

539.1

93

B 85

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ СССР

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

«Некоторые вопросы экспериментальных  
исследований в области физики высоких энергий»

К. А. ТЕР-МАРТИРОСЯН

ИТОГИ РАЗВИТИЯ РЕДЖЕВСКОЙ СХЕМЫ  
И ЭКСПЕРИМЕНТ

(Конспекты лекций)

МОСКОВА — 1975

539.1  
B85  
МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
С С С Р

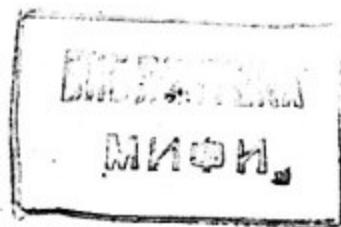
МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

---

Некоторые вопросы экспериментальных исследований  
в области физики высоких энергий

К.А.Тер-Мартиросян

ИТОГИ РАЗВИТИЯ РЕЛЛЕВСКОЙ СХЕМЫ И ЭКСПЕРИМЕНТ  
(Конспекты лекций)



Москва - 1975

## В В Е Д Е Н И Е

Реджевская схема периферических взаимодействий появилась в 1961-1962 г.г. в виде теории полюсов Редже /I-5/. С тех пор она быстро развивалась. В 1966-67 г.г., в результате работ советских авторов, была понята роль точек ветвлений /6,7/ и развита /7,8-10/ техника реджеонных графиков Грибова. В это же время быстро развивалась теория неупругих процессов рождения частиц. Было осознано, что реджевской полюсной асимптотике соответствует система промежуточных, так называемых, мультипериферических многочастичных состояний, типа "лесенок" или "гребенок", подробно изученных еще в 1962 г. итальянскими авторами /II/. На этой основе Канчели /12,13/ и Мюллером /14,15/ была построена в 1970 г. теория инклузивных процессов. В 1968-72 г.г., в результате пуска новых больших ускорителей в Серпухове, в ЦЕРНе, в Батавии, была проведена серия точных измерений сечений различных процессов при высокой энергии  $40+2 \cdot 10^3$  Гэв. Данные опыта подтвердили основные предсказания теории /3,4,8,16,17/ о логарифмическом росте с ростом энергии полных сечений /18-22/ и величин наклонов конусов угловых распределений /22,23/, о степенном ходе сечений /24-26/ реакций перезарядок и разностей полных сечений. Подтверждились также основные выводы теории /II-15,28,29/ о свойствах процессов рождения частиц: о множественности частиц рожденных при высокой энергии и о распределении по множественности /30-34/, о масштабных свойствах и о ходе сечений инклузивных процессов /35-45/. Теория получила устойчивый экспериментальный фундамент. В это же время (1972-74 г.г.) были поняты /46-49/ узловые вопросы теории померона, завершающей самосогласованную структуру всей теоретической схемы.

Следует отметить, что теория описывает наиболее вероятные при высокой энергии периферические процессы, идущие при малой передаче импульса и при малых поперечных импульсах частиц. Поэтому ее выводы оказываются в большой степени независящими от внутренней структуры элементарных частиц и от структуры их сильного взаимодействия. Это является, с одной стороны, преимуществом, но, с другой - слабым местом теории, т.к. сравнение ее выводов с опытом не позволяет получить много сведений о структуре строения частиц, определяя лишь некоторые усредненные по структуре частиц параметры (которые, иногда, называют феноменологическими параметрами).

Ниже подведен очень кратко итог развития теории и описание ею данных опыта.

## I. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

### 3 I.1. Мультипериферическое рождение частиц

В основе теории лежит предположение, что при высокой энергии доминируют мультипериферические процессы рождения частиц, амплитуды которых определяются графиками Фейнмана вида "гребенок", рис. I.1. Единственным важным для дальнейшего свойством этих амплитуд является то, что они "не пропускают" через себя больших переданных импульсов  $q_i^2$  в каждом своем звене, т.е. что они быстро убывают с ростом величин  $|q_i^2|$ . Реальный пример такой, так называемой мультипериферической, амплитуды, подробно рассмотренный Кайдаловым и др. /50-52/, дает график рис. I.2, построенный на амплитудах  $\pi N$  и  $\pi\pi$  рассеяния и содержащий линии виртуальных  $\pi$ -мезонов в  $t$ -канале. Если все  $q_i^2$  невелики,  $q_i^2 \leq m^2$ , то законы сохранения энергии-импульса (в каждой вершине графика рис. I.1) приводят к следующей конфигурации импуль-

сов  $p_i$  рожденных частиц:

а) поперечные составляющие  $\vec{p}_{i\perp}$  импульсов частиц должны быть невелики,

$$p_{i\perp}^2 \leq m^2 \quad (I.1)$$

б) в лаб.системе координат (где покоятся нижняя частица В на рис. I.1) продольные составляющие импульсов частиц  $p_{i,z}$  должны прогрессивно уменьшаться при переходе сверху вниз на рис. I.1:

$$P_{i+1,z} = \alpha_i p_{i,z} \quad (I.2)$$

Здесь  $\alpha_i < i$  - некоторые числа, флюктуирующие около  $\alpha_i = \frac{1}{2}$ , не становясь ни малыми ( $\alpha_i \ll 1$ ), ни близкими к единице ( $1 - \alpha_i \ll 1$ ). Так как импульс верхней на рис. I.1 частицы близок к энергии  $P_A = E$  налетающей частицы, а нижних - порядка масс  $m$  частиц, то  $m = \bar{\alpha}^{\bar{N}-N} E$ , где  $\bar{\alpha}$  и  $\bar{N}$  - средние значения чисел  $\alpha$  и числа  $N$  частиц на рис. I.1. Отсюда

$$\bar{N} = A \ln \frac{E}{m} + B = A \ln \frac{S}{m^2} + B \quad (I.3)$$

где  $A = 1/(\ln 1/\bar{\alpha})$  и  $B = N_0$  - коэффициенты порядка единицы. Таким образом средняя множественность частиц на рис. I.1 логарифмически растет с ростом  $E$ .

Величины  $\gamma_i = \ln p_{i,z}/m$  называют быстротами I) частиц. Соотношение  $P_{i+1,z} = \alpha_i p_{i,z}$  при  $\alpha_i \approx \frac{1}{2}$  означает, что рожденные частицы в среднем эквидистантно распределены в шкале быстрот - как на рис. I.3, где каждой частице отвечает вертикальная черта.

I) Более точно быстротами называют величины  $\gamma_i = \frac{1}{2} \ln \frac{\varepsilon_i + p_{i,z}}{\varepsilon_i - p_{i,z}}$ , которые близки к  $\ln p_{i,z}/m$  в области  $p_{i,z} \gg p_{i,\perp}$ , существенной далее.

Умножая амплитуду  $T_N^0(\vec{p}, \vec{p}_i)$  рис. I.I, при  $\vec{p}_A = \vec{p}$ , на комплексно сопряженную величину  $T_N^0(\vec{p}', \vec{p}_i)$ , в которой  $\vec{p}_A = \vec{p}'$ , интегрируя по импульсам  $\vec{p}_i$  всех образующихся частиц и суммируя по их числу  $N$ , получим согласно условию унитарности (рис. I.4) удвоенную величину мнимой части амплитуды  $T(s, t)$  упругого рассеяния, где  $t = (p - p')^2 \approx -\vec{p}_\perp^2$ .

### § I.2. Реджевская асимптотика. Померон.

Важным свойством мультипериферической амплитуды рис. I.I является то, что соответствующая ей (в условии унитарности рис. I.4) амплитуда упругого рассеяния  $T(s, t)$  имеет при высокой энергии следующий реджевский вид:  $T = T^{(4)}$ , где

$$\frac{T^{(4)}(s, t)}{8\pi s_0} = \sum_a \eta_{\zeta_a}(\omega_a) \gamma_a(t) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\omega_a(t)-1} \quad (I.4)$$

Здесь

$$\eta_{\zeta_a}(\omega_a) = \frac{\zeta_a + e^{-i\pi\omega_a}}{-\sin\pi\omega_a}, \quad (I.5)$$

$(Im \eta_{\zeta_a}(\omega_a) \cdot i)$  - сигнатурный множитель,  $\zeta_a = \pm 1$  - сигнатура данной траектории,  $\omega_a = \omega_a(t)$  - траектория полюса Редже,  $s_0$  - величина порядка  $m^2$  ( $m$  - масса частиц), а

$$\gamma_a(t) = g_{a1}(t) g_{a2}(t) \quad (I.6)$$

вещественная при  $t < 0$  величина - вычет полюса Редже. Величины  $g_{a1}$ ,  $g_{a2}$  называют вершинами связи данного  $a$ -го полюса Редже (реджеона) со сталкивающимися частицами. Вершина связи с нуклоном зависит от его спина

$$\hat{g}_a = g_{ao}(t) + i\sigma_y \frac{q_z}{2m_N} g_{ay}(t) \quad (I.7)$$

где  $\sigma_b$  - матрица Паули,  $g_{ao}$  и  $g_{ay}$  называют спин не флиповой и спин-флиповой частями вершины.

Можно в общем виде доказать, что мультипериферические промежуточные состояния действительно приводят к реджевской форме (I.4) асимптотики  $T(s,t)$ , рассматривая равенство рис. I.4 в представлении прицельных параметров /28/. Это станет почти очевидным, если учесть, что в среднем каждое звено "лесенки" справа на рис. I.4 носит некоторый множитель  $C_a(t)$  в  $J_m T(s,t)$ , т.е.

$$2J_m T(s,t) = \sum_a \gamma'_a(t) [C_a(t)]^{\bar{N}_a},$$

где суммирование проведено по различным квантовым числам "а"  $t$ -канала,  $\bar{N}_a = A_a \ln \frac{s}{m^2}$  - есть среднее число звеньев "лесенки", а  $\gamma'_a(t)$  - величина вида (I.6), зависящая лишь от крайних звеньев "лесенки" рис. I.4. Ясно, что если обозначить через  $\alpha_a(t) = A_a \ln C_a(t)$ , то  $J_m T(s,t)$  можно представить в виде

$$\frac{J_m T(s,t)}{8\pi m^2} = \sum_a \gamma_a(t) \left(\frac{s}{m^2}\right)^{\alpha_a(t)}, \quad (I.8)$$

в точности соответствующем реджевской формуле (I.4) при  $m^2 = s$ .

Каждому члену в сумме (I.4)-(I.6) ставят в соответствие полюсной график рис. I.5а, причем линии резонанса на нем соответствуют  $\gamma_{\sigma_a}(\alpha_a) \gamma_a(t) (s/s_*)^{\alpha_a-1}$ , а вершинам -  $g_{ao}$  и  $g_{ay}$ . Из сказанного ясно, что реджевская асимптотика  $\gamma_{\sigma_a} \gamma_a (s/s_*)^{\alpha_a-1}$  определяется суммой вклада серии обычных графиков Фейнмана типа "лесенок" рис. I.5в.

Замена одной из частиц A на рис. I.4, I.5 на античастицу  $\bar{A}$  приводит, как можно показать, к умножению  $\gamma_{\sigma_a}$  в (I.4) на  $G_a = \pm 1$ , т.е. дает для амплитуды  $\bar{A}B$  рассеяния

$$\frac{\tilde{T}^{(s)}(s,t)}{8\pi s_0} = \sum_a \zeta_a \eta_{\alpha_a}(\alpha_a) \gamma_a(t) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_a(t)} \quad (I.9)$$

Реджевские траектории  $\alpha_a = \alpha_a(t)$  и лежащие на них резонансные состояния имеют квантовые числа "a"  $t$ -канала. Траектории с квантовыми числами вакуума (например,  $f$ -мезонная) вносят вклад в амплитуду рассеяния  $T(s,t)$  любой пары частиц A, B. Предполагают, что среди них есть траектория  $\alpha_p(t)$  померона, такая, для которой  $\alpha_p(0)=1$ . Ее вклад в полные сечения  $\zeta^{\text{tot}} = \int_m T(s,0)/S$  взаимодействия как AB, так и  $\bar{A}B$  один и тот же ( $8\pi \gamma_p(0)$ ) и не зависит от  $S$ , а вклад всех остальных траекторий (для которых  $\alpha_a(0) \leq 1$ ) убывает с ростом  $S$ .

Согласно идеи дуальности реджевская асимптотика (I.4), за исключением вклада померона  $\alpha = P$ , может быть представлена (формула Венециано) суммарным вкладом ряда резонансных состояний в  $S$ -канале - рис. I.6. Из-за этого иногда говорят, что промежуточными состояниями для непомеронной части амплитуды (I.4) являются не "гребенки" рис. I.1, а "кластеры", т.е. группы частиц, на которые распадаются резонансы в  $S$ -канале (рис. I.6c). Плотность частиц в них может зависеть от сорта сталкивающихся частиц A, B. Интересна мысль /53/, что померону отвечает рождение частиц вида цепочки рис. I.7 таких "кластеров", связанных стандартно линиями  $\pi$ -мезонов. Тогда вместо рис. I.4, или рис. I.5 ему соответствует неоднородная цепочка <sup>I)</sup> рис. I.8

I) Суммарный вклад графиков рис. I.8 в  $\frac{\int_m T(s,0)}{8\pi S}$  получаем суммируя по числу  $n$  кластеров в нем

$$\gamma_f(0) e^{-\lambda \tilde{\zeta}} \left[ 1 + \frac{\gamma(\tilde{\zeta}-2a)}{1!} + \frac{\gamma^2(\tilde{\zeta}-3a)^2}{2!} + \dots \right], \quad \tilde{\zeta} = \ln \frac{S}{m^2},$$

где число  $a$  членов таково, что  $\tilde{\zeta} \geq a$ . Полагаем, что вклад  $e^{-\lambda y_i} \Theta(y_i - a)$  каждого кластера рис. I.6 не равен

$f$ -мезонных амплитуд  $\sim (\frac{m}{s_L})^\lambda = e^{-\lambda y_i}$ ,  $y_i = \ln \frac{s_L}{M^2}$ ,  $\lambda = 1 - \alpha_f(0)$ . Вклад графика рис. I.8c в  $J_m T(s,t)$  получается путем интегрирования по быстротам  $y_i$  точек соединения этих амплитуд и при должном выборе константы  $\delta$  связи этих амплитуд приводит при  $S \rightarrow \infty$  к постоянной величине  $G^{tot} = J_m T(s,0)/s$ . В этой картине померона средняя плотность частиц  $\nu = \frac{d\nu}{dy}$  в крайних "кластерах" зависит от сорта сталкивающихся частиц и отлична от ее значения в  $\pi$ -мезонных средних "кластерах".

### § 1.3. Перерассеяния и "усиленные" ветвления

Реджевский (так называемый полюсной) вклад в асимптотику амплитуды (I.4) отвечает обмену одной "лесенкой" – вида рис. I.4, I.5 или рис. I.8. Ясно, поэтому, что при больших энергиях  $S$  заметная часть асимптотики амплитуды может быть обусловлена обменом сразу двумя и большим числом  $n$  таких "лесенок" – рис. I.9. В условии унитарности (рис. I.4) вкладу графиков рис. I.9 отвечают процессы одновременного рождения рис. I.10 нескольких мультипериферических "гребенок". Средняя множественность рожденных частиц здесь выше чем на рис. I.1, она есть  $\bar{N}_n = n \bar{N}(\frac{S}{n})$ , где  $n = 2, 3, \dots$  – число "гребенок" на рис. I.10.

На рис. I.9 справа приведены графики "перерассеяния" в общем виде, содержащие сложные совокупности обычных графиков Фейнмана в верхней и нижней вершинах. Предлагается, что интегрирование по импульсам частиц в этих блоках проведены так, что эффективные массы  $M_1^2, M_2^2$  частиц, проходящих слева направо

нулю лишь при  $y > a$ , где  $a$  – число порядка единицы (т.к. при  $y < a$  мал фазовый вес частиц, рожденных на рис. I.6). При  $y = 1 e^{\lambda a}$  это значение  $J_m T(s,0)/s$  выходит при  $\zeta \gg 1$  на постоянный предел, равный  $\gamma_p = \gamma_s / (1 + \lambda_a) e^{\lambda a}$ .

сквозь них, не велики:  $M_1^2, M_2^2 \leq M_0^2$ , где  $M_0 \sim 1-2$  Гэв отвечает области резонансного взаимодействия частиц. В результате для вклада  $T = T_p^{(n)}$  графиков перерассеяния (на  $n$  померонах  $\alpha = b = c = \dots = p$ ) следуют /7,9,10/ значения, очень сходные с амплитудами перерассеяния на ядре в теории Глаубера /54/:

$$M_p^{(n)} = \frac{T_p^{(n)}}{8\pi S} = i \gamma_p^\circ \left( -\frac{c \gamma_p^\circ}{\lambda_p} \right)^{n-1} \frac{1}{n \cdot n!} e^{-(R_p^2 + \lambda_p/n) \chi^2} \quad (I.10)$$

или, если один из реджеонов на рис. I.9 отличен от померона — типа  $\alpha \neq p$ , то

$$M_\alpha^{(n)} = \frac{T_\alpha^{(n)}(S, t)}{8\pi S} = \eta_{\sigma_\alpha}(\alpha^\circ) \frac{\gamma_\alpha^\circ}{(S/S_0)^{1-\alpha^\circ}} \left( -\frac{c \gamma_p^\circ}{\lambda_p} \right)^{n-1} \times \\ \times \frac{C_\alpha/c}{n_\alpha(n-1)!} e^{-(R_{\alpha n}^2 + \lambda_\alpha/n_\alpha) \chi^2} \quad (I.11)$$

Здесь  $\gamma_\alpha^\circ = \gamma_\alpha(0)$ ,  $\alpha^\circ = \alpha_\alpha(0)$ , причем

$$\lambda_\alpha = R_\alpha^2 + \alpha'_\alpha \left( \ln \frac{S}{S_0} - \frac{i\pi}{2} \right) \quad (I.12)$$

есть логарифмически растущий квадрат радиуса реджевского взаимодействия; такие же определения справедливы для  $\gamma_p^\circ = \gamma_p(0)$  и  $\lambda_p$ . При получении этих формул для вычетов полюсов Редже (I.6) использована простая форма

$$\gamma_\alpha(t) = \left| \frac{\eta_{\sigma_\alpha}(\alpha^\circ)}{\gamma_\alpha^\circ} \right| e^{-R_\alpha^2 \chi^2} \gamma_\alpha(0), \quad (I.13)$$

справедливая при небольших  $\chi^2 = -t$  и использована линейная форма траекторий:  $\alpha_\alpha(t) \approx \alpha_\alpha(0) - \alpha'_\alpha(0) \chi^2$ . Параметры  $R_\alpha$  называют радиусами реджевских вычетов. Формулы для  $M_p^{(n)}$ ,  $M_\alpha^{(n)}$  содержат, кроме них, такие же параметры  $R_n^2$ ,  $R_{\alpha n}^2$ , опреде-

ляющие зависимость от  $t$  многореджонных вершин  $\omega_n$  (см. рис. I.9). Через С обозначена величина

$$C = 1 + \frac{\sigma_{\text{diff}}}{\sigma_{\text{el}}} , \quad (I.14)$$

известная /55/ из данных опыта о сечении дифракционного рождения пучков частиц с небольшой массой  $M^2 < M_0^2$  в АВ сточкновении (величина С не зависит от энергии, она дана в табл. I). Аналогичный смысл имеет параметр  $C_a$ , который неизвестен из данных о процессах рождения.

Если два или более реджонов не помероны, то соответствующие амплитуды  $M_{ab}^{(n)}, M_{abc}^{(n)}$  — малы, т.к. содержат высокие степени малых чисел  $(S_0/S)^{1-d_a}$ . Поэтому при учете всех виртуальных перерассеяний получаем амплитуду рассеяния в виде

$$T(s,t) = \sum_{n=1} \left( T_p^{(n)} + T_a^{(n)} \right) \quad (I.15)$$

Отметим, что из-за множителя  $(-1)^{n-1}$  в (I.11), (I.12) вклады последовательных перерассеяний (как в теории Глаубера) меняют знак, что приводит к осцилляциям величины дифференциального сечения рассеяния  $\frac{d\sigma}{dt} = 4\pi \left| \frac{T(s,t)}{8\pi S} \right|^2$ . Значение  $n=1$  в (I.15) отвечает реджевскому вкладу (I.4) с вычетами в виде (I.13) (если при  $n=1$  коэффициент  $C_a/c$  в (I.11) заменить на единицу).

Во всех этих формулах не учтена область больших эффективных масс частиц  $M_1^2, M_2^2$ , проходящих сквозь верхнюю и нижнюю вершины на рис. I.19. Эта область дает вклад в так называемые "усиленные" графики вида рис. I.11, состоящие из "лесенок" рис. I.5 и "ветвлений" рис. I.9, соединенных последовательно вдоль  $t$ -канала один или несколько раз. Вклад этих графиков содержит вершины перехода  $t$ , реджеона в несколько реджеонов. Его можно

получить, как было показано Грибовым /7/, путем интегрирования произведения вкладов их частей по быстротам  $\chi, \chi_1, \chi_2$  точек, в которых они соединяются.

Например, если все реджеоны являются померонами, то вклад в  $A(s,t) = J_m \frac{T(s,t)}{8\pi s}$  нижней части графика рис. I.IIa аналогично (I.II), есть  $- \frac{\gamma_0 M_2}{4d_F^2} e^{-y \kappa^2/2}$ , где  $\gamma_0$  — трехпомеронная вершина,  $M_2 \approx C_2 g_2^2$  — вершина превращения двух частиц в два померона, а величина (I.I2)  $\lambda_F \approx d_F' \chi$ ,  $y = \ln \frac{s}{\mu^2}$ , причем  $\mu^2 = e^{-d_F'/2} s_0$ , а  $\kappa^2 = d_F' \chi^2 - d_F' t$ . Вклад верхней части этого же графика есть  $g_1 e^{-(\tilde{\chi} \cdot y) \kappa^2}$ , где  $\tilde{\chi} = \ln \frac{s}{\mu^2}$ . Поэтому для вклада всего графика (в  $J_m T / 8\pi s$ ) получим, интегрируя по  $y$ :

$$A^{(2)'}(s,t) = \int_a^{\tilde{\chi}} e^{-(\tilde{\chi} \cdot y) \kappa^2} \frac{(-g_1 \gamma_0 M_2)}{4d_F' \chi} e^{-y \kappa^2/2} = \\ = -\gamma_0 \frac{\gamma_0 C_2 g_2}{4d_F'^2} e^{-\tilde{\chi} \kappa^2} \left( \ln \frac{\tilde{\chi}}{a} + \int_0^{\tilde{\chi}} (e^v - 1) \frac{dv}{v} \right) \quad (I.I6a)$$

где  $\gamma_0' = g_1 g_2$ , а — некоторое число порядка единицы ( $\tilde{\chi} \gg a$ ).

Аналогично интегрируя по  $\chi_1$  и  $\chi_2$  ( $\int_a^{y_1} dy_1 \int_a^{y_2} dy_2 = \int_a^{\tilde{\chi}} (\tilde{\chi} - \eta) d\eta$ ,  $\eta = y_1 - y_2$ ), получим /7/ вклад графика рис. I.IIb в  $J_m T / 8\pi s$ :

$$A^{(2)''}(s,t) = \gamma_0 \frac{-\gamma_0^2}{4d_F'^2} \int_a^{\tilde{\chi}} e^{-(\tilde{\chi} - \eta) \kappa^2} \frac{e^{-\kappa^2 \eta/2}}{\eta} (\tilde{\chi} - \eta) d\eta = \\ = \gamma_0 \frac{-\gamma_0^2}{4d_F'^2} \left[ \ln \frac{\tilde{\chi}}{a} + \int_0^{\tilde{\chi}} (e^v - 1) \frac{dv}{v} - \frac{(e^{\kappa^2 \tilde{\chi}/2} - 1)}{\kappa^2 \tilde{\chi}/2} \right] \quad (I.I6b)$$

Величины обеих вкладов в  $T / 8\pi s$  получаются отсюда при умножении

на  $i$  и при замене  $\tilde{\gamma} \rightarrow \tilde{\gamma} - \frac{i\pi}{2}$  /8/ (при этом  $\omega_p' \tilde{\gamma}$  преображается в величину (I.12)  $\lambda_p$ ).

Вклады более сложных "усиленных" графиков содержат высшие степени параметра  $\tau^2 \tilde{\gamma}$ , где  $\tau = \sqrt{\omega_p}$  – есть "обезразмеренная" величина трехмеронной вершины. Данные опыта об инклюзивных спектрах позволяют найти ее значение, оно оказывается /46/ малым:  $\tau = \frac{1}{12} \pm 20\%$ . Поэтому во всей области достижимых энергий, где  $\tilde{\gamma} = \ln \frac{s}{m^2} \sim 2 \div 10$  параметр  $\tau^2 \tilde{\gamma}$  очень мал. Вклад усиленных графиков оказывается здесь порядка неопределенности в оценке вершин  $N$ , в неусиленных графиках и его, повидимому, можно не учитывать.

В области  $\tau^2 \tilde{\gamma} \gtrsim 1$  важен вклад бесконечного числа усиленных графиков. Суммарный вклад их приводит /47, 48/ к логарифмическому росту полного сечения

$$\sigma^{tot} = \frac{J_m T(s, 0)}{s} \simeq C \tilde{\gamma}^{-1} \quad (I.17)$$

где  $J_m$  – число, близкое /47, 56/ к  $1/2$ . Этот вывод, полученный на основе метода  $\varepsilon$ -разложения, требует дальнейшего уточнения.

#### § I.4. Перерассеяния и множественное рождение частиц.

Значение  $n=1$  в (I.15) отвечает реджевскому вкладу (I.4) с вычетами в виде (I.13) (при  $n=1$  в формуле (I.11) коэффициент  $C_a/C$  следует заменить на единицу).

Величинам (I.10), (I.11) амплитуд перерассеяний отвечают определенные значения сечений  $S_n$  процессов рис. I.10 одновременного рождения  $n = 2, 3, \dots$  мультипериферических ливней вида рис. I.1, или рис. I.7. Рассмотрим лишь случай амплитуды (I.10), т.е. рождение ливней, отвечающих поморону – наиболее важных при высокой энергии. Для этих ливней можно получить /29/:

$$S_n(s) = \frac{8\pi\gamma_p^o}{n} \left[ \frac{1-e^{-2z}}{2z} - \frac{e^{-2z}}{2z} \left( 2z + \frac{(2z)^2}{2!} + \dots + \frac{(2z)^{n-1}}{(n-1)!} \right) \right] \quad (I.18)$$

где  $n \geq 1$ , а  $z = \frac{C\gamma_p^o}{\lambda_p}$  — есть параметр, входящий в (I.10). При высокой энергии, когда  $\lambda_p \approx \lambda'_p \ln^5/\mu^2 \rightarrow \infty$  этот параметр мал. Поэтому при  $z \ll 1$  малы вклады всех графиков рис. I.9 перераспределения и малы все величины  $S_n(s) \approx 8\pi\gamma_p^o \frac{(2z)^{n-1}}{(n-1)! n^2}$ .

Процессу рис. I.12 дифракционного рождения частиц отвечает значение  $n = 0$ . Его сечение  $S_0$ , вместо (I.18), определяется в рамках этой же картины следующей формулой [29]:

$$S_0(s) = 8\pi\gamma_p^o \frac{C-1}{C} [f(z) - f(2z)] \quad (I.19)$$

где

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-z)^{n-1}}{n \cdot n!} = \frac{1}{z} \int_0^z \frac{1-e^{-y}}{y} dy, \quad f(0)=1 \quad (I.20)$$

есть функция плавно убывающая с ростом  $z$  и определяющая  $\sigma^{tot}$  в виде

$$\sigma^{tot}(s) = J_m \sum_n \frac{T_p^{(n)}(s, 0)}{s} = 8\pi\gamma_p^o f(z) \quad (I.21)$$

Как и выше эта величина учитывает лишь померонный вклад.

Отметим, что распределение по числу  $N$  рожденных частиц в дождях определяется приближенно (при пренебрежении их "кластерной" структуры) формулой Пуассона

$$g_N(N) = \frac{N^n}{N!} e^{-N},$$

согласно (I.3)  $N_n = n(A \ln \frac{s}{m^2} + B)$ . Поэтому сечение  $\sigma(N, s)$  рождения  $N$  частиц при данной энергии  $s$  получим, в этом же приближении, в виде:

$$\mathcal{G}(N, s) = S_0(s) \Psi_0(N) + \sum_{n=1}^{\infty} S_n(s) \Psi_n(N) \quad (I.22)$$

Здесь  $\Psi_0(N) = \left(\frac{N^N}{N!}\right) e^{-N}$  есть не зависящее от  $s$  распределение частиц при дифракционном рождении,  $N_0 \approx 2-3$  — параметр, характеризующий вершины на рис. I.12.

Члены с большим числом ливней  $n = 3, 4$  дают заметный вклад в (I.16) лишь при очень высокой энергии. Из-за этого, с ростом энергии на опыте должен быть замечен предсказанный впервые Канчели /57, 28/ эффект расширения о росте энергии распределений  $W(N) = \mathcal{G}(N, s)/\sigma^{tot}(s)$  по числу  $N$  рожденных частиц и смещение его в область больших  $N$ .

Отметим, что формула Глаубера /54/, определяющая амплитуду перерассеяний на атомном ядре и аналогичная (I.10), (I.15) с

$$M_P^{(n)} = \frac{T_p^{(n)}}{16\pi\kappa M_A} = i \tilde{\gamma}_p \left(-\frac{\tilde{\gamma}_p}{\lambda_p}\right)^{n-1} \frac{A!}{(A-n)! n! n} e^{-\lambda_p} \frac{x^2}{2} \quad (I.23)$$

о  $\lambda_p \approx R_p^2 = r_0^2 A^{2/3}$  и о  $\tilde{\gamma}_p = \sigma_{NN}^{tot}/8\pi$  приводит к следующим величинам сечений  $S_n(s)$ , отличным от (I.18), (I.19):

$$S_n(s) = \sigma_{NN}^{tot} \frac{(-x)^{n-1}}{n!} \frac{\partial^{n-1}}{\partial x^{n-1}} \frac{1-(1-x)^n}{x}, \quad (I.24)$$

а  $S_0(x)$  определяется формулой (I.19), в которой функция  $f(z)$  заменена на

$$f_A(z) = \frac{1}{z} \int_0^z \frac{1-(1-y)^n}{y} dy, \quad (I.25)$$

причем здесь  $x = \frac{\tilde{\gamma}_p}{\lambda_p} = \frac{\sigma_{NN}(s)}{8\pi r_0^2 A^{2/3}}$  численно мало; через  $\sigma_{NN}^{tot}$  всюду обозначено сечение взаимодействия сталкива-

щейся частицы с нуклоном ядра. Подстановка этих значений  $S_A^a$  в (I.22) приводит /57/ к распределениям  $W(N, A) = \frac{\sigma_A(N, S)}{\sigma_A^{tot}}$  для рождения частиц на ядрах более широким, чем в случае столкновения элементарных частиц. Ширина распределений по  $N$  растет с ростом числа  $A$  нуклонов ядра (в формулу, аналогичную (I.22), для  $\sigma_A(N, S)$  вместо (I.21) следует подставить распределение (I.22)).

### § I.5. Сечения инклюзивных процессов

Реджевская схема позволяет вычислить /I2-I6/ сечения рождения частиц  $\frac{d^3\delta_c}{d^3P/E}$  в инклюзивных процессах, т.е. сечение реакций  $A + B \rightarrow C + X$ , в которых частица  $C$  рождается с заданным импульсом  $\vec{P} = (P_z, \vec{P}_\perp)$  вместе с любой системой  $X$  частиц.

