

На правах рукописи

Орлов Сергей Евгеньевич

**АППРОКСИМАЦИОННАЯ СПЛАЙНОВАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ СИГНАЛОВ
СИСТЕМ С НЕСТАЦИОНАРНЫМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ**

Специальность: 05.13.01-системный анализ,
управление и обработка информации
(в информационных системах)

10 МАЯ 2017

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Автор:



Москва-2016



Работа выполнена в Национальном исследовательском
ядерном университете «МИФИ»

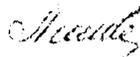
- Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Гетманов Виктор Григорьевич
- Официальные оппоненты: Бутырский Евгений Юрьевич,
доктор физико-математических наук, проф-
фессор, Военно-морской политехнический
институт Военного учебно-научного центра
«Военно-морской академии им. адмирала
флота Советского Союза Н.Г. Кузнецова»
- Белов Алексей Анатольевич,
кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник, Институт
Проблем Управления им. В. А. Трапезнико-
ва РАН (ИПУ РАН)
- Ведущая организация: Государственный научно- исследователь-
ский институт авиационных систем (Гос-
НИИАС)

Защита диссертации состоится «28» июня 2017 г. в 11 час. 00 мин.
на заседании диссертационного совета Д 212.130.03 на базе Национально-
го исследовательского ядерного университета «МИФИ» по адресу: 115409,
Москва, Каширское шоссе, 31, тел. 8(499) 324-84-98.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте
НИЯУ МИФИ <http://ods.mephi.ru>.

Автореферат разослан «28» 04 2017г.

Учёный секретарь
диссертационного совета Д 212.130.03
д.т.н.



Н.М.Леонова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Цифровая фильтрация к настоящему времени представляет собой хорошо разработанную область прикладной математики. В практике цифровой фильтрации сигналов и временных рядов используется целый арсенал математических методов, к которым, в основном, можно отнести: 1. Методы цифровой фильтрации на основе рекурсивных и нереккурсивных разностных уравнений; 2. Методы цифровой фильтрации на основе регрессионного анализа с использованием линейных и нелинейных моделей; 3. Методы цифровой фильтрации на основе Wavelet-модельных функций. 4. Методы цифровой фильтрации на основе авторегрессионных моделей; 5. Методы цифровой фильтрации на основе сплайновых функций. Перечисленные методы успешно применяются для фильтрации сигналов в большом числе научно-технических задач.

Однако, следует отметить, что в современной практике цифровой обработки сигналов существует целый класс научно-технических задач, для которых требуется производить фильтрацию сигналов систем с нестационарными возмущениями, которые наблюдаются на существенно ограниченных временных интервалах, в условиях значительных изменений во времени для исходных функциональных зависимостей, с нестационарными спектральными характеристиками и с неравномерной дискретизацией.

К числу таких важных в практическом отношении научно-технических задач, требующих фильтрации сигналов указанных типов для предметных областей экспериментальной физики, экспериментальной механики, измерительной техники, радиоэлектроники и т.д. можно указать: цифровую фильтрацию наблюдений зашумлённых быстропротекающих процессов (взрывного типа) со сложными видами параметрических модуляций; фильтрацию структурно-сложных нестационарных гидроакустических сигналов; фильтрацию зашумлённых наблюдений доплеровских сигналов в акустическом, радио и оптическом диапазоне; фильтрации сигналов типа акустической эмиссии и т.д. Перечисленные математические методы цифровой фильтрации для указанных задач, в ряде случаев, работают в недостаточной степени эффективно.

Необходимо отметить, что вследствие постоянного развития и совершенствования современных компьютерных средств, появляются новые технические возможности для решения сложных математических задач фильтрации, основанные на реализации больших быстродействий и больших объёмов памяти.

