

539.1
Б-85

93

МОСКОВСКИЙ
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИЯ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

С. М. Биленский

Всесоюзная школа по
теоретической ядерной физике,
XII - 8

**ОСЦИЛЛЯЦИЯ
НЕЙТРИНО**

МОСКВА 1981

259.1
B-85

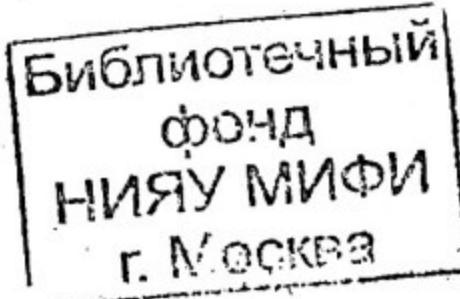
МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ СССР
МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

С.М. Биленский

Всесоюзная школа по теоретической
ядерной физике, КГИ-8

ОСЦИЛЛЯЦИЯ
НЕЙТРИНО

Текст лекции



МОСКВА 1981

Биленький С.М. Осцилляция нейтрино. Текст лекции,
— М.: Изд. МИФИ, 1981. 20с.

Если массы нейтрино отличны от нуля и имеет место смешивание лептонов, то в пучках нейтрино могут иметь место осцилляции. В лекциях подробно рассматривается это явление, а также все возможные типы нейтринных массовых членов и схемы смешивания нейтрино.

Обсуждаются возможные опыты по поиску осцилляций нейтрино.



Московский инженерно-физический институт, 1981 г.

Гипотеза осцилляций нейтрино была впервые выдвинута Б.М.Понтекорво [1] в 1957–1958 годах задолго до того, как было установлено существование мюонного нейтрино. В 1968 г. Грибовым и Понтекорво [2] была построена первая феноменологическая теория осцилляций нейтрино. В ее основе лежала теория двухкомпонентного нейтрино. Следующие работы по осцилляциям нейтрино основывались на кварк-лептонной аналогии и были тесно связаны с калибровочными теориями электрослабого взаимодействия. В последние годы интерес к проблеме осцилляций нейтрино сильно возрос. Он связан прежде всего с прогрессом в построении калибровочных теорий электрослабого и сильного взаимодействия (в большинстве существующих схем массы нейтрино оказываются отличными от нуля и имеет место смешивание нейтрино). С учетом этих последних работ мы рассмотрим здесь некоторые возможные схемы смешивания нейтрино и осцилляций и возможные опыты по поиску осцилляций нейтрино.

Эффективный гамильтониан слабого взаимодействия калибровочной $SU(2) \times U(1)$ теории Глэшоу–Вайнберга–Салама имеет вид

$$H = \frac{G}{\sqrt{2}} (j_\alpha j_\alpha^\dagger + j_\alpha^0 j_\alpha^0). \quad (1)$$

Здесь j_α и j_α^0 – заряженный и нейтральный слабые токи, а $G \approx 10^{-5} \frac{1}{M^2}$ (M – масса протона) – константа Ферми. Заряженный ток j_α может быть записан в виде:

$$j_\alpha = j_\alpha^e + j_\alpha^h, \quad (2)$$

где j_α^e – лептонный, а j_α^h – адронный заряженные токи. Нейтральный ток j_α^0 имеет вид

$$j_\alpha^0 = j_\alpha^{0;v} + j_\alpha^{0;l} + j_\alpha^{0;h}, \quad (3)$$

где $j_\alpha^{0;v}$ – нейтринный, а $j_\alpha^{0;h}$ – адронный нейтральные токи; $j_\alpha^{0;l}$ – нейтральный ток заряженных лептонов. Здесь нас будут интересовать слагаемые заряженного и нейтрального токов, в которые входят операторы полей нейтрино. Имеем

$$j_\alpha^\ell = \sum_{\ell=\ell_e, \mu, \tau}^{\ell} \bar{\nu}_{eL} \gamma_\alpha \ell_L, \quad (4)$$

$$j_\alpha^{0;\nu} = \sum_{\ell=\ell_e, \mu, \tau}^{\ell} \bar{\nu}_{eL} \gamma_\alpha \nu_{eL}. \quad (5)$$

Здесь

$$\ell_L = \frac{1 + \gamma_5}{2} \ell, \quad \nu_{eL} = \frac{1 + \gamma_5}{2} \nu_\ell$$

— левые компоненты полей заряженных лептонов и нейтрино.