а) В области вблизи верхней границы спектра, т.е. при  $1-x \ll 1$ , где  $x = P_z/E_0$ ,  $E_0 = E_A$ , это сечение определяется процессом рис. I.18 дифракционного рождения системы  $X$  частиц с  $M_x^2 = (1-x)S$ . Квадрат модуля амплитуды рис. I.13, просуммированный по всем состояниям системы  $X$  определяется /I2-I5/ вкладом графика рис. I.14 и приводит /46/ к следующей величине инклюзивного сечения

$$\frac{d^3\delta_c}{d^3P/E} = \frac{g_1^2(t)}{2\pi} \sigma_{ab}^{tot}(t, M_x^2) \left(\frac{1}{1-x}\right)^{2\alpha_a(t)-1}, \quad (I.26)$$

где  $\sigma_{ab}^{tot}$  есть полное сечение взаимодействия реджеона типа  $a$  с частицей  $B$ . Оно зависит от энергии столкновения  $S_1 = M_x^2$  и от квадрата "массы"  $t = -\vec{P}_\perp^2$  реджеона и в области  $M_x^2 \gg S_0$  выходит на не зависящую от  $M_x^2$  померонную асимптотику

$$\sigma_{ab}^{tot} \approx 8\pi g_a(0) \zeta_{aa}(t) \quad (I.27)$$

Как видно здесь  $d^3\delta_c/d^3P/E$  при данном  $X$  не зависит от входной

энергии. Это свойство называют автомодельностью или масштабностью спектров. Тип "а" полиса Редже зависит от сорта частиц  $C$ . Для  $C = A$  вклад дает померон. В этом случае сечение  $\frac{d^3\sigma}{d^3p/E}$  на краю спектра определяется вкладом трехпомеронного графика рис. I.15, растет при уменьшении  $I - X$  и пропорционально трехпомеронной вершине  $\tau_0 = \tau_{pp}(0)$ .

в) В средней части спектра рис. I.16 (при  $y \sim \frac{\pi}{2}$  в лаб. системе координат, где  $y = \ln \frac{p_z/m}{m}$ ) амплитуда рождения частицы  $C$  определяется "гребенкой" рис. I.1, на которой частица  $C$  — одна из частиц в средней части (см. рис. I.17).

Возведя модуль ее в квадрат и суммируя по всем состояниям остальных частиц в "гребенке", получим

$$\frac{d^3\sigma_C}{d^3p/E} = \frac{d^3\sigma}{d^2p_\perp dy} = 8\pi g_1 g_2 \sigma(p_\perp^2) \left(\frac{s_1}{S_0}\right)^{\Delta_a(0)-1} \left(\frac{S_1}{S_0}\right)^{\Delta_C(0)-1} \quad (I.28)$$

где  $\sigma$  — есть вершина в средней части графика рис. I.18в, а

$$S_1 = (p_c + p_b)^2 \approx 2m_b p_z = xs$$

$$S_1 = (p_c + p_b)^2 = \frac{s(m_c^2 + p_\perp^2)}{S_0} = \frac{m_c^2 + p_\perp^2}{x}$$

парные энергии, указанные на рис. I.18в.

Полагая  $s = s_0 e^\gamma$ ;  $p_z = m e^y$ ;  $S_0 = 2m_b m$ , получим

$$S_1 = S_0 e^y; \quad S_1 = \frac{(m_c^2 + p_\perp^2)}{S_0} e^{\gamma-y} \quad (I.29)$$

Поэтому при  $y \approx 1$  и  $y \sim \frac{\pi}{2}$  имеем  $s_1, S_1 \gg S_0$ . Наибольший вклад даст случай  $a = b = P$ , когда  $\Delta_a(0) = \Delta_C(0) = 1$ . Можно показать, что интеграл по всем  $\vec{p}_\perp$  и  $y$  от  $\frac{d^3\sigma}{d^2p_\perp dy}$  есть среднее число  $\bar{N}$  рожденных частиц. Поэтому величина  $v = \frac{d\sigma}{d^{tot} d^3p/E} = \int \frac{d\sigma}{d^{tot} d^3p/E} d^2p_\perp$  имеет смысл плотности рожденных частиц на

единичный интервал быстроты  $y$ . Формула (I.28) дает для нее значение  $\nu = \sqrt{\nu/\rho^2} d\rho$ , т.к.  $G^{tot} \approx 8\pi g_s g_a$ . При  $\alpha_s(0) = \alpha_c(0) = 1$  спектр рис. I.17 в средней части при большом  $\beta$  — плоский

$$\frac{d\sigma}{d\nu G^{tot}} = \nu = \text{const}$$

Что дает учет вклада вторичных полюсов  $f, \rho, \omega$ ? Плотность частиц  $\nu$  в самом помероне к краям спектра (см. рис. I.8) отлична от ее значения в середине "лесенки". Это можно учесть /53/, выделяя на рис. I.8 крайние кластеры и представляя вклад померона при данном  $y$  в виде суммы трех членов: первого, в котором верхний кластер кончается ниже уровня частицы (рис. I.19); второго, где нижний оканчивается выше этого уровня (рис. I.19в) и третьего, в котором оба крайних кластера короче расстояния до уровня  $y$  частицы С. В сумме три члена дают вклад в  $\Gamma_m \frac{T(s,0)}{s} / 8\pi \rho$ , равный единице (с точностью до членов  $\sim \frac{1}{s} = e^{-\beta}$ ). Умножая эти члены на  $\nu_A$ ,  $\nu_B$  и  $\nu_C$ , соответственно, получим для инклюзивного сечения (I.28):

$$\frac{d\sigma}{G^{tot} dy} = \nu + (\nu_A - \nu) e^{-A(\beta-y)} + e^{-\lambda y} (\nu_B - \nu)$$

где  $\nu_A$ ,  $\nu_B$  — плотности частиц в крайних  $f$ -мезонных кластерах, примыкающих к частицам А и В, соответственно, а  $\nu_C$  — такая же плотность в средних кластерах (на рис. I.17). Если  $\nu > \nu_A$ ,  $\nu_B$ , т.е. плотность на краю меньше, чем в середине, то добавочные члены — отрицательны и мы получаем картину спектра вида рис. I.20а, в противном случае имеем подъем спектра к краям (рис. I.20в). Пунктиром в обоих случаях показано как спектр изменится (в системе ц.инерции) при  $s \rightarrow \infty$ . На опыте имеем оба вида спектров (причем тип рис. I.20в осуществляется при  $C = A$ ).

При учете уклада полюсов типа  $\rho$ ,  $\omega$  и т.д. к правой части следует добавить вклад графиков рис. I.21 вида

$$v_{\rho} (e^{-\lambda y} + e^{-\lambda(1-y)}),$$

где в случае рождения  $\pi^+$ ,  $K^+$ ,  $\rho$  константа  $v_{\rho}$  - положительна.

## П. СРАВНЕНИЕ С ДАННЫМИ ОПЫТА

### § 2.1. Свойства амплитуд упругого рассеяния

Проследим кратко, что следует из развитой выше теоретической схемы для эксперимента и как эти выводы соответствуют данным опыта.

Подведем итоги полученным выше результатам относительно амплитуд упругого рассеяния.

1. Из-за малости трехмеронной вершины  $\gamma \approx 1/10$  вклады "усиленных" реджеонных графиков не важны. В области достижимых энергий они приводят лишь к малым поправкам. Основной вклад в амплитуду рассеяния при высокой энергии дает полюс Померанчука, заметные поправки к нему (уменьшающие этот вклад по абсолютной величине и убывающие с ростом  $\ln s$ ) обусловлены "неусиленными" графиками с двухмеронным обменом. В области небольшой энергии  $E_{lab} \leq 100$  Гэв важен вклад вторичных полюсов  $\alpha \neq \rho$ , быстро вымирающий с ростом энергии.

2) Поэтому в грубом приближении представим амплитуду рассеяния  $M = T/8\pi s$  в виде суммы указанных членов

$$M_{MN} = i v_{\rho} \left( e^{-\lambda_F q_1^2} - \frac{c \delta_F}{4 \lambda_F} e^{-\lambda_F q_1^2} \gamma_2 \right) + \left( \frac{S_0}{S} \right)^{1/2} \left( \eta_+ \gamma_F e^{-\lambda_F q_1^2} \pm \eta_- \gamma_{\omega} e^{-\lambda_{\omega} q_1^2} \right) \quad (2.1)$$

где

$$t = -q_1^2, \quad \eta_+ = \eta_+(\alpha_F), \quad \eta_- = \eta_-(\alpha_{\omega})$$

$$\lambda_a = R_a^2 + \alpha'_a(0) \left( \ln \frac{S}{S_0} - \frac{i\pi}{2} \right), \quad a = F, \omega \quad (2.2)$$

и где, соответственно данным опыта, положено  $\lambda_f(0) \approx \lambda_\omega(0) = \frac{1}{2}$ , а  $\lambda_a^2$  – радиусы реджевских вычетов, которые записаны в экспоненциальном виде (I.I3). В  $f$  и  $\omega$  членах пренебрежено вкладами всех ветвлений (они приводят в основном к небольшому изменению эффективных величин вычетов  $\lambda_f$  и  $\lambda_\omega$ ), в померонной части – пренебрежено всеми ветвлениями с  $n \geq 3$ . Кроме того, не учтен малый вклад  $\rho$ ,  $A_2$  и  $\pi$  особенностей с изоспином  $I = 1$ .

Рассмотрим случай  $\bar{\rho}\rho$ ,  $\rho\rho$  и  $\bar{\rho}n$ ,  $\rho n$  рассеяния или, соответственно,  $K\bar{\rho}$ ,  $K^+\rho$  и  $K\bar{n}$ ,  $K^+n$  рассеяния, формулы для амплитуд которого точно такие же (изотопические соотношения не изменяются при замене  $\bar{\rho} \rightarrow K^-$ , а  $\rho \rightarrow K^+$ ). Неучет  $\rho$ ,  $A_2(n\pi)$  особенностей означает, что мы фактически рассматриваем полусуммы амплитуд рассеяния на протоне и на нейтроне

$$\tilde{M} = \frac{1}{2}(M_{\bar{\rho}\rho} + M_{\bar{\rho}n}), \quad M = \frac{1}{2}(M_{\rho\rho} + M_{\rho n}) \quad (2.3)$$

в которых эти вклады точно сокращаются<sup>I)</sup>. Величины  $\tilde{M}$  и  $M$  определяются формулой (2.1) для  $M_{\pi\pi}$ , соответственно при знаке + и знаке – перед  $\lambda_\omega$ .

Формулы (2.1) со знаком + и – соответственно справедливы и для амплитуд  $\tilde{M} = M_{\pi^-\rho}$  и  $M = M_{\pi^+\rho}$  при замене в них вклада  $\omega$  на вклад  $\rho$  – особенности ( $\omega$ ,  $A_2$  и  $\pi$  особенности с отрицательной  $G$  – четностью в  $M_{\pi^\pm\rho}$  вклада вообще не дают).

I) Так как  $M_{\bar{\rho}\rho} = \tilde{M} + (M_\rho + M_{A_2})$ ,  $M_{\bar{\rho}n} = \tilde{M} - (M_\rho + M_{A_2})$ , и аналогично  $M_{\rho\rho} = M + (-M_\rho + M_{A_2})$ ,  $M_{\rho n} = M + (M_\rho - M_{A_2})$ , причем  $\tilde{M} = M_\rho + M_f + M_\omega$ ,  $M = M_\rho + M_f - M_\omega$

В (2.1) не учтены спин-флиповые члены. Обработка данных опыта проводилась на основе более точных формул (учитывающих эти члены), приведенных в Приложении в конце статьи.

Полные сечения  $\sigma^{tot} = 8\pi Jm(M_{NN})_{q_\perp=0}$  этих процессов будут

$$\sigma^{tot} = 8\pi \gamma_2 \left(1 - \frac{C \gamma^2}{4 \lambda_p}\right) + \frac{8\pi}{\sqrt{s/s_0}} (\gamma_f \pm \gamma_\omega) \quad (2.4)$$

так как  $Jm\eta_+ = Jm\eta_- = 1$ , а минимые части величин  $\lambda_a$  малы по сравнению с их вещественными частями.

Первые же попытки /16, 17/ грубого описания известных данных опыта о зависимости  $\sigma^{tot} = f(s)$  и  $d\sigma/dt = 4\pi/M^2 = g_s(t)$  на основе этих формул показали, что:

- а) все величины вычетов  $\gamma_a$  — положительны;
- б) все они — как и все радиусы  $R_a^2$  — величины одного порядка — порядка одной двух единиц ( $\text{в } (ГэВ/с)^{-2}$ , где  $I(\text{ГэВ/с})^{-2} = 0,4 \text{ м}^6 = 0,4 \cdot 10^{-27} \text{ см}^2$ ). В случаях  $N\bar{N}$  и  $K\bar{N}$  рассеяния величины  $\gamma_f$  и  $\gamma_\omega$  очень близки друг к другу, причем  $\gamma_f$  немного больше, чем  $\gamma_\omega$ . Через  $C$  в (2.1)–(2.4) обозначена константа ливневого усиления вклада  $P^2$  — ветвления. Она — величина, близкая к 1.5 и дана в табл. I.

Отсюда получаем следующие выводы для эксперимента, которые мы сравним с известными сейчас данными.

### § 2.2. Полное сечение и вещественные части амплитуд при $\theta = 0$

С ростом энергии все сечения  $\sigma^{tot}$  должны сначала быстро убывать из-за степенного вымирания последнего члена в (2.4). Для  $\bar{p}p$ ,  $K\bar{p}$  (и  $\bar{\pi}^0 p$ ) взаимодействия, в отличие от  $p\bar{p}$ ,  $K^+\bar{p}$  (и  $\bar{\pi}^+ p$ ), этот член велик. Поэтому полные сечения  $\bar{p}p$  больше, чем  $p\bar{p}$  и должны быстрее спадать с ростом энергии (это же относится к парам  $K\bar{p}$  и  $K^+\bar{p}$ , или к  $\bar{\pi}^0 p$  и  $\bar{\pi}^+ p$ ). В области высокой энергии, когда вклад  $f$  и  $\omega$  особенностей уже мал, величина  $\sigma^{tot}$

определяется первым членом в (2.4), который медленно растет с ростом  $\ln \frac{S}{S_0}$  - из-за убывания отрицательного слагаемого в нем  $\frac{c\delta_p}{4\lambda_p}$ .

Таким образом убывание  $\sigma^{tot}$  с ростом  $S$  сменяется /9,10, 16,17/ во всех случаях на медленный рост. Особый является случай, когда разность  $\gamma_f - \gamma_\omega$  очень мала. Так, сечение  $K^+ p$  рассеяния настолько мало при  $E \sim 10$  Гэв по сравнению с  $\sigma_{K^- p}^{tot}$ , что в нем убывающий член - последний в (2.4) - вообще отсутствует. В виду этого оно должно /17/ расти начиная уже с небольших энергий  $E_{lab} \sim 6+10$  Гэв. Остальные сечения имеют ясно выраженный минимум. В случае  $NN$  рассеяния (для  $p\bar{p}$  рассеяния) этот минимум осуществляется при энергиях Серпуховского ускорителя  $E \approx 60-70$  Гэв. Типичный ход кривых для  $\sigma^{tot}$ , следующий из формулы вида (2.4) для случаев  $\gamma_f > \gamma_\omega (\bar{p}p - pp)$  и  $\gamma_f = \gamma_\omega (K^\pm N)$ , приведен на рис. 2.1.

Согласно формуле (2.4) при  $\xi = \ln \frac{S}{S_0} \rightarrow \infty$  величина  $\sigma^{tot}$  выходит на постоянное значение  $8\pi \delta_p$  (пунктир на рис. 2.1). Однако при очень большом  $\xi = \ln \frac{S}{m_N^2} \approx \ln \frac{E}{m_N} \sim 10 \div 10^2$  формула (2.4), не учитывая вклада "усиленных" графиков, становится неприменимой. При таких "сверх высоких" энергиях полное сечение, как мы видели выше (см. (I.I7)), начинает слабо логарифмически расти по закону  $\sigma^{tot} \sim \sigma_0 \ln(\frac{S}{S_0})^\eta$ , где  $\eta$  - число, близкое к  $1/3 \div 1/2$ . Возможно, что область этого роста "затягивается" снизу до энергий  $\sim 10^4 \div 10^5$  Гэв.

Фактически, на опыте следует ожидать роста всех сечений за счет вымирания вклада  $-\frac{c\delta_p}{4\lambda_p} \rho^2$ -ветвлений в (2.4) уже в области энергий  $10^2 + 10^3$  Гэв.

Качественно общее теоретическое предсказание роста величин  $\sigma^{tot}$  за счет "вымирания" вклада  $\rho^2$ -ветвлений было сделано в

1968 г. /8/ Грибовым и А.А.Мигдалом, ход вида рис. 2.1 и рост  $\sigma^{tot}$  для  $K^+$  уже в области Серпуховских энергий был предсказан на основе формулы (2.4) Л.И.Ленделом, К.А.Тер-Мартиросяном в 1970 г. /17/. Через год в 1971 г. рост сечения  $K^+$  был обнаружен на ускорителе в Серпухове группой Ю.Д.Прокошкина /18/, а рост сечения  $\sigma^{tot}$  для  $pp$ ,  $\pi^+\pi^-$  и  $K^+K^-$  был наблюден /21/ в 1972-74 г.г. на ускорителях в Батавии /21/ и на установке со встречными пучками протонов в ЦЕРНе /19,20/. Данные опыта о величинах  $\sigma^{tot}$ , полученные на этих новых ускорителях приведены на рис. 2.2 вместе с теоретическими кривыми, вычисленными при учете вклада всех ветвлений в рамках приближения квази-эйконала (отвечающего формулам (I.10)-(I.15)). Более полно формулы, по которым производились вычисления, приведены в Приложении в конце статьи. Величины параметров, с которыми получены эти кривые, приведены в табл. 2. Эти параметры подобраны так /10/, что позволяют описать не только ход  $\sigma^{tot}$ , но также и все остальные данные опыта, известные в настоящее время. В частности, величины радиусов  $R_a^2$  реджевских вычетов найдены из данных опыта об угловых распределениях при упругом рассеянии. Как видно из рис. 2.2, теория соглаивается с данными опыта. Однако это согласие достигнуто ценой введения сложной зависимости померонных вершин от  $t - \alpha^2$ , вида  $g \cdot g_s (1 + \alpha \alpha^2 + \beta \alpha^4) \exp(-k^2 \alpha^2)$  (что приводит к более сложной форме, чем в (2.4), зависимости от  $\lambda_p$  амплитуды  $p^2$ -перерассеяния при  $\alpha^2 = 0$ ). Если сечения  $\sigma^{tot}$  будут продолжать так же разво рости с ростом энергии, как в области  $100-10^3$  Гэв, то совсем неясно, сможет ли описать этот рост теория в простой, изложенной выше форме без учета вклада "усиленных" графиков.

На рис. 2.3 приведены данные опыта об величинах отношений

вещественной части амплитуд рассеяния на нулевой угол и ее минимумной части:

$$\rho_0 = \frac{\operatorname{Re} M(s, 0)}{J_m M(s, 0)} = 8\pi \operatorname{Re} M(s, 0) / \sigma^{\text{tot}}(s)$$

Эти отношения в грубом приближении могут быть получены из формулы (2.1) в виде:

$$\rho_0 = -8\pi \sqrt{\frac{s}{s_0}} (\gamma_f \pm \gamma_\omega) / \sigma^{\text{tot}}(s),$$

где, как и в формуле (2.4), не учтена малая мнимая добавка  $\frac{i\epsilon\alpha}{2}$  в величинах (I.12)  $\lambda_p$  и вовсе не учтен вклад  $\rho^2$ -ветвления. Знаки  $-$  и  $+$  относятся соответственно к случаям  $\bar{p}p$  и  $p\bar{p}$  рассеяния (или же к  $K\bar{p}$  и  $K^+p$ , или же к  $\bar{\pi}p$  и  $\pi^+\bar{p}$ , при замене  $\gamma_\omega \rightarrow \gamma_p$ ). Как видно, для рассеяния античастиц на протоне  $\bar{p}p$ ,  $K\bar{p}$ ,  $\bar{\pi}p$  следует ожидать, что это отношение будет очень малым, для случая же рассеяния частиц, т.е. для  $p\bar{p}$ ,  $K^+p$ ,  $\pi^+\bar{p}$  оно отрицательно и является величиной порядка  $(s_0/\epsilon)^{1/2}$  по абсолютному значению.

Учет вклада ветвлений, т.е. члена  $-\frac{c\sigma_p}{4\lambda_p} e^{-\lambda_p q_1^2/2}$  в первой скобке в (2.1) и комплексности  $\lambda_p$  приводит к появлению в числителе  $\rho_0$  добавочного положительного слагаемого  $d(\pi) \frac{c\sigma_p^2}{|\lambda_p|^2}$ . Поэтому в области очень больших  $s/s_0$  отношение  $\rho_0$  должно изменить знак, стать положительным и далее при  $s \rightarrow \infty$  логарифмически убывать по модулю.

Как видно из рис. 2.3, опыт хорошо подтверждает во всех случаях качественно и количественно выводы теории.

### § 2.3. Параметр наклона и угловые распределения

Угловое распределение упругого рассеяния можно представить при небольшом  $q_1^2$  в виде

$$\frac{d\sigma}{dq_1^2} = \left( \frac{d\sigma}{dq_1^2} \right)_{q_1=0} e^{-B_{eff} q_1^2} \quad (2.5)$$

где величину  $B$  называют наклоном конуса углового распределения.

Если в (2.4) учитывать лишь померонный вклад, то так как

$$\frac{d\sigma}{dq_1^2} = 4\pi |M|^2, \text{ для } B \text{ получим } B_{eff} \approx B_p, \text{ где}$$

$$B_p = \lambda_p + \lambda_p^* = 2R_a^2 + 2\alpha'_p(0) \ln s/s_0, \quad (2.6)$$

т.е., как уже отмечалось выше, наклон конуса должен линейно расти с ростом  $\ln s/s_0$ . Учет вклада ветвлений (второго члена в первой скобке в (2.1)) не меняет этот общий вывод. Действительно, пренебрегая в (2.4) членами во второй скобке, получим, согласно (2.5)

$$B = - \left\{ \frac{d}{dq_1^2} \left| M \right|^2 / \left| M \right|^2 \right\}_{q_1^2=0} = \lambda_p + \lambda_p^* + \frac{C\gamma_p}{2} \approx B_p + \frac{C\gamma_p}{2}, \quad (2.7)$$

так как  $M \approx (1 - \frac{C\gamma_p}{4\lambda_p}) - (\lambda_p + \frac{C\gamma_p}{8}) q_1^2$  при  $q_1^2 \rightarrow 0$ .

Таким образом учет вклада  $\rho^2$ -ветвлений приводит просто к увеличению величины эффективного радиуса  $R_p^2 \rightarrow R_p^2 + C\gamma_p$ . Из таблицы 2 видно, что это увеличение заметно, т.к.  $C\gamma_p \approx 3/4 \left(\frac{f_{36}}{c}\right)^2$ . К чему приводит вклад  $f, \omega$  и других полюсов в области небольшой энергии? Величины квадратов радиусов  $R_a^2$  реджевских вершин этих полюсов, как видно из табл. 2, превышают в среднем значение  $R_p^2$ . Поэтому при низких энергиях эффективное значение наклона  $B$  должно быть больше, чем (2.7) – особенно в случаях  $\bar{\rho}\rho$ ,  $K\rho$  и  $\pi^*\rho$  рассеяния, где в наибольшей мнимой части амплитуды вклады  $f$  и  $\omega$  полюсов (или  $f$  и  $\rho$  полюсов в случае  $\pi^*\rho$ ) складываются. С ростом энергии, из-за степенного вымирания вклада этих полюсов величина  $B_{eff}$  должна быстро уменьшаться

до значения, близкого ко вкладу (2.7) померона и его ветвлений.

Таким образом, вклад вторичных полюсов приводит в области сверх больших энергий к эффекту степенного уменьшения величины  $B_{eff}$  с ростом энергии – до величины (2.7), растущей далее логарифмически. Это уменьшение заметно для случаев  $\bar{p}p$ ,  $K^+p$  рассеяния и оказывается незаметным для  $p\bar{p}$ ,  $K^-p$  рассеяния, где вклады  $f$  и  $\omega$  особенностей сокращаются в мнимой части амплитуды (и где соответственно  $B_{eff}$  меньше, чем в случае  $\bar{p}p$ ,  $K^+p$ ). Схематически ход  $B_{eff}$  в зависимости от энергии указан на рис. 2.4.

В области энергии  $E_{lab} \sim 10^2$  Гэв величина  $B_{eff}$  близка к значению  $10^{-II} (\text{Гэв}/c)^{-2}$  в случае  $\bar{p}p$ ,  $p\bar{p}$  рассеяния и близка к значению  $\sim 8-9$  в случае  $K^+\pi^+$ ,  $\pi^+\pi^+$  рассеяния. Данные опыты о параметре наклона приведены на рис. 2.5.

Как видно опыт подтверждает предсказание теории о логарифмическом росте  $B_{eff}$ . В случае  $p\bar{p}$  рассеяния, где имеются данные ISR при очень высоких энергиях (до  $E_{lab} \sim 2 \cdot 10^3$ ) рост  $B_{eff}$  продолжает иметь место. Отклонение от прямой в масштабе рис. 2.5 связано с вымиранием вклада вторичных полюсов и с небольшим влиянием ветвлений на этот ход.

Кривые рис. 2.5 соответствуют теоретическим формулам (I.I0) –(I.I5) (см. также Приложение в конце статьи).

Характерные картины угловых распределений упругого рассеяния приведены на рис. 2.6–2.9. На этих же рисунках приведены теоретические кривые, полученные с параметрами табл. 2.

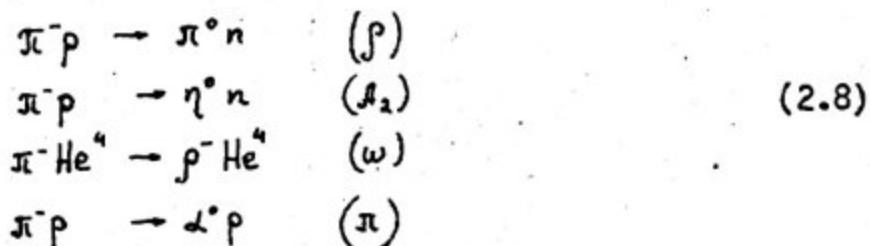
Данные опыта и теоретические кривые имеют в области  $q^2 \approx 0,6-1,5 (\text{Гэв}/c)^2$  характерные провалы или изломы. Они похожи на дифракционные минимумы и отвечают явлению интерференции вклада  $P^2$ -ветвлений с вкладом померона в формуле (2.1).

При том значении  $q_1^2$ , при котором  $e^{-\lambda_p q_1^2} \approx \text{const}$ , т.е. при  $q_1^2 = \ln \frac{4\lambda_p}{\text{const}}$ , где  $\lambda'_p = \text{Re } \lambda_p$ , вещественная часть первой скобки в (2.1) (т.е. минимая часть  $J_{\mu} M$  всей амплитуды) обращается в ноль. Поэтому величина  $|M|^2$  имеет здесь минимум. Этот минимум может быть не очень глубоким, если в его области не очень мала  $R_e M$ . Данные опыта о  $\frac{d\sigma}{dt}$ , полученные группой Рубиа, при очень высокой энергии (на установке ISR со встречными пучками протонов в ЦЕРНе) показывают, что здесь этот минимум  $\frac{d\sigma}{dt}$  имеет место в области  $q_1^2 \approx 1,5 (\text{Гэв}/c)^2$  и при подходе к нему сечение  $\frac{d\sigma}{dt}$  падает на 6-7 порядков.

Как видно, теоретические кривые описывают ход сечений  $\frac{d\sigma}{dt} = f(\alpha^2)$  лишь в области небольших  $-t = \alpha^2$ . При более аккуратном выборе зависимости реджевских вычетов от  $\alpha^2$  можно продвинуться в этом описании в область за первым минимумом кривых.

#### § 2.4. Перезарядки и другие бинарные реакции

Существует ряд бинарных реакций типа  $\alpha A - \beta B$ , вклад в асимптотику амплитуд которых вносит лишь один полюс Редже (вместе, конечно, со всеми  $\alpha P^n$ -ветвленими, имеющими в  $t$ -канале те же квантовые числа, что и  $\alpha$ -ый полюс Редже. Примерами могут быть реакции:



вклад в которой вносят, соответственно, лишь  $\rho, \Lambda_2, \omega, \Delta$  полюса Редже (указанные в скобках, справа от реакции в (2.8)).

Если вклад дает лишь один полюс Редже, то

$$M \approx \eta_{\alpha}(d_a) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_a(-q_\perp^2)-1} \gamma_a(q_\perp^2),$$

учет всех  $\rho^n$ -ветвлений практически не меняет этот результат и приводит лишь к переопределению реджевского вычета  $\gamma_a(t)$  - к его небольшому уменьшению. Действительно - логарифмически, т.е. медленно меняющийся при небольших  $q_\perp^2$  вклад ветвлений можно считать практически от  $s$  независящим на фоне быстро меняющегося множителя  $(s/s_0)^{\alpha_a(-q_\perp^2)-1}$ . Поэтому сечение реакций типа (2.8) должно характерно - по степенному закону - убывать с ростом энергии

$$\frac{d\sigma}{dq_\perp^2} = 4\pi |M|^2 = |\gamma_a(q_\perp^2)|^2 |\eta_a| \left(\frac{s}{s_0}\right)^{2(1-\alpha_a(-q_\perp^2))}$$

Иными словами, величина  $\ln \frac{d\sigma}{dq_\perp^2}$  должна быть линейной функцией от  $\ln \frac{s}{s_0}$ :

$$\ln \frac{d\sigma}{dq_\perp^2} = a - b \ln \frac{s}{s_0}, \quad (2.9)$$

где

$$b = 2 - 2\alpha_a(-q_\perp^2) \quad (2.10)$$

Первые же измерения, проведенные французской группой физиков еще в 1965 г. /23/, показали, что сечение первых двух реакций (2.8) исключительно точно следует реджевскому закону (2.9). Данные /23-25/ опыта о зависимости  $d\sigma/dq_\perp^2$  от  $\ln s/s_0$  для реакций  $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$  ( $\eta^0 n$ ) при ряде фиксированных значений  $-t = q_\perp^2$  приведены на рис. 2.10. Как видно, они точно следуют линейному закону (2.9). Из данных рис. 2.10 можно найти /66/ непосредственно коэффициент в (2.10) при ряде значений  $q_\perp^2$ , т.е. найти  $\rho$ -траекторию  $\alpha_\rho(-q_\perp^2) = 1 - \frac{1}{2}b(q_\perp^2)$ . На рис. 2.11 приведены найденные таким образом значения  $\alpha_\rho(t)$ : Как видно, траектория в области  $q_\perp^2 \leq 1$   $(\text{Гэв}/\text{с})^2$  практически оказалась прямолинейной

ной. Прямая (пунктир на рис. 2.II) проведенная через найденные точки, проходит также, при ее продолжении направо, через физическое значение  $j = I$  при  $t = -q_1^2 = m_p^2 = 15\left(\frac{hc}{c}\right)^2$ . При  $q_1^2 = 0$  траектория проходит через значение, близкое к  $I/2$ . Аналогично положение с  $A_2$  траекторией, для которой также  $\alpha_{A_2}(0) \approx \frac{1}{2}$ .

