняется по величине, когда константа связи ϑ проходит через область, близкую к ϑ_0 .

$$\frac{\delta U}{U} \sim \frac{\Sigma_0}{a}$$

В первом приближении по этому параметру влиянием изменения a на волновую функцию в области $R \sim \Sigma_0$ и стало быть на логарифмическую производную Λ можно пренебречь.

Заметим, что в отношении граничного условия при $R \sim \Sigma_0$ имеется известная параллель между двухчастичной и трехчастичной задачей. В обоих случаях волновая функция

сосредоточена на больших расстояниях ($\zeta \gg \zeta_0$ для двух частиц; $R \gg \zeta_0$ - для трех). Для её однозначного определения нужно наложить условие на малых расстояниях. Это условие выступает как внешнее в теории в том смысле, что параметр, фигурирующий в нём (величина - (I/a) для двух частиц; Λ - для трех) не рассчитывается в ней, а задается.

Вернемся к формулировке граничного условия на радиусе R_0 . Нам осталось выбрать величину R_0 . Мы выберем $R_0 = C \zeta_0$, где C - некоторое большое число, например, десять. Тогда в пространстве $R > R_0$ будет применимо условие (9). Наша задача теперь четко определена в математическом отношении: надо найти решение свободного гамильтониана трех частиц при $R > R_0$ с граничными условиями (9) и на радиусе R_0 . Условие (9) можно несколько упростить. Характерные длины, на которых меняется волновая функция при $R > R_0$ - это a , $(mE)^{1/2}$ и R_0 . Все они много больше ζ_0 . Поэтому в условиях (9) в первом приближении по ζ_0/a , $mE \zeta_0^2$ и ζ_0/R_0 можно положить $\zeta_0 = 0$. Это вполне аналогично двухчастичной задаче, где граничное условие (4) тоже может быть наложено при $\zeta_0 = 0$ при выполнении критерия (2).

Удобно иллюстрировать описанную процедуру постановки граничных условий следующей схемой (рис.3). Будем сопоставлять конфигурационному пространству трех частиц плоскость рисунка. Нарисуем три луча, выходящие из начала координат под углом 120° друг к другу. Радиусом-вектором будем считать R . Область вблизи начала координат

таким образом соответствует сближению трех частиц. Примем, что область вдоль луча соответствует сближению только двух частиц из трех. Чем дальше от начала координат мы уходим по лучу, тем больше расстояние до третьей частицы при сближении пары. Движение же по нормали от луча соответствует разведению пары при фиксированном расстоянии от её центра тяжести до третьей частицы. Чарные силы отличны от нуля в полосах шириной ϵ_0 вдоль лучей. В остальном пространстве волновая функция управляет свободным гамильтонианом. Границные условия (9) налагаются на лучах, а условие при R_0 - на окружности с радиусом R_0 .

Теперь мы практически осуществим решение уравнения Шредингера с поставленными условиями. Сначала упростим уравнение, приняв во внимание симметрию волновой функции и равенство нулю орбитального момента \mathcal{L} трех частиц. Запишем симметричную функцию трех частиц в виде

$$\Psi = \chi(\vec{\Sigma}_{12}, \vec{p}_3) + \chi(\vec{\Sigma}_{31}, \vec{p}_2) + \chi(\vec{\Sigma}_{21}, \vec{p}_1) \quad (10)$$

где каждая из функций χ равна

$$\chi(\vec{\Sigma}_{ik}, \vec{p}_e) = -\frac{1}{T-E} V_{ik} \Psi$$

T - оператор кинетической энергии. Т.к. пары резонируют в S -состоянии, то χ зависит только от модуля $\vec{\Sigma}_{ik}$. Для $\mathcal{L} = 0$ функция χ зависит также только от модуля вектора \vec{p}_e . Поэтому свободный гамильтониан, который управляет χ там, где $V_{ik} = 0$, имеет вид

$$T = -\frac{1}{2m_{ik}} \frac{1}{\Sigma^2} \frac{\partial}{\partial \Sigma} \cdot \Sigma \frac{\partial}{\partial \Sigma} - \frac{1}{2\mu_e} \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} p \frac{\partial}{\partial p} \quad (II)$$

где $m_{ik} = \left(\frac{m}{2}\right)$ - приведенная масса пары, $\mu_e = \left(\frac{2m}{3}\right)$ - приведенная масса третьей частицы и пары. Подстановкой $\Sigma' = \Sigma$, $p' = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)p$ и $\chi = (\chi_0 / \Sigma' p')$ этот оператор приводится к

$$-\frac{1}{2m_0} \left(\frac{\partial^2}{\partial \Sigma'^2} + \frac{\partial^2}{\partial p'^2} \right), \quad m_0 = \frac{m}{2}$$

который имеет вид двумерной кинетической энергии для частицы с массой m_0 . Поэтому уравнение Шредингера для χ_0 записывается

$$\left(-\frac{\Delta}{2m} - E \right) \chi_0(\Sigma', p') = 0 \quad (I2)$$

и его дальше мы будем решать.

Границные условия (9) мы также выразим через χ_0 . Всего имеется три условия (9) по числу пар. Но т.к. Ψ симметрична, то достаточно использовать одно из условий. В терминах функции χ_0 оно имеет вид (после $\Sigma_0 \rightarrow 0$)

$$\frac{\partial \chi_0(\Sigma'_{12}, p'_3)}{\partial \Sigma'_{12}} + \frac{p'_3}{\Sigma'_{23} p'_1} \chi_0(\Sigma'_{23}, p'_1) + \frac{p'_3 (\Sigma'_{31}, p'_1)}{\Sigma'_{31} p'_2} \chi_0(\Sigma'_{31}, p'_2) = (I3)$$

$$= -\frac{1}{a} \chi_0(\Sigma'_{12}, p'_3)$$

При $\Sigma'_{12} = 0$ имеем

$$\begin{aligned} \Sigma'_{23} &= \Sigma'_{31} = \frac{\sqrt{3}}{2} p'_3 \\ p'_1 &= p'_2 = \frac{1}{2} p'_3 \end{aligned}$$

Подставляя это в (I3) и опуская индексы, получаем искомое граничное условие

$$\frac{\partial \chi_0}{\partial \Sigma'} \Big|_{\Sigma'=0} + \frac{8}{\sqrt{3} p'} \chi_0\left(\frac{\sqrt{3}}{2} p', \frac{1}{2} p'\right) = -\frac{1}{a} \chi_0(0, p') \quad (I4)$$

В результате перехода от χ к χ_0 мы имеем еще одно

граничное условие на χ .

$$\chi_0(\zeta', 0) = 0 \quad (I5)$$

Приступаем к решению уравнения (I2) с условиями (I4) и (I5). Проверим, что при $a = \infty$ они приводят к бесконечному количеству уровней трех частиц. Опускаем в (I4) правую часть, после чего можем разделить переменные в полярных координатах

$$\zeta' = R \sin \alpha, \quad \rho' = R \cos \alpha$$

т.к. условие (I4) в этих координатах налагается только по углу α

$$\frac{\partial \chi_0(R, \alpha)}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0} + \frac{8}{\sqrt{3}} \chi(R, \frac{\pi}{3}) = 0 \quad (I6)$$

Радиальная переменная в этих координатах совпадает с величиной R , которой мы выше пользовались. Нетрудно проверить, что $\zeta'^2 + \rho'^2 = \frac{2}{3} \sum_{i,k} \zeta_{ik}^2$. Т.к. координата R симметрична, то она едина для всех пар (ζ'_{ik}, ρ'_k) . Записывая χ_0 в виде $\chi_0 = F_s(R) \cdot \psi_s(\alpha)$, мы находим вид ψ_s из выражений (I2) и (I5)

$$\psi_s = \sin s(\frac{1}{2}\pi - \alpha) \quad (I7)$$

а для F_s получаем уравнение Шредингера

$$-\frac{1}{2m_0} \left(\frac{d^2}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{d}{dR} - \frac{s^2}{R^2} \right) F_s = E \cdot F_s \quad (I8)$$

Число s находится из условия (I6).

Уравнение (I8) содержит важный результат. Входящий в него член $s^2/2m_0 R^2$ является дальнодействием, которое мы подробно обсуждали в предыдущем разделе. Из процедуры решения видно, что его простая форма связана с тем, что мы положили $a = \infty$ в условии (I4), т.е. удалили из

уравнений (I2), (I4), (I5) единственный размерный параметр, характеризующий парные силы. Величина дальнодействия определяется условиями резонанса пар, имеющими вид (I6). Если дальнодействие - притяжение ($S' < 0$), то получим бесконечное количество уровней, т.к. (I8) по форме представляет собой двумерное уравнение Шредингера, которое как известно^[7] при $S' < 0$ дает сгущение уровней к $E = 0$.

Найдем S^2 . Подставляя в (I6) волновую функцию (I7), получим

$$\cos \frac{1}{2} \zeta \pi = \frac{8}{\sqrt{3} \zeta} \sin \frac{1}{6} \zeta \pi \quad (I9)$$

Анализ этого уравнения показывает, что оно имеет один чисто мнимый корень $\zeta_0 = i1,01$ и бесконечно много вещественных. Последние не представляют для нас интереса. Для радиальных компонент, соответствующих им, имеется отталкивательный барьер, как видно из уравнения (I8). Поэтому при увеличении R от $R \sim \Sigma_0$ они быстро затухают. При $R \gg \Sigma_0$ остается только компонента F_{ζ_0} , описывающая движение в поле притяжения.

Решение при $Q = \infty$ будет закончено, когда мы наложим на F_{ζ_0} условие при $R = R_0$. Асимптотика F_{ζ_0} при малом R есть ${}^+ \sin(\zeta_0 \ln \sqrt{2m_0|E|} R + \Delta)$, где $\Delta = -i\zeta_0 \ln 2 - \arg \Gamma(\zeta_0 + 1)$. Вычисляя логарифмическую производную и сшивая её на R_0 с логарифмической производной внутренней волновой функции, получим спектр

$$E_n = -\frac{1}{2m_0 R_0^2} e^{-\frac{2\pi n}{|\zeta_0|}} \exp \frac{2}{|\zeta_0|} \left(\arctg \frac{1R_0}{|\zeta_0|} - \Delta \right) \quad (20)$$

⁺⁾ Заметим, что уравнение (I8) в математическом отношении хорошо изучено. Это уравнение Бесселя.

Таким образом, трехчастичные уровни сгущаются к $E=0$ с показателем $(E_{n+1}/E_n = \exp(-2\pi/|\zeta_0|))$.

Перейдем к $a \neq \infty$. Посмотрим, как математически проявляется обрезание дальнодействия при $R \sim a$. Для этого обратимся к условиям (I4), записанным как и формула (I6) в полярных координатах

$$\frac{\partial \chi_0(R, \alpha)}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0} + \frac{g}{\sqrt{3}} \chi_0(R, \frac{1}{3}\pi) = -\frac{R}{\alpha} \chi_0(R, 0) \quad (21)$$

При $R \ll a$ правой частью можно пренебречь по сравнению с вторым членом в левой части, поскольку согласно (I7) имеем $\chi_0(\frac{1}{3}\pi) \sim \chi_0(0)$. Значит, состояния с размером $R \ll a$ вполне описываются теорией с $a = \infty$, как и следует из физических соображений. В частности, дальнодействие есть $-|\zeta_0|^2/2m_a R^2$. При $R \sim a$ оба члена в (20) одного порядка, а при $R \gg a$, наоборот, мал член $\chi_0(R, \frac{1}{3}\pi)$. Но он является математическим выражением связи между сталкивающейся парой и третьей частицей, как легко усмотреть из формул настоящего раздела, начиная с (IO). Если эта связь разрывается, то притяжение трёх частиц невозможно.