Если поля нейтрино не входят ни в какие другие гамильтонианы взаимодействия, кроме (1), то очевидно, что взаимодействие (1) сохраняет суммарное электронное L_e , мюонное L_μ , таонное L_τ , (и т.д.) лептонные числа. Действительно, если частицам присвоить приведенные в таблице 1 значения лептонных чисел (а соответствующим античастицам противоположные значения лептонных чисел), то из (1)–(5) следует, что

$$\begin{aligned} \sum L_e^{(i)} &= \text{const}, \\ \sum L_\mu^{(i)} &= \text{const}, \\ \sum L_\tau^{(i)} &= \text{const}. \end{aligned} \quad (6)$$

Таблица 1

Лептонные числа частиц

	ν_e, e^-	ν_μ, μ^-	ν_τ, τ^-	Адроны, γ^*
L_e	1	0	0	0
L_μ	0	1	0	0
L_τ	0	0	1	0

Имеющиеся экспериментальные данные согласуются с (6). Для того чтобы проиллюстрировать точность, достигнутую в опытах по проверке законов сохранения (6), приведем данные

последних экспериментов по поиску запрещенного законами сохранения лептонных чисел распада $\mu \rightarrow e\gamma$. Для отношения вероятности распада $\mu \rightarrow e\gamma$ к вероятности разрешенного распада $\mu \rightarrow e\nu_e\nu_\mu$ получена следующая верхняя граница:

$$\frac{\Gamma(\mu \rightarrow e\gamma)}{\Gamma(\mu \rightarrow e\nu_e\nu_\mu)} < 1.1 \times 10^{-10}. \quad (7)$$

Однако предположим, что закон сохранения лептонных чисел не является точным, массы нейтрино отличны от нуля и закон сохранения лептонных чисел нарушается нейтринным массовым членом. Может быть построено несколько типов нейтринных массовых членов, нарушающих закон сохранения лептонных чисел. Мы перейдем теперь к рассмотрению некоторых из них.

Предположим, что нейтринный массовый член лагранжиана имеет вид:

$$\mathcal{L} = - \sum_{\ell, \ell'} \bar{\nu}_{\ell' R} M_{\ell' \ell} \nu_{\ell L} + h.c. \quad (8)$$

Здесь $\nu_{\ell' R} = \frac{1-\delta_{\ell \ell}}{2} \nu_{\ell}$ — правая компонента поля ν_{ℓ} , а M — комплексная матрица. Мы будем рассматривать общий случай n типов нейтрино ($\ell = e, \mu, \tau \dots$). Таким образом, M является $n \times n$ матрицей. Если $M_{\ell' \ell} \neq 0$ при $\ell' \neq \ell$, то лагранжиан (8) не сохраняет лептонные числа. Отметим, что в калибровочной $SU(2) \times U(1)$ теории массовый член (8) выделяется из лагранжиана взаимодействия лептонных и хиггсовских полей в результате спонтанного нарушения калибровочной симметрии. При этом необходимо предположить, что правые компоненты полей нейтрино являются синглетами.

Покажем, что (8) имеет стандартный вид массового члена. Для этого запишем

$$\mathcal{L} = - \bar{\nu}'_R M \nu'_L + h.c. \quad (9)$$

* При этом такие процессы, как $\mu \rightarrow e\gamma$ становятся возможными. Но если использовать имеющиеся в настоящее время ограничения на массы нейтрино, то можно показать, что относительная вероятность распада $\mu \rightarrow e\gamma$ на много порядков ниже границы (7).

Здесь

$$\nu_L' = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix}, \quad \nu_R' = \begin{pmatrix} \nu_{eR} \\ \nu_{\mu R} \\ \nu_{\tau R} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Далее, произвольная матрица, детерминант которой отличен от нуля, может быть приведена к диагональному виду с помощью биунитарного преобразования*:

$$M = VmU^T. \quad (11)$$

Здесь U и V - унитарные матрицы, а m диагональная матрица с положительными элементами ($m_{ik} = m_i \delta_{ik}$, $m_i > 0$). Подставляя (11) в (9), имеем

$$\mathcal{L}_D = -\bar{\nu}_R m \nu_L + h.c., \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \nu_L &= U^T \nu_L', \\ \nu_R &= V^T \nu_R'. \end{aligned} \quad (13)$$

Таким образом получаем

$$\mathcal{L}_D = -\bar{\nu} m \nu = \sum_{i=1}^n m_i \bar{\nu}_i \nu_i. \quad (14)$$