Основу исследования по данной диссертации составили работы отечественных и зарубежных специалистов в области теории и применения сплайновых функций и методов статистического анализа экспериментальных данных: Стенкин Б.С., Заявлов Ю.Н., Субботин Ю.С., Квасов Б.И., Катковник В.Я., Вапник В.Н., Поляк Б.Т., Пугачёв В.С., Крянев А.В.,

Мишулина О.А., де Бор К, Алберт Дж., Huber P.J., Unser M., а также Himmelblau D.M., Rabiner L.R., Bendat J.S., Jenkins G.M., Otnes R.K., Anderson T.W.

Предлагаемый в данной работе метод аппроксимационной сплайновой фильтрации ориентирован на цифровую обработку сигналов с указанными специальными свойствами и с учётом применения современных компьютерных средств. С одной стороны, применение сплайнов позволяет осуществлять аппроксимацию достаточно сложных функциональных зависимостей; с другой стороны, математический аппарат для сплайнов реализуется на основе решений систем линейных уравнений, что не представляет особых технических сложностей в вычислительном плане.

Актуальность темы диссертационной работы определяется необходимостью реализации решений современных задач фильтрации для практики цифровой обработки сигналов, учитывающих их существенно нестационарный характер. Приведённые выше аргументы позволяют сделать вывод об актуальности темы предлагаемой диссертационной работы.

Цель диссертационного исследования - разработка методов и алгоритмов аппроксимационной сплайновой фильтрации шумов в сигналах систем с нестационарными возмущениями и их реализация в задачах цифровой обработки информации экспериментов в аэродинамической трубе и цифровой обработки звуковых сигналов для устранения шумов и изменения частоты дискретизации.

Достижение поставленной цели предусматривает решение следующих задач диссертационного исследования:

1. Формирование общей постановки задачи вычисления аппроксимационных сплайновых функций;
2. Создание системы методов аппроксимационной сплайновой фильтрации;
3. Разработка системы алгоритмов и соответствующего программного обеспечения для реализации решения задач фильтрации шумов в сигналах систем с нестационарными возмущениями;
4. Проведение экспериментальной проверки разработанных методов и алгоритмов на реальных задачах и сигналах;
5. Реализация математического моделирования для оценивания эффективности предложенных методов и алгоритмов аппроксимационной сплайновой фильтрации.

Объектом диссертационного исследования являются сигналы систем с нестационарными возмущениями, характеризующиеся существенно ограниченными временными интервалами наблюдения, значительными изменениями во времени для исходных функциональных зависимо-

стей, нестационарными спектральными характеристиками и с неравномерной дискретизацией.

Методы исследования. Исследования проводились на основе использования методов цифровой обработки сигналов, методов оптимизации, методов статистического анализа данных и методов математического моделирования.

Научная новизна заключается в следующем:

1. Постановка и метод решения задачи цифровой фильтрации сигналов систем с нестационарными возмущениями, которые являются существенно новыми благодаря использованию аппроксимационных сплайновых функций;

2. Метод аппроксимации, основанный на применении регулирования для сплайновых функций условиями на концах интервалов наблюдений и ортогональных полиномов;

3. Решение задачи обеспечения оптимального расположения сплайновых узлов для аппроксимационных сплайновых функций, основанный на разработанной специальной процедуре поиска экстремума нулевого порядка;

4. Алгоритм решения задачи устранения шумов в звуковых сигналах, базирующийся на применении аппроксимационной сплайновой фильтрации;

5. Алгоритм решения задачи преобразования частоты дискретизации сигналов, использующий аппроксимационные сплайны.

Практическая значимость работы заключается в следующем:

1. Разработанные методы и алгоритмы аппроксимационной сплайновой фильтрации могут быть применены в предметных областях экспериментальной физики, экспериментальной механики, измерительной техники, радиоэлектроники для цифровой обработки сигналов систем с нестационарными возмущениями;

2. Практическая значимость результатов подтверждается использованием разработанных методов и алгоритмов для фильтрации экспериментальных данных от моделирующих установок типа аэродинамическая труба;

3. Результаты диссертации практически значимы, что подтверждается использованием разработанных методов и алгоритмов для задачи фильтрации шумов в звуковых сигналах;