Из факта обрезания притяжения $|\zeta_0|^2/2m_a R^2$ при $R \sim a$ следует, что в спектре (20) остаются только те уровни, энергии связи которых больше чем $\sim (\frac{1}{2}m_a a^2)$ (см. рис. 4). Из выражения (20) находим их число с логарифмической точностью

$$N = \frac{|\zeta_0|}{\pi} \ln \frac{|a|}{R_0} \quad (22)$$

Построить решение аналитически при $a \neq \infty$ не удается, поскольку переменные не разделяются. Свойства спектра при

$a \neq \infty$ мы обсудим в следующем разделе ⁺⁾, а сейчас подведем итог. Мы считаем, что в данном разделе мы математически обосновали физическую картину эффекта. Мы вывели уравнения (I2), (I4) и (I5), которые вместе с граничным условием при $R = R_0$ дают полное математическое описание эффекта.

3. Подобие в спектре уровней.

Спектр уровней, показанный на рис. I, обладает одним ярким свойством, которое мы обсудим в этом разделе. Это — свойство подобия. Чтобы сформулировать его, перерисуем рис. I, взяв за начало координат $\vartheta = \vartheta_0$. В начале координат $a = \infty$; по оси абсцисс вместо ϑ мы будем откладывать a^{-1} . Это не изменит характер рисунка, т.к. вблизи ϑ_0 разность $\delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_0$ и a^{-1} пропорциональны ⁺⁾. Свойство подобия заключается в том, что достаточно знать траекторию только одного уровня на рис. 5; траектории всех прочих получаются масштабным преобразованием по "радиусу" $(K^2 + a^{-2})^{1/2}$ (на рис. 5 обозначено $K = (m/E)^{1/2}$), причем изменение масштаба при переходе к соседней траектории есть $\exp(\pi/|S_0|)$.

Заметим, что это свойство проявляется и в формуле (20). Согласно ей, достаточно знать энергию одного уровня, чтобы найти весь спектр.

⁺⁾ Спектр нескольких первых уровней был численно рассчитан в работе ^[8].

⁺⁾ Энергия связи двухчастичного уровня с $\ell \neq 0$ пропорциональна $(\delta\vartheta)^2$. Т.к. обратная длина рассеяния пропорциональна корню из энергии связи, то $a^{-1} \propto \delta\vartheta$.

Появление свойства подобия связано с тем, что изучаемый эффект не зависит от деталей парных сил. Поэтому число размерных параметров, участвующих в его описании, мало. В этих условиях существование подобия представляется весьма естественным.

Математически это свойство получается следующим образом. Хотя при $R \sim Q$ мы не можем написать явный вид решения, но при $R \ll Q$ его форма известна, т.к. можно пренебречь правой частью в условии (21). Это

$$\chi_0(R, \alpha) = \sin(15_0 \ln KR + \Delta) \cdot \Psi_{\zeta_0}(\alpha)$$

Здесь фаза Δ зависит от E и α , и, по существу в этой зависимости содержится вся информация о поведении уровней на рис.5. Конечно, на ход траекторий уровней могло бы повлиять изменение логарифмической производной Λ внутренней функции с E и Q^{-1} , но напомним, что в интервале

$$\alpha \gg \zeta_0, \quad mE \gtrsim \zeta_0^2 \ll 1 \quad (23)$$

Λ постоянна.

Хотя зависимость Δ может быть определена только при численном решении задачи, из размерных соображений вытекает важный вывод, достаточный для установления свойства подобия: Δ может зависеть только от отношения Q^{-1}/K . Дело в том, что задача во внешней области содержит только два размерных параметра. Что E и Q . Т.к. фаза Δ безразмерна, то эти параметры могут входить в неё только в виде единственной безразмерной комбинации Q^{-1}/K .

Теперь мы можем искать спектр при фиксированном значении Q^{-1}/K точно так же, как это мы делали в предыду-

щем разделе при $\alpha^4 = 0$. Мы получим то же выражение (20). Если его переписать в виде зависимости "радиуса" траектории $H_N = (K^2 + \alpha^2)^{1/2}$ на рис.5 от "полярного угла"

$$\operatorname{tg} \xi = (\alpha^2 / K) \quad , \text{ то найдем}$$

$$H_N(\xi) = \frac{1}{R_0} e^{-\frac{\pi N}{|S_0|}} F(\xi) \quad (24)$$

$$F(\xi) = \frac{i}{\cos \xi} \exp \frac{i}{|S_0|} \left(\arccotg \frac{i R_0}{|S_0|} - \Delta(\xi) \right)$$

Из этих выражений видно, что траектории подобны. Их зависимость от угла ξ универсальна, и масштабный фактор есть $\exp(\pi N / |S_0|)$.

Подчеркнем, что подобие имеет место для уровней, расположенных в области (23). За пределами этой области данная теория, как мы указывали, применима по порядку величины, т.е. даёт качественные заключения о спектре. В частности, из формулы (22) при $a \sim \zeta_0$ вытекает, что имеется порядка единицы уровней с размерами ζ_0 . Формула (20) при этом дает, что их энергии порядка $1/m \zeta_0^2$ (в ней надо положить $R_0 \sim \zeta_0$). Таким образом, режим подобия наступает для уровней с номерами $N \gg 1$. Но т.к. масштабный множитель $\exp(\pi N / |S_0|)$ численно велик ⁺⁾ (≈ 22), то уже для N , ненамного превышающего единицу, уровни попадают в область (23). Из расчёта Стельбовича и Додда [8], цитированного выше, видно, что подобие наступает, начиная с третьего уровня.

⁺⁾ На рис. I и 5 этот масштаб для наглядности не соблюден.

4. Влияние различных факторов на эффект:
симметрии, центробежных сил, спинов и зарядов частиц.

Ознакомившись с физической картиной эффекта и с его математическим описанием, мы начинаем изучение влияния на него различных факторов. В данном разделе мы еще будем считать частицы тождественными. Мы будем делать основной акцент на физическую сторону вопросов.

Прежде всего, о влиянии симметрии состояния на эффект. Заранее ясно, что в антисимметричном состоянии трёх частиц эффекта быть не может. Здесь частицы находятся в нечётных парциальных волнах друг относительно друга, поэтому двухчастичные резонансы в S -волне неэффективны. Волновая функция трех частиц может характеризоваться ещё одним типом симметрии, промежуточным между полной симметрией и антисимметрией. Он называется смешанным. Расчёт [2], строящийся так же, как и в разделе II.2, приводит к уравнению для определения S (ср. с выражением /19/)

$$\cos \frac{1}{2} S\pi = -\frac{4}{\sqrt{3}} \sin \frac{1}{6} S\pi$$

которое не имеет минимум корней. Это значит, что двухчастичные резонансы не могут создать притяжения трёх частиц. Следовательно, переход к менее симметричному состоянию разрушает эффект.

Теперь рассмотрим влияние центробежных сил. Чтобы двухчастичные S -резонансы были эффективны, орбитальный момент и четность трехчастичного состояния не могут задаваться произвольно. Если зададим момент \mathcal{L} , то при

резонанса пары момент третьей частицы должен быть равен λ . Четность такого состояния есть $(-1)^\lambda$.

Центробежные силы падают с увеличением расстояния так же медленно ($1/\gamma^2$), как и дальнодействие, создаваемое двухчастичными резонансами. Поэтому возможность существования эффекта определяется конкуренцией между центробежным отталкиванием и притяжением $15.1^2/2m.R^2$. Для состояния с размером \bar{R} характерная центробежная энергия есть $\lambda(\lambda+1)/m\bar{R}^2$, в то время как энергия притяжения $15.1^2/m\bar{R}^2$. Поэтому при $\lambda \gg 1$ эффекта быть не может. Для $\lambda \sim 1$ это рассуждение не даёт ответа, и необходимо сделать расчёт. Он проводится по той же схеме, что и в разделе II.2. Волновая функция X теперь имеет вид

$$X(\vec{r}', \vec{p}') = \frac{\chi_0(\gamma', p')}{\gamma' p'} Y_{\lambda M}(\vec{n}_p)$$

Шаровая функция приводит к появлению центробежного члена в уравнении (I2) и к некоторой модификации условия (I4). Результат расчёта отрицательный [2]: уже для $\lambda=1$ эффект исчезает. Ниже мы увидим, что этот результат может быть получен из качественных соображений, вытекающих из анализа зависимости эффекта от соотношений масс частиц.

Таким образом, все уровни, создаваемые двухчастичными S -резонансами, имеют одинаковую структуру — это симметричные 0^+ -состояния.

Обсудим теперь влияние зарядов частиц. Кулоновские силы падают с увеличением расстояния медленнее, чем притяжение $15.1^2/2m.R^2$. Поэтому на больших расстояниях они обязательно превзойдут притяжение. Будут ли они влиять

на данное состояние трех частиц, зависит от того, в каком соотношении находится его радиус и то расстояние, где кулоновские силы начинают превалировать. Если радиус состояния много меньше, то кулоновские силы на него не влияют, если много больше – то разрушают.

Оценим расстояние, на котором кулоновские силы сравниваются с нашим притяжением. Мы имеем

$$\frac{|S_0|^2}{m\bar{R}^2} \sim \frac{e^2}{\bar{R}}$$

откуда

$$\bar{R} \sim \frac{1}{me^2}$$

Это – боровский радиус данных частиц. Таким образом, для заряженных частиц дальнодействие, создаваемое двухчастичными резонансами, не может простираться до бесконечности даже теоретически. Поэтому сгущения уровней к $E=0$ нет, максимальное число уровней

$$N_{\max} = \frac{|S_0|}{\pi} \ln \frac{1}{me^2 \epsilon}$$

С увеличением зарядов частиц их боровский радиус уменьшается. Когда он достигает радиуса сил γ , то эффект полностью исчезает. Как мы увидим в разделе IV именно это обстоятельство ограничивает существование эффекта в ядрах областью легчайших ядер.

Отметим, что с математической точки зрения учёт кулоновских сил представляет собой трудную задачу, в отличие от учёта симметрии, центробежных сил и спинов, где вычисления делаются по схеме раздела II.2.

Перейдем к обсуждению влияния спинов частиц на эффект. В общем, наличие спинов затрудняет существование эффекта. Это вытекает из следующих соображений. Для частиц со спи-

ном (и с другими внутренними степенями свободы, например, с изоспином), парные силы различны при различных значениях полного спина пары. Если мысленно представить себе, что парные силы резонансы при всех значениях спина пары и, более того, одинаковы, то такой случай эквивалентен бесспиновому, т.к. спиновые переменные можно отделить. В частности, должно получиться то же значение $|S_1|$ для величины притяжения трёх частиц. Однако, совпадение сил при различных спинах пары является невероятной случайностью. Гораздо более вероятен случай, когда силы резонансы при одних значениях спина пары и нерезонансы при других. Это ведёт к ослаблению резонансного взаимодействия по сравнению с бесспиновым случаем. Значит, притяжение трёх частиц уменьшается.