(она также указана на рис. 2.II). Отметим, что в силу обычных изотопических отношений, амплитуда реакции перезарядки

$\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$  является разностью амплитуд  $\pi^- p$  и  $\pi^+ p$  рассеяния

$$\sqrt{2} M(\pi^- p \rightarrow \pi^0 n) = M_{\pi^- p} - M_{\pi^+ p}$$

Поэтому

$$J_m [M(\pi^- p \rightarrow \pi^0 n)] \Big|_{q_1^2=0} = \frac{\sigma_{\pi^- p} - \sigma_{\pi^+ p}}{16\pi \sqrt{s}} \sqrt{2}$$

С другой стороны,

$$\frac{d\sigma}{4\pi dq_1^2} \Big|_{q_1^2=0} = (J_m M)^2 \Big|_{q_1^2=0} \left(1 + \left(\frac{Re M}{J_m M}\right)^2\right)$$

Так как, таким образом, данные опыта определяют и  $(J_m M)^2 \Big|_{q_1^2=0}$ , и  $d\sigma/dq_1^2$ , то фаза амплитуды при  $q_1^2 = 0$ , т.е.  $(Re M/J_m M) \Big|_{q_1^2=0}$  может быть непосредственно найдена из опыта. Теоретическое предсказание сводится к тому, что эта фаза определяется сигнатурным множителем  $\eta_p = i - ctg \frac{\pi \alpha_p(0)}{2} \approx i - 1$ , т.к.  $\pi \alpha_p/2 \approx \frac{\pi}{4}$ . Иными словами, величина  $(Re M/J_m M) \Big|_{q_1^2=0}$  должна быть близкой к единице, т.е. сечение  $d\sigma/dq_1^2$  должно быть вдвое большее, чем  $(J_m M)^2 \Big|_{q_1^2=0}$  — почти независимо от энергии. Это соотношение прекрасно соблюдается на опыте (в какой-то степени оно является следствием линейной зависимости рис. 2.IO при  $\alpha_p(0) = I/2$ , так как может быть получено в этих условиях на основе дисперсионных соотношений).

Амплитуды реакций перезарядок и реакции регенерации К-мезонов

- a)  $K^- p \rightarrow K^0 n$  ( $\rho, A_2$ )
  - б)  $K^0 p \rightarrow K^+ n$  ( $\rho, A_2$ )
  - в)  $K^0 p \rightarrow K^0 p$  ( $\rho, \omega$ )
  - г)  $K^0 n \rightarrow K^0 n$  ( $\rho, \omega$ )
- (2.II)

определяется вкладом двух полюсов Редже. Например, обозначая через  $M_{K^- p}^{ex}$  и  $M_{K^+ n}^{ex}$  амплитуды первых двух реакций, получим как следствие изотопических соотношений:

$$M_{K^- n}^{ex} = M_{K^- p} - M_{K^- n} = 2(M_{A_2} + M_p)$$

$$M_{K^+ n}^{ex} = M_{K^+ p} - M_{K^+ n} = 2(M_{A_2} - M_p)$$

где

$$M_p = \gamma_p \left(\frac{s}{s_0}\right)^{1-\alpha_p(-q_\perp^2)} \eta_- (\alpha_p); \quad M_{A_2} = \gamma_{A_2} \left(\frac{s}{s_0}\right)^{1-\alpha_{A_2}(-q_\perp^2)} \eta_+ (\alpha_{A_2})$$

причем, при небольших  $q_\perp^2$

$$\eta_- (\alpha_p) = i - ctg \frac{\pi \alpha_p}{2} = i - 1$$

$$\eta_+ (\alpha_{A_2}) = i + tg \frac{\pi \alpha_{A_2}}{2} = i + 1,$$

так как  $\alpha_p(0) \approx \alpha_{A_2}(0) \approx \frac{1}{2}$ . Так как значение реджевских вычетов  $\gamma_p$  и  $\gamma_{A_2}$  близки друг к другу (см. табл. 2), то мы видим, что в области малых  $q_\perp^2$  амплитуда  $M_{K^- p}^{ex}$  реакции а) почти чисто мнимая, а амплитуда  $M_{K^+ n}^{ex}$  реакции б) - наоборот - должна быть почти чисто вещественной. Это означает, что сечение  $\left(\frac{d\sigma_{tot}}{dq_\perp^2}\right)|_{q_\perp^2=0}$  первой реакции должно быть близким к величине

$$4\pi [J_m M_{K^- p}^{ex}]^2 = \frac{1}{16\pi} (G_{K^- p}^{tot} - G_{K^+ n}^{tot}),$$

в то время, как сечение  $(d\sigma/dq_1^2)|_{q_1^2=0}$  второй реакции должно намного превышать значение

$$4\pi [J_m M_{K^+n}^{ex}]^2 = \frac{1}{16\pi} (\sigma_{K^+p}^{tot} - \sigma_{K^-n}^{tot})^2$$

Этот вывод, специфический для реджевской схемы с присущими ей сигнатурными множителями  $\eta_{\pm}(\omega)$  прекрасно подтверждается на опыте. Так как  $\omega(q_1^2)$  близко к  $\omega(q_2^2)$ , то сечения обеих реакций а), б) должно следовать и, как показывает опыт, следуют специальному для реджевской схемы степенному закону (2.9) — т.е.  $\ln d\sigma/dq_1^2$  является линейной функцией от  $\ln s/s$ . (при  $q_1^2 = 0 \quad \frac{d\sigma}{dq_1^2} \sim \frac{1}{s}$ ).

Это же относится и к сечениям регенерации  $K_1^{\circ}-K_2^{\circ}$  К-mesонов на нуклонах (реакции в), г) в (2.II)), так как  $\omega(-q_1^2)$  близко к  $\omega(-q_2^2)$ . Существенное отличие амплитуды этих реакций от перезарядок а), б) связано с тем, что сигнатура  $\omega$  полюса — отрицательна, поэтому амплитуды обоих реакций регенерации при  $q_1^2 = 0$  пропорциональны величине I)

$$-\eta_{-}(\omega) = -i - \operatorname{tg} \frac{\pi \omega}{2} = -i - 1$$

I) В силу того, что  $K_1^{\circ} = \frac{1}{\sqrt{2}}(K^{\circ} + \bar{K}^{\circ})$ , а  $K_2^{\circ} = \frac{1}{\sqrt{2}}(K^{\circ} - \bar{K}^{\circ})$ , получаем амплитуду регенерации на протоне в виде

$$M_{K_2^{\circ} p}^{(res)} = \frac{1}{2}(M_{K^+n} - M_{K^-n}) = -(M_{\omega} - M_{\rho}) \approx -M_{\omega}$$

Тогда как в случае нейтрона

$$M_{K_2^{\circ} n}^{(res)} = \frac{1}{2}(M_{K^+p} - M_{K^-p}) = -(M_{\omega} + M_{\rho})$$

Фаза их, поэтому, близка к  $-135^\circ$ . Это хорошо подтверждают данные опыта, полученные недавно (группой /26/ ЛВЭ-ИФВЭ) на ускорителе в Серпухове и данные Батавии /61/. Данные опыта /26/ о фазе  $\Phi$  амплитуды регенерации даны на рис. 2.13.

В заключение рассмотрим кратко две реакции нуклонных перезарядок  $p\bar{n} \rightarrow p\bar{n}$  и  $\bar{p}\bar{p} \rightarrow \bar{p}\bar{p}$ . В амплитуды их, кроме  $\rho$  и  $A_2$  особенностей существенный вклад дает  $\pi$ -мезонная особенность

$$M_{p\bar{n}}^{ex} = M_{\bar{p}\bar{p}} - M_{p\bar{n}} = 2(M_{A_2} - M_\rho) + 2M_\pi$$

$$M_{\bar{p}\bar{p}}^{ex} = M_{\bar{p}\bar{p}} - M_{p\bar{n}} = 2(M_{A_2} + M_\rho) + 2M_\pi$$

В виду большой величины вершины  $g_{\pi NN}$  связи  $\pi$ -мезона с нуклонами вклад  $M_\pi$  подавляюще велик, хотя так как  $\alpha_\pi(0)=0$ , он убывает с ростом  $s$  гораздо быстрее, чем вклад  $\rho$  и  $A_2$  особенностей (оценки показывают, что эти вклады становятся равными в области  $E_{lab} \sim 50$  Гэв, т.е.  $s = 2 \cdot 10^3$  (Гэв/с) $^2$ ). Поэтому сечения этих перезарядок убывают с ростом энергии как  $\sim 1/s^2$ ) в отличие от сечений всех остальных рассмотренных выше реакций перезарядок и регенераций убывающих как  $\sim 1/s$ .

В области  $s \sim 10^2$  (Гэв/с) $^2$  убывание  $\sim (s/s_0)^2$  сечений нуклонных перезарядок должно смениться на более медленное  $\sim 1/s$ . К сожалению, в этой области сечения  $\frac{d\sigma}{dt}$  нуклонных перезарядок очень малы ( $\sim 0,01 \mu b$  (Гэв/с) $^2$ ) и данных опыта здесь нет. Теоретическая кривая /62/, определяющая зависимость  $\frac{d\sigma}{dt}$  от энергии, приведена на рис. 2.12в.

Отметим, что вклад в амплитуду от  $\pi$ -мезонного полюса Редже (очень близкий по вкладу обычного  $\pi$ -мезонного обмена) пропорционален  $q_1$  из-за псевдоскалярности  $\pi$ -мезона и обращается в ноль при  $q_1=0$ . Тем не менее амплитуда  $M_\pi$  при  $q_1=0$  в ноль

не обращается за счет вклада  $\pi R$ -ветвления, которое, таким образом, и определяет в основном величину обеих амплитут перезарядок (2.12).

### § 2.5. Реалистическая модель "гребенки" и процессы рождения частиц

В основе развитой в гл. I теоретической схемы периферических столкновений лежит предположение, что главный вклад в амплитуды процессов рождения при высокой энергии обусловлен "гребенкой" рис. I.1.

Моделью ее могут быть мультипериферические амплитуды рис. I.2, содержащие линии виртуальных  $\pi$ -мезонов и реальные амплитуды  $\pi\pi$  и  $\pi\lambda$  рассеяния в узлах графиков. Если основная идея развитого выше подхода верна, то амплитуды этого вида (наиболее быстро образующие величины  $q_i^2$  переданных импульсов) должны определить основную часть амплитуд рождения частиц. Подробное исследование этой модели для случая простейших (так называемых эксклюзивных) реакций  $p\bar{p} \rightarrow p\bar{p}\pi^+$ ,  $p\bar{p} \rightarrow p\bar{p}\pi^+\pi^-$ ,  $\pi\bar{\rho} \rightarrow \pi\bar{\rho}\pi^+$ ,  $\pi\bar{\rho} \rightarrow \pi\bar{\rho}\pi^+\pi^-$  и т.д. было проведено Боресковым, Кайдаловым и Пономаревым /50-52/. В узлах лесенок рис. 2.14 были подставлены реальные амплитуды  $\pi\pi$  и  $\pi\lambda$  рассеяния, взятые

- в области небольших энергий из фазового анализа;
- в области больших энергий они были плавно сшиты с реджевской полюсной амплитудой (I.4).

Амплитуда реакции  $\pi\bar{\rho} \rightarrow \pi\bar{\rho}\pi^+\pi^-$ , например, представляется в этой модели (рис. 2.14) в виде:

$$T_\rho = -\frac{\pi\omega}{2} T_{\pi\pi}(\omega_\pi) T_{\pi\lambda}(t_1, s_1) F_\pi(t) T_{\pi\lambda}(t_2, s_2) \quad (2.12)$$

где обе амплитуды  $T_{\pi\pi}$  и  $T_{\pi\lambda}$  взяты на массовой поверхности (при  $q_\pi^2 = t = \mu^2$ ), а уход с массовой поверхности учитывался

введением убывающего с усилением  $|t|$  форм-фактора:

$$F_\pi(t) = e^{\varphi} [R_\pi^2 + \lambda' \ln \frac{s'}{s_0}] (t - \mu^2) \quad (2.13)$$

где  $s'$ , при малых  $s_1$ ,  $s_2$  - величина, пропорциональная входной энергии  $s$ . При  $s' \sim s$  формула (2.12) отвечает вкладу  $\pi$ -мезонной реджевской траектории (для которой  $\alpha_\pi(t) \sim \alpha'_\pi(0)(t - \mu^2)$ ). Для плавной экстраполяции в область больших  $s_1$ ,  $s_2$  величина  $s'$  была взята в виде:

$$s' = \frac{s(\rho_{1\perp}^2 + \mu_\pi^2)(\rho_{2\perp}^2 + \mu_\pi^2)}{s_1 s_2} \quad (2.14)$$

где  $\vec{\rho}_{1\perp}$  и  $\vec{\rho}_{2\perp}$  - поперечные импульсы рожденных  $\pi$ -мезонов. В этом виде формулы (2.12)-(2.14) переходят при больших  $s_1, s_2 > m^2$  в так называемую мультиреджеонную асимптотику /67/, отвечающую графику рис. 2.15.

Амплитуда реакции  $\bar{p}p \rightarrow \bar{\pi}\pi^+$  (рис. 2.140) описывается, аналогично, формулой вида (2.12), в которой вместо  $T_{\pi N}(t, s_1)$  подставлена вершина  $\mathcal{D}_S g_{\pi NN}$  связи  $\pi$ -мезона с нуклонами. Однако параметр  $R_\pi^2$  "схода" с массовой поверхности может иметь здесь другое значение, чем в случае амплитуды (2.12), т.к. эффективная вершина  $\mathcal{D}_{\pi NN}$  убывает быстрее при сходе с массовой поверхности, чем амплитуда  $\pi N$  рассеяния  $T_{\pi N}(t, s_1)$ .

С помощью этих несложных формул, указанных авторами /50-52/, было получено количественное описание большого числа различных распределений по переданным импульсам, по эффективным массам различных систем частиц, по углам вылета частиц. Был воспроизведен в абсолютной нормировке энергетический ход различных сечений. Рис. 2.16 суммирует полученные результаты для величин полных сечений реакций  $p\bar{p} \rightarrow p\bar{\pi}\pi^+$ ,  $\bar{\pi}p \rightarrow \bar{\pi}\pi^+$  и ряда других.

Для модели характерно то, что она воспроизводит наблюдаемые на опыте острые кинематические пики в распределениях по массам  $M^2$  систем  $\pi^+n$  (вблизи 1400 МэВ),  $\pi\pi$  (вблизи 1100 МэВ)  $\pi\pi\pi\pi$  ( $\sim 1700$  МэВ). Эти пики связаны с тем, что  $\pi$ -мезонный полюс не "пропускает" через себя больших энергий, так как множитель  $(s/M^2)^{2(1-d_\pi(t))}$ , который эффективно появляется в сечении, быстро убывает с ростом  $M^2$ . Полученные /50-52/ кинематические пики в системах  $\pi^+n$  (в реакции  $p\bar{p} \rightarrow p\bar{n}\pi^+$ ),  $\pi\pi\rho$  (в реакции  $p\bar{p} \rightarrow p\bar{p}\pi^+\pi^-$ ) и  $\pi^-\Delta$  (в той же реакции) представлены на рис. 2.17.

Реджевованный  $\pi$ -мезонный обмен, лежащий в основе амплитуды (2.21), приводит к характерной асимметрии распределения по углу Треймана-Янга (при обмене элементарным  $\pi$ -мезоном это распределение – изотропно). На рис. 2.18 приведено это распределение для реакции  $p\bar{p} \rightarrow p\bar{n}\pi^+$ . Оно хорошо соответствует данным опыта: с ростом величины схода  $t - M_\pi^2$  с массовой поверхности распределение на опыте становится более анизотропным.

Еще в работе /11/ Амати, Фубини, Сангеллини было отмечено, что учет лишь образования резонансов (например,  $\rho$ -мезонов) в блоках мультипериферической цепи рис. I.2 приводит к убывающему с энергией полному сечению ( $\alpha_p(0) \approx 0,3$ ). Дальнейшие /66/ исследования подтвердили этот результат. При учете в амплитудах  $T_{\pi\pi}$  на рис. I.2 реджевской части в области не-малых  $s$ , можно получить полные сечения  $G^{tot}(s)$ , практически от  $s$  не зависящие (т.е. отвечающие  $\alpha_p(0) = 1$ ). Это иллюстрирует рис. 2.19, на котором приведены полные сечения  $\pi\pi$  взаимодействия, полученные путем суммирования вкладов амплитуд – "гребенок" вида рис. I.2.

Модель реалистической  $\pi$ -мезонной "гребенки" рис. 2

хорошо описывает /52/ величину и ход инклюзивных процессов.

Если ограничиться областью фрагментации ( $x \geq 0,5$ ), то достаточно учитывать испускание регистрируемой частицы из верхнего блока мультипериферической цепи рис. I.2.

Этот способ позволяет дать хорошее описание спектров протонов,  $\pi$ -мезонов и других частиц, наблюдавшихся на опыте. В качестве примера на рис. 2.90 приведен /64/ спектр нейтронов и протонов /35/. Растущий край протонного спектра (при  $x \rightarrow 1$ ) отвечает померонной асимптотике амплитуды  $T_{\pi N}(t, s)$  - верхнего блока на рис. I.I2в. Так как в этом подходе величина инклюзивного сечения вычисляется в абсолютной нормировке (и соответствует, как видно из рис. 2.20в данным опыта), то модель позволяет вычислить величину трехмеронной константы и дает  $\chi_0 \approx \frac{1}{30} \left( \frac{\text{GeV}}{c} \right)^{-1}$  в соответствии с прямой обработкой данных опыта.

### § 2.6. Инклюзивное рождение частиц

Большое число данных опыта /35-45/ о сечениях инклюзивных процессов, полученных в последние годы, с большой точностью подтверждает результаты /I2-I5/ реджевской схемы.

а) На краю спектров ясно проявляется на опыте явление масштабности. Величина  $d\sigma/(d^3 p_\perp/E)$  при данном значении  $x = p_\perp/E$  оказывается практически не зависящей от входной энергии  $E$ . В то же время она быстро изменяется при изменении  $p_\perp^2$  или  $x$ . Независимость  $d\sigma/(d^3 p/E)$  от  $s$  при данном  $x$  иллюстрирует рис. 2.21, на котором приведены данные опыта /35, 40/ о спектрах  $\pi^+$ ,  $K^+$  и протонов с  $p_\perp^2 \approx 0,64 (\text{Гэв}/c)^2$ , полученные в  $pp$  столкновениях при двух энергиях - при небольшой  $s = 47 (\text{Гэв}/c)^2$  (данные группы Аллахи и др. /85/ из ЦЕРНа) и при очень высокой /40-44/  $s \approx 2 \cdot 10^3 (\text{Гэв}/c)^2$ . Несмотря на огром-

ный сдвиг по энергии величины  $d\sigma/(d^3p/E)$  в обоих случаях практически совпадают.

Во всех случаях зависимость на опыте сечений  $d\sigma/(d^3p/E)$  от  $x$  в области  $x \rightarrow 1$  степенная, вида  $(1-x)^n$ , причем показатель степени, как и должно быть, определяется квантовыми числами  $t$ -канала (т.е. типами налетающей и образующейся частиц А и С). При  $x \rightarrow 1$  эти сечения чаще всего убывают, т.к.  $1-2\alpha_a(t)$  в (I.26) — положительно. Например, для реакции  $\rho\rho \rightarrow \pi^+ X$  возможен обмен нуклонным полюсом Редже, для которого  $\alpha_N(0) \approx \frac{1}{2}$ ; поэтому здесь  $d\sigma/(d^3p/E) \sim (1-x)^2$ .

Интересен случай, когда налетающая и образующаяся частицы одинаковы,  $A = C$ , как, например, для реакций  $\rho\rho \rightarrow \rho X$ ,  $\pi^\pm \rho \rightarrow \pi^\pm X$  и т.д. Эти реакции могут идти за счет померонного обмена в них  $\alpha = P$  и  $d^3\sigma/(d^3p/E) \sim \frac{1}{1-x}$ . Опыт подтверждает, как видно из рис. 2.21, что в этих случаях, при  $x \rightarrow 1$  сечение  $d^3\sigma/(d^3p/E)$  растет (убывание этого сечения в области совсем малых  $1-x \approx M^2/s$ , т.е. при  $M^2 \ll m_N^2$  связано с резонансным ходом сечения  $\sigma_{AB}^{tot}(t, M^2)$  — в области малых  $M^2$  см. ниже). Такой же рост наблюдается для  $\pi^\pm \rho \rightarrow \pi^\pm X$ .

По величине сечения  $d\sigma/(d^3p/E)$  на растущем участке кривой; в области  $X \rightarrow 1$ , можно найти с помощью (I.26) сечение взаимодействия померона с мишенью-нуклоном  $\sigma_{PN}^{tot}(t, M^2)$ . Данные об инклузивных спектрах  $\rho\rho \rightarrow \rho X$  до 30 Гэв /85-87/ вместе с данными ISR /42-44/ и FNAL /39/ при высокой энергии дают величины  $\sigma_{PN}^{tot}$ , представленные на рис. 2.22. I) (при получении

I) При получении их были использованы эффективные величины реджевских констант вычета нуклона  $\delta_P(t) = g_N^2(0) e^{-\lambda_N^2 t} \kappa_1^2$

в виде  $g_N^2(0) = 4(\text{Гэв}/c)^{-2}$ ,  $\lambda_N^2 = 3,5 (\text{Гэв}/c)^{-2}$ , означающие /68/  $\sigma_{NN}^{tot} = 8\pi g_N^2(0) = 40 \text{ мв}$

и  $B_{eff}(s) \approx 11 (\text{Гэв}/c)^{-2}$  при  $s \approx 10^8 (\text{Гэв})^2$ .

их был учтен "фон" в  $d^3\sigma/(d^3p/\epsilon)$ , связанный с непомеронной частью этого сечения. Величина "фона" была определена путем экстраполяции к  $s \rightarrow \infty$  /69/ значений  $d^3\sigma/(d^3p/\epsilon)$ , известных из опыта при нескольких значениях  $s$  и при данном  $M^2 = \text{const}$ ). Как видно, сечение  $\sigma_{\rho N}^{tot}(t, M^2)$  имеет в области малых  $M^2$  резонансный ход, тем более острый, чем меньше  $|t| \approx \vec{p}_1^2$ . С ростом  $M^2$  это сечение быстро выходит на померонную асимптотику  $(\sigma_{\rho N}^{tot})_0 = 8\pi g_\omega(0) \chi_0(t)$ . Из рис. 2.22 видно, что это асимптотическое значение в области малых  $t$  практически от  $t$  не зависит и близка (в нормировке, соответствующей формуле (I.26)) к величине  $1,0 \text{ mb}$ . Поэтому для трехпомеронной константы  $\chi_0(t)$  получаем практически не зависящее от  $t$  малое значение /68/.

$$\chi_0(t) \approx \chi_0(0) = \frac{1 \text{ mb}}{8\pi g_\omega(0)} = \frac{1 \text{ mb} \cdot g_\omega(0)}{\sigma_{\omega\omega}^{tot}}$$

т.е. при  $\sigma_{\omega\omega}^{tot} \approx 40 \text{ mb}$  имеем

$$\chi_0(0) \approx \left[ \frac{1}{40} \left( \frac{1 \text{ mb}}{c} \right)^{-1} \pm 25\% \right] g_\omega(0)$$

Как видно, эта константа более чем на порядок меньше реджевской вершины нуклона  $g_\omega(0) \approx 2 (\text{Гэв}/c)^{-1}$ . При  $g_\omega(0) \approx 2 \quad d\rho(0) \approx 0,36 \quad (\text{Гэв}/c)^{-2}$  получим:  $\chi = \chi_0 / \sqrt{d\rho} \approx (1/12 \pm 25\%)$  /46/.

Эта оценка подтверждается другими способами обработки /69/ /70/ данных опыта, а также данными опыта о сечении /71/  $\rho d \rightarrow \rho X$  проведенными до очень малых  $p_1^2$ .

в) Средняя часть спектров, в области  $y_{lab} \sim \frac{3}{2}$  в соответствии с (I.30) должна быть почти плоской. Более точно, общий вид спектров, т.е. зависимость  $d^3\sigma/d^2p_1 dy = f(y)$  при данном  $p_1^2$  может быть либо типа рис. I.20a, или вида рис. I.20b. Соответствующие кривые для реального случая  $\rho\rho$  столкновений приведены на рис. 2.23 при трех значениях  $p_1^2$  (с ростом  $p_1^2$  вспомогательные

сечений  $d^3\sigma/d^2p_t dy$  уменьшаются). Из этого рисунка видна:  
 а) масштабность спектров в области их края (слева на рис. 2.23);  
 в) выход их на плато в области середины спектров при  $y_{lab} > 1$ .

Эти данные показывают, что в средней части всегда выполняются следствия формулы (I.30). Например, спектры  $\pi^-$  в реакции  $\rho\rho \rightarrow \pi^- X$  всегда имеют "одногорбый" вид рис. I.20а, так как плотность  $\pi$  мезонов в протонных кластерах (крайних на рис. I.7 при  $\rho\rho$  столкновении) меньше чем в  $\pi$ -мезонных. Иначе говоря, в этом случае  $v_a = v_b < v$ , и убывающие с ростом  $\xi$  поправочные члены в спектрах (I.30) отрицательны. Учет вклада  $\rho$  полюса лишь увеличивает по модулю отрицательные коэффициенты в этих членах. Поэтому, с ростом энергии спектры  $\pi^-$  в средней части всегда должны расти.

Опыт подтверждает и "одногорбость", и рост средней части спектров  $\pi^-$  мезонов в  $\rho\rho$  столкновениях.

Наоборот, спектры протонов в  $\rho\rho$  столкновениях должны иметь вид рис. I.20в, т.к. плотность протонов в крайних кластерах в этом случае выше чем в средних  $\pi$ -мезонных, т.е. здесь  $v_a = v_b > v$ . С ростом энергии спектры в средней части должны здесь уменьшаться. Все эти выводы теории соответствуют рис. 2.23.

### § 2.7. Средняя множественность и распределение по множественности

Как уже отмечалось, выход спектров в средней части на постоянное значение (как на рис. 2.16) означает, что средняя множественность рожденных частиц логарифмически растет с ростом энергии

$$\langle N \rangle = a \ln \frac{s}{s_0} + b$$

Данные опыта о среднем числе  $\langle N \rangle$  заряженных частиц, приведенные на рис. 2.2, действительно хорошо лежат на этой прямой

(при  $\alpha = 1.52 \pm 0.12$ ,  $\beta = -0.5 \pm 0.3$ ,  $S_0 = 2m_\pi E_0$ ,  
 $s/S_0 = E/E_0$ ,  $E_0 = 1 \text{ Гэв}$ ).

Наблюдается ли на опыте расширение распределения по числом рожденных частиц  $N$ , которое предсказывается теорией? Напомним, что это расширение связано с возможностью одновременного рождения при высокой энергии нескольких мультипериферических "гребней" типа рис. I.10. Теоретические кривые могут быть вычислены на основе формул (I.18)-(I.22) и зависят лишь от параметров, определяющих среднее число частиц в одной гребенке рис. I.1

$$N_1 = a \ln \frac{s}{S_0} + b$$

(эти числа могут быть немного отличными от параметров  $a$ ,  $b$ , определяющих величину  $\langle N \rangle$ ). На рис. 2.25-2.28 приведены некоторые из кривых распределения по  $N$ , следующие из формулы (I.22). Величины  $B(N, E)$  приведены здесь /29/ в  $m^6$  в абсолютной нормировке. Как видно, эффект расширения кривых на опыте весьма велик и соответствует теоретическим оценкам. Рис. 2.27 суммирует теоретические оценки эффекта расширения кривых (при очень высокой энергии  $10^7$ - $10^9$  Гэв на кривых распределения по  $N$  может появиться в области больших  $N$  второй максимум, предсказанный Канчели /57/). Для величины  $\langle N \rangle$  из этих соображений следует ход  $\langle N \rangle = a_0 + b_0 \ln \frac{s}{S_0} + c_0 \ln^2 \frac{s}{S_0}$  с  $a_0 = 0.42$ ,  $b = 1.15$ ,  $c_0 = 0.089$ , практически не отличный от прямой рис. 2.21.

Распределение вероятностей рождения частиц на ядрах  $B_A(N, E)$  должно расширяться и смещаться в область больших  $N$  с ростом числа  $A$  нуклонов. Этот эффект может быть легко замечен на опыте. Пока нет хороших данных для  $B_A(N, E)$ , проведенных на ядрах с различными  $A$ .

## § 2.9. Заключение

Проведенный выше краткий обзор данных опыта об адронных реакциях при высокой энергии показывает, что эксперимент подтверждает главные качественные результаты реджевской схемы. Имеется ряд деталей, не затронутых выше, в которых нет ни четкого соответствия, ни противоречия данных опыта и теории. К ним относятся величины поляризации нуклонов при различных процессах упругого рассеяния и перезарядок, величины парных корреляций импульсов рожденных частиц и данные о ряде других величин. Наши параметры (табл. 2) спин-флиповых вершин неважно описывают величины поляризаций. Однако более аккуратный выбор этих вершин позволяет описать /72/ все детали их изменения. Учет процессов рождения двойных мультипериферических цепочек (т.е. учет двойных плотностей рожденных частиц) приводит в соответствие с теорией данные опыта о больших величинах парных корреляций при  $\Delta y = 0$ .

Общее впечатление, которое возникает при обзоре всей картины соответствия с опытом реджевской схемы (в описанном выше, как нам представляется, наиболее разумном ее варианте) очень благоприятное - во всех случаях все величины меняются на опыте именно так, как предсказывает теория и часто эти изменения совсем не тривиальны по своему характеру. Исключением, возможно, является намечающаяся тенденция к все более быстрому росту полных сечений с ростом  $\ln S$  в области очень больших энергий. Если исключить вклад "усиленных" графиков, то теория скорее предсказывает выполнование кривых хода  $\sigma^{tot}$  в области  $10^3$ - $10^7$  Гэв. Возможно, что данная выше оценка величины трехмеронной константы слишком занижена. Она может, например, измениться

при учете вклада неусиленных ветвлений в сечение инклюзивного процесса рис. I.I3.

Если принять, что из рис. 2.22 для  $(\sigma_{pN}^{tot})_\infty$  следует значение  $\approx 1,5 \text{ mb}$ , т.е. что

$$\frac{\chi_0}{g_{NN}} = \frac{\sigma_{pN}^{tot}}{\sigma_{NN}^{tot}} = \frac{3/2}{40} = \frac{3}{80}$$

и вместо  $g_{NN}$  подставить сюда не эффективное значение  $g_{NN} \approx 2$  (учитывающее вклады ветвлений), а величину  $g_{NN} = 2.6$  из табл.2, то для безразмерной константы  $\chi = \chi_0 / \sqrt{\alpha'_p}$  при  $\sqrt{\alpha'_p} \approx 0.5$  получим

$$\chi = \frac{3}{80} \cdot \frac{2.6}{0.5} = \frac{3 \cdot 1.3}{20} = \frac{1}{5}$$

т.е. для  $\chi^2$  получаем гораздо большее значение  $\sim \frac{1}{25}$ , чем в тексте.

При  $\chi^2 \sim \frac{1}{25}$  уже в области  $s \sim 10^3 - 10^4 \text{ ГэВ}^2$  могут быть важны поправки порядка  $\chi^2 \xi$  теории сильной связи померонов. В этой ситуации пренебрежение усиленными графиками недопустимо.

Поэтому получение новых данных о ходе  $\sigma^{tot}(s)$  в области очень высокой энергии очень важно. Очень интересно было бы понять в этой связи, к чему приводит теория сильной связи померонов без использования  $\epsilon$ -разложения, непосредственно в реальном 2-х-мерном пространстве прицельных параметров.

Приложение.

Амплитуды перерассеяний

Приводим в полном виде формулы для амплитуд перерассеяний рис. I.9, использованные при обработке данных опыта.