* Очевидно, что MM^T - эрмитова матрица с положительными собственными значениями. Имеем:

$$MM^T = Vm^2V^T$$

где V - унитарная матрица, а $(m^2)_{ik} = m_i^2 \delta_{ik}$. Определим следующим образом диагональную матрицу m :

$$m_{ik} = m_i \delta_{ik},$$

где $m_i = \sqrt{m_i^2}$. Очевидно, что $m \cdot m = m^2$. Если детерминант M отличен от нуля, то $m_i > 0$. Имеем тождественно $M = VmU^T$, где $U^T = m^{-1}V^TM$. Матрица U - унитарна:

$$U^T U = m^{-1}V^T M M^T V m^{-1} = m^{-1} m^2 m^{-1} = 1.$$

Здесь

$$\nu = \nu_L + \nu_R = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Из (14) очевидно, что ν_i является оператором поля нейтрино с массой m_i .

В заряженный и нейтральный слабые токи стандартной теории входят левые компоненты полей нейтрино (см. (4) и (5)). С помощью (13) получаем

$$\nu_{eL} = \sum_{i=1}^n U_{ei} \nu_{iL} \quad (16)$$

$$(\ell = e, \mu, \tau, \dots).$$

Итак, если нейтринный массовый член лагранжиана содержит недиагональные по лептонным числам слагаемые, то входящие в слабые токи операторы полей нейтрино представляют собой ортогональные комбинации операторов полей нейтрино с отличными от нуля массами (в этом случае имеет место так называемое нейтринное смешивание; унитарную матрицу U называют матрицей смешивания). При этом имеет место полная аналогия между слабым взаимодействием лептонов и кварков. Напомним, что заряженный кварковый слабый ток стандартной теории электрослабого взаимодействия имеет вид

$$j_\alpha^h = 2 \sum_{q' = u, c, t} \bar{q}' \gamma_\alpha U_{q' q}^h q_L. \quad (17)$$

$q = d, s, b..$

Здесь U^h – унитарная матрица смешивания кварков. В рассматриваемом случае смешивания нейтрино заряженный лептонный ток определяется выражением

$$j_\alpha^\ell = 2 \sum_{i=1}^n \bar{\nu}_L \gamma_\alpha U_{\ell i} \nu_{iL} \quad (18)$$

$\ell = e, \mu, \tau, \dots$

*Кинетический член свободного лагранжиана нейтринных полей

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\nu}'_\alpha \gamma_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \nu'_L - \bar{\nu}'_\alpha \gamma_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \nu'_R = - \bar{\nu} \gamma_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \nu$$

(для того, чтобы получить это выражение, необходимо использовать (13) и учесть, что матрицы U и V унитарны).

и электронное, мюонное и др. лептонные числа не сохраняются, не сохраняется и суммарное лептонное число. Введем одно лептонное число L и припишем заряженным лептонам (e^- , μ^- , τ^- , ...) и нейтрино значение $L = +1$, антилептонам и антинейтрино значение $L = -1$, а адронам и γ -квантам значение $L = 0$. Ток (18) построен таким образом, что

$$\sum_i L^{(i)} = \text{const}. \quad (19)$$

Это означает, что рассмотренная нами теория запрещает безнейтринный двойной β -распад;

$$Z \rightarrow (Z+2) + e^- + e^-, \quad (20)$$

распад:

$$K^+ \rightarrow \pi^- + \mu^+ + e^+ \quad (21)$$

и другие процессы.

Оператор ∇_i является оператором поля дираковского нейтрино (нейтрино и антинейтрино разные частицы, отличающиеся значением L). Соответственно, массовый член (8) носит название дираковского массового члена.

Мы перейдем теперь к рассмотрению теории с нейтринным массовым членом, не сохраняющим не только электронное, мюонное и др. лептонные числа, но также и лептонное число L (теория с майорановским массовым членом).

Для того, чтобы записать майорановский массовый член, определим вначале C -сопряженный спинор ψ^C . Имеем

$$\psi^C = C \bar{\psi}, \quad (22)$$

где C - унитарная матрица, удовлетворяющая соотношениям

$$C \gamma_\alpha^\tau C^{-1} = -\gamma_\alpha^\tau, \quad C^\tau = -C. \quad (23)$$

Из (22) и (23) получаем

$$\bar{\psi}^C = (\psi^C)^\dagger \gamma_4 = \psi \gamma_4^\tau C^{-1} \gamma_4^\tau = \psi C^{-1}. \quad (24)$$

Далее имеем

$$\psi(x) = \int N_p [c_r(p) u^r(p) e^{ipx} + d_r^\dagger(p) u^r(-p) e^{-ipx}] d\vec{p}, \quad (25)$$