Т.к. двухчастичные резонансы при разных значениях спина пар не одинаковы, то их длины рассеяния не совпадают. Поэтому они не обращаются одновременно в бесконечность, если менять константу связи парных сил. Следовательно, дальнодействие всегда обрезается на конечном расстоянии R и поэтому число уровней конечно.

Наличие нескольких параметров длин рассеяния может привести к более сложной форме дальнодействия, чем в бесспиновом случае. Пока радиус состояния трёх частиц меньше всех резонансных длин, эффективны все резонансы. Когда радиус состояния превысит минимальную длину рассеяния, то резонанс с этой длиной становится неэффективным. Дело в том, что по отношению к данному состоянию длина рассеяния становится короткодействующей, и следовательно этот резо-

нанс не может принимать участия в образовании дальнодействия (здесь есть полная аналогия с неэффективностью нерезонансной части парной амплитуды в образовании дальнодействия в состояниях с размерами $R \gg r_0$). Неэффективность одного из резонансов приводит к уменьшению $|S_0|$, если не вообще к исчезновению притяжения. Когда радиус состояния достигает следующей длины рассеяния, происходит опять уменьшение $|S_0|$ и т.д., пока на некотором этапе притяжение исчезает.

Проиллюстрируем общие рассуждения, касающиеся влияния спинов на эффект, на примере частиц с нуклонными степенями свободы — спином $S = \frac{1}{2}$ и изоспином $t = \frac{1}{2}$. В данном случае двухчастичные резонансы обладают или спином нуль и изоспином единица (синглетный резонанс) или спином единица и изоспином нуль (триплетный резонанс). Прочие запрещены принципом Паули. Соответственно, есть две резонансные длины рассеяния — синглетная a_s и триплетная a_t .

Принцип Паули разрешает пространственной волновой функции трёх частиц быть симметричной, только когда полный спин трёх частиц S и полный изоспин T равны $1/2$. Т.к. эффект существует только при орбитальном моменте, равном нулю, и положительной четности, то квантовые числа семейства трехчастичных уровней должны быть $J^T = \frac{1}{2}^+$, $T = \frac{1}{2}$.

Расчет строится так же, как в разделе II.2. К функциям дописываются спиновые переменные, что приводит к небольшим усложнениям алгебраического характера. Расчёт показывает, что если один из резонансов — синглетный или триплетный — выключается, то притяжение трёх частиц исче-

зает. Поэтому притяжение при наличии обоих резонансов имеет следующую структуру. Оно равно $|S_0|^2/2m_0R^2$, пока

$R \leq a_{\min}$, где $|S_0|$ — такое же, как для бесспиновых частиц, при $R \geq a_{\min}$ притяжение исчезает. Поэтому полное число уровней есть

$$N = \frac{|S_0|}{\pi} \ln \frac{|a_{\min}|}{\zeta_0}$$

Когда константа связи ζ проходит через резонансную область, то a_{\min} меняется, достигая при некотором своего максимального значения $a_{\min\max}$. Это значение определяет максимальное число уровней

$$N = \frac{|S_0|}{\pi} \ln \frac{|a_{\min\max}|}{\zeta_0}$$

Обращение $a_{\min\max}$ в бесконечность соответствовало бы одновременному (по ζ) образованию связанных состояний пар со спином нуль и единица, что теоретически возможно, но практически невероятно.

Мы можем изобразить траектории уровней, аналогично рис.5. Т.к. длины рассеяния теперь две, то траектории переходят в поверхности в трехмерном пространстве (K, a_s^{-1}, a_t^{-1}) (см.рис.6). Свойство подобия спектра проявляется в том, что эти поверхности получаются одна из другой масштабным преобразованием по радиусу этого пространства $H = (K^2 + a_s^{-2} + a_t^{-2})^{1/2}$ с фактором $e^{\pi/|S_0|}$. Выводится свойство так же, как для бесспиновых частиц. Поверхности сгущаются к началу координат. Т.к. обратные длины рассеяния линейно связаны с константой сил ζ (см. примечание в разделе II.3), то при заданном отношении величин триплетных и синглетных сил обратные длины рассеяния линейно зависят

сят друг от друга: $\alpha_t^{-1} = \gamma \alpha_s^{-1} + \delta$, где γ и δ - некоторые коэффициенты. Поэтому спектр уровней при заданном отношении этих сил получается пересечением поверхностей рис.6 плоскостью $\alpha_t^{-1} = \gamma \alpha_s^{-1} + \delta$. В частности, при $\alpha_t^{-1} = \alpha_s^{-1}$ получим спектр, изображенный на рис.5.

С зависимостью эффекта от спина тесно связан вопрос о существовании эффекта у четырех и более частиц. Поэтому мы коснемся этого вопроса в данном разделе. Мы аргументировали в разделе II.I, что трехчастичный резонанс не способен генерировать четырехчастичные резонансы. Но, может быть, двухчастичные резонансы в состоянии это сделать? Если взять, как простейшую модель, четыре бесспиновых одинаковых частицы, то те же рассуждения, что и для трех частиц, как будто покажут, что имеется дальнодействие $\sim (\frac{1}{mR^3})$ ($R^2 \propto \sum_{i<k} \gamma_i^2$), и что оно может быть притяжением. Однако, появляется одно новое обстоятельство, делающее возможность существования эффекта сомнительной. Четырехчастичные уровни с малой энергией E , ограниченной требованием (23) доминирования резонансов, расположены выше порога распада на три связанные и одну свободную частицы. В результате распада три частицы могут остаться в одном из множества состояний, которые мы подробно обсуждали до сих пор. Оценка показывает, что нестабильность уровней, связанная с этими распадами, значительна, так что фактически уровни, по-видимому, не существуют.

Это наводит на мысль: чтобы "организовать" эффект в четырехчастичной системе, нужно сначала ликвидировать его в трехчастичной. Тогда четырехчастичным уровням некуда будет распадаться.

Зависимость эффекта от спина, обсужденная выше в этом разделе, подсказывает один из путей ликвидации. Если, для примера, взять частицы с нуклонными степенями свободы и выключить один, триплетный или синглетный, резонанс, то эффект у трёх частиц, как мы указали выше, исчезнет. Добавим теперь частицу. Т.к. число парных резонансных взаимодействий растёт квадратично с числом частиц, а кинетическая энергия линейно, то с добавлением частиц условия для существования эффекта улучшаются. Возможно, что уже для четырех частиц он имеет место.

Таким образом, для частиц со спином существует, видимо, некоторое критическое число частиц, при котором появляется эффект. Дальнейшее добавление частиц приводит к исчезновению эффекта, вследствие распада в состояния с критическим числом частиц.

Ш. Общий случай эффекта.

I. Аналитическая трактовка эффекта

для частиц с разными массами.

Теперь мы откажемся от требования тождественности частиц и будем рассматривать три произвольных частицы. Как мы видели в разделе II.4, влияние симметрии, момента, зарядов и спинов можно было понять в рамках представлений о физической картине эффекта, данной в разделе II.I. При изменении же масс частиц возникают новые физические ситуации, связанные с изменением характера движения частиц при вариации их масс. Поэтому влияние соотношений масс на эффект мы изучим более подробно.

Для того, чтобы это влияние проявилось в чистом виде, мы будем считать частицы бесспиновыми и нейтральными. Влияние спинов и зарядов на эффект для произвольных частиц, в принципе не отличается от влияния для тождественных частиц. Новое состоит только в том, что заряды могут быть разных знаков. Но это не изменяет сущности их влияния: на больших расстояниях кулоновское притяжение превышает притяжение трех частиц от двухчастичных резонансов и тем самым обрезает его.

Кроме того, мы будем считать, что радиусы парных сил в данной системе трёх частиц имеют одинаковый порядок величины γ_0 . Это так в атомной физике, где радиусы сил порядка Соровского радиуса электрона, и в ядерной физике, где они порядка нескольких ферми.

Как и для тождественных частиц, двухчастичные резонансы создают притяжение трех частиц, имеющее вид $|S_0|^2 / \rho m_0 R^2$. Однако, величины $|S_0|$, m_0 и R , определяющие притяжение, оказываются зависящими от соотношения масс частиц. В данном разделе мы произведем расчёт этой зависимости, а в следующем произведем её физическую интерпретацию.

Для уяснения общего характера изменений в математическом плане, вносимых неравенством масс частиц, полезно стартовать от рис.3. То обстоятельство, что для тождественных частиц углы между лучами равны, обусловлено равенством масс. При неравных массах лучи выходят из начала координат под разными углами друг к другу (рис.7), соотношение между углами определяется соотношением масс частиц. Вид граничных условий на лучах и на R_0 тот же, что и для тождественных частиц (см.условия /9/).

После этого общего замечания приступим к расчету [9] для нулевого орбитального момента. Мы записываем волновую функцию в виде (ср. с выражением /I0/)

$$\psi = \chi^{(3)}(\zeta_{12}, p_3) + \chi^{(4)}(\zeta_{23}, p_1) + \chi^{(2)}(\zeta_{31}, p_2) \quad (25)$$

где функции $\chi^{(i)}$ теперь не совпадают друг с другом. Гамильтониан, который управляет $\chi^{(i)}$, имеет вид (II) с

$$m_{ik} = \frac{m_i m_k}{m_i + m_k}, \quad M_\ell = \frac{m_\ell (m_i + m_k)}{M}, \quad (M = \sum_i m_i).$$

Он приводится к гамильтониану (I2), если мы введем новые координаты согласно уравнениям

$$\zeta'_{ik} = \left(\frac{m_{ik}}{m_0} \right)^{\frac{1}{2}} \zeta_{ik}; \quad p'_e = \left(\frac{M_e}{m_0} \right)^{\frac{1}{2}} p_e \quad (26)$$

и новые функции $\chi^{(i)}_0 = \zeta'_{ik} p'_e \chi^{(i)}$. Масса m_0 определяет общий масштаб и будет выбрана позднее.

Вместо одного граничного условия (I4) имеем три, соответственно возможности столкновения трёх разных пар частиц. Выпишем одно из них (при $\zeta'_{12} = 0$)

$$\frac{\partial \chi^{(3)}(\zeta'_{12}, p'_3)}{\partial \zeta'_{12}} + \frac{p'_3}{\zeta'_{23} p'_1} \chi^{(4)}_0(\zeta'_{23}, p'_1) + \frac{p'_3}{\zeta'_{31} p'_2} \chi^{(2)}_0(\zeta'_{31}, p'_2) = - \frac{1}{a'_{12}} \chi^{(3)}_0(\zeta'_{12}, p'_3) \quad (27)$$

где $a'_{12} = (m_{12}/m_0)^{\frac{1}{2}} a_{12}$. При $\zeta'_{12} = 0$ переменные ζ'_{23}, p'_1 , ζ'_{31}, p'_2 связаны с p'_3 соотношениями

$$\zeta'_{23} = \left[\frac{m_2 M}{(m_1 + m_2)(m_2 + m_3)} \right]^{\frac{1}{2}} p'_3; \quad p'_1 = \left[\frac{m_1 m_3}{(m_1 + m_2)(m_2 + m_3)} \right]^{\frac{1}{2}} p'_3 \quad (28)$$

$$\gamma'_{31} = \left[\frac{m_1 M}{(m_1 + m_2)(m_1 + m_3)} \right] \rho'_1 ; \quad \rho'_2 = \left[\frac{m_2 m_3}{(m_1 + m_2)(m_1 + m_3)} \right]^{\frac{1}{2}} \rho'_3$$

Т.к. сумма квадратов коэффициентов в каждой из строчек выражения (28) равна единице, то можно ввести запись

$$\gamma'_{23} = \rho'_3 \sin \alpha^{(1)} ; \quad \rho'_1 = \rho'_3 \cos \alpha^{(2)}$$

$$\gamma'_{31} = \rho'_3 \sin \alpha^{(1)} ; \quad \rho'_2 = \rho'_3 \cos \alpha^{(1)}$$

Углы $\alpha^{(i)}$ определяются соотношением масс частиц

$$\tan \alpha^{(i)} = \left(\frac{m_i M}{m_k m_\ell} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (29)$$

В граничные условия при $\gamma'_{31} = 0$ и $\gamma'_{23} = 0$ наряду с $\alpha^{(1)}$ и $\alpha^{(2)}$ войдет еще угол $\alpha^{(3)}$, так что всего имеется три угла $\alpha^{(i)}$.