Амплитуда  $n$ -кратного перерассеяния на померонах является вкладом графика рис. I.9c и определяется формулой /7, 9, 10/:

$$M_p^{(n)} = \frac{i^{n-1}}{n!} \int N_1^{(n)} N_2^{(n)} G(x_1, s) G(x_2, s) \dots G(x_n, s) \times \quad (A.1)$$

$$\times \pi \delta\left(\sum_{i=1}^n \bar{x}_i - \bar{x}\right) \frac{d^2 x_1 \dots d^2 x_n}{x^n}$$

где  $N_i^{(n)} = N_i^{(n)}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$  и  $N_2^{(n)}$  являются вершинами образования  $n$ -реджеонов (см. рис. I.9c), а

$$G(x_i, s) = \eta_s(\alpha_p) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_p(x_i^2)-1} \approx i \exp\left[-\alpha'_p \left(\ln \frac{s}{s_0} - i \frac{\pi}{2}\right) x_i^2\right] \quad (A.2)$$

есть функция Грина померона. Здесь  $\bar{x} = \bar{q}_1$  и  $\bar{x}_i = \bar{q}_{i1}$  — двухмерные векторы в плоскости, перпендикулярной направлению  $\vec{n}_x$ , сталкивающихся частиц. Если один или несколько реджеонов на рис. I.9c отличны от померонов, то соответствующие амплитуды  $M_a^{(n)}$  или  $M_{ab}^{(n)}$  и т.д. отличны от (A.1) лишь тем, что содержат вместо  $N_1^{(n)} N_2^{(n)}/n!$  соответствующие вершины:  $N_{1a}^{(n)} N_{2a}^{(n)}/(n-1)!$  или  $N_{1ab}^{(n)} N_{2ab}^{(n)}/(n-2)!$  и одна, или две (для  $M_{ab}^{(n)}$ ) функции  $G$  должны быть заменены на

$$G_a(x_i, s) = \eta_{s_a}(\alpha_a) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_a(x_i^2)-1} \approx \eta_{s_a}(\alpha_a) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{1-\alpha'_a} \exp\left[-\alpha'_a \left(\ln \frac{s}{s_0} - i \frac{\pi}{2}\right) x_i^2\right]$$

или на  $G_a G_b$ .

При очень большом значении  $\ln \frac{S}{S_0} \gg 1$  интеграл (A.I) легко вычислить методом перевала, и мы получим простые формулы далекой асимптотики, содержащие вершины  $(N_1^{(n)} N_2^{(n)})_0$  в точке  $\vec{x}_i = \vec{x}^0$ , в которой функция под интегралом в (A.I) имеет резкий максимум. При реально доступных энергиях  $E \sim 10-10^4$  Гэв, для которых  $\ln \frac{S}{S_0} \approx \ln \frac{E}{m_N} \sim 2-5$  различный выбор формы зависимости вершин  $N_1^{(n)}, N_2^{(n)}$  от  $x_i$  влияет, в отличие от случая очень большого  $\ln \frac{S}{S_0} \gg 1$ , на зависимость амплитуд (A.I) от  $S$ .

Однако при небольших  $x^2 \sim 1/\lambda_R < 1 (\%)^2$  в интеграле (A.I) главную роль играют малые  $x_i^2$ , так что наиболее важно правильно нормировать величины  $N_1^{(n)} N_2^{(n)}$  при  $x_i = 0$ . Поэтому для разумной экстраполяции асимптотических формул для  $M_p^{(n)}, M_a^{(n)}$  из области сверхвысоких  $S$  в область доступных энергий представить  $N_1^{(n)} N_2^{(n)}$  в виде

$$N_1^{(n)} N_2^{(n)} = C_p^{(n)} \gamma_p(x_1^2) \gamma_p(x_2^2) \dots \gamma_p(x_n^2) \quad (A.3)$$

и аналогично

$$N_{1a}^{(n)} N_{2a}^{(n)} = C_a^{(n)} \gamma_a(x_1^2) \gamma_a(x_2^2) \dots \gamma_a(x_n^2) \quad (A.4)$$

с коэффициентами  $C_p^{(n)}, C_a^{(n)}$ , которые в принципе зависят от всех  $\vec{x}_i$ , но которые мы будем считать постоянными (или зависящими лишь от  $x_i^2$ , или от  $\vec{x}^2 = (\sum_i \vec{x}_i)^2$ ).

Значения  $C_p^{(n)} = C_a^{(n)} = 1$  отвечают так называемой модели зиконала (т.е. учету лишь полюсных графиков рис. A-1а для вершин  $N_1^{(n)}, N_2^{(n)}$  и графиков рис. A.2 для  $M_p^{(n)}$ ). Поправки к "полюсному" вкладу  $(N_1^{(n)} N_2^{(n)})_0 = \gamma_p(x_1^2) \gamma_p(x_2^2) \dots \gamma_p(x_n^2)$  фактически не малы; они возникают за счет возможности рождения ливней частиц рис. A.1в и приводят к значительным отклонениям величин

$C_p^{(n)}, C_a^{(n)}$  от единицы. Например, величина  $C = C_p^{(2)}$  больше единицы, имеет значение (I.3) и дана в табл. I.

Точно также примем, что каждое следующее перерассеяние приводит к умножению полюсного вклада в  $N_1^{(n)}, N_2^{(n)}$  на некоторый множитель  $C_p \gg 1$ , т.е. что для  $n \geq 3$ :

$$C_p^{(n)} = CC_p^{(n-2)}, \quad C_a^{(n)} = C_a C_p^{n-2} \quad (A.5)$$

причем  $C_a = C_a^{(2)}$ .

В случае  $\pi N$  или  $KN$  рассеяния амплитуда и вычеты  $\gamma_p, \gamma_a$  полюсов Редже являются спиновыми матрицами:

$$\begin{aligned} \hat{M} &= M_0 + i\vec{\sigma} [\vec{n}_x, \frac{\vec{x}}{2}] M_y = M_0 + i\vec{\sigma}_y M_y \\ \hat{\gamma}_a &= \gamma_a(x^2) + \frac{\vec{x}}{2m_N} \gamma_{ay}(x^2) i\vec{\sigma}_y \end{aligned} \quad (A.6)$$

где  $i\vec{\sigma}_y = i\vec{\sigma} [\vec{n}_x, \frac{\vec{x}}{2}] = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  есть матрица Паули.

Аналогичный вид имеет амплитуда  $NN$  рассеяния

$$M = M_0 + i(\sigma_{1y} + \sigma_{2y}) M_y, \quad (A.7)$$

если пренебречь практически всегда малыми членами двойного спин-флипа ( $\sigma_{1y}$  и  $\sigma_{2y}$  действуют на спиновые переменные каждого из нуклонов).

Вершины  $(N_1^{(n)} N_2^{(n)})_y, (N_{1a}^{(n)} N_{2a}^{(n)})_y$  в спин-флиповой части амплитуды также представим в виде (A.3), где одна из величин  $\gamma_a$  заменена на  $\gamma_{ay}$ . Соответствующие коэффициенты  $C_{py}^{(n)}, C_{ay}^{(n)}$  также представим для  $n \geq 2$  в виде (A.5)

$$C_{py}^{(n)} = C_y C_p^{n-2}, \quad C_{ay}^{(n)} = C_{ay} C_p^{n-2} \quad (A.8)$$

Таким образом, величины всех вершин  $N_1^{(n)} N_2^{(n)}$  характеризу-

ются параметрами  $C_a$ ,  $C_{1a}$ ,  $C_y$ ,  $C_{ay}$ . При вычислениях все эти параметры, кроме известного  $C$  (табл. I) и параметра  $C_1$ , были положены равными единице (или даны в табл. 2).

При указанном виде вершин сумму (I.15) всех амплитуд перерассеяний (A.I) можно записать в виде (A.6), (A.7), где

$$M_o(s,t) = \int e^{i\bar{x}\bar{b}} f_o(b^2, s) \frac{d^2 b}{2\pi} = \int_0^\infty J_o(xb) f_o(b^2, s) b db \quad (A.9)$$

$$M_y(s,t) = \int e^{i\bar{x}\bar{b}} f_y(b^2, s) \frac{\cos \varphi}{2\pi} d^2 b = \int_0^\infty J_1(xb) f_y(b^2, s) b db,$$

причем

$$\cos \varphi = (\bar{x} \bar{b}) / (xb)$$

$$f_o = \frac{1}{2iC_o} \left[ (e^{\chi_o} \operatorname{ch} \chi_y - 1) + \sum_a (C_o - C_a) \chi_{ay} \right] \quad (A.10)$$

$$f_y = \frac{1}{2iC_o} \left[ e^{\chi_o} \operatorname{sh} \chi_y + \sum_a (C_o - C_a) \chi_{ay} \right]$$

и

$$\chi_o = C_p \chi_p(b, s) + \sum_{a \neq p} C_a \chi_a(b, s) \quad (A.II)$$

$$\chi_y = C_y \chi_{py}(b, s) + \sum_{a \neq p} C_{ay} \chi_{ay}(b, s)$$

$$\text{а } C = C_p^2 / C_o.$$

Разложение этих амплитуд (экспонент в (A.10)) в ряде по степеням так называемых "эйконалов"

$$\chi_a(b, s) = 2i \int e^{-i\bar{x}\bar{b}} M_a^{(1)}(x^2, s) \frac{d^2 x}{2\pi} = 2i \int_0^\infty M_a^{(1)}(x^2, s) J_o(xb) x dx$$

$$\chi_{ay}(b, s) = 2i \int e^{-i\bar{x}\bar{b}} M_a^{(1)}(x^2, s) \cos \varphi \frac{d^2 x}{2\pi} = 2i \int_0^\infty M_{ay}^{(1)}(x^2, s) J_1(xb) x dx$$

приводит, как можно проверить непосредственно, к амплитудам перерассеяний  $M_p^{(n)}$ ,  $M_a^{(n)}$  точно вида (A.1)-(A.4). При чисто экспоненциальной форме реджевских вычетов, т.е. при реджевских амплитудах (I.4) вида

$$M_a^{(n)}(\alpha^2, s) = \gamma_a^\circ \eta_{\sigma_a}(\alpha_a^\circ) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{1-\alpha_a^\circ} e^{-\lambda_a \alpha^2} \quad (A.12)$$

$$M_{ay}^{(n)}(\alpha^2, s) = \frac{\alpha}{2m_N} \gamma_{ay}^\circ \eta_{\sigma_a}(\alpha_a^\circ) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{1-\alpha_a^\circ} e^{-\lambda_{ay} \alpha^2}$$

все интегралы могут быть вычислены аналитически и приводят к следующим амплитудам перерассеяний:

$$\begin{aligned} i M_{p_0}^{(n)} &= \left[ C_p^{(n)} Q_n + C_{py}^{(ny)} Q_{n-2} \cdot \frac{\mathcal{Z}_{py}^2}{2!} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] e^{-\alpha^2/y} \cdot \frac{1}{y} \\ i M_{ao}^{(n)} &= \left[ C_a^{(n)} \mathcal{Z}_{ao} Q_n + C_a^{(ny)} Q_{n-2} \mathcal{Z}_{ay} \mathcal{Z}_{py} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] e^{-\alpha^2/y} \cdot \frac{1}{y} \\ i M_{py}^{(n)} &= \alpha \left[ C_{py}^{(n)} \mathcal{Z}_{ao} Q_n \mathcal{Z}_{py} \left(-\frac{\partial}{\partial y}\right) \right] e^{-\alpha^2/y} \cdot \frac{1}{y} \end{aligned} \quad (A.13)$$

$$i M_{ay}^{(n)} = \alpha \left[ C_{ay}^{(n)} Q_n \mathcal{Z}_{ay} - \mathcal{Z}_{py} \mathcal{Z}_{ao} Q_{n-2} C_{ay}^{(ny)} \left(-\frac{\partial}{\partial y}\right) \right] e^{-\alpha^2/y} \cdot \frac{1}{y}$$

где  $Q_n = (-\mathcal{Z})^n/n!$ , причем параметр  $\mathcal{Z} = \frac{C \gamma_p^\circ}{\lambda_p}$  был определен в тексте, а

$$\mathcal{Z}_{py} = \gamma_{py}^\circ / 2m_N \lambda_{py}^2$$

$$\mathcal{Z}_{ao} = i \eta_{\sigma_a}(\alpha_a^\circ) \frac{\gamma_{ao}^\circ}{\lambda_{ao}} \left(\frac{s_0}{s}\right)^{1-\alpha_a^\circ} \quad (A.14)$$

$$\mathcal{Z}_{ay} = i \eta_{\sigma_a}(\alpha_a^\circ) \frac{\gamma_{ay}^\circ}{2m_N \lambda_{ay}^2} \left(\frac{s_0}{s}\right)^{1-\alpha_a^\circ}$$

В (A.13) коэффициенты  $C_a^{(n)}$ ,  $C_{ay}^{(n)}$  и т.д. имеют значения (A.5), (A.8)

$$\begin{aligned} C_a^{(n)} &= \frac{C_a C_p^{n-1}}{C_0}, & C_{ay}^{(n)} &= \frac{C_{ay} C_p^{n-1}}{C_0} \\ C_{ay}^{(n)} &= \frac{C_{ay} C_{pf} C_p^{n-2}}{C_0}, & C_a^{(n)} &= \frac{C_{pf} C_a C_p^{n-2}}{C_0} \end{aligned} \quad (A.15)$$

причем соответствующие члены присутствуют лишь для  $n \geq 2$ . При  $\gamma_{ay}^o = \gamma_{py}^o = 0$  формулы (A.13) переходят в (I.II).

При обработке данных опыта в формулы (A.9)-(A.13) были внесены следующие уточнения:

1) Во вкладе Р и  $f$  полюсов пришлось учитывать отклонение радиевских вычетов от экспоненты (I.I3). Для этого величины в (I.I3) и в (A.I2) заменялись на полиномы

$$\gamma_a - \gamma_a (1 + u_a x^2 + v_a x^4) = \gamma_a \left( 1 + u_a \frac{-\partial}{\partial \lambda_a} + v_a \frac{\partial^2}{\partial \lambda_a^2} \right)$$

где  $-\frac{\partial}{\partial \lambda_a}$  есть  $x^2$  при применении к  $e$  в (A.I2). Параметры  $u_p$ ,  $v_p$ ,  $u_f$ ,  $v_f$  даны в табл. 2 и находились из условия лучшего описания данных опыта (член  $u_a x^2$  не полностью эквивалентен замене  $R_a^2$  на  $R_a^2 + u_a$ , если  $x^2$  не очень мало).

2) Для тех же Р и  $f$  полюсов пришлось учесть зависимость коэффициентов (A.15) от  $x^2$  и от  $x_i^2$  путем подстановки в (A.II)

$$C_a \rightarrow C_a (1 - x^2 d_a) = C_a (1 + d_a \nabla_b^2)$$

где  $-\nabla_b$  в применении к  $\gamma_a (b, s)$  равно  $x^2$ .

Параметры  $d_p$  и  $d_f$  даны в табл. 2. Кроме того возможно введение в  $C_a$  зависимости от  $x^2$  вида  $C_a \rightarrow C_a e^{-\frac{R_a^2}{R_{an}} x^2}$  (как это сделано в (I.II)). При обработке данных опыта все  $R_{an}$  были положены равными нулю.

## Л и т е р а т у р а

- I. П.Коллинз, Э.Сквайерс. "Поляса Редже в физике частиц", Мир, М., 1967 (монография).
2. T.Regge. Nuovo Cimento 14, 951 (1959); 18, 947 (1960)
3. В.Н.Грибов. ЖЭТФ 41, 1962 (1961); 41, 667 (1961).  
В.Н.Грибов, И.Я.Померанчук. ЖЭТФ 42, 1141 (1962); 43, 308 (1962).
4. S:C.Frautschi, M.Gell-Mann, F.Zachariasen. Phys.Rev. 126, 2204 (1962)
5. G.F.Chew, S.C.Frautschi. Phys.Rev.Lett. 7, 394 (1961);  
Phys.Rev. 126, 1202 (1962)
6. В.Н.Грибов, И.Я.Померанчук, К.А.Тер-Мартиросян. ЯФ 2, 361  
Phys.Rev. 139B, 184 (1965);
7. В.Н.Грибов. ЖЭТФ 53, 654 (1967).
8. В.Н.Грибов, А.А.Мигдал. ЯФ 8, 1003, 1218 (1968);  
ЖЭТФ 55, 1498 (1968).
9. К.А.Тер-Мартиросян. ЯФ 10, 1047 (1969);  
Nucl.Phys. B36, 566 (1972); Phys. Lett. 44B, 179 (1973)
10. К.Г.Боресков, А.М.Лапидус, С.Т.Сухоруков, К.А.Тер-Мартиросян.  
ЯФ 14, 814 (1971).
11. D.Amati, A.Stanghellini, S.Fubini. Nuovo Cim. 26, 896 (1962)
12. О.В.Канчели. Письма в ЖЭТФ 11, 397 (1969).
13. В.А.Абрамовский, О.В.Канчели, И.О.Майджавидзе. ЯФ 13, 640,  
1102 (1971).
14. A.Müller. Phys.Rev. D2, 2241, 2963 (1970)
15. A.Mueller. Phys.Rev. D4, 150 (1972)
16. V.Barger, R.J.Phillips. Phys.Rev. D2, 1871 (1970);  
Nucl.Phys. B32, 93 (1971).

17. A.V.Lenfel, K.A.Ter-Martirosyan. Письма в ЖЭТФ 21, 70 (1970);  
S.P.Suchorukov, K.A.Ter-Martirosyan. Phys.Lett. 41B, 618  
(1972)
18. L.M.Vasiljev, Yu.P.Gorin, S.P.Denisov et al. Phys.Lett.  
36B, 528 (1971); 38B, 526 (1971);
19. U.Amaldi et al. Phys.Lett. 44B, 213 (1973)
20. S.R.Amendola et al. Phys. Lett. 44B, 213 (1973)
21. T.F.Kycia. Total Cross Sections. Proc. of the XVII-th Int.  
Conf., London, 1974, p.I-29
22. D.Meyer. Elastic Scattering. Proc. of the XVII-th Int.  
Conf., London, 1974, p.I-32
23. A.V.Stirling, P.Sonderegger, J.Kirz et.al. Phys.Rev. Lett.  
14, 736 (1965); Phys. Lett. 20, 75 (1966)
24. Bolotov et al. Nucl. Phys. B73, 365 (1974);  
Препринты ИФВЭ № 367, 358, 425, 426 (1978).
25. O.N.Balozin и др. Препринт ИТЭФ.
26. Albrecht et al. Rep. on the XVI-th Int. Conf., London, 1974  
No. 340, p.643
27. В.Н.Грибов. ЯФ 9, 640 (1969).
28. V.A.Abramovsky, V.N.Gribov, O.V.Kancheli. Proc. of the  
XVI-th Batavia Conf., 1972
29. K.A.Ter-Martirosyan. Phys. Lett. 44B, 377 (1973)
30. G.Charlton et al. Phys.Rev.Lett. 29, 515 (1972)
31. V.V.Ammosov et al. Nucl.Phys. 53B, 77 (1973); Phys. Lett.  
42B, 519 (1972)
32. P.Slaterry. Phys. Rev. D7, 2073 (1973)
33. C.Bromberg et al. Phys.Rev.Lett. 31, 1563 (1973)
34. M.Jacob. Rapport. Talk at NAL Conf., 1972; preprint CERN  
TH-1570, NAL-TH-63

35. J.V.Allaby et al. Nuclear Phys. 52B, 316 (1973)
36. M.J.Mück et al. Nucl.Phys. 59B, 302 (1972)
37. U.Amaldi et al. Nucl.Phys. 86B, 403 (1975)
38. A.A.Derevschikov, S.V.Nurushev. Phys. Lett. 47B, 473 (1973)
39. M.Derrick, Winkelman, Phys. Rev.Lett. 32, 121 (1974);  
Phys.Lett. 48B, 273 (1974); Phys.Rev. D9, 1215 (1974)
40. M.G.Albrow et al. ~~ЭКСИЗ~~ Nucl. Phys. B51, 388 (1973);  
B54, 6 (1973); B56, 333 (1973)
41. A.Bertin et al. Phys.Lett. 42B, 493 (1972)
42. B.Alper et al. Phys.Lett. 47B, 75, 275 (1973)
43. M.Banner et al. Phys. Lett. 41B, 547 (1973)
44. P.Capiluppi et al. Nucl. Phys. B29, 189 (1974)
45. D.R.O.Morrison. Preprint CERN/DPh II/Phys 73-46 (1974)
46. A.B.Kaidalov, K.A.Ter-Martirosyan. Phys.Lett. 75B, 471 (1972)
47. A.A.Migdal, A.M.Polyakov, K.A.Ter-Martirosyan. Phys.Lett.  
48B, 239 (1974); Preprint ITEP-IO2 (1974);  
ЖЭТФ 67, 848 (1974)
48. H.D.I.Abarbanel, J.B.Bronzan. Phys.Lett. B48, 345 (1974);  
Phys.Rev. D9, 2397 (1974)
49. M.Baker Phys.Lett. 51B, 158 (1974)
50. К.Г.Боресков, А.Б.Кайдалов, В.И.Лисин, Е.С.Николаевский,  
Л.А.Пономарев. ЯФ 15, 361 (1972).
51. К.Г.Боресков, А.Б.Кайдалов, Л.А.Пономарев. Препринт ИТЭФ-950,  
1972.
52. К.Г.Боресков, А.Б.Кайдалов, Л.А.Пономарев. Препринт ИТЭФ-92  
1973.
53. Л.И.Генденштейн, А.Б.Кайдалов, Д.С.Чернавский. Письма в  
ЖЭТФ, 19, 61 (1974).

54. R.J.Glauber. Lectures on Theoretical Physics (Interscience Publ., New York 1959) VI p.315. "High Energy Physics and Nuclear Structure", North Holland, Amsterdam, 1967
55. А.Б.Кайдалов. ЯФ I3, 408 (1971).
56. J.Ellis, R.Savit. Preprint CERN, HH, 1974
57. В.А.Абрамовский, О.В.Канчели. Письма в ЖЭТФ, I5, 559, 1972.
58. Ю.М.Шабельский. Препринт ЛИЯО № I39, 1975.
59. V.Bartenev et al. Phys.Rev.Lett. 31, 1088 (1973)
60. A.Böhm et al. Phys.Lett. 49B, 491 (1974)
61. A.N.Diddens. Proc. of London Conf. p.I-4I (1974)
62. К.А.Тер-Мартиросян. Препринт ИТЭФ-494 (1967).
63. Ю.П.Горин и др. Препринт ИФВЭ СЭФ 72-59, 1972.
64. A.V.Barnes et al. Paper 378, submitted to the XVII-th Int. Conf. London, 1974
65. W.D.Apel et al. Paper 536 submitted to the XVII-th Int. Conf., London, 1974
66. Е.Л.Фейнберг, Д.С.Чернавский. УФН 82, I (1964).  
I.I.Roysen Nucl.Phys. B14, 285 (1969)
67. К.А.Тер-Мартиросян. ЖЭТФ, Nucl.Phys. 68, 591 (1965)
68. A.B.Kaidalov, K.A.Ter-Martirosyan Nucl.Phys. B75, 471 (1974)
69. А.Б.Кайдалов, Ю.Ф.Пирогов, М.И.Тер-Исаакян, В.А.Хозе.  
Письма в ЖЭТФ I7, 626 (1973).
70. R.D.Field, G.C.Fox Preprint CALT 68-437 (1974)
71. Y.Akimov et al. Paper 95 submitted to the XVII-th Int. Conf. London, 1974
72. Ш.С.Еремян. ЯФ 21, 373 (1975).

Табл. 1 Параметры С  
 „ливневого” усиления [55]

	$NN$	$\pi N$	$KN$
$C$	$1.4 \pm 0.1$	$1.7 \pm 0.2$	$1.9 \pm 0.2$

Табл. 2 Реджесвские вершины  $\partial_\alpha^\theta(x^2)$  ( $\gamma_\alpha = \partial_\alpha^\theta \partial_\alpha^\theta$ )  
и параметры  $C_\alpha$  ( $C_\alpha = C_\alpha^\theta C_\alpha^\theta$ )

$\delta_\alpha^\theta$ (GeV) <sup>-1</sup>	$P$	$f$	$\rho$	$\omega$	$A_2$
$g_0$	$2.6(1-0.9x^2+0.7x^4)e^{-0.55x^2}$	$2.4(1-5x^4)e^{-2x^2}$	$0.3e^{-2x^2}$	$2.8e^{-5x^2}$	$0.45e^{-x^2}$
спин-флукт.	$0.5e^{-7.5x^2}$	0.6	$-e^{-2x^2}$	$2e^{-4.5x^2}$	$-2.5e^{-x^2}$
$g_{\pi}$	$1.57(1-0.66x^2)e^{0.9x^2}$	$0.87e^{-7x^2}$	$1.9e^{-0.9x^2}$	—	—
$g_K$	1.6	$0.94(1+0.8x^4)$	0.54	$0.75e^{-3.7x^2}$	0.6
$C_0$	$0.95(1-0.2x^2)$	0.9	1.0	1.0	1.0
$C_{\pi}^{\prime\prime}$	$1.75(1+0.6x^2)$	0.25	1.0	—	—
$C_K'$	$1.2(1+0.1x^2)$	0.45	0.25	0.77	0.67

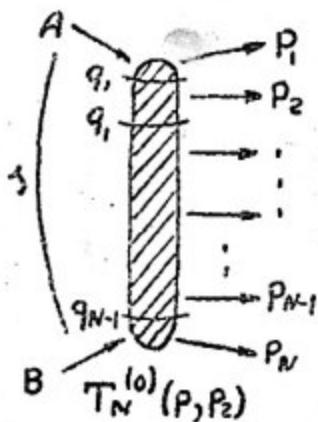


Рис 1.1

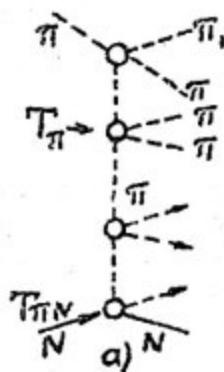
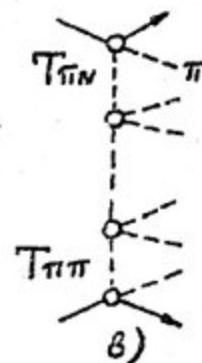


Рис 1.2



б)

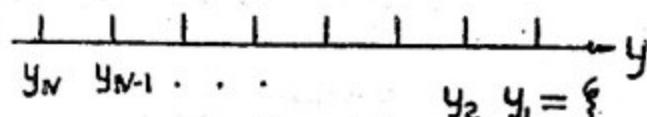


Рис 1.3

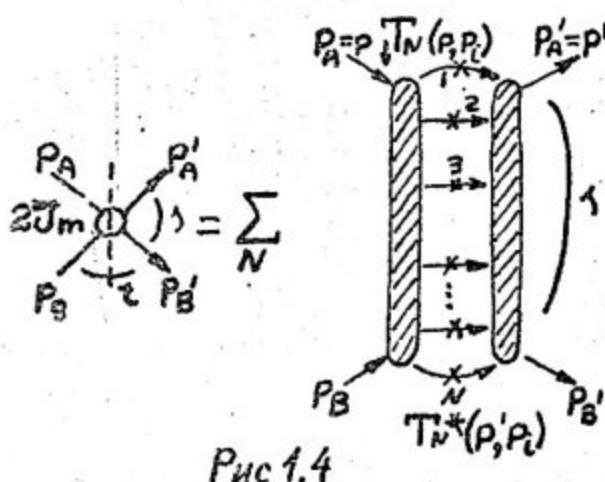


Рис 1.4

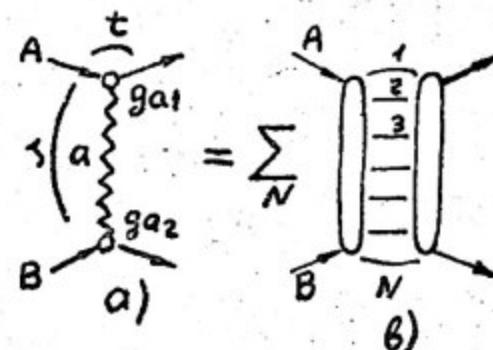


Рис 1.5

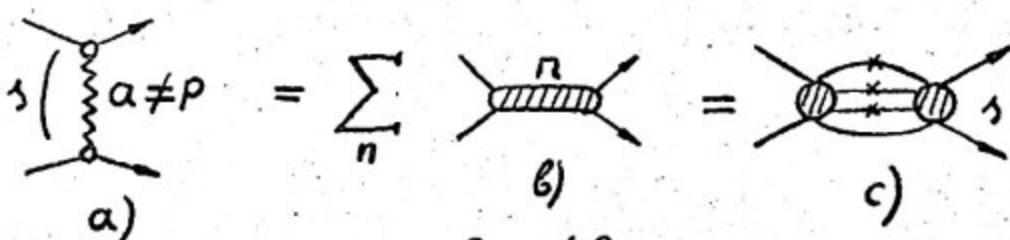


Рис 1.6

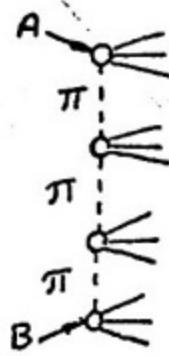


Рис 1.7

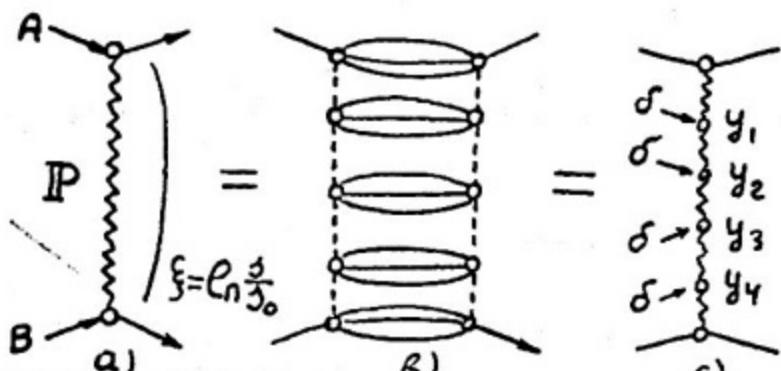


Рис 1.8

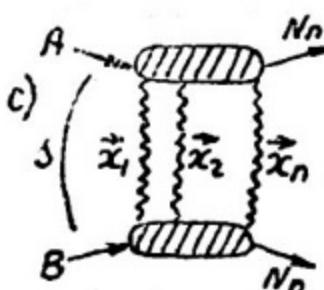
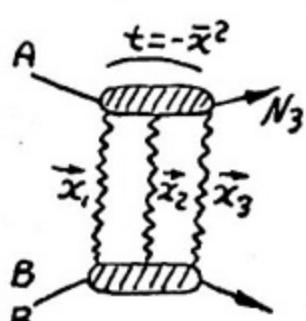
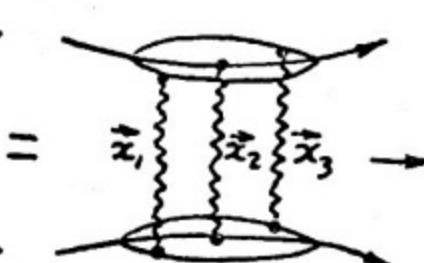
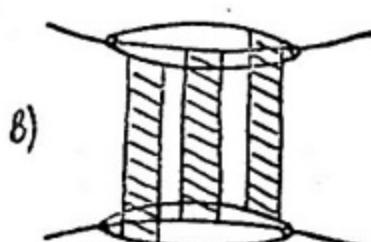
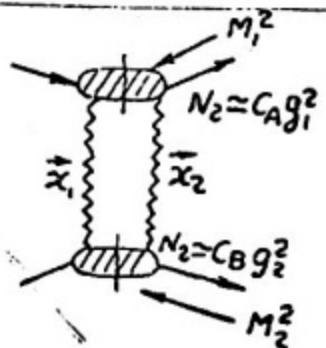
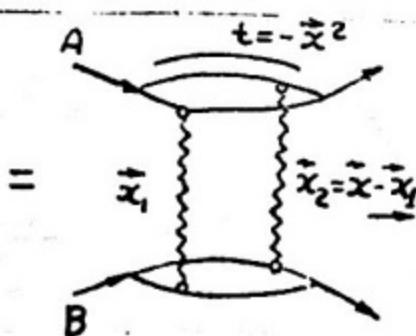
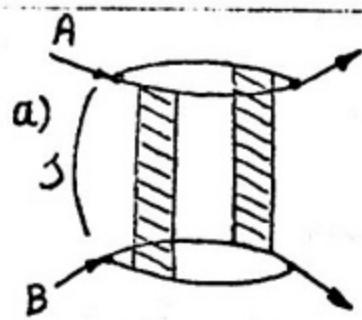