4. Результаты диссертации практически значимы, что подтверждается применением разработанных методов и алгоритмов для задачи преобразования частоты дискретизации в звуковых сигналах;

5. Полученные в диссертации результаты имеют практическое значение, о чём свидетельствуют выданные акты внедрения результатов и свидетельства гос. регистрации программ на ЭВМ Роспатентом.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Постановка и метод решение задачи цифровой фильтрации сигналов систем с нестационарными возмущениями на основе аппроксимационных сплайновых функций;
2. Метод обеспечения оптимального расположения сплайновых узлов для сплайновых функций;
3. Решение задачи устранения шумов в звуковых сигналах на основе аппроксимационной сплайновой фильтрации;
4. Алгоритм сплайновой фильтрации по частям для сверхдлинных последовательностей данных;
5. Алгоритм преобразования частоты дискретизации сигналов на основе аппроксимационных сплайнов.

Внедрение результатов работы

Теоретические и практические результаты, полученные в ходе выполнения диссертационной работы, использованы для решения задач цифровой обработки экспериментальной информации от аэродинамической трубы Т-128 (ЦАГИ) и создания программного лабораторного комплекса для модуля «Преобразование частоты дискретизации звуковых сигналов», применённых в учебном процессе НИЯУ МИФИ и МТУСИ, подтвердила их работоспособность и высокую эффективность.

Получены акты о внедрении результатов диссертационной работы в ЦАГИ им. проф. Н.Е. Жуковского, а также в рамках учебного процесса НИЯУ МИФИ и МТУСИ.

Апробация работы. Основные положения и результаты диссертации докладывались на следующих конференциях и семинарах:

1. Научная сессия НИЯУ МИФИ, Москва, 2009, 2010;
2. Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и её приложения», РНТОРЭС им. Попова А.С., Москва, 2009;
3. Международная научно-техническая конференция «Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения», МИРЭА, 2010;
4. «Неразрушающий контроль и техническая диагностика». 18-я Всероссийская конференция с международным участием. НГТУ, Нижний Новгород, 2008;

5. Научно-практический семинар на кафедре «Теория управления» факультета «Прикладной математики – процессов управления» Санкт-Петербургского государственного университета, 2016.

Достоверность результатов подтверждается проведёнными в работе теоретическими исследованиями и математическим моделированием, применением соответствующего рассматриваемой проблеме адекватного математического аппарата, сравнением полученных результатов с общеизвестными исследованиями, а также результатами практического применения разработанных методов и алгоритмов аппроксимационной сплайновой фильтрации.

Соответствие паспорту специальности и критериям ВАК. Диссертационная работа соответствует паспорту специальности 05.13.01 - системный анализ, управление и обработка информации (в информационных системах) – пункт 4 и удовлетворяет критериям, установленным Положением о присуждении учёных степеней (утверждено постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013г №842), и требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям.

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 18 печатных работах, из них 3 статьи в журналах, включённых ВАК РФ в перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, 2 статьи в журналах, представленных в международной базе цитирования Scopus, 4 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ:

Личный вклад автора. Основные научные результаты, заключающиеся в разработке системы методов аппроксимационной сплайновой фильтрации для решения задачи цифровой фильтрации сигналов систем с нестационарными возмущениями, а также разработке системы алгоритмов и соответствующего программного обеспечения для реализации решения задач фильтрации шумов результатов эксперимента в аэродинамической трубе, задач устранения шумов в звуковых сигналах, получены автором лично.

Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы. Общий объём основного текста, без учёта приложений 136 стр., с учётом приложений – 145 стр. Диссертация содержит 19 рисунков. Список литературы включает 101 источник. В приложении включены копии актов о внедрении результатов

диссертационной работы, копии свидетельств об официальной регистрации разработанных программ для ЭВМ и описание лабораторной работы.

Основное содержание работы

Во введении обосновывается актуальность темы диссертационной работы, обозначается предмет исследования, определяются цели и задачи работы, приводятся сведения о научной новизне, достоверности и практической значимости результатов, даются сведения о структуре и объёме диссертации.