Теперь используем эти углы в (27), вводим полярные координаты

$$\gamma' = R \sin \alpha ; \quad \rho' = R \cos \alpha.$$

опускаем значки у переменных и получаем условия, являющиеся обобщением условий (21)

$$\frac{\partial X_0^{(i)}(R, \alpha)}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0} + \frac{X_0^{(e)}(R, \alpha^{(e)})}{\sin \alpha^{(1)} \cos \alpha^{(e)}} + \frac{X_0^{(k)}(R, \alpha^{(k)})}{\sin \alpha^{(k)} \cos \alpha^{(k)}} = - \frac{R}{\alpha_{ke}} X_0^{(i)}(R, 0) \quad (30)$$

Кроме того, имеем для $X_0^{(i)}$ условия (15).

Наша задача для неравных масс математически сформулирована. Она включает уравнение (12) для каждой функции $X_0^{(i)}$, условия (30) и (15) и условие на радиусе R_0 .

Для расчёта дальнодействия мы полагаем длины рассеяния бесконечными, после чего происходит разделение переменных,

как для тождественных частиц. Записывая $\chi_{\zeta}^{(i)} = F_{\zeta}(R) \varphi_{\zeta}^{(i)}(\alpha)$ с

$$\varphi_{\zeta}^{(i)} = C^{(i)} \sin \xi \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

для радиальной функции получаем уравнение (18), а для S из граничных условий (30) имеем

$$\begin{vmatrix} -\cos \frac{\xi \pi}{2} & A_3 & A_2 \\ A_3 & -\cos \frac{\xi \pi}{2} & A_1 \\ A_2 & A_1 & -\cos \frac{\xi \pi}{2} \end{vmatrix} = 0; A_i = \frac{\sin \xi \left(\frac{\pi}{2} - \alpha^{(i)} \right)}{\xi \sin \alpha^{(i)} \cos \alpha^{(i)}} \quad (31)$$

Это – аналог уравнения (19), определяющего величину S .

Анализ показывает, что уравнение (31), так же как и уравнение (19) имеет один мнимый корень S и бесконечно много действительных. Величина притяжения трех частиц определяется $|S_0|^2$. Хотя в притяжение входит произвольная масса m_0 , оно будучи физической величиной однозначно. Дело в том, что оно определяется комбинацией $m_0 R^2$, которая, как видно из (26), от m_0 не зависит. Радиус R в терминах относительных расстояний между частицами имеет вид

$$R^2 = \frac{1}{M m_0} (m_1 m_2 \xi_{12}^2 + m_2 m_3 \xi_{23}^2 + m_3 m_1 \xi_{31}^2) \quad (32)$$

Результат расчёта величины $|S_0|$ приведен на рис.8. На этом рисунке $|S_0|$ показано в функции углов $\alpha^{(i)}$, которые согласно (31) непосредственно определяют $|S_0|$. Плотность штриховки на рис.8а пропорциональна значению $|S_0|$; на рис.8б воспроизведена часть диаграммы 8а, очерченная там пунктиром, с указанием значений $|S_0|$ в некоторых точках. Значения $|S_0|$ в других симметричных частях диаграммы 8а такие же.

Т.к. на рис.8 содержится, по существу, вся информация о зависимости притяжения от соотношения масс частиц, то для ориентировки в ней разберем свойства углов $\alpha^{(i)}$.

Углы связаны с массами формулами (29), причем из этих формул видно, что углы определяются отношениями масс. Т.к. для трёх масс имеется два независимых отношения, а углов $\alpha^{(i)}$ — три, то между ними должна существовать одна связь. Пользуясь формулами (29), легко доказать, что эта связь имеет вид

$$\sum_i \alpha^{(i)} = \pi \quad (33)$$

Поэтому зависимость $|S_0|$ от $\alpha^{(i)}$ можно изображать в треугольных координатах, аналогично диаграмме Далица. Именемо, нарисуем равносторонний треугольник с высотой, равной π , и будем сопоставлять углам $\alpha^{(i)}$ расстояния от точки внутри треугольника до его сторон (см.рис.8а). Сумма этих расстояний, по свойству треугольника, есть постоянная величина, равная π , как этого требует формула (33). Т.к. каждый угол $\alpha^{(i)} \leq \pi$, то "физическая" область на графике заключена в заштрихованном малом треугольнике. Заметим, что благодаря углам $\alpha^{(i)}$, рис.3 и 7 приобретают не только иллюстративный смысл: можно показать, что углы между лучами на этих рисунках равны $2\alpha^{(i)}$ (а текущие углы, отсчитываемые от каждого из лучей, равны углам 2α , от которых зависят функции $X_0^{(i)}$).

Каждой точке в заштрихованном треугольнике соответствует определенное соотношение масс. Глядя на формулы (29), заключаем, что в центре массы равны, на сторонах — одна из масс бесконечна, в углах — две.

Теперь можно осмыслить информацию, содержащуюся на рис.8.

I) $|S_0| \sim 1$, пока массы частиц одного порядка, или одна частица тяжелая

2) $|S_0| \rightarrow \infty$, когда две частицы тяжелее третьей.

Эти качественные свойства величины притяжения будут обсуждены с физической точки зрения в следующем разделе.

А сейчас приведем другой результат расчёта. Он относится к случаю, когда двухчастичные резонансы имеются в силах только двух пар частиц. Если частицы произвольные, то этот случай с физической точки зрения столь же естественен. Силы той пары, которая не резонирует, неэффективны в состояниях с большими размерами. Поэтому надо оставить в выражении (25) только два слагаемых, а в выражении (30) - два условия. Тогда для корня S вместо (31) получим, идя тем же путем

$$\begin{vmatrix} -\cos \frac{\xi\pi}{2} & A_i \\ A_i & -\cos \frac{\xi\pi}{2} \end{vmatrix} = 0 \quad (34)$$

считая, что резонанс отсутствует в силах пары $k\ell$ ($i \neq k, \ell$). В этом случае $|S_0|$ определяется одним углом $\alpha^{(i)}$ и имеет вид, показанный на рис.9. Из рис.9 заключаем

I) $|S_0| \sim 1$, пока массы частиц одного порядка, или имеется одна тяжелая частица, резонирующая с одной из легких,

2) $|S_0| \rightarrow \infty$, когда две частицы тяжелее третьей и резонируют с ней,

3) $|S_0| \rightarrow 0$, когда имеется одна тяжелая частица, резонирующая с двумя легкими, или имеется две тяжелых час-

тицы, только одна из которых резонирует с легкой.

В заключение этого раздела выберем массу m_0 . Её удобно выбрать из требования, чтобы при $\gamma_{ik} \sim \gamma_0$ было $R \sim \Sigma$. Тогда притяжение будет обрезаться при $R \sim \gamma_0$ независимо от соотношения масс. Из формулы (32) для R^2 получаем, что этому требованию удовлетворяет следующее выражение для m_0 .

$$m_0 = \frac{1}{2M} (m_1 m_2 + m_2 m_3 + m_3 m_1) \quad (35)$$

Для одинаковых частиц оно переходит в $m/2$, в соответствии с разделом II.2.

Приступим теперь к обсуждению результатов расчёта, изображенных на рис.8 и 9.

2. Физическая картина зависимости эффекта от масс частиц.

При тех значениях масс, для которых $|S_0| \sim 1$, физика эффекта не отличается от случая тождественных частиц, и мы не будем на этом останавливаться. Наша задача в этом разделе – объяснить физическую причину появления очень больших и очень малых $|S_0|$ при вариации масс [10].

Мы начнем со случая больших $|S_0|$. Он представляет наибольший интерес с точки зрения возможности существования эффекта в природе, поскольку при прочих равных число уровней пропорционально $|S_0|$. Когда две частицы тяжелее третьей и взаимодействуют с ней, то наступает молекулярный режим движения. Это значит, что тяжелые частицы медленне-

двигутся в поле, создаваемом обменом между ними быстрой легкой частицей.

Имея это в виду, получим оценку для $|S_0|$. Будем отмечать переменные, относящиеся к тяжелым частицам, индексом H (*heavy*), а к легкой — индексом L (*light*). Из формул (32) и (35) следует, что для данного соотношения масс $R = \gamma_{HH} \sqrt{2}$, $m_0 = \frac{L}{2} m_{HH}$ где γ_{HH} — расстояние между тяжелыми частицами, m_{HH} — их приведенная масса. Поэтому притяжение имеет вид $|S_0|^2 / 2m_{HH} \gamma_{HH}^2$. Оно зависит только от расстояния между тяжелыми частицами и, значит, представляет собой потенциал, создаваемый обменом легкой частицей (молекулярный терм). По общим свойствам молекулярного движения энергия молекулярного терма равна энергии связи легкой частицы в поле неподвижных тяжелых⁺⁾ . При расстоянии γ_{HH} эта энергия есть $1/m_L \gamma_{HH}^2$, как очевидно из размерных соображений, или из факта, что импульс легкой частицы порядка $1/\gamma_{HH}$. Поэтому можно приравнять

$$\frac{|S_0|^2}{m_{HH} \gamma_{HH}^2} \sim \frac{1}{m_L \gamma_{HH}^2} \quad (36)$$

откуда определяется $|S_0|$

$$|S_0| \sim \left(\frac{m_{HH}}{m_L} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (37)$$

⁺⁾ Возникновение дальнодействия между тяжелыми частицами в результате обмена слабосвязанной легкой является хорошо известным фактом (см., например, книгу [II]). О нём мы уже упоминали в разделе II. I. Вид дальнодействующего потенциала был найден в работе [12]. Наши вычисления потенциала в пределе $(m_{HH}/m_L) \rightarrow \infty$ согласуются с этой работой.

Видно, что возрастание $|S_0|$ прямо связано с большой разницей масс частиц. На рис.8 и 9 $|S_0|$ возрастает как

$$|S_0| \approx 0,57 \left(\frac{m_{\text{ни}}}{m_L} \right)^{1/2}$$

Эта формула получается из выражений (31) и (34) в пределе $m_{\text{ни}} \gg m_L$.