где $C_r(\rho)$ ($d_r(\rho)$) - оператор уничтожения частицы (античастицы) с импульсом ρ и спиральностью r . Используя уравнение Дирака и соотношения (23), получаем

$$C\bar{U}^r(-\rho) = U^r(\rho), \quad (26)$$

$$C\bar{U}^r(\rho) = U^r(-\rho).$$

Из (22), (25) и (26) следует, что

$$\psi(x) = \int N_\rho [d_r(\rho) U^r(\rho) e^{i\rho x} + C_r^*(\rho) U^r(-\rho) e^{-i\rho x}] d\rho. \quad (27)$$

($\psi(x)$ и $\psi'(x)$ отличаются перестановкой «частица \leftrightarrow античастица»). Наконец, с помощью (22) и (23) получаем

$$(\psi_L)^c = C \bar{\psi}_L = C \frac{1-\gamma_5}{2} \bar{\psi} = \frac{1-\gamma_5}{2} C \bar{\psi} = \psi_R^c. \quad (28)$$

Отсюда:

$$(\bar{\psi}_L)^c = -\psi_L C^{-1} = \bar{\psi}_R^c.$$

Предположим, что нейтринный массовый член имеет вид

$$\mathcal{L}_M = - \sum_{\ell, \ell'} (\bar{\nu}_{\ell' L})^c M_{\ell' \ell} \nu_{\ell L} + h.c., \quad (29)$$

где M - комплексная $n \times n$ матрица. Очевидно, что (29) - наиболее общий нейтринный массовый член, который можно построить с помощью левых компонент полей нейтрино (т.е. только тех компонент, которые входят в заряженный ток стандартной теории). Нетрудно видеть, что M - симметричная матрица. Действительно, запишем лагранжиан (29) в виде:

$$\mathcal{L}_M = (\bar{\nu}_L') C^{-1} M \nu_L' + h.c., \quad (30)$$

где

$$\nu_L' = \begin{pmatrix} \nu_{e L} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix}. \quad (31)$$

Очевидно, что

$$\bar{\nu}_L' C^{-1} M \nu_L' = -\bar{\nu}_L' (C^{-1})^T M^T \nu_L' \quad (32)$$

(знак минус возникает из-за перестановки фермионных операторов). Так как $C^T = -C$, то из (32) находим

$$M^T = M.$$

Далее можно показать, что

$$M = V^T m V, \quad (33)$$

где V – унитарная матрица, а $m_{ik} = m_i \delta_{ik}$ ($m_i > 0, m_i \neq m_k$).
В общем случае комплексная матрица

$$M = U_1^T m V_1, \quad (34)$$

(U_1 и V_1 – унитарные матрицы, а $m_{ik} = m_i \delta_{ik}, m_i > 0$).
Из этого следует, что

$$M^+ = V_1^T m U_1. \quad (35)$$

С помощью (34) и (35) получаем

$$MM^+ = U_1^T m^2 U_1. \quad (36)$$

С другой стороны, учитывая (32), имеем

$$M = V_1^T m (U_1^T)^+, \quad (37)$$

$$M^+ = U_1^T m (V_1^+)^T.$$

Из (37) находим

$$MM^+ = V_1^T m^2 (V_1^+)^T. \quad (38)$$

Приравнивая (36) и (38) и умножая полученное равенство слева на U_1 и справа на V_1^T , получаем

$$m^2 U_1 V_1^T = U_1 V_1^T m^2. \quad (39)$$

Отсюда очевидно, что $U_1 V_1^T$ – диагональная матрица (мы предполагаем, что $m_i \neq m_k$); $U_1 V_1^T$ – унитарная матрица.
Таким образом,

$$U_1 V_1^T = S, \quad (40)$$

где $S_{ik} = e^{-2i\alpha_i} \delta_{ik}$ (α_i – вещественные числа).
Далее находим, что

$$U_1^+ = V_1^T S^+. \quad (41)$$

Матрицу можно представить в виде

$$S^+ = S_1^+ S_1, \quad (42)$$

где $(S_1)_{ik} = e^{i\alpha_i} \delta_{ik}$. Окончательно из (34), (41) и (42) получаем

$$M = V^T m V, \quad (43)$$

где $V = S, V$ - унитарная матрица.