Рис 1.9

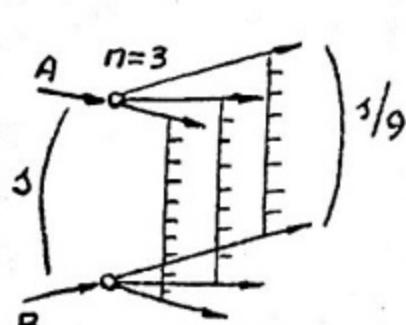
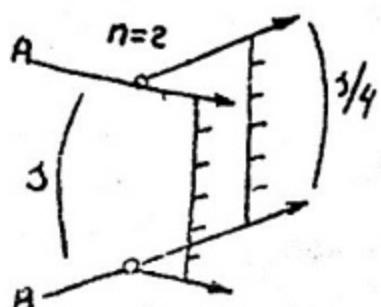


Рис 1.10

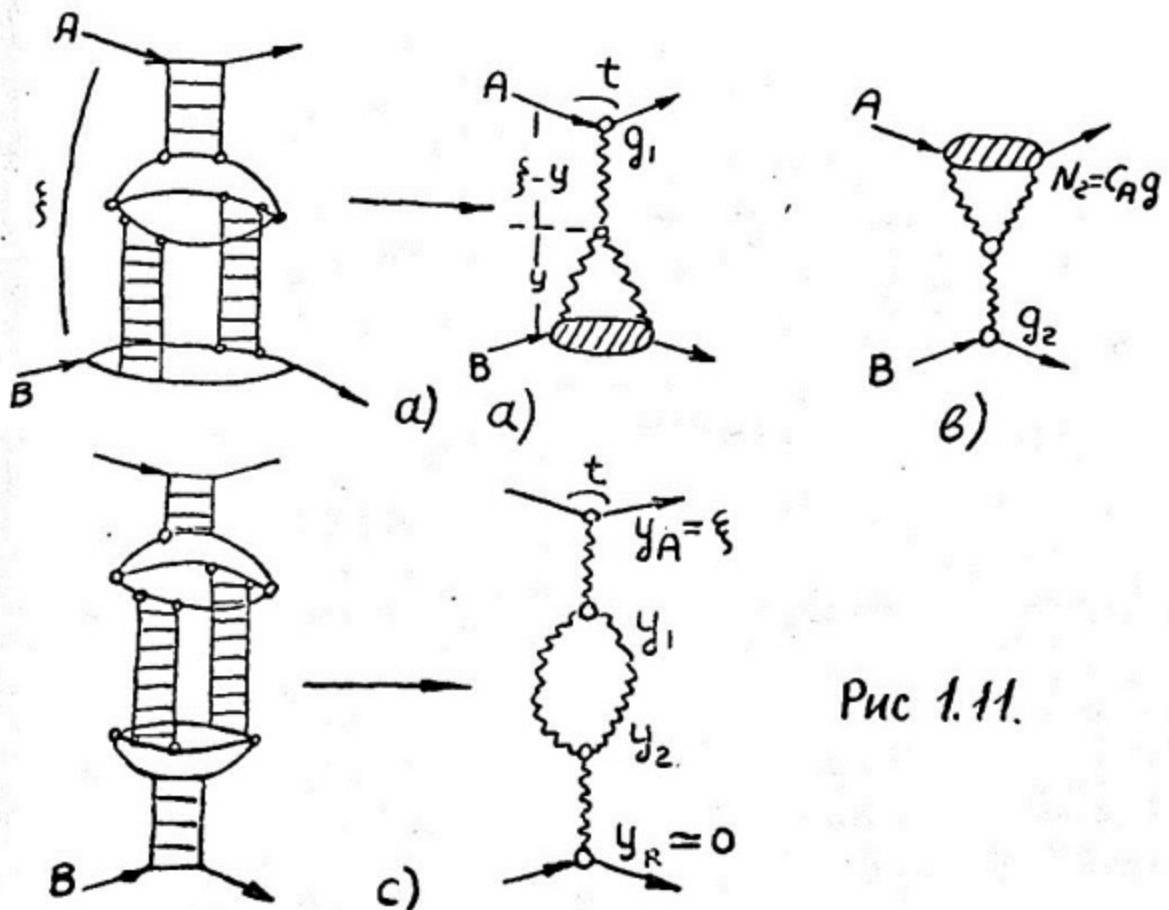


Рис 1.11.

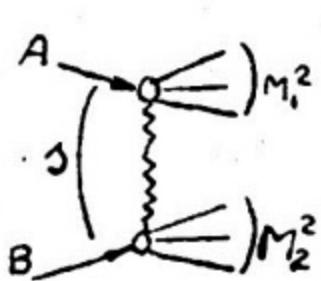


Рис. 1.12

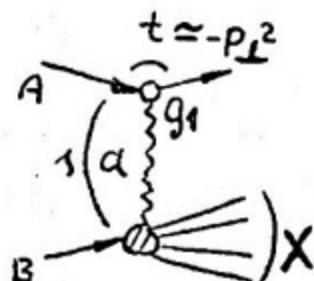


Рис 1.13

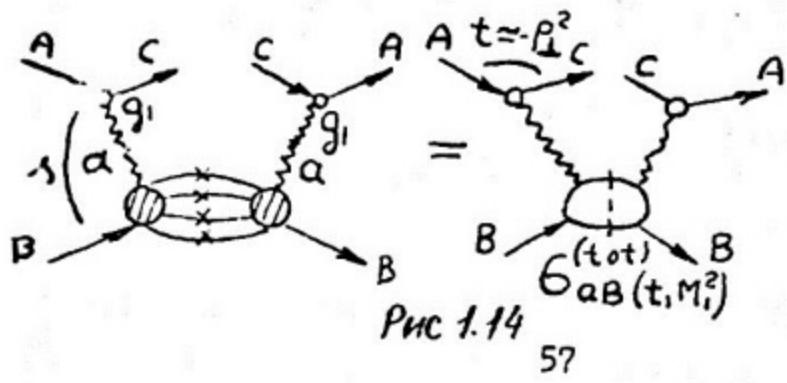


Рис 1.14

57

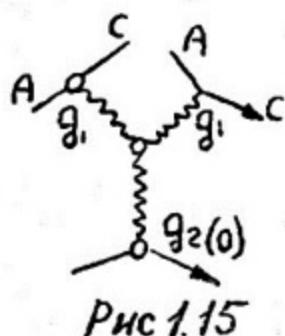


Рис 1.15

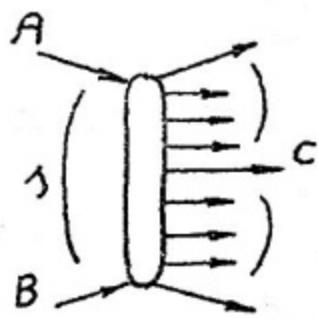


Рис 1.17

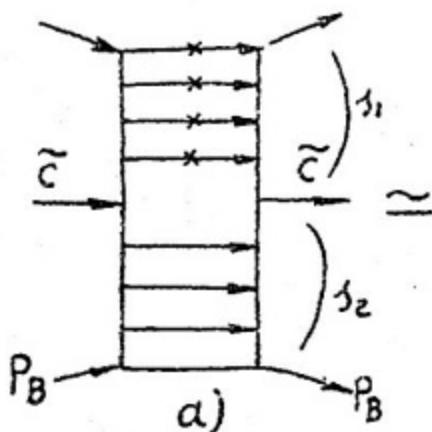


Рис 1.18

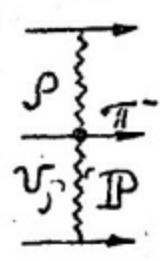
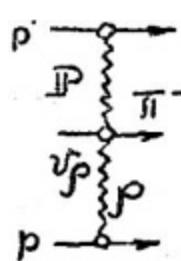
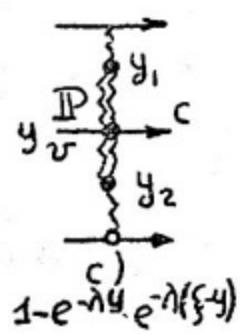
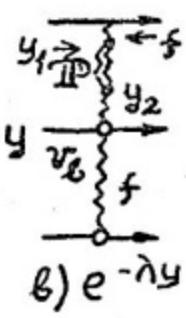
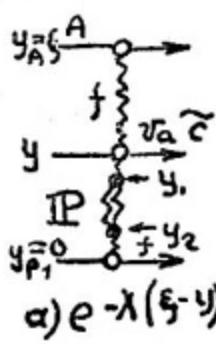
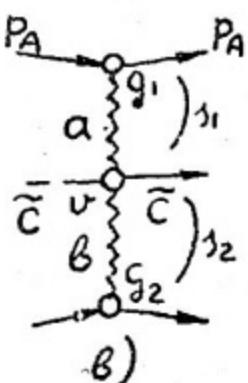


Рис 1.19

Рис 1.21

Рис 1.16

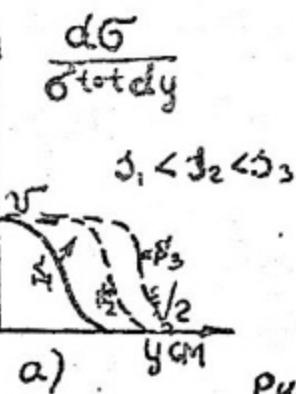
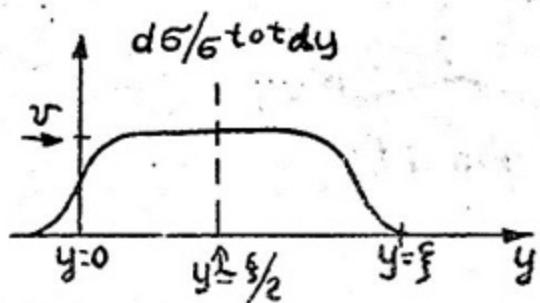
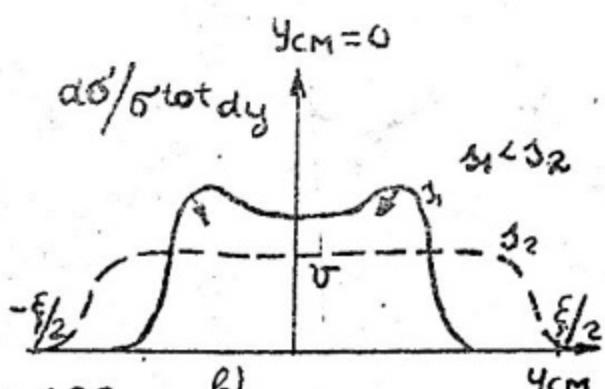
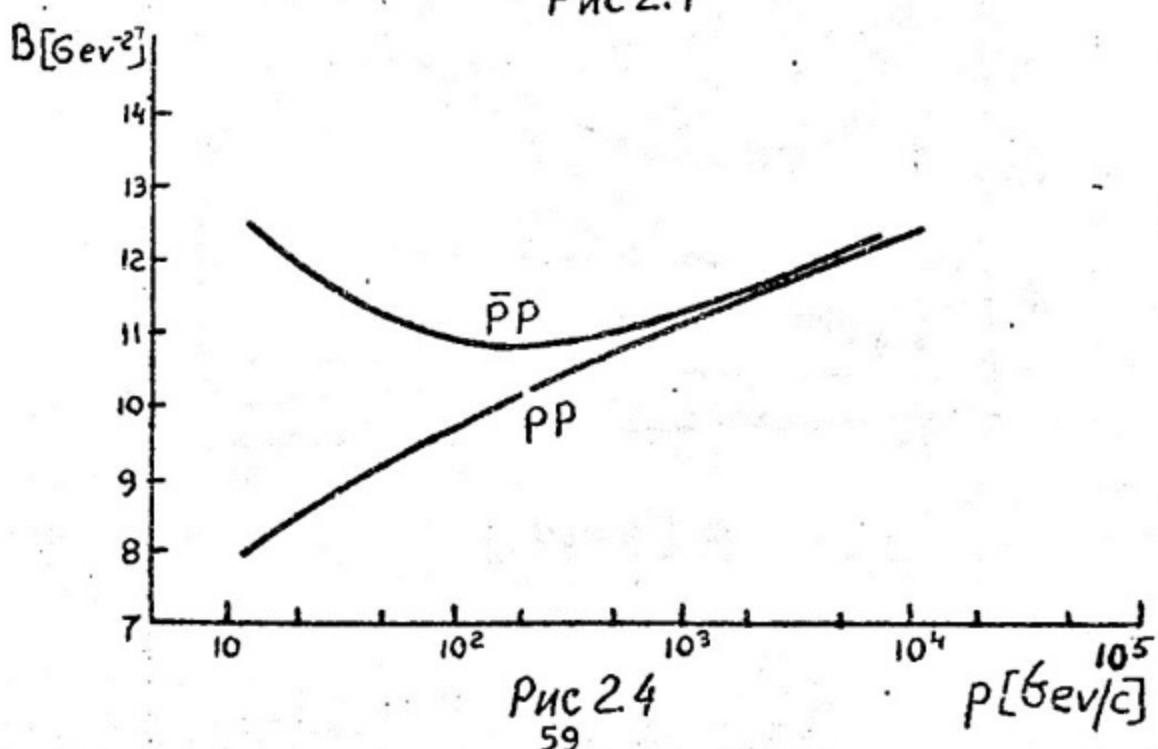
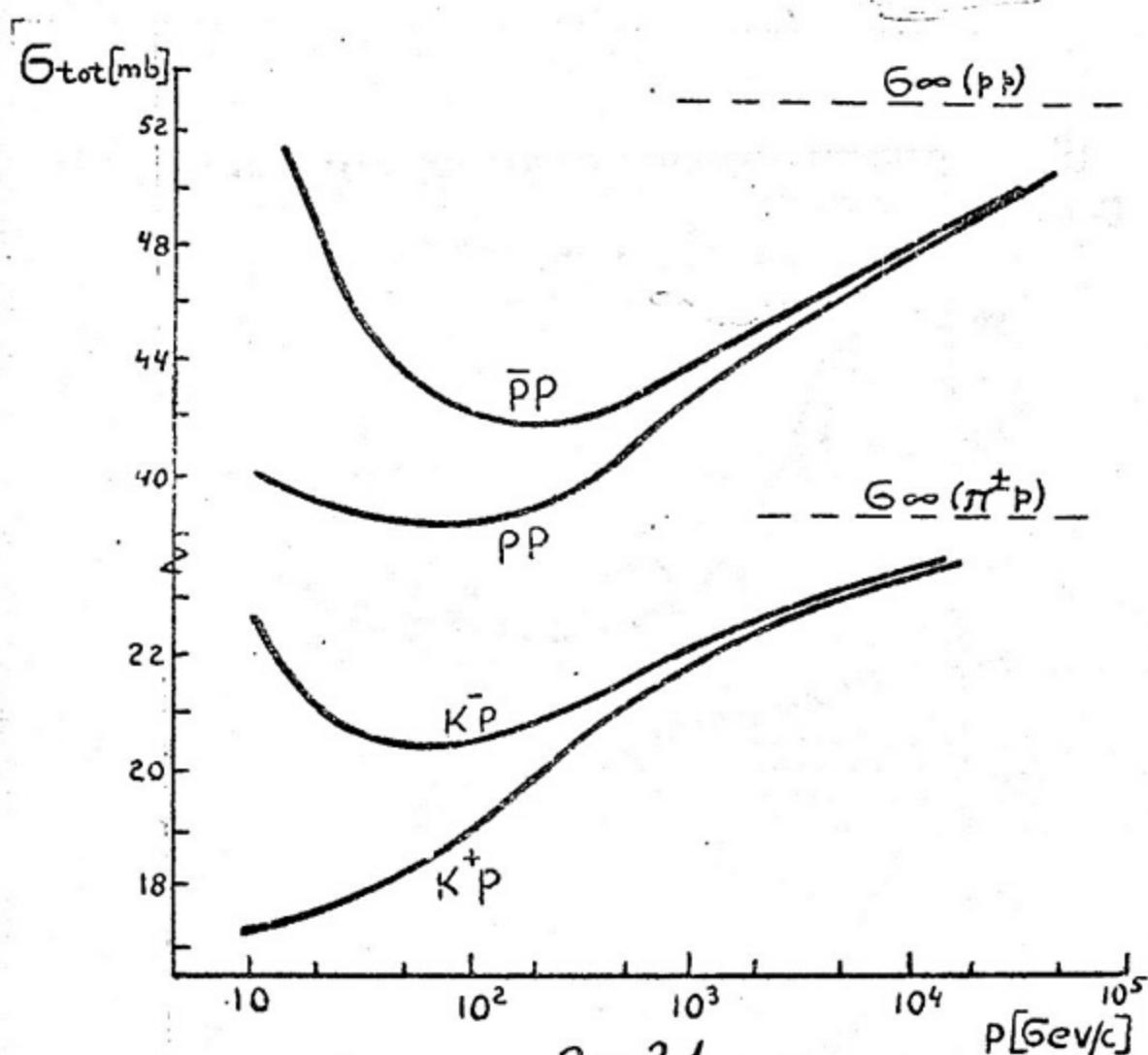
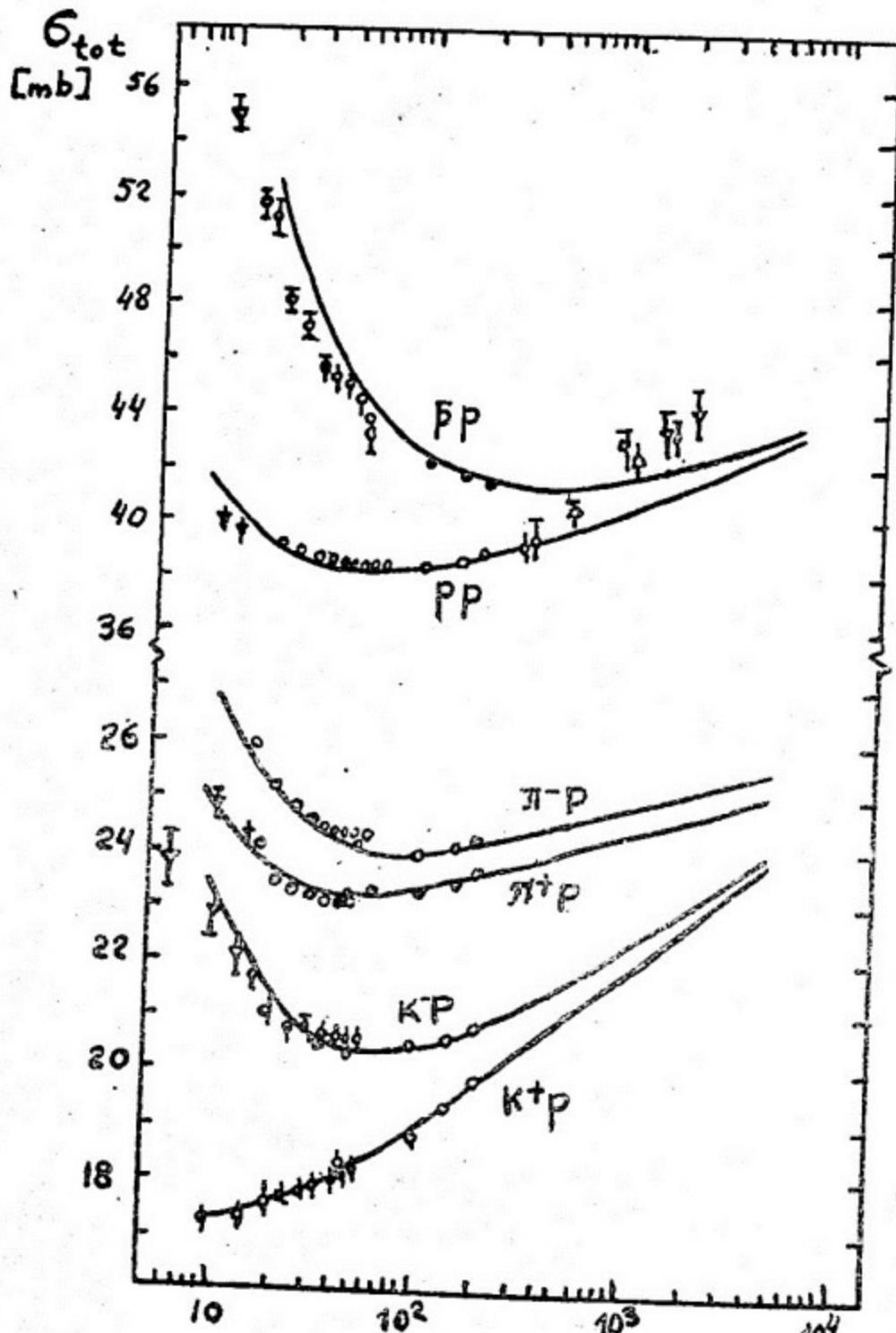


Рис 1.20







$P$  [GeV/c]

Рис 2.2

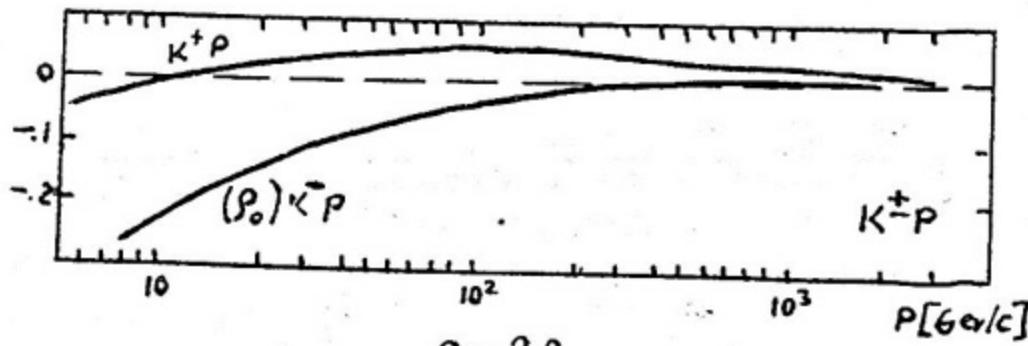
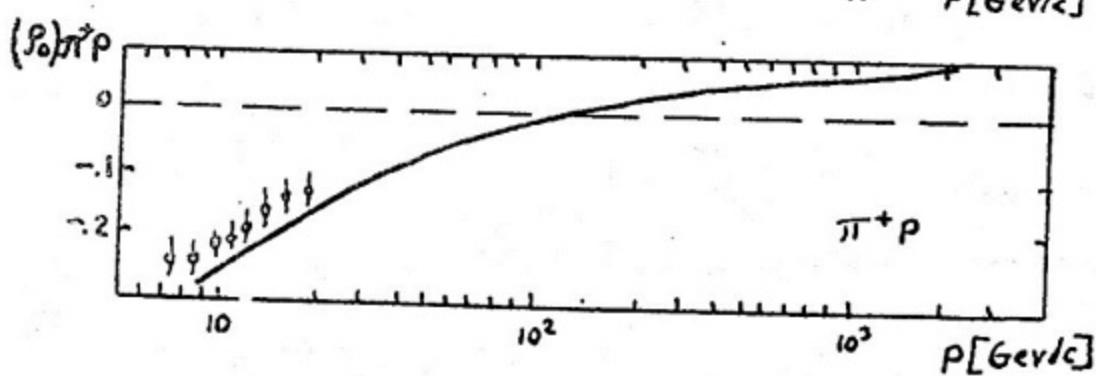
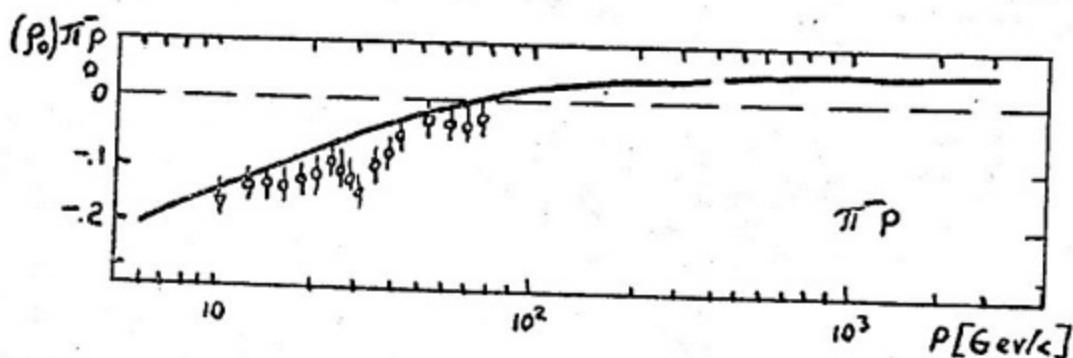
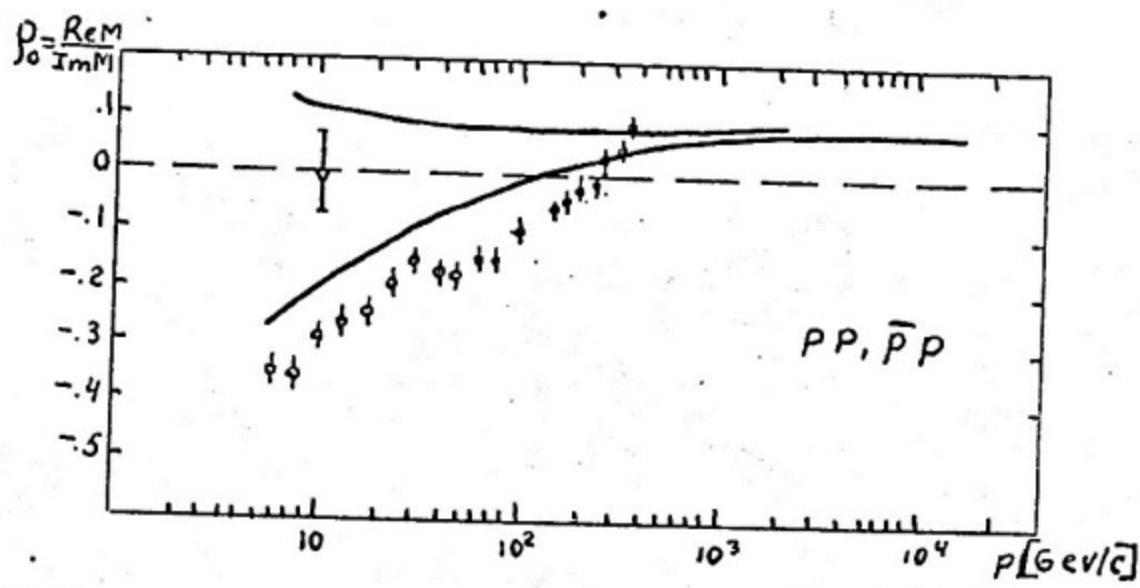