Движение в молекулярном режиме характеризуется двумя важными чертами - оно имеет адиабатический и квазиклассический характер. Первое свойство, конечно, является неотъемлемым признаком режима, второе связано со структурой молекулярного терма. Квазиклассический параметр движения тяжелых частиц в потенциале $|S_0|^2/m_{\text{ни}} \Sigma_{\text{ни}}^2$ есть согласно правилу [?]

$$\frac{d \lambda_{\text{ни}}}{d \Sigma_{\text{ни}}} \sim \frac{d}{d \Sigma_{\text{ни}}} \cdot \frac{\Sigma_{\text{ни}}}{|S_0|} = \frac{1}{|S_0|}$$

и выражается прямо через $|S_0|$. Адиабатический параметр, равный отношению периодов движения легкой и тяжелых частиц, также равен $1/|S_0|$, как легко убедиться ⁺)

$$T_L/T_H \sim \frac{1}{|S_0|}$$

Поэтому изменение соотношения масс приводит к появлению качественно новых свойств движения, влияющих на физику эффекта.

В молекулярном режиме резонанс в силах между тяжелыми частицами неэффективен, поскольку последние сталкиваются друг с другом, имея очень большой относительный импульс.

⁺) При размере состояния \bar{R} характерный импульс легкой частицы есть $1/\bar{R}$, а характерный относительный импульс тяжелых частиц есть $1/\lambda_{\text{ни}} \sim (|S_0|/\bar{R})$. Поэтому отношение периодов $T_L/T \sim (v_{\text{ни}}/v_L) \sim (1/|S_0|)$.

Его величина, по квазиклассике, есть $(m_{\text{HH}} U)^{\frac{1}{2}}$, где U - энергия молекулярного терма. При $\Sigma_{\text{HH}} \sim \Sigma_0$ она равна $\frac{1}{m_L} \Sigma^2$ (см. формулу /36/), откуда величина импульса $K_{\text{HH}} \sim (m_{\text{HH}}/m_L)^{\frac{1}{2}} (\frac{1}{2})$, что заведомо нарушает условие (3) доминирования резонанса.

Рассмотрим теперь противоположный случай малых $|S_0|$. Физическую ситуацию, приводящую к малым значениям $|S_0|$, можно хорошо понять на примере одной тяжелой и двух одинаковых легких, не взаимодействующих друг с другом частиц. Когда масса тяжелого центра бесконечна, то спектр такой системы очевиден: имеется одно состояние с энергией связи, равной сумме энергий связи легких частиц. Никакого эффекта в этом пределе нет, так что естественно, что $|S_0|$ обращается в нуль. Но нас сейчас будет интересовать закон, по которому $|S_0|$ стремится к нулю.

Для этого рассмотрим состояние с размером \bar{R} . Легкие частицы движутся в пределах всего объема, занимаемого состоянием, а тяжелая - в гораздо меньшем объеме радиуса $(m_L/m_H)\bar{R}$, вследствие отдачи. Обмен тяжелой частицей между легкими, посредством которого создается притяжение трех частиц, может произойти, только когда обе легкие частицы попадут в этот малый объем. Это - новое физическое обстоятельство. Во всех предыдущих случаях для осуществления обмена трем частицам не необходимо было сближаться в малый объем.

Учитывая эту особенность движения, получим оценку для $|S_0|$. При данном соотношении масс $R^2 = \Sigma_{H_L}^2 + \Sigma_{H_L}^2$; $m_0 = m_L$ (Σ_{H_L} - расстояние между тяжелой и легкой

частичей). Как мы сказали, притяжение $|S_0|^2/2m_e R^2$ становится существенным, когда $R \sim (m_L/m_H)\bar{R}$. Единственным мерилом существенности является энергия состояния E , равная +) $1/m_e \bar{R}^2$. Поэтому

$$\frac{|S_0|^2}{m_e \left(\frac{m_e}{m_H} \bar{R}\right)^2} \sim \frac{1}{m_e \bar{R}^2}$$

откуда следует оценка для $|S_0|$

$$|S| \sim \frac{m_e}{m_H} \quad (38)$$

На рис.9 $|S_0|$ ведёт себя как $(4/\pi\sqrt{3})(m_L/m_H)$ при $m_L \ll m_H$. Этот закон следует из выражения (34).

Т.к. при любом малом $|S_0|$ существует спектр вида рис.5, то мы пришли к интересному результату. Отдача тяжёлого центра приводит к возникновению богатого спектра 0^+ -уровней. Согласно оценке (38) эти уровни расположены в экспоненциально малой области обратных длин рассеяния и энергий

$$a^{-1} \sim \frac{1}{S_0} e^{-\frac{m_H}{m_e}} ; \quad E \sim \frac{1}{m_e \bar{R}^2} e^{-\frac{m_H}{m_e}}$$

Этот результат имеет, видимо, только теоретический интерес, т.к. интервал обратных длин рассеяния и энергий очень узок.

Таким образом, мы выяснили физические причины, приводящие к большим и малым значениям $|S_0|$. Случай $|S_0| \sim 1$ является промежуточным между двумя рассмотренными крайними. Как обычно в такой ситуации, его качественное описание можно получить на основе любого из них. Полагая в оценке (37)

+) Эта оценка энергии вытекает как из размерных соображений, так и из того, что импульс легких частиц порядка

$$1/\bar{R}$$

$m_H \sim m_L$, мы имеем $|S_0| \sim 1$, так что квазиклассический и адиабатический параметры порядка единицы. С другой стороны, полагая в (38) $m_L \sim m_H$, мы также приходим к $|S_0| \sim 1$ что является выражением факта, что параметр отдачи порядка единицы. Поэтому оценки, сделанные либо на основе молекулярного режима, либо на основе режима тяжелого центра, применимы и для $|S_0| \sim 1$.

Итак, анализ эффекта для частиц с разными массами приводит к следующим двум основным результатам:

1) эффект существует при всех соотношениях масс частиц⁺⁾; причем для его существования достаточно присутствия двухчастичных резонансов в силах двух пар частиц;

2) наиболее благоприятным для проявления эффекта является случай двух тяжелых и одной легкой, резонирующей с обеими тяжелыми, частицы.

3. Особенности спектра уровней для частиц с разными массами. Вращательная структура спектра.

Выяснив физическую картину эффекта для частиц с разными массами, мы остановимся в этом разделе на особенностях спектра по сравнению со случаем тождественных частиц.

Даже при $|S_0| \sim 1$ есть отличие, т.к. длины рассеяния резонансов неодинаковы. Характер притяжения, когда имеется несколько длин рассеяния, мы обсуждали в разделе II.4, при выяснении зависимости эффекта от спина. В при-

⁺⁾ Предел $|S_0| = 0$ недостижим., т.к. реально мы всегда имеем дело с конечными массами.

менении к данному случаю это обсуждение даёт, что притяжение обрезается на минимальной длине рассеяния, если длины рассеяния две (резонансы есть в силах двух пар частиц).

Соответственно, число уровней равно

$$N = \frac{|s_0|}{\pi} \ln \frac{|\alpha_{min}|}{r_0} \quad (39)$$

Если резонансы присутствуют в силах всех пар, то пока $R \leq \alpha_{min}$, они все эффективны. При $R \geq \alpha_{min}$ резонанс с длиной α_{min} перестаёт влиять на притяжение. Поэтому при $R \sim \alpha_{min}$ величина притяжения $|s_0|$ меняется от значения, даваемого рис.8, до значения, даваемого рис.9. При R порядка следующей длины рассеяния, которую мы обозначим α_{mid} , притяжение исчезает. Поэтому число уровней есть

$$N = \frac{|s_0|^{(1)}}{\pi} \ln \frac{|\alpha_{min}|}{r_0} + \frac{|s_0|^{(2)}}{\pi} \ln \frac{|\alpha_{mid}|}{|\alpha_{min}|} \quad (40)$$

(мы придали $|s_0|$ индекс, указывающий номер рисунка). Но так обстоит дело, если $\alpha_{min} < 0$. При $\alpha_{min} > 0$ резонанс с длиной α_{min} представляет собой связанное состояние пары, и его энергия определяет границу непрерывного спектра трёх частиц. Уровни с размером $R > \alpha_{min}$, число которых даётся вторым слагаемым в формуле (40), имеют энергии связи, меньшие чем положение этой границы (см.рис.4) и попадают в непрерывный спектр. Значит, число стабильных уровней трёх частиц при $\alpha_{min} > 0$ даётся только первым слагаемым формулы (40).

Вид свойства подобия спектра при наличии нескольких длин рассеяния также обсуждался в разделе II.4 (см.рис.6).

В молекулярном режиме резонанс тяжелой пары неэффективен, число уровней даётся формулой (39). Видимо, полезно будет привести её "квазиклассический" вывод. В квазиклассическом приближении число уровней определяется правилом Бора - Зоммельфельда

$$N = \frac{1}{2\pi} \oint K_{HH} d\gamma_{HH}$$

где интеграл берется по движению частиц "туда" и "обратно". Интегрируя по движению в одну сторону и удваивая, получаем формулу (39)

$$N = \frac{1}{\pi} \int K_{HH} d\gamma_{HH} \approx \frac{1}{\pi} \int_{\gamma_0}^{|\alpha_{min}|} d\gamma_{HH} \sqrt{2m_{HH} \frac{|S_0|^2}{2m_{HH} \gamma_{HH}^2}} = \frac{|S_0|}{\pi} \ln \frac{|\alpha_{min}|}{\gamma_0}$$

Свойство подобия спектра в молекулярном режиме несколько видоизменяется. Оказывается, что подобие того типа, которое характерно для $|S_0| \lesssim 1$, в молекулярном режиме имеет место в очень малой области энергий и обратных длин рассеяния. В другой, значительно более широкой области существует то, что можно назвать приближенным подобием.

Сформулируем это утверждение более точно. Для понимания сути видоизменений достаточно ограничиться случаем, когда тяжелые частицы одинаковы. Тогда имеется одна длина рассеяния α , и можно рисовать плоскую картину траекторий уровней, аналогичную рис.5, что делает все объяснения более наглядными. Подобие стандартного типа имеется в области I (см.рис.10), ограниченной неравенствами

$$m_H E \gamma_0^2 \ll \frac{1}{|S_0| \alpha}, \quad \alpha^{-1} \ll \frac{1}{\gamma_0} \frac{1}{|S_0| \ln (|\alpha|/\gamma_0)} \quad (41)$$

Эти условия значительно строже, чем условия доминирования резонансов пар

$$m_\nu E \varepsilon_0^2 \ll \frac{1}{|S_0|^2}, \quad \alpha^{-1} \ll \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{1}{|S_0| \ln (k_0/v_0)} \quad (42)$$

в то время как при $|S_0| \leq 1$ область подобия и область доминирования резонансов совпадали. В области 2 на рис. IO, которая с одной стороны ограничена неравенствами, обратными (41), а с другой стороны – условиями (42), имеется приближенное подобие. Наконец, в области

$$m_\nu E \varepsilon_0^2 \sim 1, \quad \alpha^{-1} \sim \frac{1}{\varepsilon_0}. \quad (43)$$

тропадает и приближенное подобие.

В чём заключается приближенность подобия в области 2? При строгом выполнении подобия мы можем получить все траектории уровней из одной, делая нужное количество раз масштабное преобразование с фактором $e^{j\omega t} (\pi/|S_0|)$. Если мы стартуем в этом процессе от одной из траекторий в области I и входим в область 2, то вскоре, оказывается, заметим, что истинные траектории уровней начинают постепенно отклоняться от этого правила, причем величина отклонений растет по мере углубления в область 2. Приближенность подобия области 2 состоит в том, что величина отклонения ΔH (напомним, что H – это радиус $(2m_\nu E + \alpha^{-2})^{1/2}$ на рис. IO) много меньше H , хотя она может быть много больше расстояния между соседними траекториями.