Воспользуемся этим соотношением для того, чтобы привести массовый член (30) к диагональному виду. Подставляя (43) в (30), найдем

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_M &= v_L' C^{-1} V^T m V v_L' + h.c. = \\ &= -\overline{(n_L)}^C m n_L - \overline{n_L} m (n_L)^C, \end{aligned} \quad (44)$$

где

$$n_L = V v_L'. \quad (45)$$

Это выражение может быть записано в виде:

$$\mathcal{L}_M = -\bar{X} m X = -\sum_{i=1}^n m_i \bar{X}_i X_i, \quad (46)$$

где

$$X = n_L + (n_L)^C = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}. \quad (47)$$

Очевидно, что

$$X^C = X. \quad (48)$$

Таким образом, X_i является оператором поля нейтрино Майорана с массой m_i :

$$X_i(x) = \int N_{\rho_i} [\alpha(\rho_i) u^+(\rho) e^{i\rho \cdot x} + \alpha_r^+(\rho_i) u^-(\rho_i) e^{-i\rho_i x}] d\rho \quad (49)$$

($\alpha_r(\rho)$ и $\alpha_r^+(\rho)$ - операторы рождения и уничтожения нейтрино Майорана; $\rho_i = (\vec{\rho}, i \sqrt{\vec{\rho}^2 + m_i^2})$).

Найдем соотношения, связывающие операторы $v_{\ell L}$, входящие в гамильтониан слабого взаимодействия, с операторами полей нейтрино Майорана. Из (45) и (47) получаем

$$n_L = X_L = V v_L'. \quad (50)$$

Тогда

$$v_{\ell L}' = U X_L \quad (51)$$

или

$$v_{\ell L} = \sum_{i=1}^n U_{\ell i} X_{iL}, \quad (52)$$

$$(\ell = e, \mu, \tau \dots)$$

где $U = V^*$

- унитарная матрица смешивания.

Итак, если законы сохранения лептонных чисел нарушаются майорановским массовым членом (29), то в этом случае входящие в гамильтониан стандартной теории слабого взаимодействия операторы полей электронного, мюонного (и т.д.) нейтрино представляют собой ортогональные комбинации операторов полей нейтрино Майорана с различными массами. Отметим, что в этой теории становятся разрешенными такие процессы как безнейтриноный двойной β -распад, распад $K^+ \rightarrow \pi^+ + e^+ + \mu^+$ и др. Можно, однако, показать (если использовать существующие ограничения на значения масс нейтрино), что вероятности этих процессов на несколько порядков меньше полученных на опыте верхних границ.

Если массы нейтрино отличны от нуля (и достаточно малы), то рассмотренные нами теории со смешиванием нейтрино приводят к осцилляциям нейтрино. Теперь мы перейдем к рассмотрению этого явления. Мы рассмотрим пучок нейтрино с импульсом \vec{p} . Будем предполагать, что

$$|\vec{p}| \gg m_i \quad (53)$$

(m_i - масса i -го нейтрино, $i = 1, 2, \dots$). Из (16) и (52) следует, что вектор состояния электронного, мюонного нейтрино (нейтрино, участвующего в слабых процессах) дается выражением

$$|\nu_\ell\rangle = \sum_i U_{\ell i}^* |i, L\rangle \quad (54)$$
$$(\ell = e, \mu, \tau, \dots).$$

Здесь $|i, L\rangle$ - вектор состояния нейтрино (дираковского или майорановского) с импульсом \vec{p} , с массой m_i и спиральностью, равной -1. Для вектора состояния антинейтрино $|\bar{\nu}_\ell\rangle$ имеем

$$|\bar{\nu}_\ell\rangle = \sum_i U_{\ell i} |i, R\rangle, \quad (55)$$

где $|i, R\rangle$ - вектор состояния антинейтрино в дираковском случае или нейтрино в майорановском случае с массой m_i и спиральностью, равной +1. Из (54) и (55) находим

$$|i, L\rangle = \sum_\ell U_{\ell i} |\nu_\ell\rangle, \quad (56)$$

$$|i, R\rangle = \sum_\ell U_{\ell i}^* |\bar{\nu}_\ell\rangle.$$

Если в результате слабого процесса образовался пучок нейтрино, описываемый вектором $|\nu_e\rangle$, то через время t такой пучок описывается вектором

$$|\nu_e\rangle_t = e^{-iHt} |\nu_e\rangle.$$

Здесь H – свободный гамильтониан. Используя соотношение (54) и учитывая, что

$$H|i,\angle = E_i |i,\angle, \quad (57)$$

где

$$E_i = \sqrt{m_i^2 + \vec{p}^2}, \quad (58)$$

получаем

$$|\nu_e\rangle_t = \sum_i |i,\angle e^{-iE_i t} U_{ei}^*. \quad (59)$$

Пучок нейтрино "анализируется" путем изучения слабых процессов. Следовательно, нас интересует вероятность обнаружения нейтрино определенного типа в пучке, описываемом вектором $|\nu_e\rangle_t$. Используя (56), получаем

$$|\nu_e\rangle_t = \sum_{e'} |\nu_{e'}\rangle (\sum_i U_{e'i} e^{-iE_i t} U_{ei}^*). \quad (60)$$