Рис.2.3

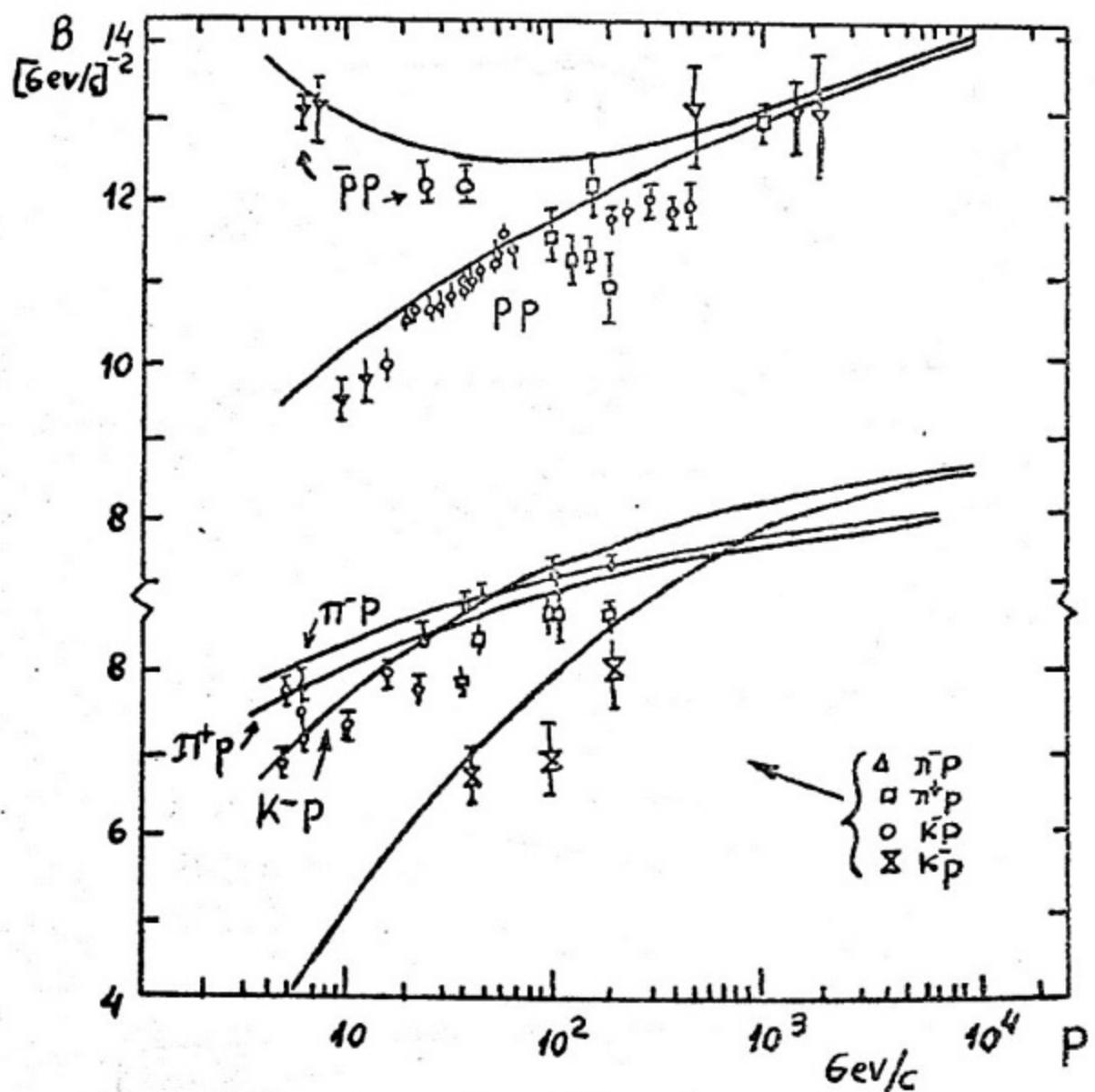


Рис 2.5

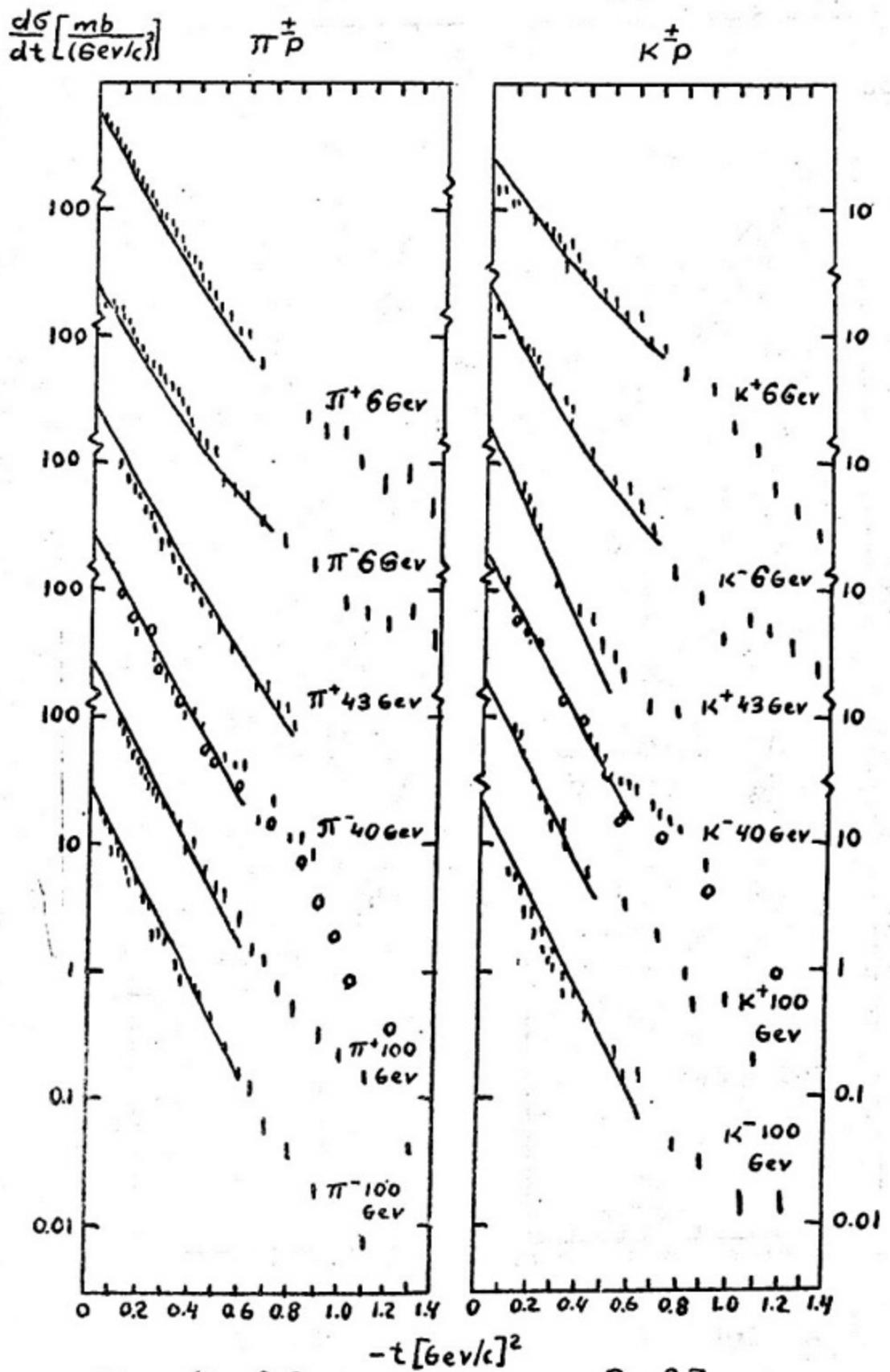


Рис 2.6

Рис 2.7

$$\frac{dG}{dt} \left[ \frac{\text{mb}}{(\text{GeV}/c)^2} \right]$$

$p p$

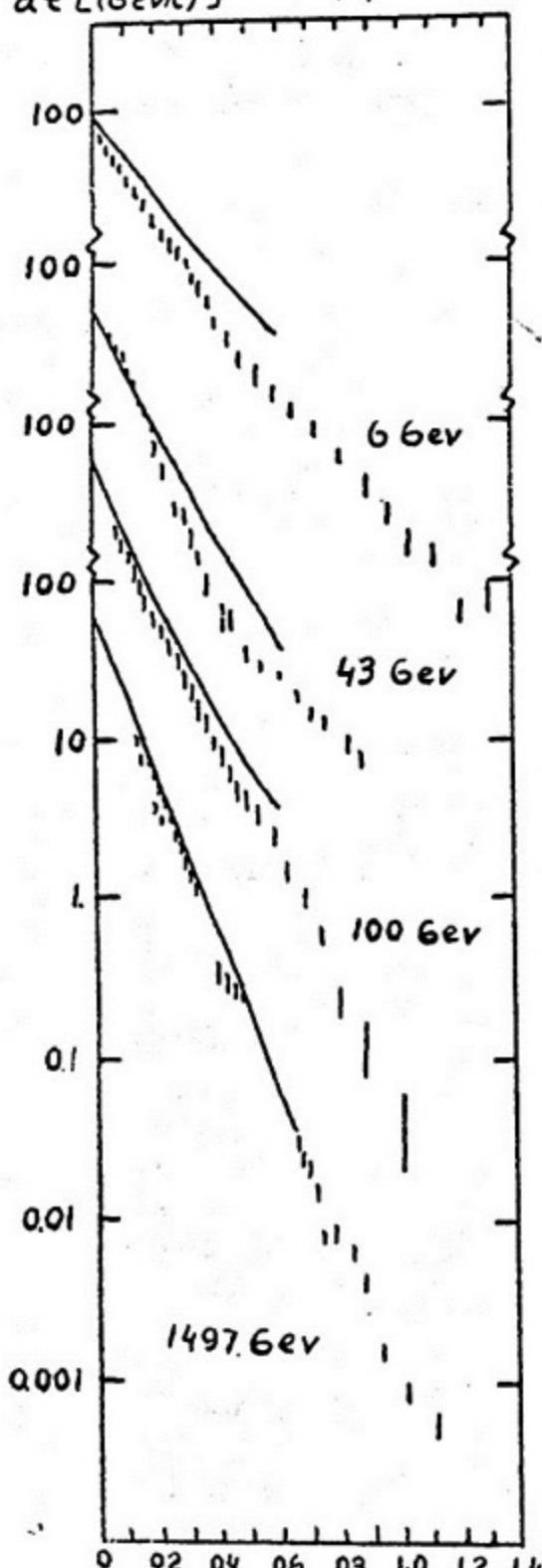


Рис 2.8

$\bar{p}p$

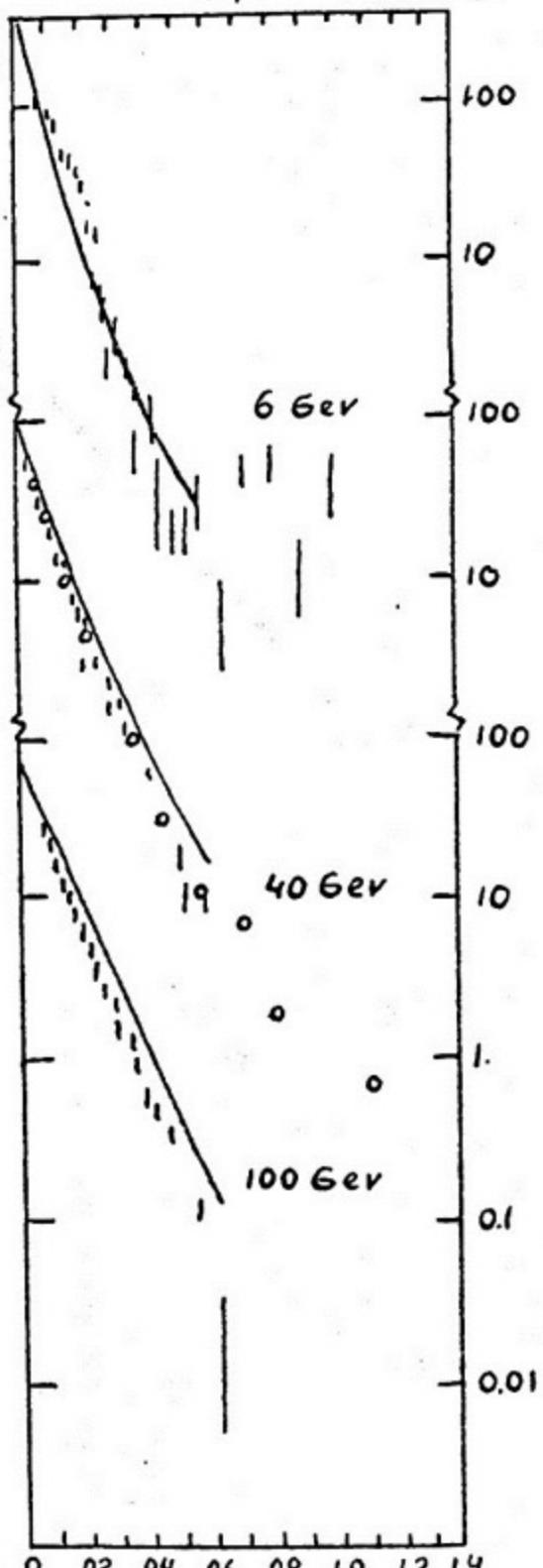


Рис 2.9

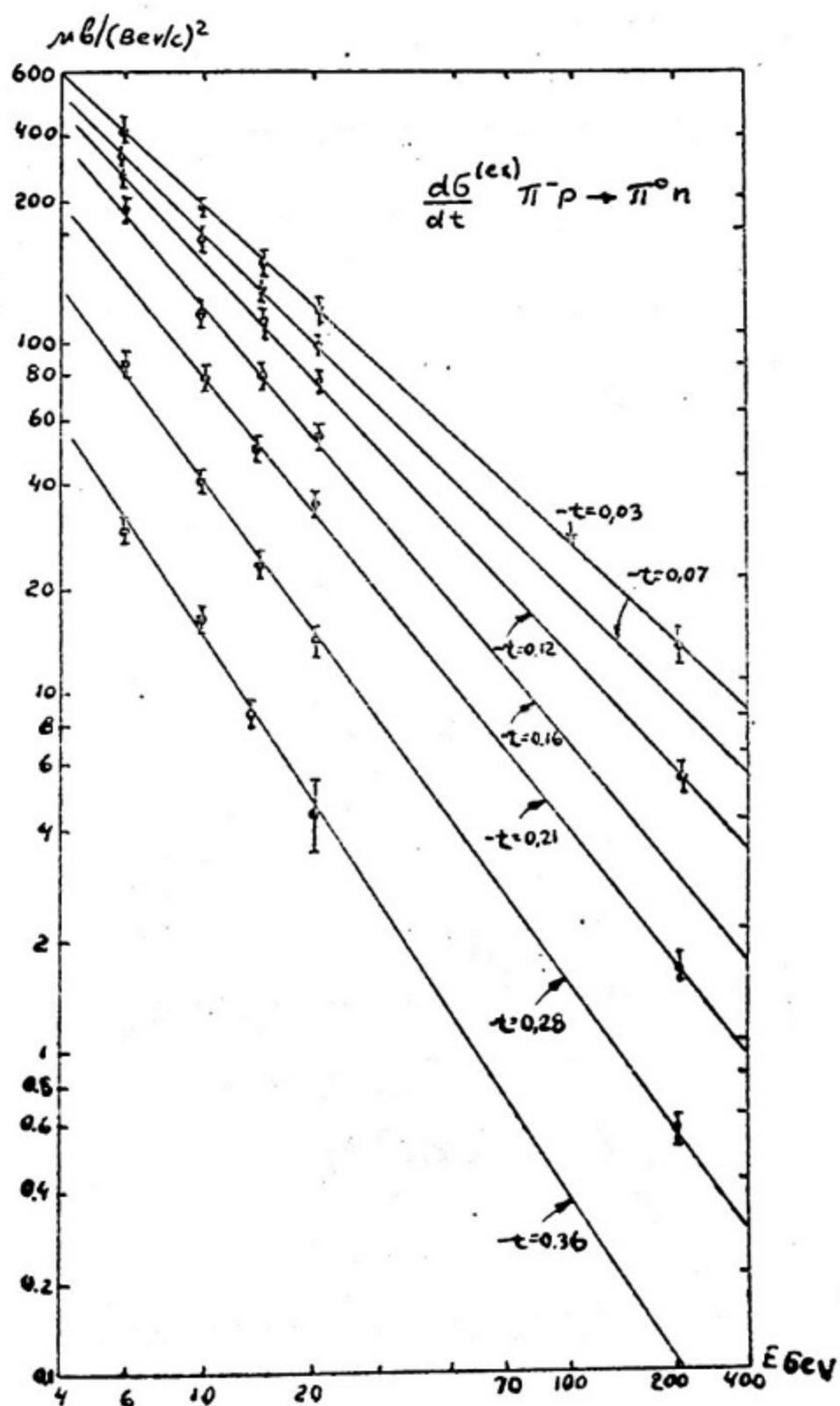


Рис 2.10 а).

(BARNES e.a)

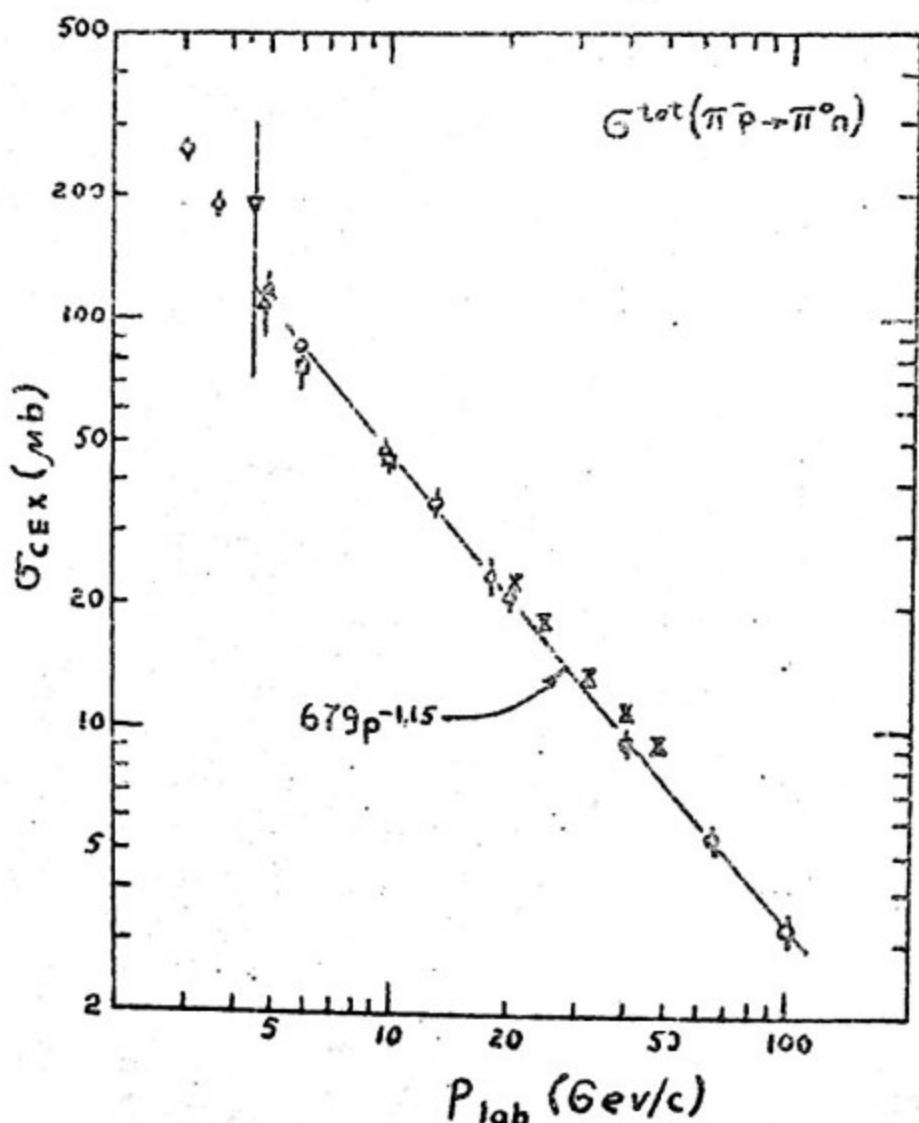


Рис 2.10 8).

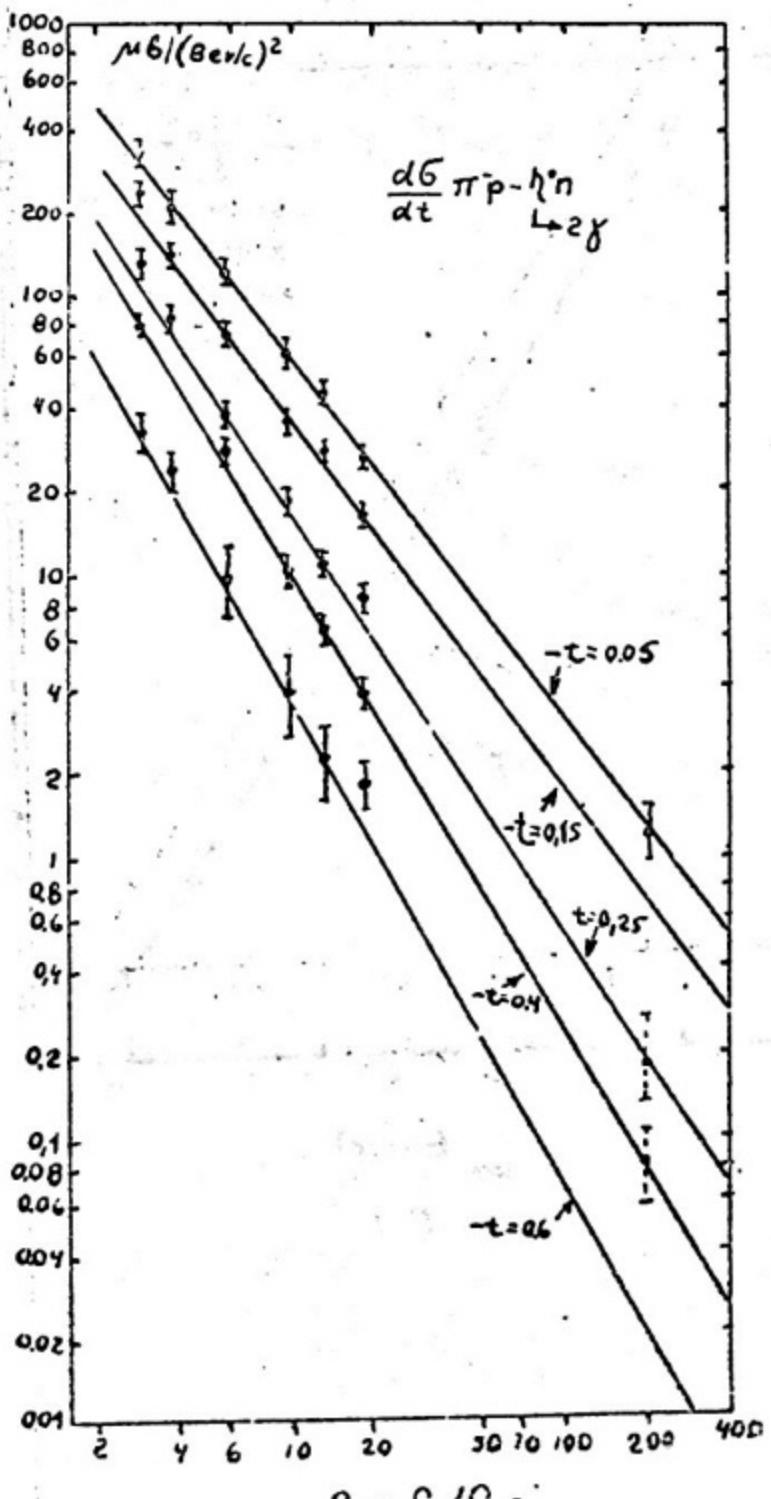
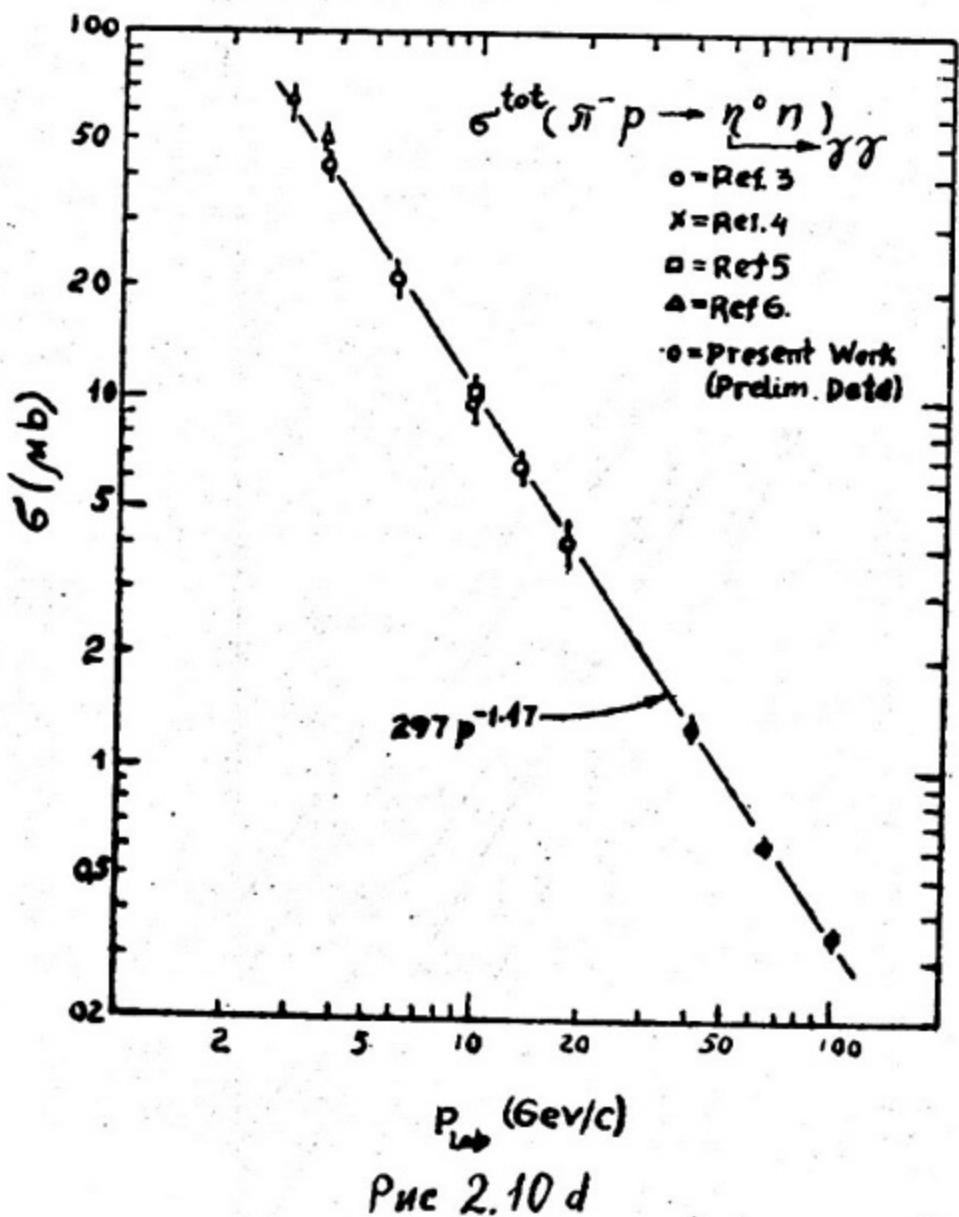
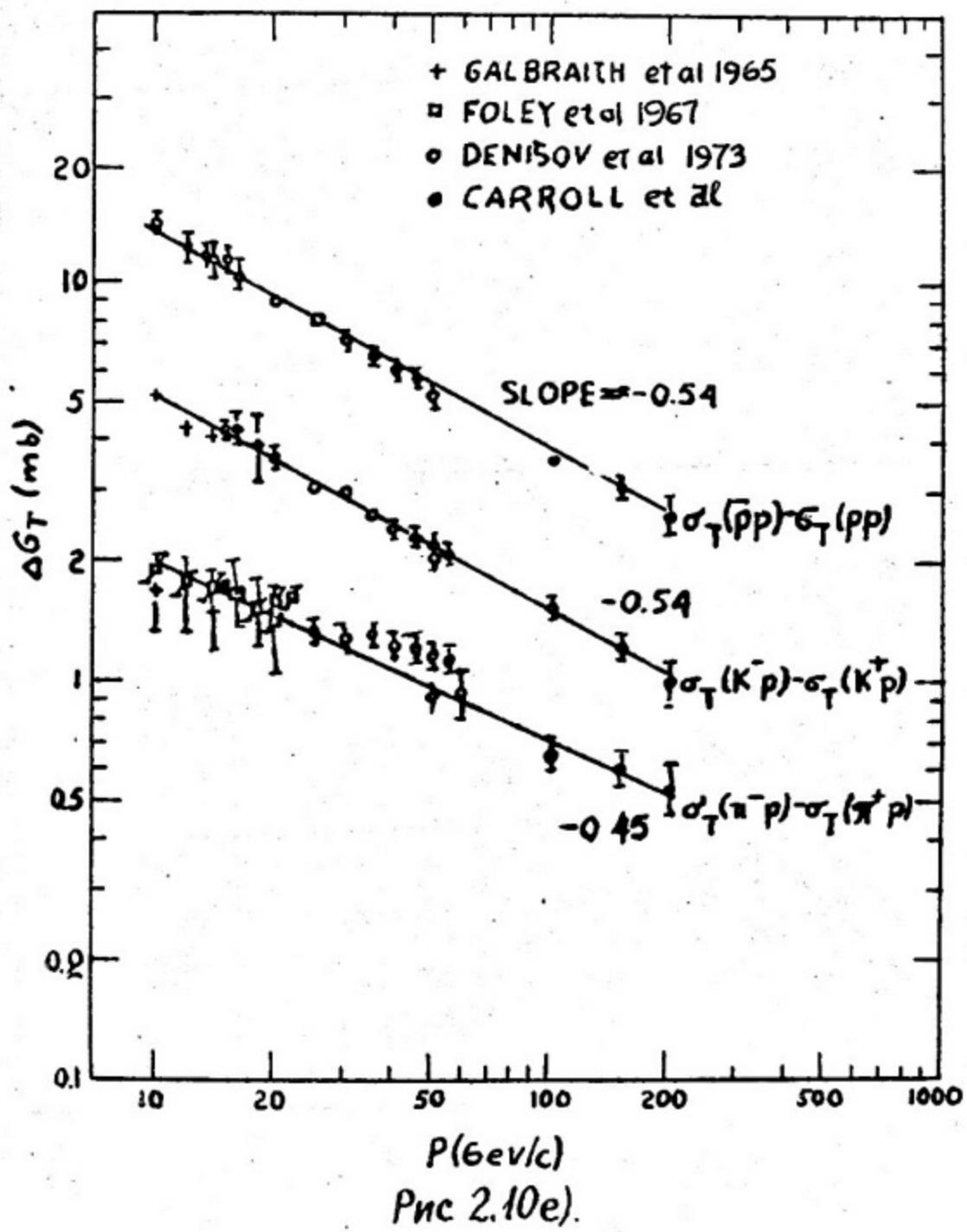


Рис 2.10 с

( DAHL e. a.)