На границе (43) области 2 ΔH становится порядка H и все следы подобия исчезают.

Отклонение ΔH связано с изменением волновой функции во внутренней области $R \sim \varepsilon_0$, а также с поправками

притяжению $|S_0|^2 / \text{гм.} R^2$ во внешней области, пропорциональными степенями ζ_0 . Поэтому отклонение не может быть найдено в данной теории, подобно логарифмической производной λ на границе внутренней и внешней областей. Не располагая величиной ΔH , мы определяем положение уровня с ошибкой, равной ΔH . Значит, приближенное подобие можно трактовать и так: истинная траектория уровня находится где-то в пределах узкого канала шириной ΔH (см. рис. IO) $\Delta H/H$ есть мера "размывания" подобия.

Таким образом, доминирование резонансов в парных силах проявляется в спектре в виде точного или приближенного подобия. В области (43), где резонансы не доминируют, подобие исчезает; спектр определяется резонансами по порядку величины ($\Delta H \sim H$).

Мы не будем входить в детали вывода^[9] условий (41), укажем физическую причину сужения области точного и появления приближенного подобия. В основе лежит квазиклассический характер движения тяжелых частиц. Их волновая функция быстро осциллирует, и достаточно очень малого изменения энергии или величины парных сил, чтобы фаза волновой функции, с нею и логарифмическая производная на границе сшивания, значительно изменилась. Поэтому область, где логарифмическая производная постоянна, сужается до (41), чем и определяется граница точного подобия спектра.

В области 2 рис. IO размер состояний ещё много больше ζ_0 . Поэтому время, которое тяжелые частицы проводят на расстоянии $\zeta_{\text{нн}} \lesssim \zeta_0$ много меньше периода их движения. Кроме того, для состояния с большим размером поправки к

притяжению за счёт членов, пропорциональных степеням γ , также малы ⁺). Значит, эти поправки также оказывают малое влияние на период движения (но не фазу волновой функции) тяжелых частиц. Следовательно, плотность уровней, которая в квазиклассическом случае равна периоду движения

$$\frac{dN}{dE} = \frac{1}{2\pi} T$$

определяется притяжением $|S_0|^2 / 2m_e R^2$ от двухчастичных резонансов.

Неучет поправок ΔT к периоду от двух указанных факторов приводит к погрешности в числе уровней

$$\Delta N \sim \int_0^E \Delta T dE$$

и в положении N -ного уровня

$$\Delta E = \frac{dE}{dN} \Delta N \sim \frac{\Delta T}{T} E \ll E$$

Это и есть то отклонение от подобия (при фиксированной длине рассеяния α), которое возникает в области 2 и которое мало, пока $\Delta T \ll T$. В области (43) имеем $\Delta T \sim T$ и, значит, $\Delta E \sim E$.

Обсудив структуру спектра уровней, перейдем к изучению влияния центробежных сил на эффект для частиц с разными массами. При $|S_0| \sim 1$ влияние то же, что и для тождественных частиц. В случае $|S_0| \ll 1$ на основе физической аргументации, данной при обсуждении этого вопроса для тождественных частиц, можно наверняка сказать, что при $\gamma \neq 1$ эффекта быть не может. Особый интерес представляет влияние центробежных сил в молекулярном режиме. Из теории молекул известно, что в молекулярных спектрах имеется колебательная и вращательная структуры. Что касается

⁺) Наибольшая поправка имеет вид $(|S_0|^2 / 2m_e R^2)(\gamma_e / R)$.

колебательной структуры, то по существу мы её уже изучили выше. В нашем эффекте она образуется не за счёт малых колебаний ядер относительно положений равновесия, как в обычной молекуле, а в результате движения тяжелых частиц в поле притяжения $|s_0|^2/2m_e R^2$. Вращательная структура образуется как результат эффекта в состояниях с $\chi = 0$.

Т.к. для тождественных частиц эффект в состояниях с $\chi \neq 0$ отсутствовал, то по мере перехода к молекулярному соотношению масс он должен обязательно в этих состояниях возникать. Найдем соотношение масс, при котором это происходит. Эффект возникает, когда притяжение $|s_0|^2/2m_{HH} \chi_{HH}^2$ преодолевает центробежное отталкивание тяжелых частиц $\chi(\chi+1)/2m_{HH} \chi_{HH}^2$. Поэтому искомое соотношение масс определяется из условия

$$\chi(\chi+1) = |s_0|^2$$

Подставляя для $|s_0|$ его явное выражение через массы, получим

$$\chi(\chi+1) = 0,32 \frac{m_{HH}}{m_e} \quad (44)$$

Таким образом, в молекулярном режиме эффект существует в состояниях с моментом χ вплоть до $\chi_{max} \sim (m_{HH}/m_e)^{1/2}$.

Применим формулу (44) к $\chi \sim 1$. Тогда получим, что эффект в состоянии с $\chi=1$ возникает при $(m_e/m_{HH}) = 0,16$, для $\chi=2$ - при $(m_e/m_{HH}) = 0,05$ и т.д. То, что эти отношения численно малы, позволяет относиться к ним с доверием. Дело в том, что формула (44) строго применима в молекулярном режиме, т.е. при $m_{HH} \gg m_e$. Но т.к. при $\chi \sim 1$ из неё следует, что m_{HH} еще заметно больше m_e , то можно полагать, что формула (44)

правильна вплоть до $\lambda = 1$.

Эти качественные рассуждения помогают понять, почему в случае тождественных частиц эффект не существует при $\lambda = 1$ (раздел II.4). Считая массы тяжелых частиц одинаковыми, мы найдём из формулы (44), что эффект при $\lambda = 1$ появляется только когда массы тяжелых частиц превысят массу легкой примерно в 13 раз. Поэтому в случае равных масс не осуществляется с большим запасом.

Расчёт^[9], проведенный по схеме раздела III.I для $\lambda \neq 0$, подтверждает формулу (44) при $\lambda = 1$.

Пользуясь этими же качественными соображениями, получим зависимость притяжения в состоянии с моментом λ от соотношения масс частиц. Обозначим его величину $|S_{\lambda}|$.

Тогда имеем

$$|S_{\lambda}|^2 = |S_1|^2 - \lambda(\lambda + 1)$$

Чтобы сравнить его ⁺⁾ с рис.9, нужно выразить соотношение масс m_{HH}/m_e через угол $\alpha^{(i)}$. Тогда для $|S_{\lambda}|$ получается зависимость изображенная на рис. II. Она отражает факт, что притяжение появляется при соотношении масс, даваемом формулой (44), и при дальнейшем увеличении m_{HH}/m_e (уменьшении угла $\alpha^{(i)}$) все более превышает центробежную энергию ($|S_{\lambda}| \rightarrow |S_1|$).

Подведем итог зависимости эффекта от масс частиц. Общая картина эффекта (появление притяжения и уровней) не

^{+) Т.к. в молекулярном режиме резонанс в силах тяжелой пары не эффективен, то при рассматриваемых значениях отношения m_{HH}/m_e рис.8 и рис.9 дают почти одинаковые значения $|S_{\lambda}|$.}

зависит от соотношения масс. Но детали эффекта существенно зависят. Это связано с тем, что при изменении соотношения масс происходит изменение режима движения трех частиц, и совершенно разные физические свойства (адиабатичность, влияние отдачи) выдвигаются на первый план.

IV. Возможность осуществления эффекта в природе.

До сегодняшнего дня акцент в исследовании эффекта был сосредоточен на его теоретическом изучении. Это можно считать естественным, учитывая новизну явления. В данном разделе мы обсудим возможность экспериментального проявления эффекта.

Прежде всего, повторим, что эффект не зависит от конкретного вида парных сил, а определяется только фактом наличия в них резонансов. Поэтому он может существовать в любой системе трех частиц, от молекулярной физики до физики элементарных частиц.

Рассмотрим ситуацию в ядерной физике, как более знакомую автору. Здесь большую роль играют кулоновские силы, которые, как мы отмечали, препятствуют проявлению эффекта. Для оценки существенности кулоновских сил нужно сравнить радиусы Бора ядер и радиусы ядерных сил. Для протона радиус Бора равен примерно 30 ферми, радиус нуклон-нуклонных сил — примерно 2 ферми. С увеличением массового числа радиус Бора быстро уменьшается, радиус сил медленно растет. Уже для ядер с массовым числом 4–6 (при $N=Z$) они одного порядка. Значит, эффект может существовать в ядрах, имеющих

массовое число не больше, чем 3,6, т.е. примерно 20. Если взять ядра с $N \neq Z$, то получается цифра такого же масштаба. Заметим, что это — порядковая оценка, т.е. очень грубая оценка массового числа.

Единственный случай, где кулоновские силы не важны — это — два нейтрона и ядро.

Таким образом, для области ядер, где может иметь место эффект, характерны следующие соотношения масс: или массы всех трех частиц одного порядка, или масса одной частицы больше массы двух других. Для обоих случаев теория, которая излагалась выше, дает величину $|s_0| \leq 1$. Это приводит к важным последствиям. Во-первых, орбитальный момент и четность уровней должны быть обязательно 0^+ . Второе следствие касается числа уровней. Чтобы существовало N наших уровней, длины рассеяния должны быть

$$a_N \sim r_0 (e^{\frac{N}{2}})^N$$

Фактор $e^{\frac{N}{2}}$ для $|s_0| = 1$, равного единице, равен 22. И такая большая величина фактора характерна, пока массы частиц одного порядка или одна частица тяжелая. Ориентировку здесь дает такой пример: если массы частиц отличаются не больше, чем в три раза, то минимальное значение фактора равно 18; если же одна частица тяжелая, а массы легких частиц отличаются по-прежнему не более, чем в три раза, то минимальное значение фактора — 10. Это значит, что даже в отсутствие кулоновских сил для существования нескольких уровней требуются довольно большие длины рассеяния. Такие длины рассеяния в природе встречаются редко. Принимая, как разумно большую длину рассеяния, величину $a = 10\%$, мы таким образом получаем, что в ядрах трудно ожидать сущес-

твования более чем одного нашего уровня. Причем, т.к. его размер ненамного превышает γ_0 , то на условия его образования должны влиять и нерезонансные части парных амплитуд.

То, что фактор $\exp(\tilde{\delta}/\kappa_0)$ оказывается численно большим, следует признать случайным с теоретической точки зрения. Под этим мы понимаем, что эта большая величина не связана с существованием какого-то малого параметра. Теоретически $\kappa_0 \sim 1$, $\tilde{\delta} \sim 1$, поэтому $\exp(\tilde{\delta}/\kappa_0) \sim 1$. Но практически, как видно, большая величина фактора может затруднить проявление эффекта.

Когда уровень один, то естественны сомнения, что он образовался по данному механизму, а не иному. Поэтому соберем вместе те признаки, которыми должен обладать наш уровень

- 1) энергетически он должен находиться поблизости от порога распада на три частицы,
- 2) он должен иметь кластерную структуру, т.е. в основном "состоять" из этих трех частиц,
- 3) в парных силах, действующих между этими частицами (хотя бы у двух пар частиц) должны присутствовать S -резонансы с малой энергией,
- 4) пространственный размер должен быть больше, чем у обычного ядерного состояния,
- 5) орбитальный момент и четность - 0^+ .