В первой главе рассматриваются основные составляющие задачи аппроксимационной сплайновой фильтрации сигналов систем с нестационарными возмущениями.

Приведены необходимые сведения по математическим основам вычисления сплайновых функций и решениям задач аппроксимации на основе нелинейных и линейных моделей.

Сформированы модели для сигналов систем с нестационарными возмущениями и их наблюдений, характеризующиеся ограниченными временными интервалами наблюдений, нестационарными параметрами и неравномерной дискретизацией.

Проанализированы существующие методы фильтрации и связанные проблемы. Рассмотрены наблюдения, которые подчиняются модели вида $y(Ti) = x(Ti) + w(Ti)$, $x(Ti)$ - исходный сигнал, $w(Ti)$ - случайные погрешности в виде нормально распределённых чисел с нулевым математическим ожиданием и заданной дисперсией, пусть $x^\circ(Ti)$ - результат фильтрации, $i = 0, 1, \dots, N - 1$.

Применение традиционных цифровых фильтров на основе разностных уравнений вида

$$x^\circ(Ti) = -\sum_{r=1}^m b_r x^\circ(T(i-r)) + \sum_{s=0}^k a_s y(T(i-s)), \quad i = 0, 1, \dots$$

не позволяет осуществить эффективную фильтрацию из-за возможных переходных процессов, фазовых запаздываний и нестационарных спектров сигналов.

Использование для фильтрации нелинейного регрессионные анализа и моделей в виде функции известного вида $y_M(\alpha, Ti)$, α - вектор параметров, может быть эффективным. Нахождение оптимального вектора α° осуществляется путём минимизации функционала $S(\alpha, y)$

$$S(\alpha, y) = \sum_{i=0}^{N-1} (y(Ti) - y_M(\alpha, Ti))^2,$$

$$\alpha^\circ = \arg \{ \min_{\alpha} S(\alpha, y) \}, x^\circ(Ti) = y_M(\alpha^\circ, Ti), i = 0, 1, \dots, N-1,$$

производимой, как правило, поисковыми методами. Однако, фильтрация колебательных сигналов со значительными нестационарностями на ограниченных интервалах наблюдения на основе нелинейных моделей, зависящих от сложных тригонометрических функций, приводит к многоэкстремальным функционалам, оптимизация которых связана со значительными техническими сложностями.

Применение для фильтрации линейного регрессионного анализа, сводится к построению моделей вида $y_M(\alpha, Ti) = \alpha^T \varphi(Ti)$, $\varphi(Ti)$ - вектор базисных функций и минимизации квадратичного функционала $S(\alpha, y)$

$$S(\alpha, y) = \sum_{i=0}^{N-1} (y(Ti) - \sum_{j=1}^m \alpha_j \varphi_j(Ti))^2, \alpha^\circ = \arg \{ \min_{\alpha} S(\alpha, y) \},$$

$$x^\circ(Ti) = \alpha^{\circ T} \varphi(Ti),$$

и приводит к решению систем линейных уравнений. Однако, иногда, линейные модели не позволяют обеспечить необходимую точность фильтрации, требуют больших размерностей моделей или приводят к плохообсловленным задачам.

При самых общих предположениях вейвлет-фильтрация может производиться на основе следующих соотношений

$$c_{n,k} = \int y(t) W_0 \left(\frac{t - a_n}{b_k} \right) dt, x^\circ(t) = \sum_k \sum_n c_{n,k} W_0 \left(\frac{t - a_n}{b_k} \right),$$

где $W_0(t)$ - материнский вейвлет, a_n, b_k - параметры, определяющие положение и масштаб. Однако, эффективность вейвлетов зависит от того, насколько функция материнского вейвлета соответствует фильтруемому сигналу. Применение авторегрессионных моделей для фильтрации может

быть неэффективным для сигналов с нестационарными спектральными характеристиками.