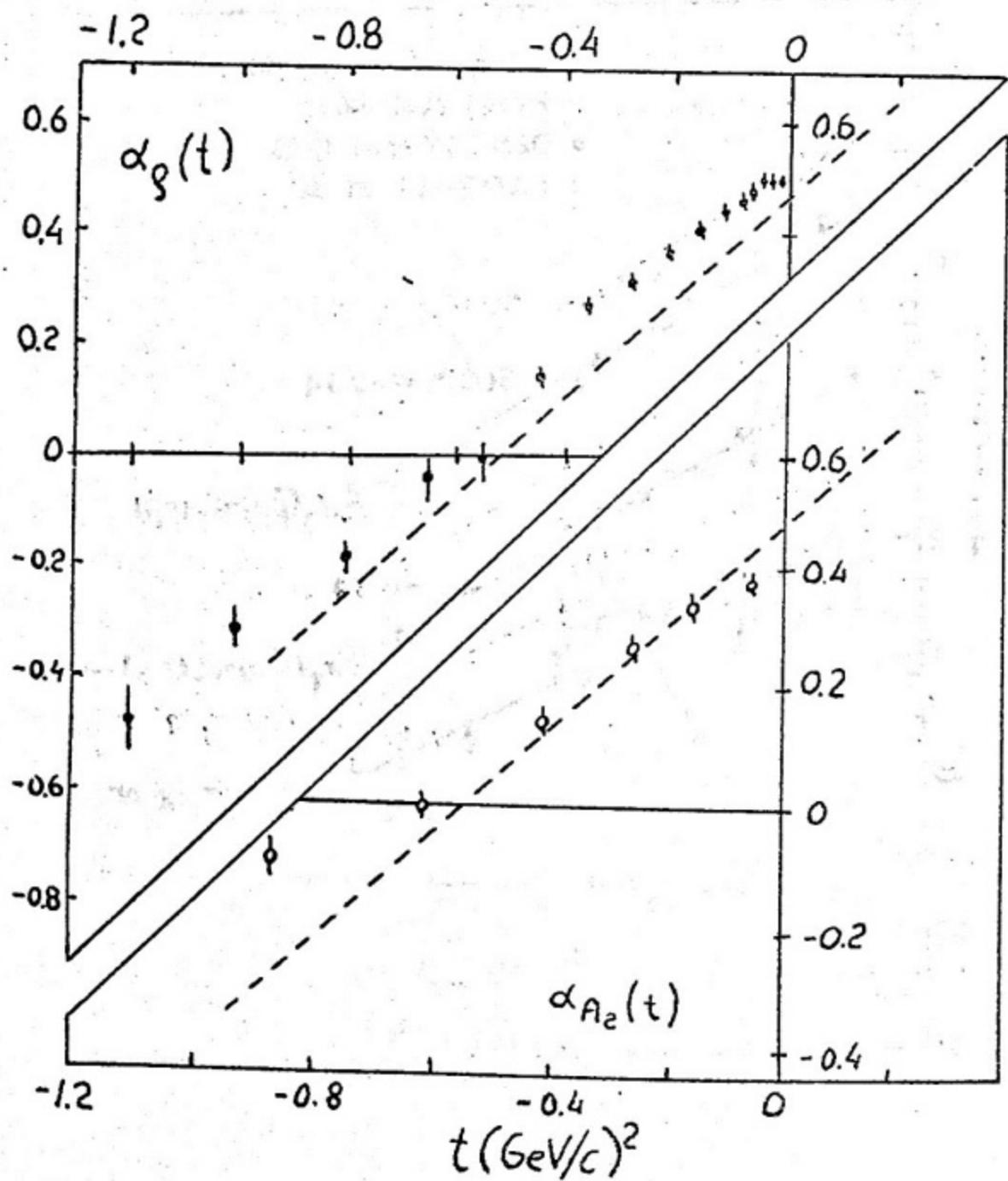
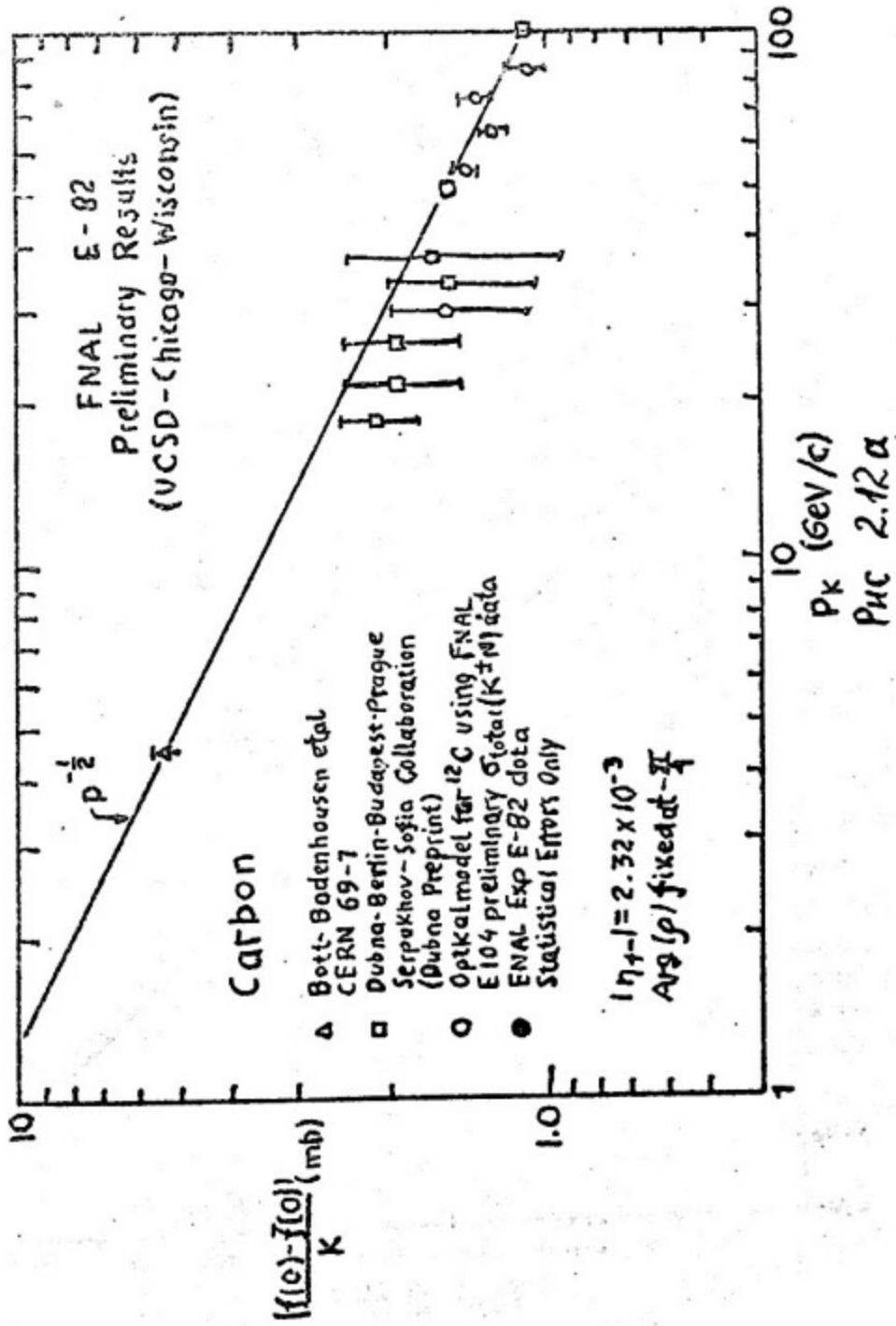


Рис 2.11



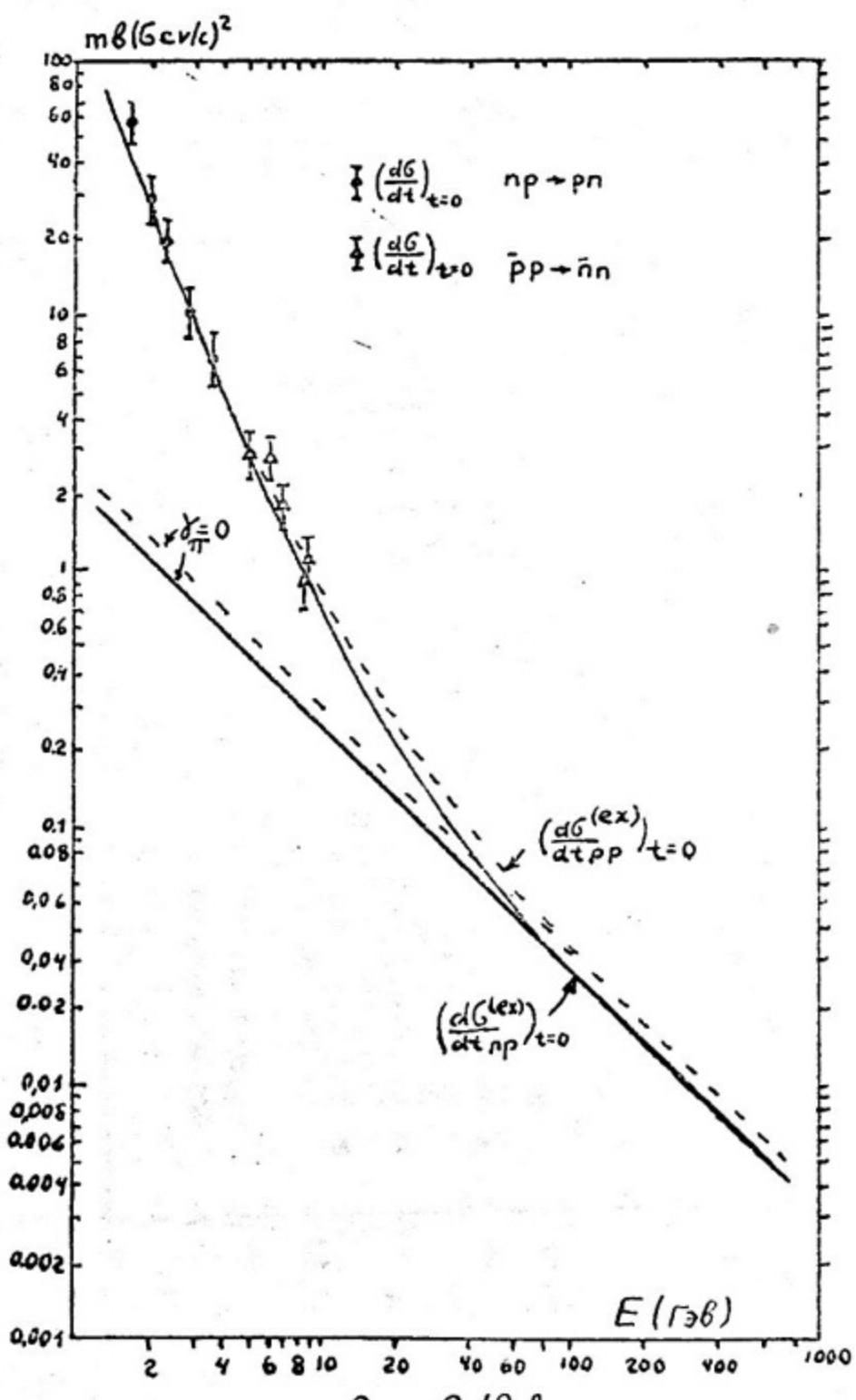


Рис 2.128

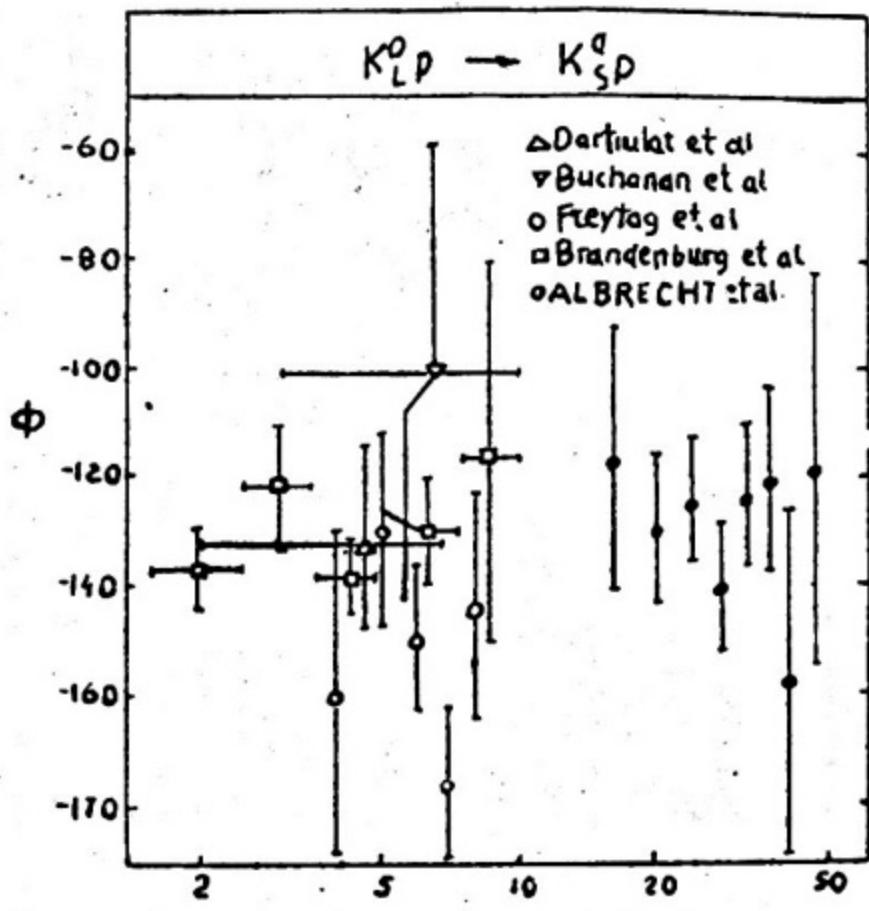


Рис 2.13

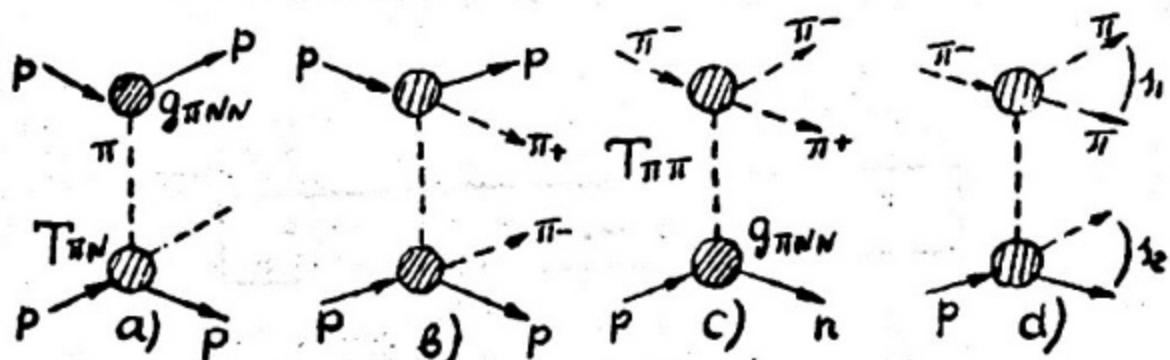


Рис 2.14

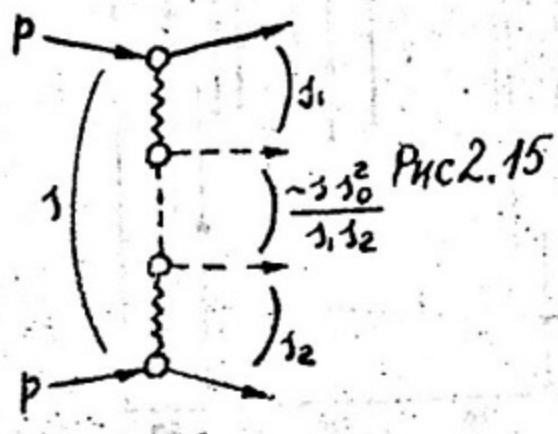
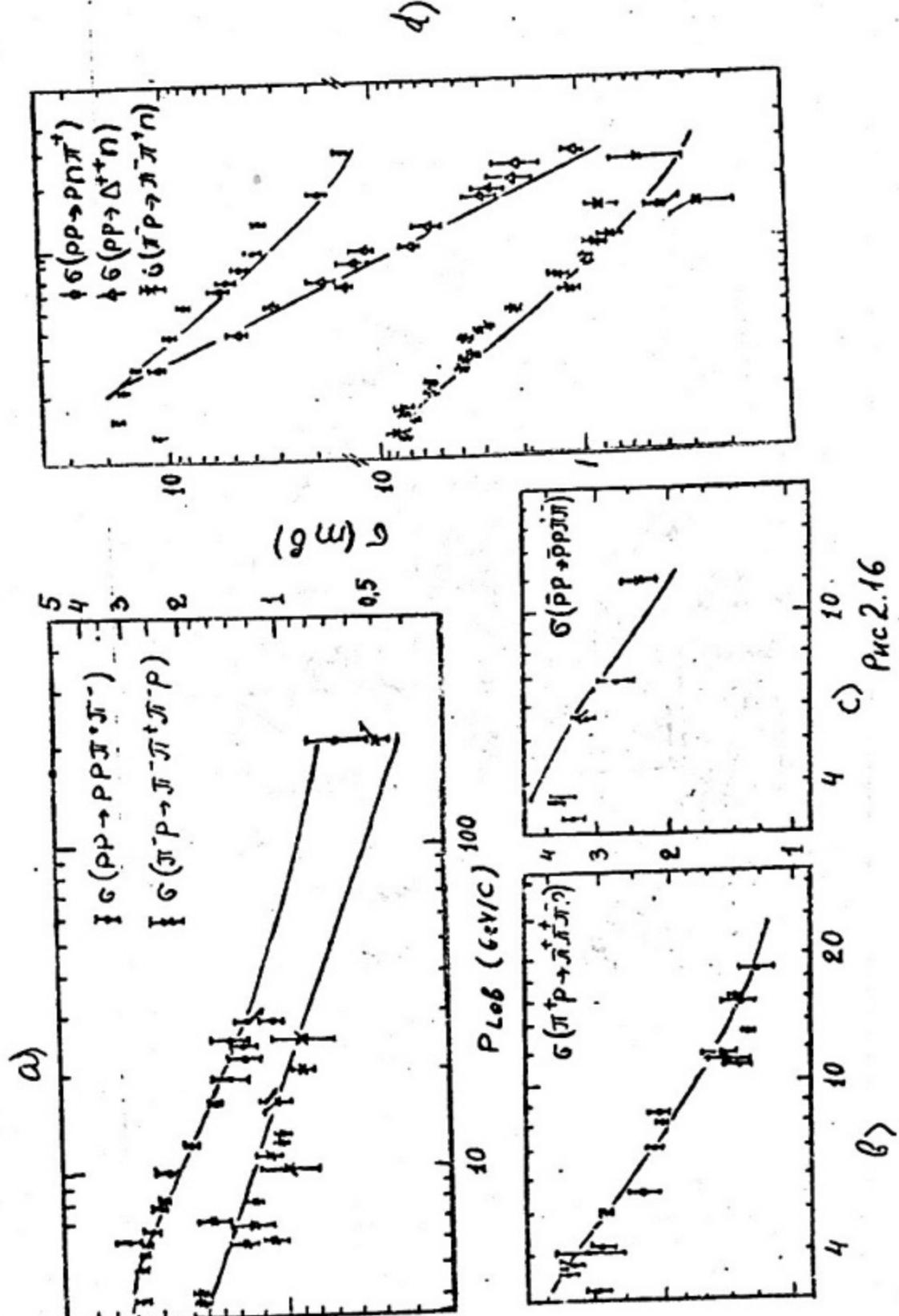


Рис 2.15



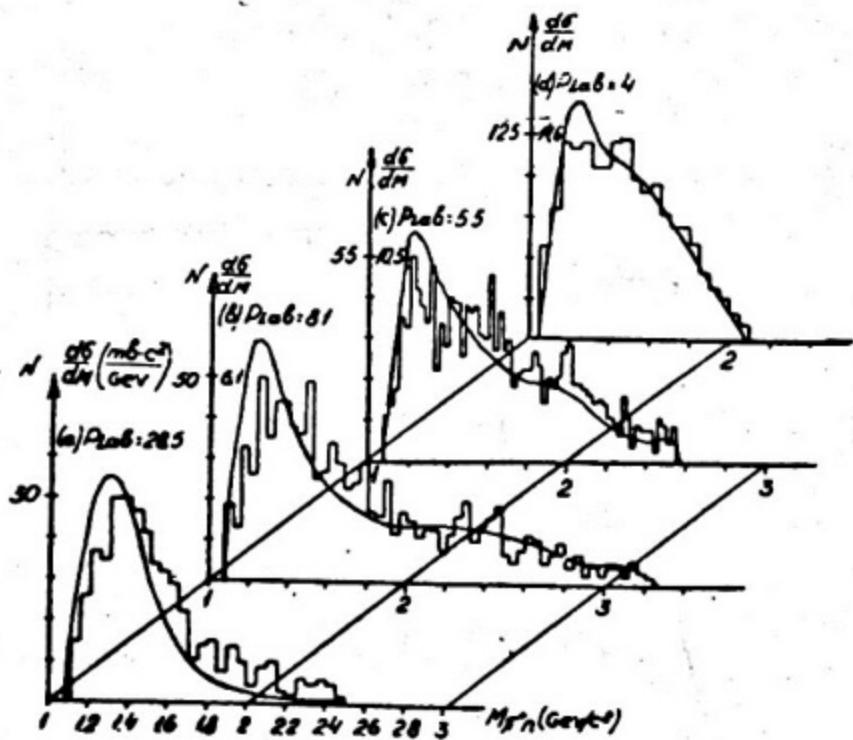
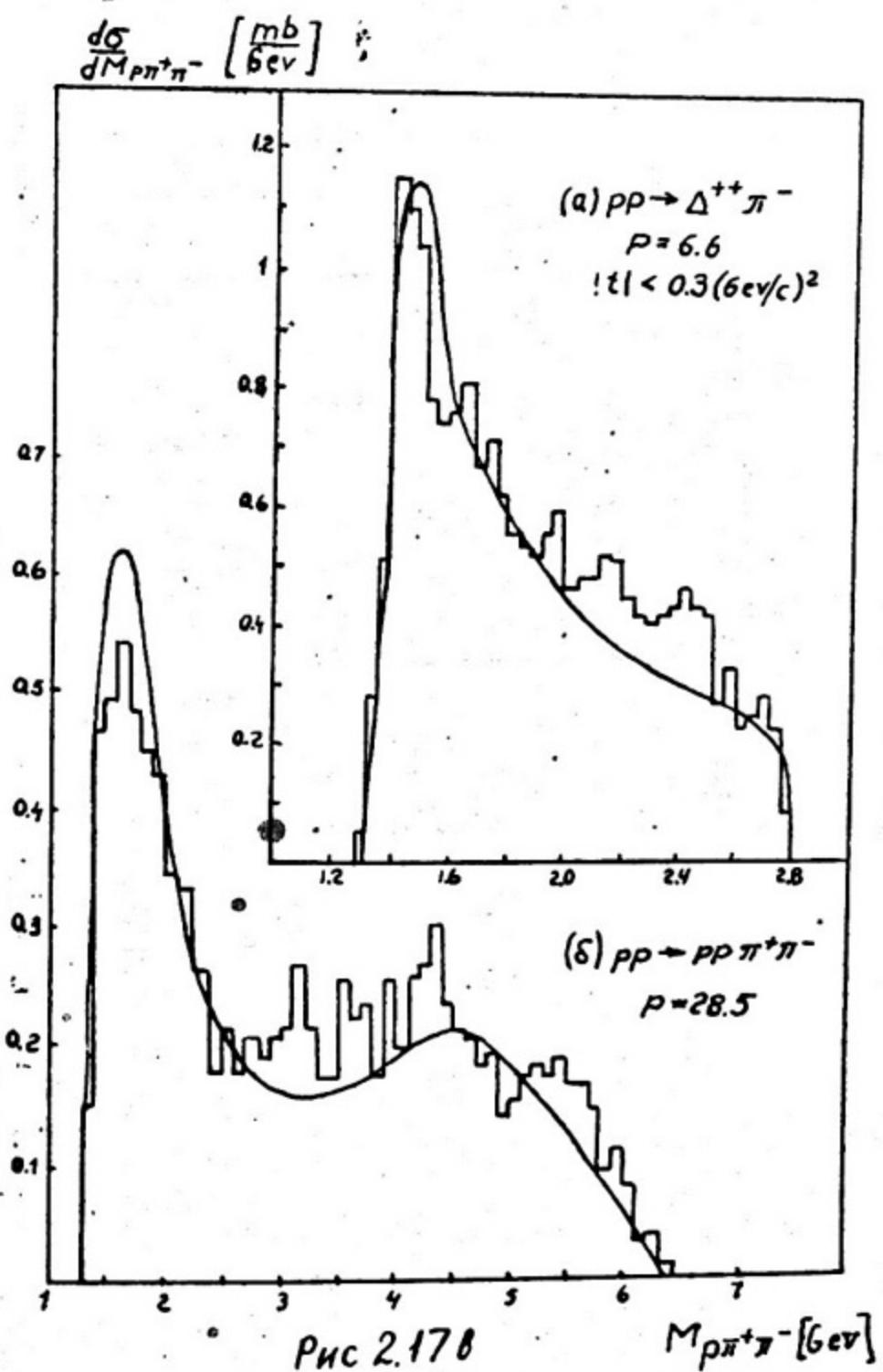


Рис 2.17а



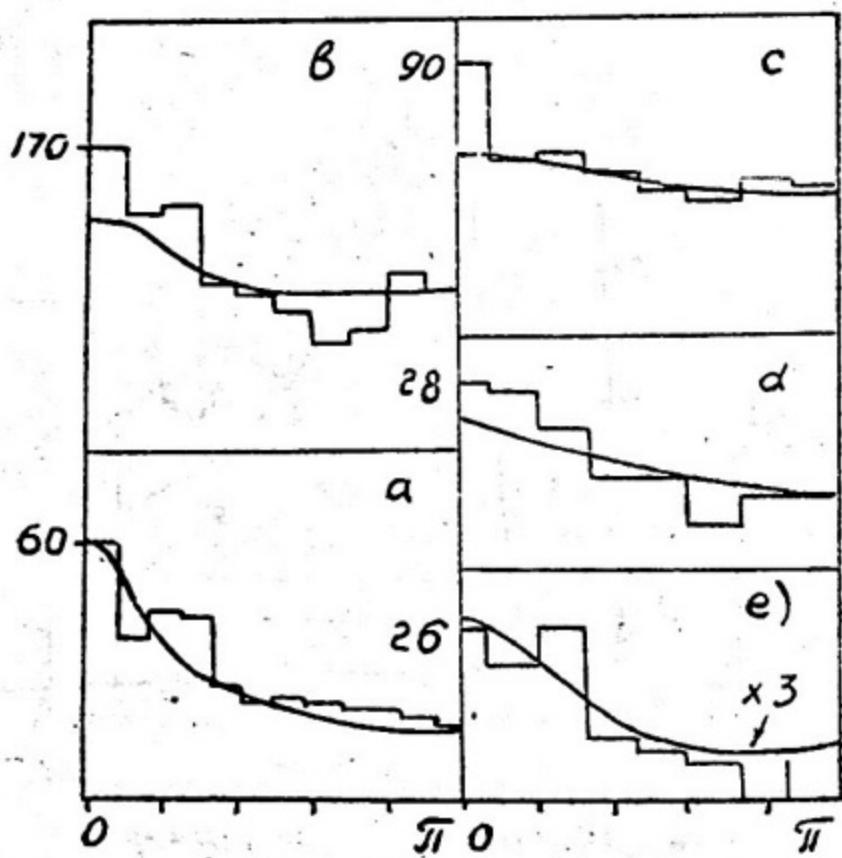


Рис 2.18

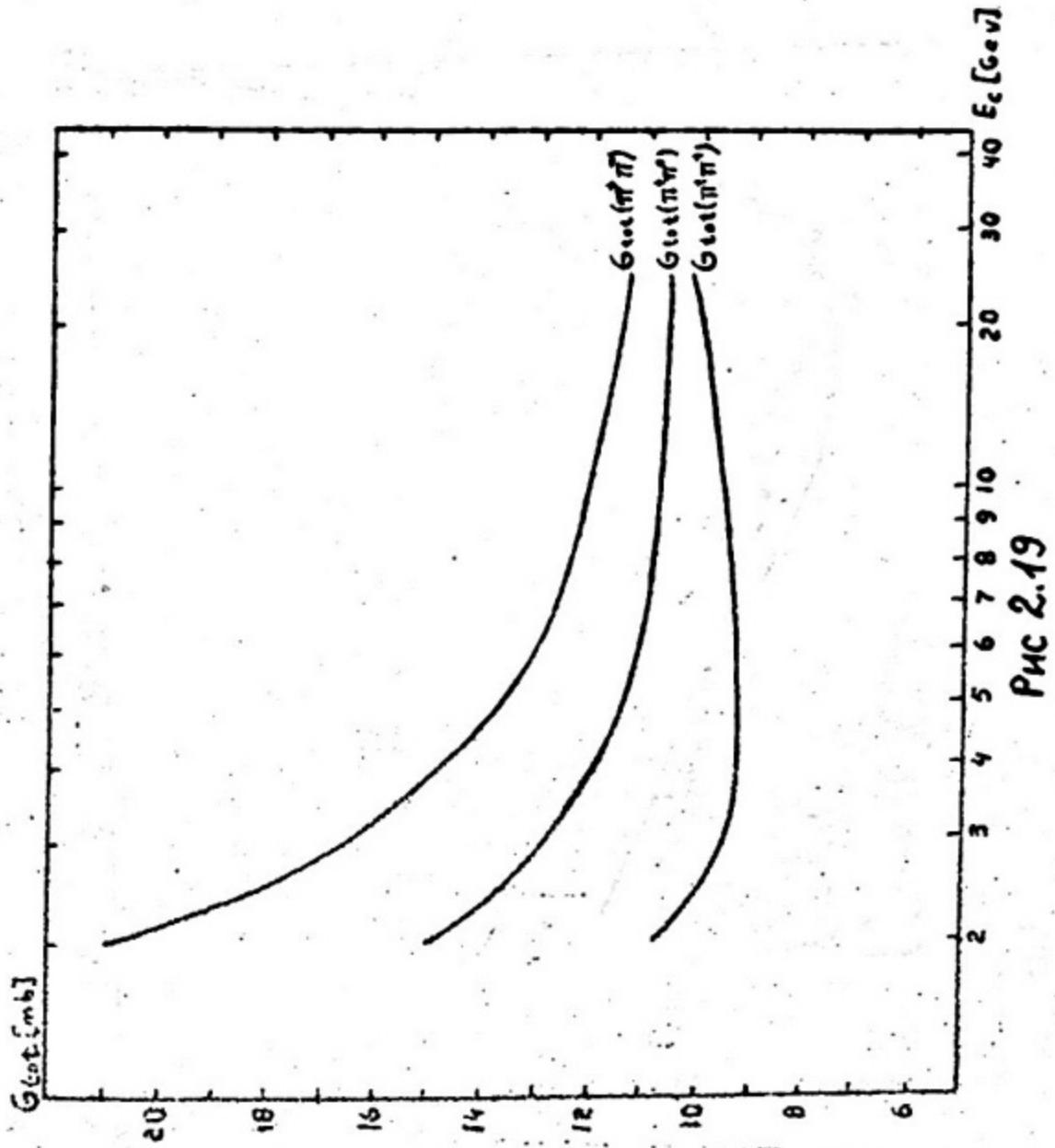
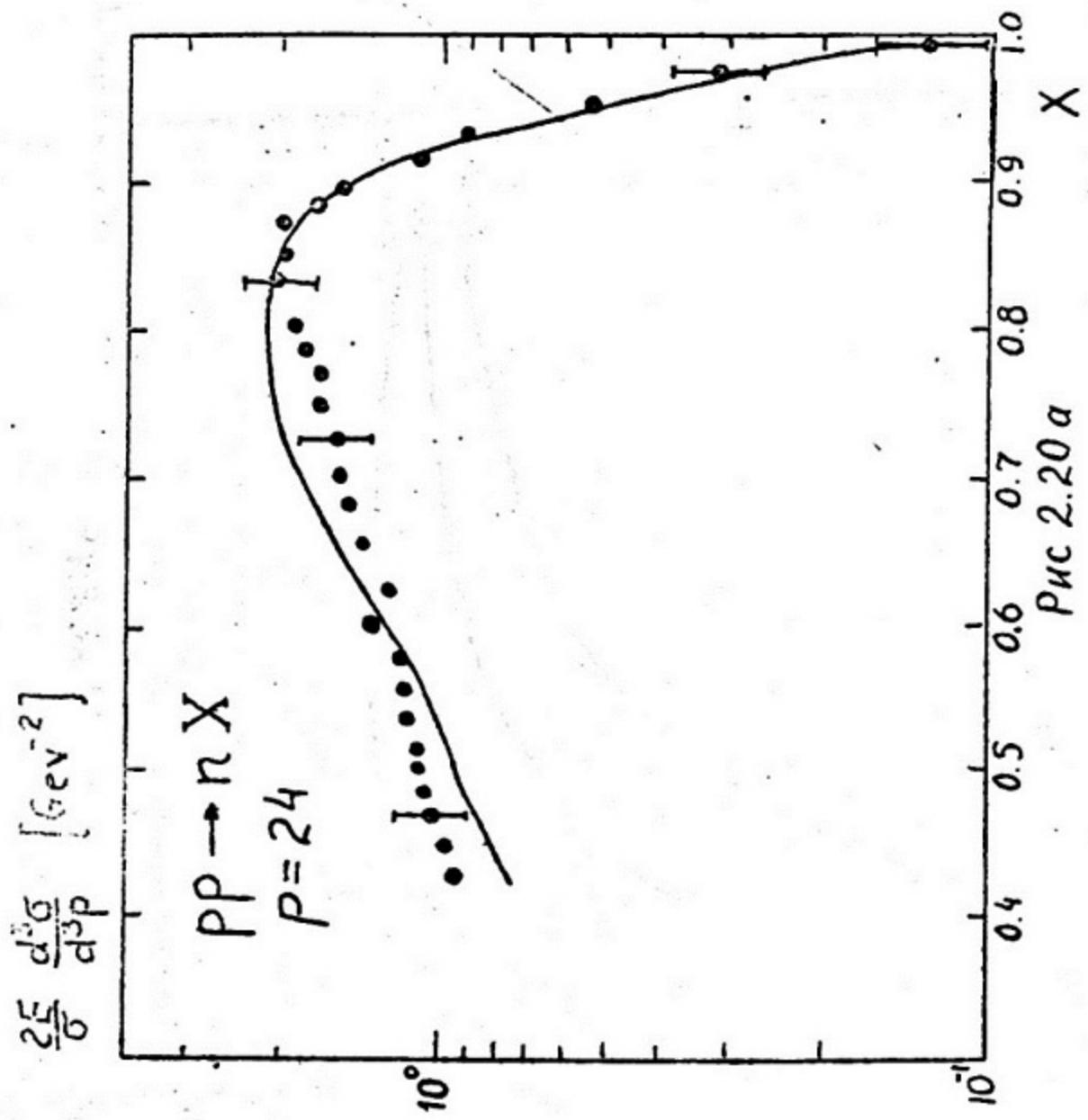