Таким образом,

$$\alpha_{\nu_{e'}, \nu_e}(t) = \sum_i U_{e'i} e^{-iE_i t} U_{ei}^* \quad (61)$$

представляет собой амплитуду вероятности обнаружения $\nu_{e'}$ через время t после образования ν_e . Аналогично для амплитуды перехода $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_{e'}$ имеем

$$\alpha_{\bar{\nu}_{e'}, \bar{\nu}_e}(t) = \sum_i U_{e'i}^* e^{-iE_i t} U_{ei}. \quad (62)$$

Для вероятности обнаружения $\nu_{e'}(\bar{\nu}_{e'})$ на расстоянии $R = ct$ от места образования $\nu_e(\bar{\nu}_e)$ из (61) и (62) найдем

$$P_{\nu_{e'}, \nu_e}(R) = \sum_{i,K} U_{e'i} U_{K'i}^* e^{-i(E_i - E_K)R} U_{eK}^* U_{eK},$$

$$\rho_{\bar{\nu}_{\rho'}, \bar{\nu}_{\rho}}(R) = \sum_{i, K} U_{\rho' i}^* U_{\rho i} e^{-i(E_i - E_K)R} U_{\rho' K} U_{\rho K}^*. \quad (63)$$

Используя унитарность матрицы смешивания U , из (63) получаем

$$\sum_{\ell'} \rho_{\bar{\nu}_{\rho'}, \bar{\nu}_{\rho}}(R) = \sum_{\ell'} \rho_{\bar{\nu}_{\rho'}, \bar{\nu}_{\rho}}(R) = 1, \quad (64)$$

$$\sum_{\ell'} \rho_{\bar{\nu}_{\rho'}, \bar{\nu}_{\rho}}(R) = \sum_{\ell'} \rho_{\bar{\nu}_{\rho'}, \bar{\nu}_{\rho}}(R) = 1.$$

Далее из (61) и (62) видно, что

$$\alpha_{\nu_{\rho'}, \nu_{\rho}}(t) = \alpha_{\bar{\nu}_{\rho'}, \bar{\nu}_{\rho}}(t). \quad (65)$$

Таким образом,

$$\rho_{\nu_{\rho'}, \nu_{\rho}}(R) = \rho_{\bar{\nu}_{\rho'}, \bar{\nu}_{\rho}}(R). \quad (66)$$

Это соотношение является следствием СРТ-инвариантности.

Если матрица смешивания вещественна, то из (61) и (62) получаем

$$\rho_{\nu_{\rho'}, \nu_{\rho}}(R) = \rho_{\bar{\nu}_{\rho'}, \bar{\nu}_{\rho}}(R).$$

Такие соотношения между вероятностями могут возникать в случае СР-инвариантности.

Далее нетрудно видеть, что имеет место инвариантность вероятностей $\rho_{\nu_{\rho'}, \nu_{\rho}}(R)$ и $\rho_{\bar{\nu}_{\rho'}, \bar{\nu}_{\rho}}(R)$ относительно следующего преобразования матрицы смешивания

$$U' = S(\alpha) U S(\beta). \quad (68)$$

Здесь

$$\begin{aligned} S_{\rho' \rho}(\alpha) &= e^{i\alpha \rho} \delta_{\rho' \rho}, \\ S_{iK}(\beta) &= e^{i\beta K} \delta_{iK}, \end{aligned} \quad (69)$$

α_ρ и β_K - вещественные параметры. Действительно, имеем

$$\alpha_{\nu_\rho; \nu_\rho}(t) = e^{-i(\alpha_{\rho'} - \alpha_\rho)} \sum_i U_{\rho'i}^{'} e^{-iE_i t} U_{\rho i}^{'*}, \quad (70)$$

$$\alpha_{\bar{\nu}_\rho; \bar{\nu}_\rho}(t) = e^{i(\alpha_{\rho'} - \alpha_\rho)} \sum_i U_{\rho'i}^{'*} e^{-iE_i t} U_{\rho i}^{'}. \quad (70)$$

Унитарная $n \times n$ -матрица характеризуется углами и фазами (всего n^2 вещественными параметрами). Выбором параметров α_ρ и β_K из матрицы U можно устранить $[2(n-1) + 1]$ фаз (1 - разность общих фаз). Таким образом, в вероятности $P_{\nu_\rho; \nu_\rho}(R)$ и $P_{\bar{\nu}_\rho; \bar{\nu}_\rho}(R)$ может входить только

$$\frac{n(n+1)}{2} - (2n-1) = \frac{(n-1)(n-2)}{2} \quad (71)$$

фаз.