Произведён обзор публикаций по методам и алгоритмам аппроксимационной фильтрации. Обзор литературы по рассматриваемой проблеме показал необходимость разработки методик аппроксимационной сплайновой фильтрации, которая может дополнить существующие подходы и обеспечить решения задач фильтрации, которые не решаются эффективно традиционными методами.

На основе сделанных рассмотрений приведена общая постановка задачи фильтрации, которая в непрерывном случае реализуется для наблюдений вида $y(t) = x(t) + w(t)$, $t_0 \leq t \leq t_f$. Предполагается, что функция $x^\circ(t)$ представляется в виде некоторого преобразования наблюдения $\Psi(y(t)) = x^\circ(t)$. Фильтрация считается реализованной, если функции $x^\circ(t)$ и $x(t)$ будут близки с точностью до заданной величины $\varepsilon > 0$

$$\|x(t) - x^\circ(t)\| \leq \varepsilon, x^\circ(t) \approx x(t).$$

Для аппроксимационной фильтрации введены аппроксимирующие функции $x_a(t) \in C_a^{L_0}(t_0, t_f) \subset C^{L_0}(t_0, t_f)$, где

$C_a^{L_0}(t_0, t_f), C^{L_0}(t_0, t_f)$ - ограничивающие множества. Определён функционал в виде $S(y, x_a) = \|y - x_a\|$; задача аппроксимационной фильтрации в общем случае сводится к задаче условной оптимизации

$$x_a^\circ = \arg\{\min_{x_a \in C_a^{L_0}} S(y, x_a)\}, x_a^\circ(t) \approx x^\circ(t).$$

Осуществлена постановка задачи аппроксимационной сплайновой фильтрации нестационарных колебательных сигналов. Рассмотрена аппроксимация функциями

$x_s(t, \alpha, \xi) \in C_s^{L_0}(t_0, t_{N-1}) \subset C^{L_0}(t_0, t_{N-1})$, где $C_s^{L_0}(t_0, t_{N-1})$ - множество базисных сплайновых функций на интервале (t_0, t_{N-1}) . Пусть ξ

- система сплайновых узлов на (t_0, t_{N-1}) , $\xi \in \Xi$; вектор $\alpha \in A$ определяет сплайновую функцию $x_s(t, \alpha, \xi)$. Множество A сформировано ус-

ловиями, обеспечивающими гладкость сплайновой функции. Вводится функционал

$$S(y, x_s(\alpha, \xi)) = \|y - x_s(\alpha, \xi)\|.$$

Задача аппроксимационной сплайновой фильтрации состоит в подборе вектора параметров $\alpha^* \in A$ и оптимального расположения узлов $\xi^* \in \Xi$

$$(\alpha^*, \xi^*) = \arg\left\{ \min_{\alpha \in A, \xi \in \Xi} S(y, x_s(\alpha, \xi)) \right\}, \quad x^*(Ti) = x_s(Ti, \alpha^*, \xi^*).$$

Решение оптимизационной задачи для $S(y, x_s(\alpha, \xi))$ предложено производить в два этапа. На первом этапе фиксируются сплайновые узлы $\xi = const$ и находится частично оптимальный вектор

$$\alpha^*(\xi) = \arg\left\{ \min_{\alpha \in A, \xi = const} S(y, x_s(\alpha, \xi)) \right\}.$$

На втором этапе минимизируется $S(y, x_s(\alpha^*(\xi)))$ по $\xi \in \Xi$

$$\xi^* = \arg\left\{ \min_{\xi \in \Xi} S(y, x_s(\alpha^*(\xi))) \right\}, \quad \alpha^* = \alpha^*(\xi^*).$$

Во второй главе приведены материалы, связанные с разработкой методов аппроксимационной сплайновой фильтрации.

Рассмотрен базовый метод, основанный на вычислении аппроксимационных сплайновых функций с нерегулируемыми и регулируемыми условиями на концах интервалов наблюдений.