Возможным кандидатом является уровень в ядре C^{12} , с энергией возбуждения 7,65 Мэв. Посмотрим на его примере, как реализуются указанные признаки. Этот уровень лежит (см. рис. IIa) на расстоянии 0,4 Мэв от порога распада на три α -частицы (он лежит выше порога вследствие кулонов-

ских сил; если их мысленно выключить, то он опустится под порог). Это расстояние по ядерным масштабам невелико, т.к. характерная величина α - α сил порядка 10 Мэв. В пользу кластерного характера уровня говорят два обстоятельства. Во-первых, α -ширина у него довольно велика. Во-вторых, если предположить, что он имеет обычную, некластерную структуру, представляемую моделью оболочек, то энергия возбуждения уровня с его квантовыми числами должна быть значительно больше (в районе 20 Мэв). Обратимся теперь к виду α - α сил. Мы видим (рис. IIб), что в них имеется S -резонанс с малой энергией 0,1 Мэв. Этот резонанс является основным состоянием ядра Be^8 . Опять-таки из-за кулоновских сил резонанс лежит выше порога распада Be^8 на две α -частицы. Относительно пространственного размера обсуждаемого состояния C^{12} пока определенных данных не имеется. Наконец, квантовые числа уровня как раз те, которые требуются.

Таким образом, гипотеза о том, что в образовании этого уровня участвует наш механизм, вл. всяком случае непротиворечива. Но надо помнить, что кулоновские силы уже довольно сильны, радиус α - α сил и боровский радиус отличаются не намного и поэтому речь идёт скорее о качественном объяснении структуры уровня. Идея об его α -структуре не является новой. Укажем на расчет [13], где решалось уравнение Шредингера для трех α -частиц с модельным α - α потенциалом, полученным из анализа α - α рассеяния. Мысль, которую мы хотим здесь провести, состоит в том, что появление этого уровня имеет общий характер, не связанный с конкретным выбором α - α сил. Оно есть следствие резонанса в α - α рассеянии.

В настоящее время проводится теоретическая работа по поиску и предсказанию уровней подобного типа в других легчайших ядрах.

Т.к. сами нуклон-нуклонные силы, лежащие в основе ядерной физики, резонансны, то естественно возникает вопрос, в какой степени это их свойство оказывается на спектре трехнуклонных ядер. Как указывалось в разделе II.4, притяжение трех нуклонов обрезается на минимальной из двух длин рассеяния. Это – триплетная длина, равная примерно 5 ферми. Она превышает радиус сил в 2-3 раза. С другой стороны, фактор $\exp(\frac{\pi}{15.1})$ для частиц с одинаковыми массами равен 22. Это – одно обстоятельство, затрудняющее существование возбужденного уровня в H^3 и He^3 . Кроме того, нерезонансная часть парных амплитуд вряд ли способствует образованию такого уровня, т.к. основное состояние в этих ядрах само имеет небольшую по сравнению с величиной нуклон-нуклонных сил энергию связи. Имеется модель [14], в которой образование этого состояния трактуется как результат резонансов в нуклон-нуклонных силах. На эксперименте возбужденных состояний H^3 и He^3 пока не найдено.

Из обсуждения ситуации в ядерной физике видно, что в ней не осуществляется самый благоприятный со стороны соотношения масс случай – две тяжелых и одна легкая частица. Условия для его реализации имеются в молекулярной физике. Рассмотрим трехчастичную систему: два нейтральных атома плюс электрон. Мы выбрали нейтральные атомы, чтобы избежать влияния кулоновских сил. Т.к. радиус сил между электроном и атомом равен боровскому радиусу электрона, то даже при-

существие однозарядного иона ведёт к исчезновению эффекта. Указанная система трёх частиц представляет собой отрицательный молекулярный ион. Структура состояний, образующихся как результат резонансов в рассеянии электрона на каждом из атомов, отличается от структуры обычной молекулы. Связь атомов осуществляется за счёт электрона, циркулирующего между ними, размер иона больше размера обычной молекулы. Он определяется длинами рассеяния электрона на атомах. Здесь помимо уровней с орбитальным моментом и четностью 0^+ , возможны уровни 1^- , 2^+ и т.д. Вдоль периодической системы элементов величина $|S_0|$ меняется от 17 до 270, так что затруднений, характерных для $|S_0| \sim 1$ и разобранных в связи с ядерной физикой, не возникает.

Будут ли эти уровни стабильными (по отношению к испусканию электрона) или резонансами, зависит от поведения термов нейтральной молекулы, составленной из тех же атомов. Если нейтральной молекулы не существует, то уровни стабильны. Если же молекула есть, то тогда уровни с энергией связи, меньшей чем энергия связи молекулы, имеют возможность распасться на молекулу и свободный электрон. Ширина уровней в этом случае определяется вероятностью распада по этому каналу.

В разделе III.2 говорилось, что дальнодействующий потенциал между атомами, создаваемый обменом резонирующим электроном, был рассчитан в работе [12]. В работах [15] рассчитывалось дальнодействие в ионе H_2^- . Длины рассеяния электрона на атоме водорода (в атомных единицах) равны $a_s = 5,7$; $a_t = 1,8$. Возможно, что дальнодействие спо-

составляет образование H_2^- . Имеются данные [16], что энергия связи H_2^- меньше энергии связи H_2 , так что H_2^- может распадаться на H_2 и электрон.

У. Заключение.

Основной вывод, следующий из материала данных лекций, состоит в том, что влияние двухчастичных резонансов на спектр уровней трех частиц является чрезвычайно сильным. Как мы показали, двухчастичные резонансы с необходимостью приводят к семейству трехчастичных резонансов, обладающих специфическими свойствами.

Это новое явление заслуживает дальнейшего изучения. Можно наметить несколько направлений:

1) развитие всестороннего теоретического понимания (проявление эффекта в непрерывном спектре, аналитические свойства амплитуды рассеяния трёх частиц в условиях эффекта, разработка иных методик описания...)

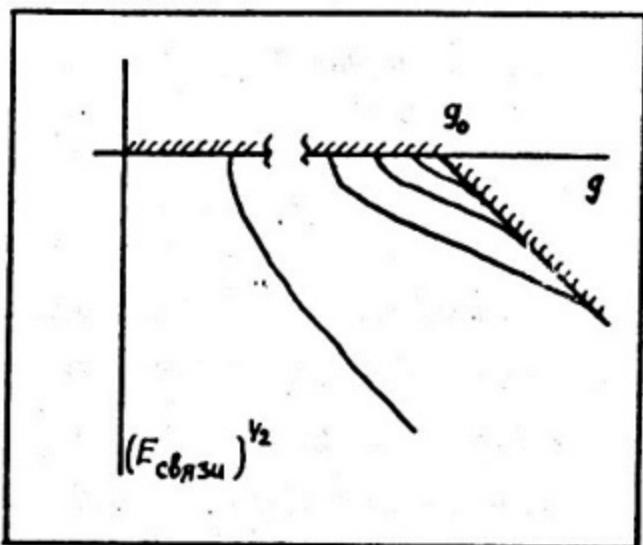
2) интерпретация известных и поиск новых уровней на основе эффекта в спектрах молекул, ядер, элементарных частиц. Это направление имеет как теоретический аспект (разработка практической техники вычислений для любых конкретных значений спинов, изоспинов, масс частиц, длин рассеяния резонансов, предсказание новых уровней и их характеристик...), так и экспериментальный (измерение длин рассеяния двухчастичных резонансов, обнаружение новых уровней, исследование свойств уровней, "подозреваемых", что они возникли в результате эффекта....).

Кроме того, возможно, что данное явление послужит прототипом или в качестве наводящей идеи для обнаружения других примеров связи между различными резонансами.

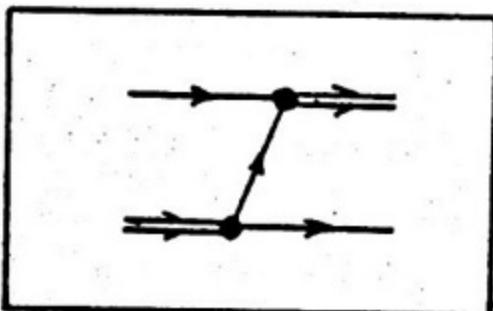
Полагаем, что исследование относящихся к этим проблемам вопросов приведёт к интересным результатам.

Л и т е р а т у р а

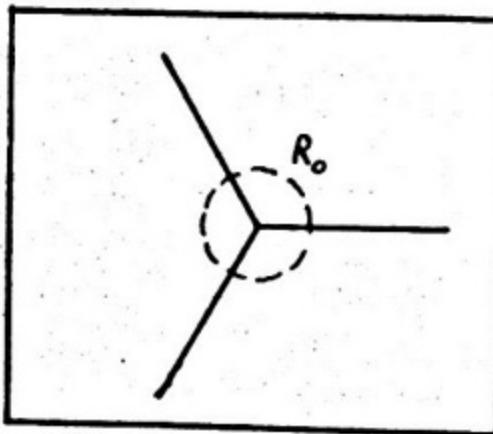
- [1] V. Efimov. *Phys Lett.*, 33B, 563, 1970
- [2] В. Ефимов. ЯФ, 12, 1080, 1970
- [3] R. D. Amado, J. K. Noble. *Phys. Rev.*, 5, I992, I972
- [4] Amado, Greenwood. Preprint, I972, University of Pennsylvania.
- [5] L. H. Thomas. *Phys. Rev.*, 47, 903, I935
- [6] Г. В. Скорняков, К. А. Тер-Мартиросян. ЖЭТФ, 31, 775, I956
- [7] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. *Квантовая механика*, М., Физматгиз, I963
- [8] A. T. Stelborics, L. R. Dodd. *Phys. Lett.*, 39B, 450, I972
- [9] V. Efimov. *Nucl. Phys.*, , в печати
- [10] В. Ефимов. Письма в ЖЭТФ, 16, 50, I972
- [11] D. Brink. *Nuclear Forces*, Oxford, Pergamon Press, I965
- [12] Б. М. Смирнов, О. Б. Фирсов. ЖЭТФ, 47, 232, I964
- [13] C. C. N. Leung, S. C. Park. *Phys. Rev.*, I87, I239, I969
- [14] Г. С. Данилов. ЖЭТФ, 40, 498, I961
- [15] J. N. Bardsley, A. Herzenberg, F. Mandl. *Proc. Phys. Soc.*, 89, 305, I966.
- Ю. Н. Демков, В. Н. Островский. ЖЭТФ, 59, I765, I970
- [16] В. И. Веденеев и др. Энергии разрыва химических связей; потенциалы ионизации и средство к электрону, М., АН СССР, I962