Если нейтрино с определенными массами являются дираковскими частицами, то число физических фаз в матрице U (с учетом свободы в выборе фаз дираковских полей) равно $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$. В случае смешивания майорановских нейтрино число фаз в матрице U равно $\frac{n(n+1)}{2} - n = \frac{n(n-1)}{2}$. Инвариантность вероятностей переходов $\nu_\rho \rightarrow \nu_{\rho'}$ и $\bar{\nu}_\rho \rightarrow \bar{\nu}_{\rho'}$, относительно преобразования (68) означает, что опытами по изучению осцилляций разницу в числе фаз матрицы смешивания в дираковском и майорановском случае установить нельзя. Из (71) следует, что при $n=2$ матрицу U можно считать вещественной (при рассмотрении осцилляций). Таким образом, если осцилляции возможны только между двумя типами нейтрино, соотношения (67) будут всегда выполняться. При $n=3$ в вероятности $P_{\nu_\rho'; \nu_\rho}(R)$ и $P_{\bar{\nu}_\rho'; \bar{\nu}_\rho}(R)$ может входить одна фаза. Соотношения (67) могут в этом случае нарушаться.

Вернемся к выражениям (63). Мы предположили, что

$E \gg m_i$. Имеем

$$E_i - E_K \simeq \frac{m_i^2 - m_K^2}{2\rho}. \quad (72)$$

Из (63) очевидно, что в случае, если разности квадратов масс нейтрино настолько малы, что

$$|m_i^2 - m_K^2| \ll 2 \frac{P}{R}, \quad (73)$$

то

$$P_{\nu_{\ell'}; \nu_\ell}(R) \approx \delta_{\ell' \ell}, \quad (74)$$

$$P_{\bar{\nu}_{\ell'}; \bar{\nu}_\ell}(R) \approx \delta_{\ell' \ell}.$$

Осцилляции нейтрино в этом случае наблюдаться не будут. Для того чтобы наблюдалась осцилляция, необходимо, чтобы

$$|m_i^2 - m_K^2| \gtrsim 2 \frac{P}{R}.$$

Это означает, что в опытах по поиску осцилляций нейтрино следует минимизировать $\frac{P}{R}$. Выражения (63) могут быть записаны в следующем виде

$$\begin{aligned} P_{\nu_{\ell'}; \nu_\ell}(R) = & \sum_i |U_{\ell'i}|^2 |U_{ei}|^2 + \\ & + 2 \sum_{i < K} |U_{\ell'i}| |U_{e'K}| |U_{ei}| |U_{eK}| \cos \left(2\pi \frac{R}{L_{iK}} \gamma_{iK} + \phi_{iK}^{\ell'e} \right), \end{aligned} \quad (75)$$

$$\begin{aligned} P_{\bar{\nu}_{\ell'}; \bar{\nu}_\ell}(R) = & \sum_i |U_{\ell'i}|^2 |U_{\ell'i}|^2 + \\ & + 2 \sum_{i < K} |U_{\ell'i}| |U_{\ell'K}| |U_{\ell i}| |U_{eK}| \cos \left(2\pi \frac{R}{L_{iK}} \gamma_{iK} - \phi_{iK}^{\ell'e} \right). \end{aligned}$$

Здесь

$$L_{iK} = 4\pi \frac{P}{|m_i^2 - m_K^2|} \quad (76)$$

-длина осцилляций;

$$\gamma_{iK} = \frac{m_i^2 - m_K^2}{|m_i^2 - m_K^2|},$$

$$\phi_{iK}^{\ell'e} = \arg U_{\ell'i}^* U_{\ell i} U_{\ell'K} U_{eK}^*.$$

Рассмотрим простейший случай осцилляций между двумя типами нейтрино (например, $\nu_e \rightleftharpoons \nu_\mu$). В этом случае матрица U имеет следующий общий вид