Для базового метода в точках $0 \leq i \leq N_f - 1$ формируются сплайновые интервалы с узловыми точками N_k , $k = 1, 2, \dots, n-1$, n - число сплайновых интервалов. В качестве сплайновых функций $f_k(\alpha_k, Ti)$ для точек $N_{k-1} \leq i \leq N_k$ берутся взвешенные суммы базисных сплайновых функций.

$$f(\alpha, Ti) = \sum_{k=1}^n f_k(\alpha_k, Ti) = \sum_{k=1}^n \sum_{l=0}^L \alpha_{l,k} f_{l,k}(Ti).$$

Для наблюдений $y(Ti)$ и $f(\alpha, Ti)$ определяется сплайновый функционал

$$S(\alpha, y) = \sum_{i=0}^{N_f-1} (y(Ti) - f(\alpha, Ti))^2 = \sum_{k=1}^n \sum_{i=N_{k-1}}^{N_k-1} (y(Ti) - \mathbf{f}_k^T(Ti) \alpha_k)^2,$$

Гладкость $f(\mathbf{a}, Ti)$ в узловых точках TN_k обеспечивается системой $2(n-1)$ линейных по \mathbf{a} равенств $h_{0k}(\mathbf{a}) = 0$, $h_{1k}(\mathbf{a}) = 0$, $k = 1, 2, \dots, n-1$

$$h_{0k}(\mathbf{a}) = \mathbf{f}_k^T(TN_k)\mathbf{a}_k - \mathbf{f}_{k+1}^T(TN_k)\mathbf{a}_{k+1} = 0,$$

$$h_{1k}(\mathbf{a}) = \mathbf{f}_k^{(1)T}(TN_k)\mathbf{a}_k - \mathbf{f}_{k+1}^{(1)T}(TN_k)\mathbf{a}_{k+1} = 0,$$

на основе которой вводится ограничивающее множество $A = \{\mathbf{a} : h_{0k}(\mathbf{a}) = 0, h_{1k}(\mathbf{a}) = 0, k = 1, 2, \dots, n-1\}$. Нахождение аппроксимационной сплайновой функции сводится к решению задачи условной оптимизации

$$\mathbf{a}^\circ = \arg\{\min_{\mathbf{a} \in A} S(\mathbf{a}, \mathbf{y})\}.$$

Решение этой задачи осуществляется с помощью введения множителей Лагранжа $\lambda_{0k}, \lambda_{1k}$, $k = 1, 2, \dots, n-1$ и соответствующей функции Лагранжа $L(\mathbf{a}, \lambda, \mathbf{y})$

$$L(\mathbf{a}, \lambda, \mathbf{y}) = S(\mathbf{a}, \mathbf{y}) + \sum_{k=1}^{n-1} \lambda_{0k} h_{0k}(\mathbf{a}) + \sum_{k=1}^{n-1} \lambda_{1k} h_{1k}(\mathbf{a}).$$

Вводятся матрицы \mathbf{Q}_k и векторы \mathbf{P}_k , на основе которых функционал $S(\mathbf{a}, \mathbf{y})$ может быть записан в матрично-векторном виде

$$\mathbf{Q}_k = \sum_{i=N_{k-1}}^{N_k-1} \mathbf{f}_k(Ti) \mathbf{f}_k^T(Ti), \quad \mathbf{P}_k^T = \sum_{i=N_{k-1}}^{N_k-1} y(Ti) \mathbf{f}_k^T(Ti),$$

$$S(\mathbf{a}, \mathbf{y}) = \sum_{k=1}^n \sum_{i=N_{k-1}}^{N_k-1} y^2(Ti) + \sum_{k=1}^n \mathbf{a}_k^T \mathbf{Q}_k \mathbf{a}_k - 2 \sum_{k=1}^n \mathbf{P}_k^T \mathbf{a}_k.$$