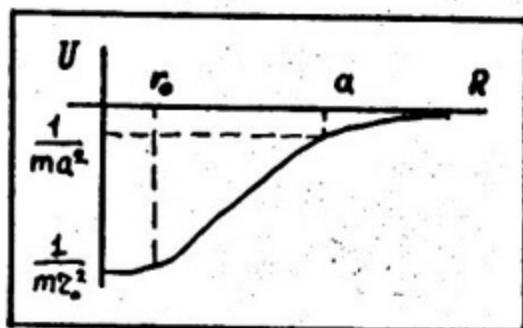
Puc. 1



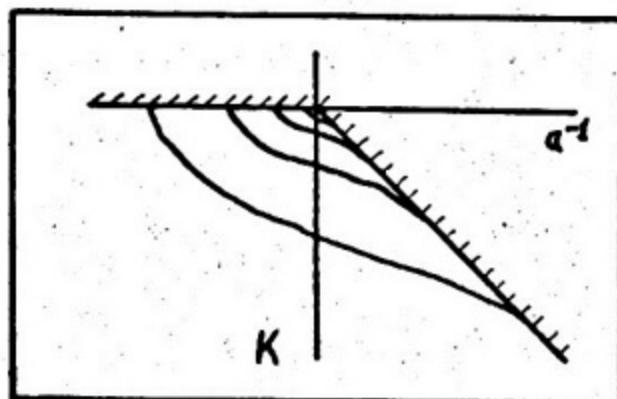
Puc. 2



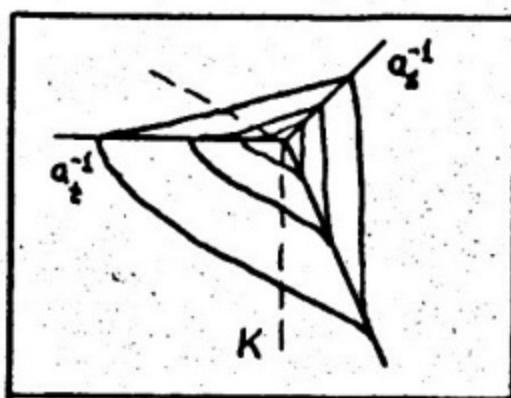
Puc. 3



Puc. 4



Puc. 5



Puc. 6

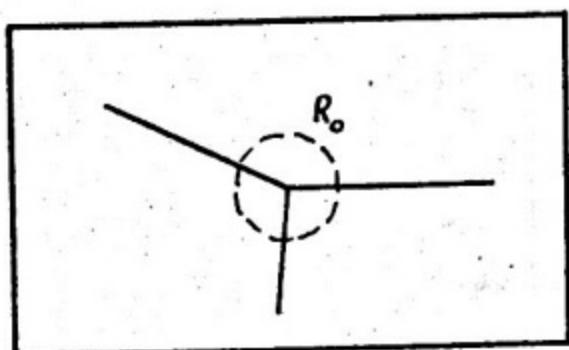


Рис. 7

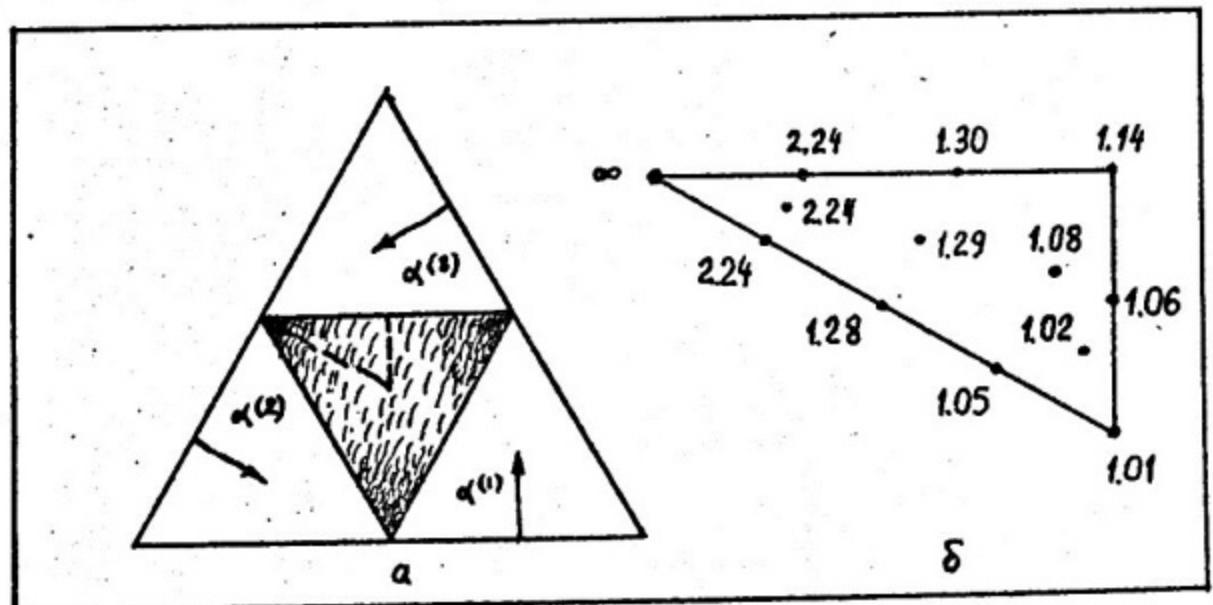
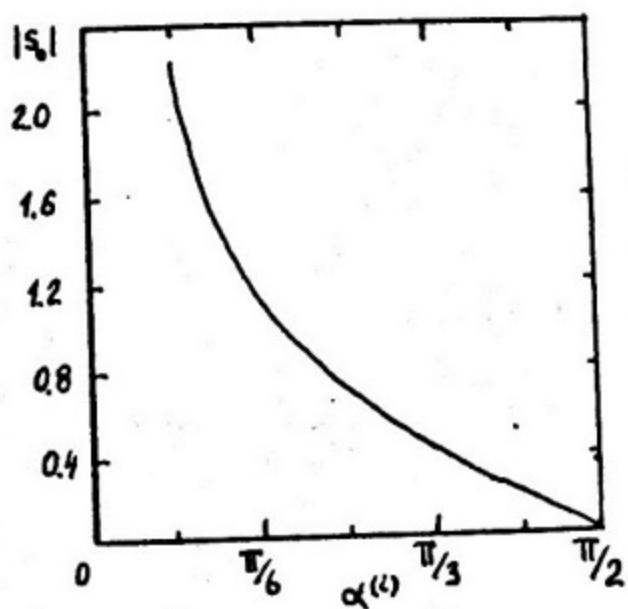
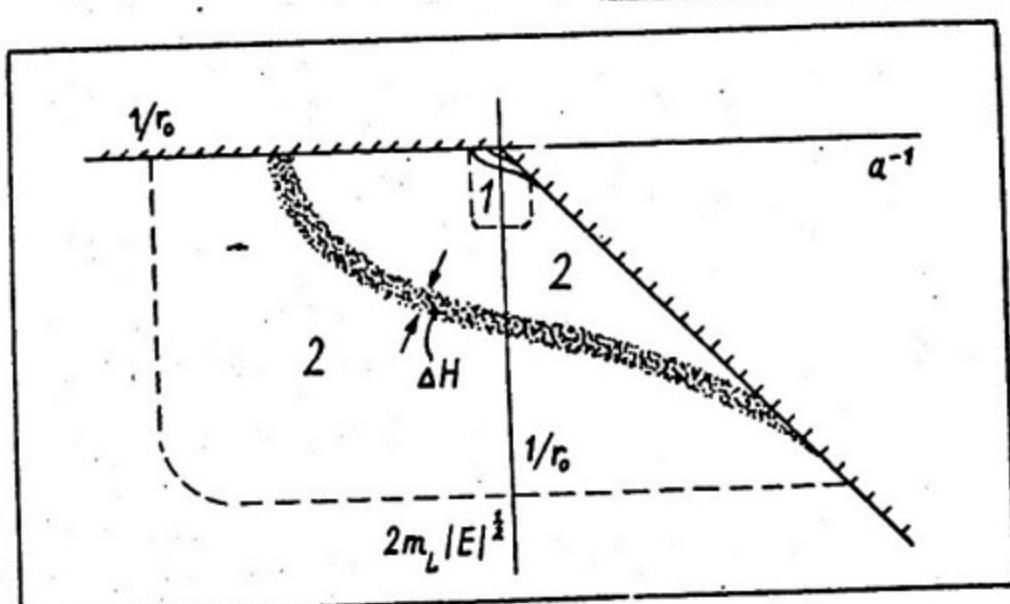


Рис. 8



Puc. 9



Puc. 10

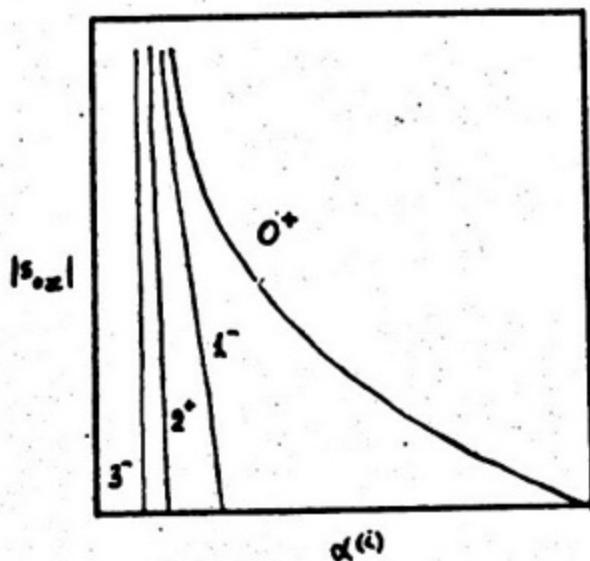


Рис. 11

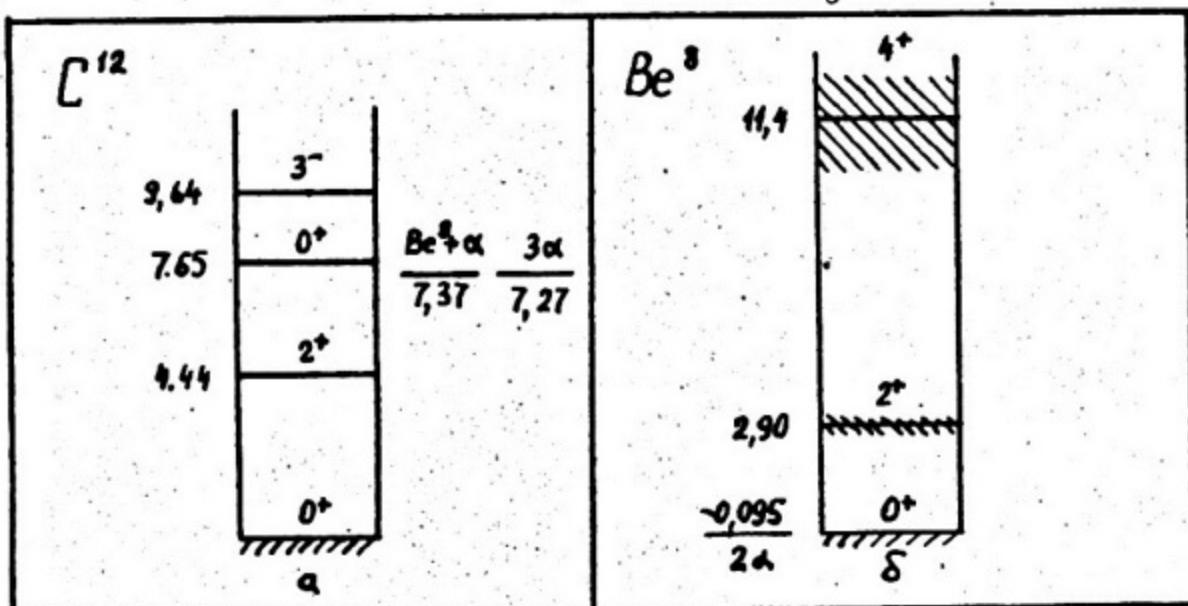


Рис. 12

Л 75415 Подп. к печати 9/IV-73г. Заказ 488 Тираж 250

Типография МИФИ М.Пионерская 12