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (77)$$

Для вероятности осцилляций из (75)-(77) получаем

$$\begin{aligned} P_{\nu_e}(R) &= P_{\bar{\nu}_e}; \bar{\nu}_\mu(R) = P_{\bar{\nu}_\mu}; \nu_e(R) = P_{\nu_e}; \nu_\mu(R) = \\ &= \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left(1 - \cos 2\pi \frac{R}{L} \right). \end{aligned} \quad (78)$$

Очевидно также, что

$$\begin{aligned} P_{\bar{\nu}_e}(R) &= P_{\bar{\nu}_\mu}; \nu_\mu(R) = P_{\nu_e}; \bar{\nu}_e(R) = P_{\bar{\nu}_\mu}; \bar{\nu}_\mu(R) = \\ &= 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left(1 - \cos 2\pi \frac{R}{L} \right). \end{aligned} \quad (79)$$

В эти выражения входят два параметра — угол смешивания θ и длина осцилляций

$$L = 4\pi \frac{P}{|m_1^2 - m_2^2|}. \quad (80)$$

Вводя в (80) P и c , найдем

$$L \approx 2,5 \frac{PC/M_e B}{|m_1^2 - m_2^2| c^4 / (\epsilon B)^2} \quad (81)$$

Таким образом, если $|m_1^2 - m_2^2| c^4 = 1 (\epsilon B)^2$, то при энергии нейтрино, равной 1 МэВ: 10 МэВ; 1 ГэВ, и 10 ГэВ длина осцилляций, соответственно, равна 2,5 м; 25 м; 2,5 км; 25 км.

Если длина осцилляций много больше расстояния R между источником и детектором нейтрино, осцилляции наблюдаться не будут. Из условия $L = R$ находим

$$|m_1^2 - m_2^2|_0 = 4\pi \frac{P}{R}. \quad (82)$$

Параметр $|m_1^2 - m_2^2|_0$ зависит от условий эксперимента. Очевидно, что в случае, если разность квадратов масс нейтрино много меньше параметра $|m_1^2 - m_2^2|_0$, осцилляции наблюдаться не будут. В таблице 2 приведены значения и параметра

$|m_1^2 - m_2^2|_0$ для значений ρ и R , типичных для различных источников нейтрино.

Таблица 2

Значения $|m_1^2 - m_2^2|_0$ для ρ и R для различных источников нейтрино

Источник нейтрино	ρc , МэВ	R ,	$ m_1^2 - m_2^2 _0 c^4$, эВ
Реактор	1	10^2	$3 \cdot 10^{-2}$
Мезонная фабрика	10	10^2	$3 \cdot 10^{-1}$
Ускоритель высоких энергий	10^3	10^4	$3 \cdot 10^{-1}$
Солнце	$2 \cdot 10^{-1}$	$1,5 \cdot 10^{11}$	$4 \cdot 10^{-12}$

Вопрос о том, отличны ли от нуля массы нейтрино, является одним из наиболее фундаментальных вопросов современной физики. Если массы нейтрино окажутся отличными от нуля, то это будет иметь огромное значение для теорий, объединяющих электрослабое и сильное взаимодействие, а также полностью изменит наши представления об эволюции Вселенной.

В настоящее время имеются только данные группы ИТЭФ [3], которые свидетельствуют в пользу того, что масса нейтрино отлична от нуля и лежит в интервале $14 \leq m_\nu \leq 46$ эВ. Опыты по поиску осцилляций нейтрино являются наиболее чувствительным методом определения разностей масс нейтрино и лептонных углов смешивания (см. табл.2). В настоящее время осуществляется (и планируется на будущее) большое число таких опытов. К следующей школе мы, несомненно, будем знать о массах и осцилляциях нейтрино существенно больше, чем сейчас.

ЛИТЕРАТУРА

1. Понтекорво Б.М. - ЖЭТФ, 33, 549 (1957); 34, 247 (1958).
 2. Биленький С.М., Понтекорво Б.М. - УФН, т. 123, вып.2, 181 (1977).
 3. Любимов В.А. и др. - ЯФ, 32, 301 (1980).
-

Редактор Е.Н.Кочубей
Техн. редактор Н.М.Генкина
Корректор Е.А. Жадан

Л - 86073
Формат 60x84 1/16
Тираж 800 экз.

Подписано в печать 14/IV-1981г.
Объем 1,25 п.л. Уч.-изд.л. 1
Цена 6 коп. Изд. № 045-1
Заказ 579

Типография МИФИ, Каширское шоссе, 1