Рис 2.19



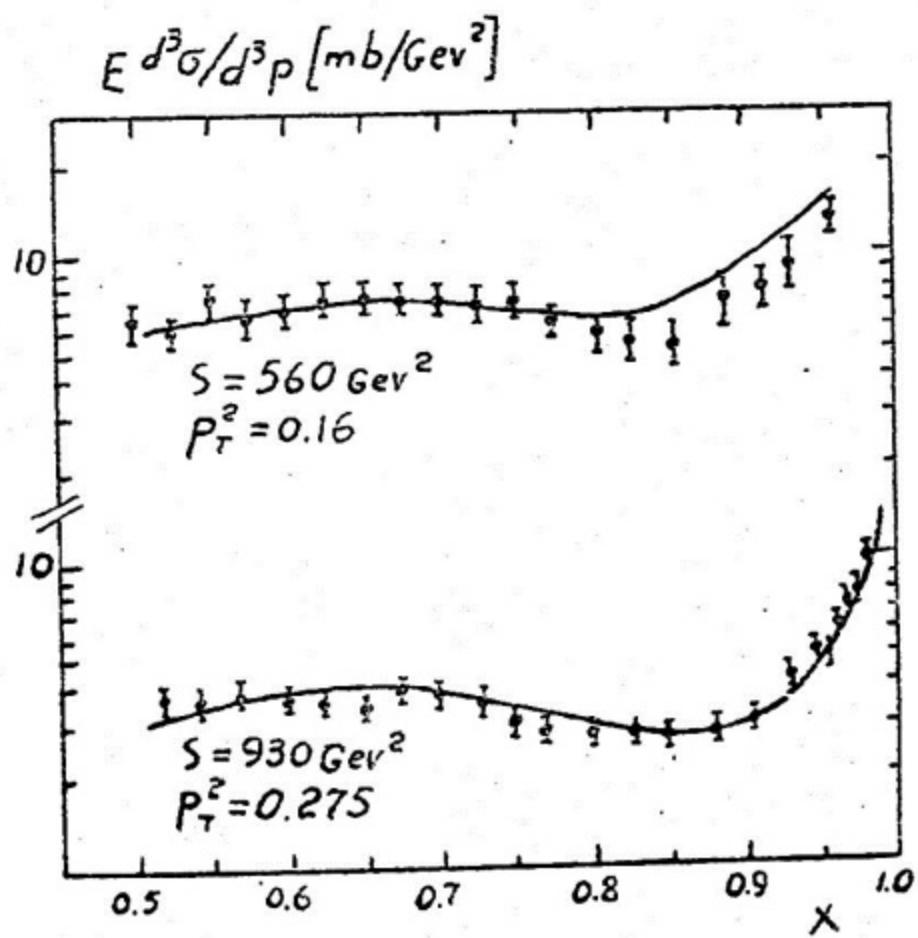


Рис 2.206

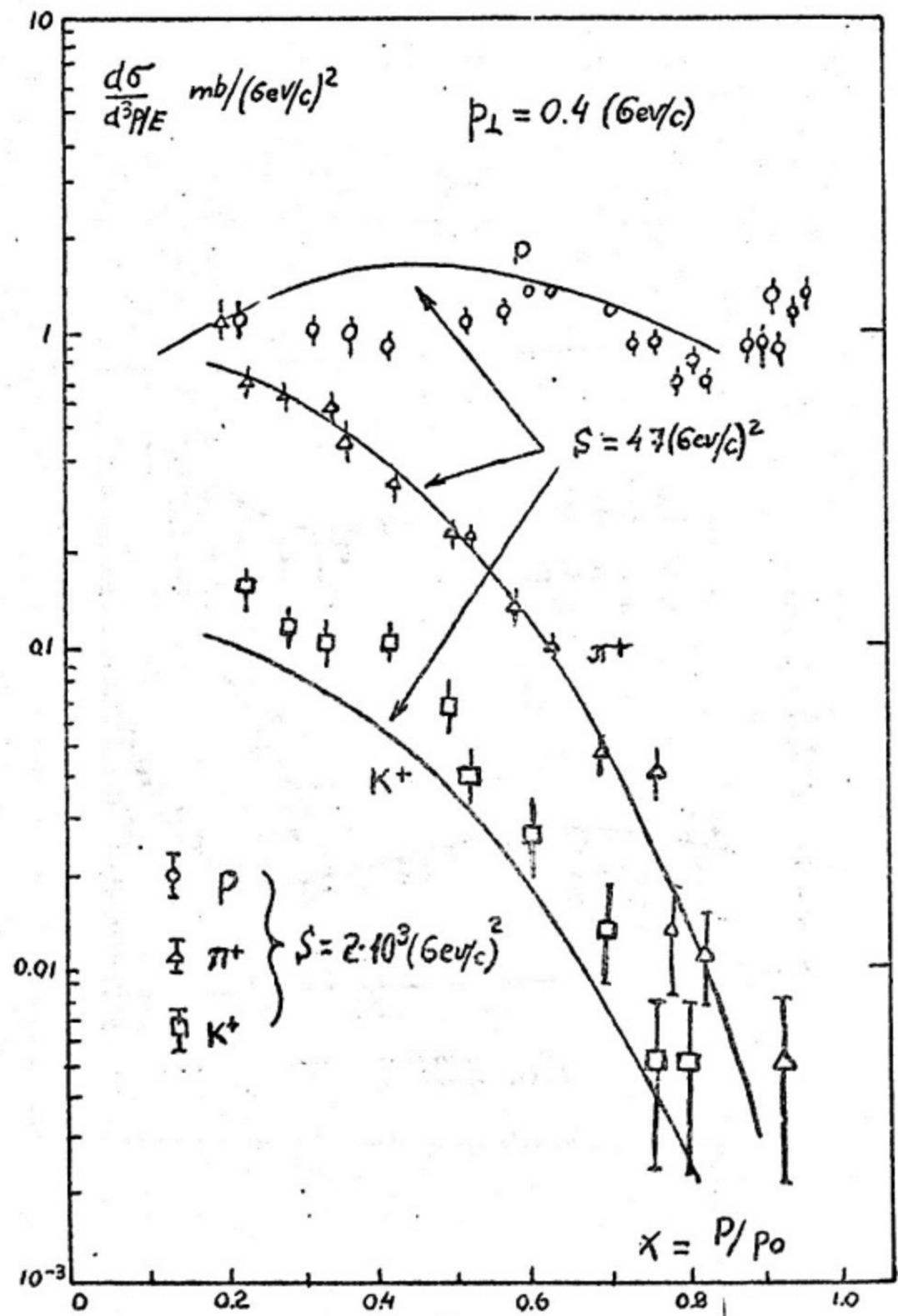


Рис 2.21

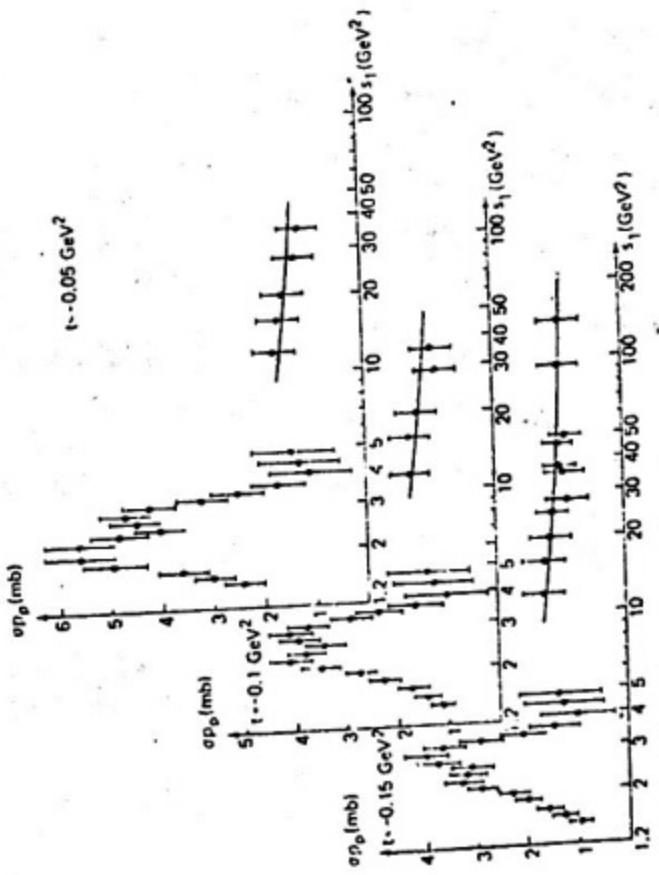


Рис 2.22

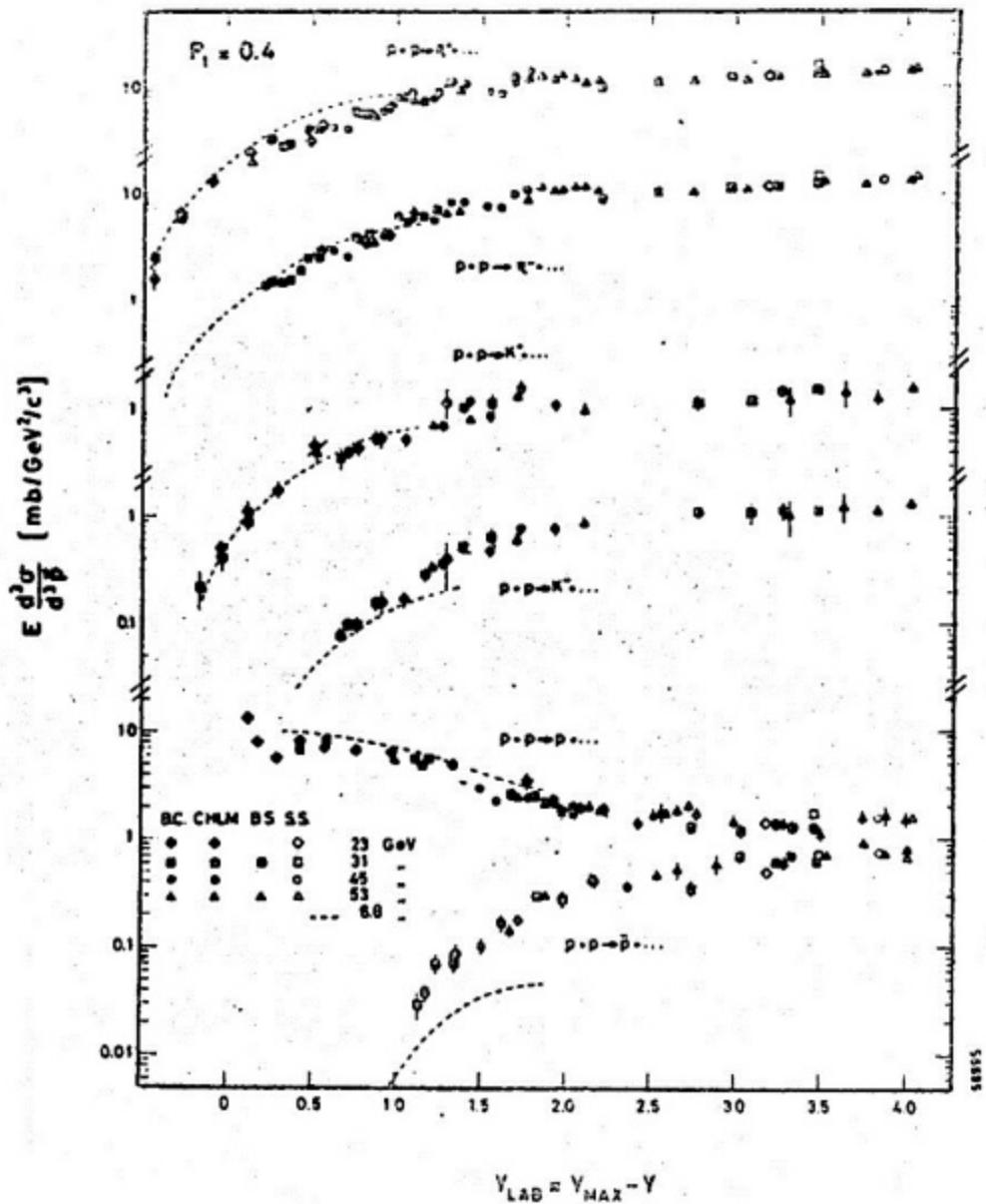
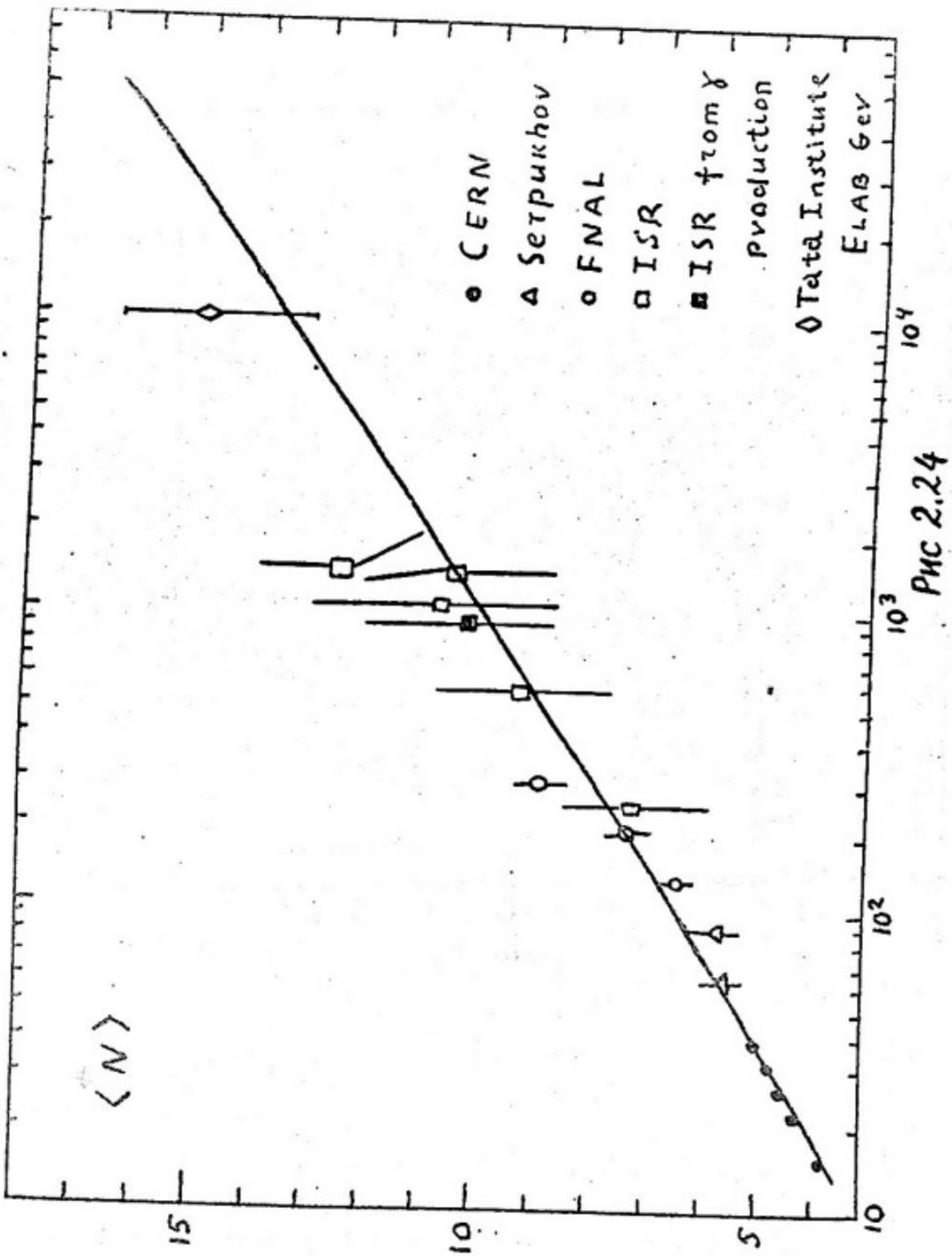
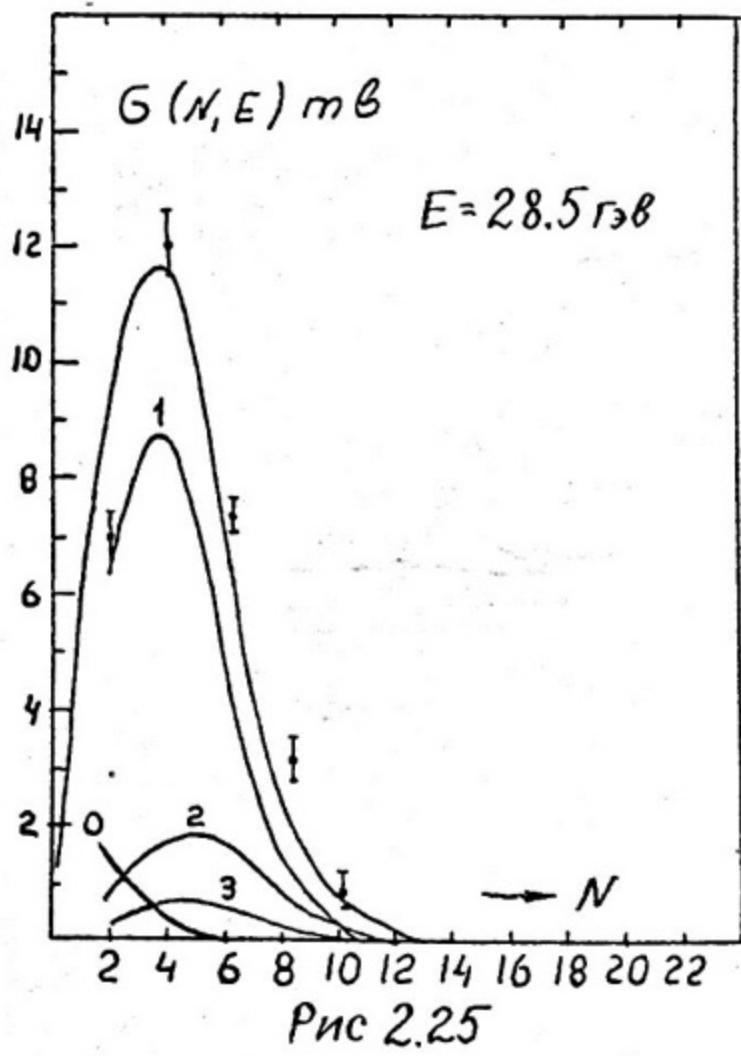
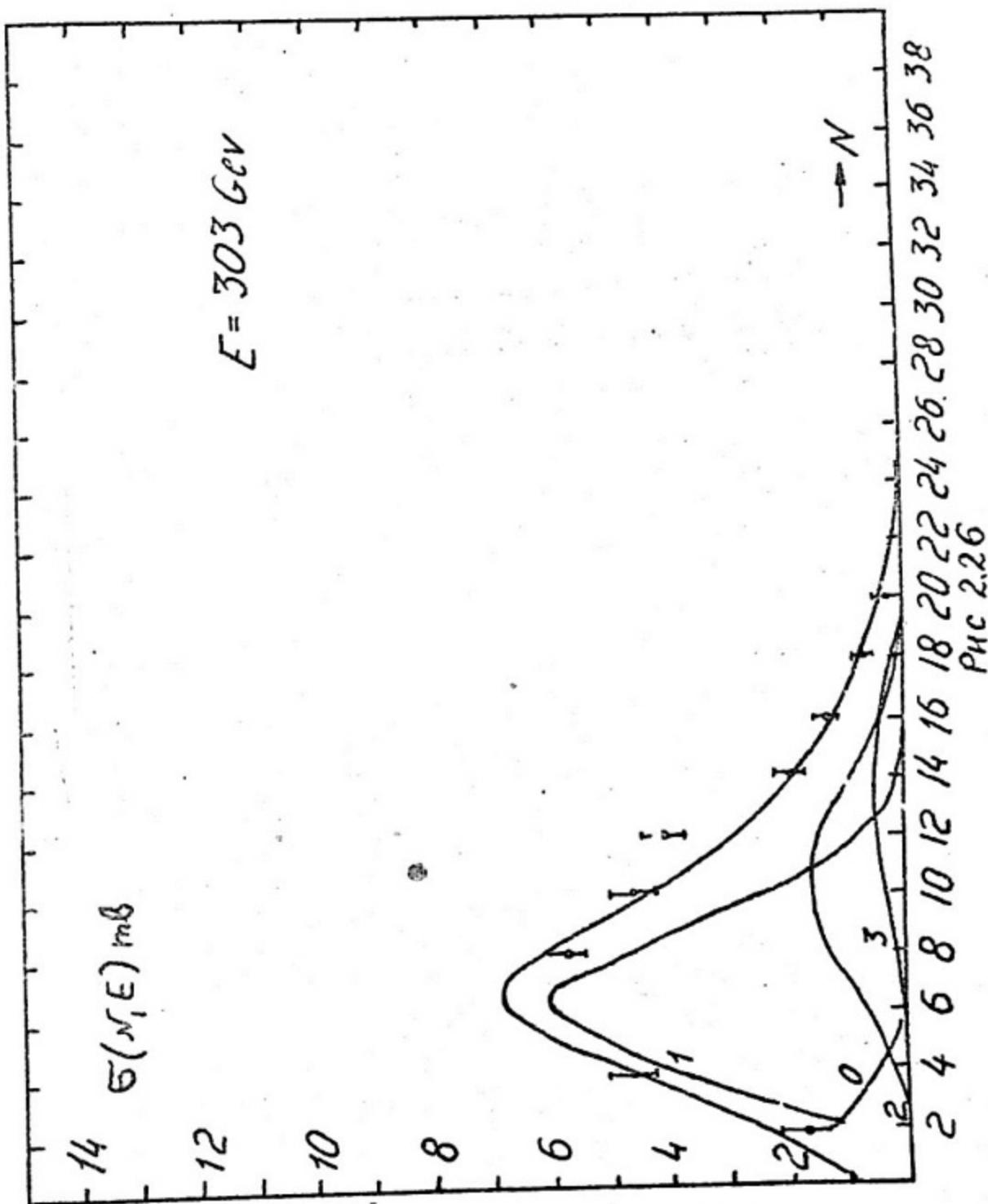
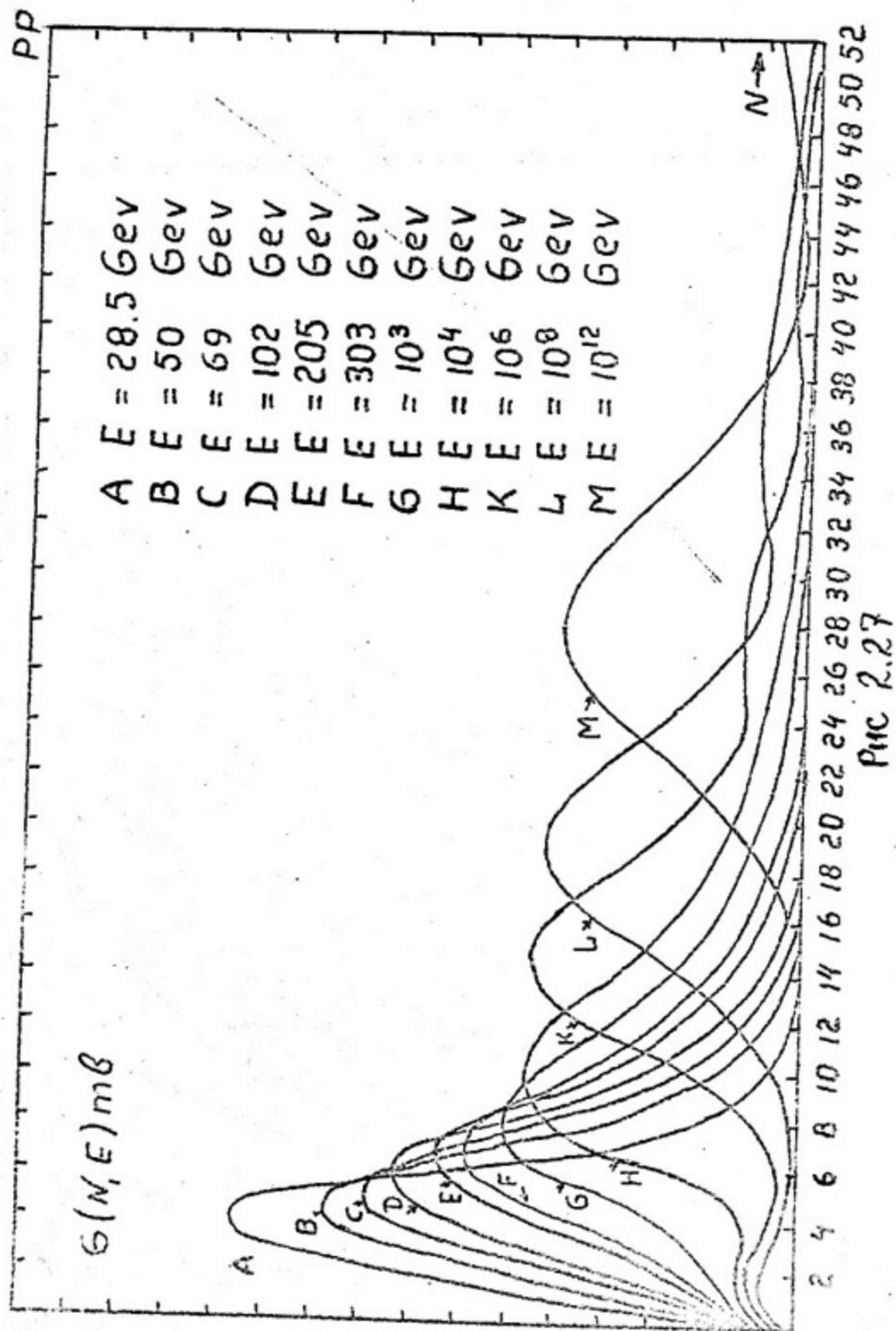


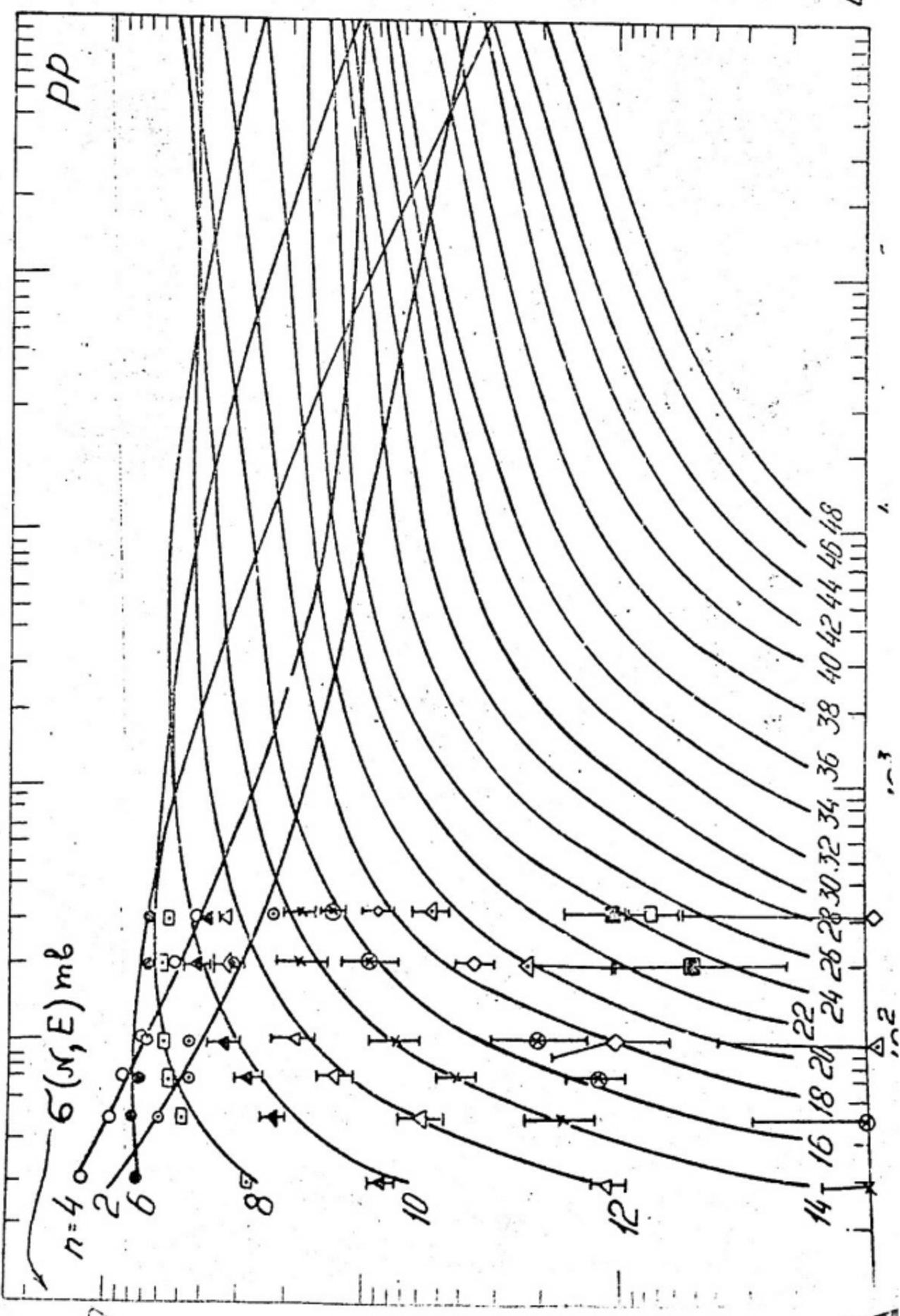
Рис 2.23











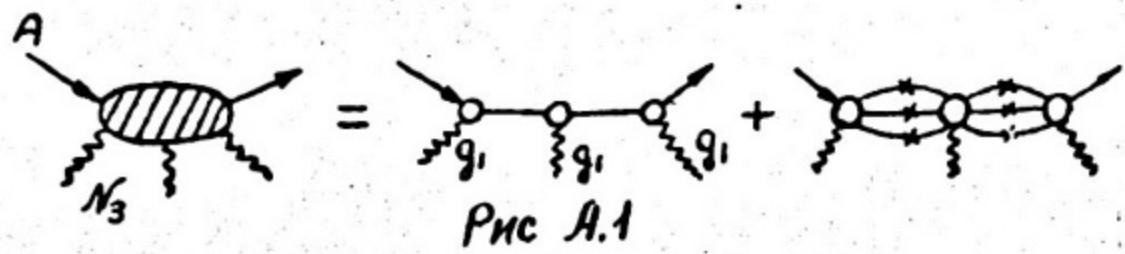
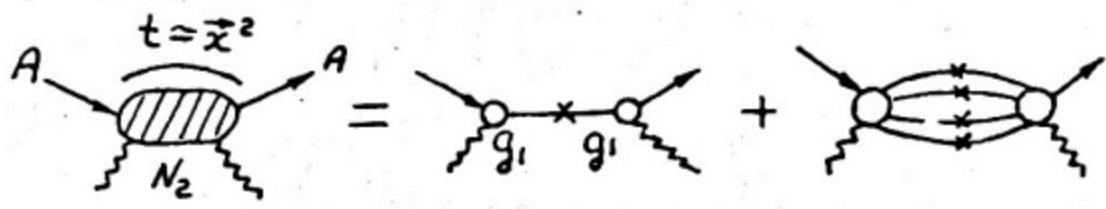


Рис А.1

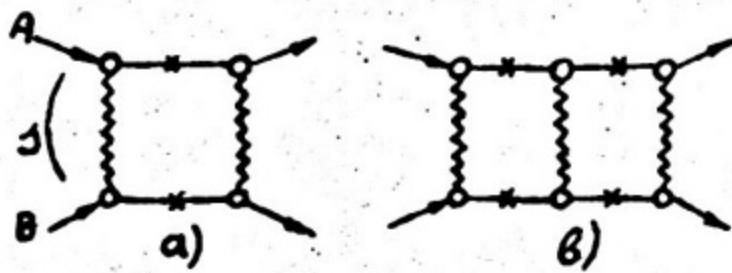


Рис А.2



Л 9II63 Подписано к печати 13/У-75 г. Объем 5,75 п.л.

Заказ 766 Цена 50 коп. Тираж 250

---

Типография МИФИ Каширское шоссе, д. I