С использованием \mathbf{Q}_k и \mathbf{P}_k сформируется блочная матрица \mathbf{Q} и блочный вектор \mathbf{P} , которые позволяют сформировать функционал $\tilde{S}(\mathbf{a}, \mathbf{y}) = \mathbf{a}^T \mathbf{Q} \mathbf{a} - 2 \mathbf{P}^T \mathbf{a}$. Формируются матрицы \mathbf{C}_0 и \mathbf{C}_1 размерности $((n-1), (L+1)n)$, представляющие условия в узлах в виде $\mathbf{C}_0 \mathbf{a} = 0$, $\mathbf{C}_1 \mathbf{a} = 0$ и векторно-матричную функцию Лагранжа

$$L_1(\mathbf{a}, \lambda, \mathbf{y}) = \mathbf{a}^T \mathbf{Q} \mathbf{a} - 2 \mathbf{P}^T \mathbf{a} + \lambda_0^T \mathbf{C}_0 \mathbf{a} + \lambda_1^T \mathbf{C}_1 \mathbf{a}.$$

С помощью необходимых условий экстремума

$$\frac{\partial L_1(\alpha, \lambda, y)}{\partial \alpha} = 2Q\alpha - 2P + C_0^T \lambda_0 + C_1^T \lambda_1 = 0, \quad \frac{\partial L_1(\alpha, \lambda, y)}{\partial \lambda_0} = C_0 \alpha = 0,$$

$$\frac{\partial L_1(\alpha, \lambda, y)}{\partial \lambda_1} = C_1 \alpha = 0,$$

находятся α^* и $(\lambda_1^*, \lambda_2^*)$. Результатом фильтрации является $x^*(Ti) = f(\alpha^*, Ti)$, $i = 0, 1, \dots, N_f - 1$.

Регулирование условий для аппроксимационных сплайновых функций на концах интервала наблюдения, заключающееся в задании для них положений и наклонов, осуществляется с помощью введения вектора $\beta^T = (\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4)$ и сводится к формированию линейных по α дополнительных равенств

$$h_{21}(\alpha) = \alpha_1^T f_1(T \cdot 0) - \beta_1 = 0, \quad h_{22}(\alpha) = \alpha_1^T f_1^{(1)}(T \cdot 0) - \beta_2 = 0,$$

$$h_{23}(\alpha) = \alpha_n^T f_n(T(N_f - 1)) - \beta_3 = 0, \quad h_{24}(\alpha) = \alpha_n^T f_n^{(1)}(T(N_f - 1)) - \beta_4 = 0,$$

Условия - равенства представляются в матричной форме $C_2 \alpha = 0$ для записи функции Лагранжа

$$L_2(\alpha, \lambda, y) = \alpha^T Q \alpha - 2P^T \alpha + \lambda_0^T C_0 \alpha + \lambda_1^T C_1 \alpha + \lambda_2^T (C_2 \alpha - \beta)$$

Базовый метод аппроксимационной сплайновой фильтрации с возможностью регулирования составляет основу полученных в диссертации результатов.

Разработанный метод вычисления сплайновых функций на основе дискретных ортогональных полиномов $f_l(Ti)$ формируется на основе рекуррентных формул

$$f_{l+1}(Ti) = (iT - a_{l+1})f_l(Ti) - b_l f_{l-1}(Ti), \quad i = 0, 1, \dots, N-1, \quad l = 0, \dots, L,$$

$$a_{l+1} = \sum_{i=0}^{N-1} iT f_l^2(Ti) \left(\sum_{i=0}^{N-1} f_l^2(Ti) \right)^{-1}, \quad b_l = \sum_{i=0}^{N-1} f_l^2(Ti) \left(\sum_{i=0}^{N-1} f_{l-1}^2(Ti) \right)^{-1}.$$

Для формирования условий гладкости по производным предложено использовать следующее рекуррентное соотношение

$$f_{l+1}^{(1)}(Ti) = f_l(Ti) + iT f_l^{(1)}(Ti) - a_{l+1} f_l^{(1)}(Ti) - b_l f_{l-1}^{(1)}(Ti).$$

Применение ортогональных полиномов позволило применить для фильтрации полиномиальные модели достаточно высокого порядка и снизить размерность соответствующих линейных систем.

Приводятся материалы по решению задачи аппроксимационной сплайновой фильтрации зашумлённой синусоидальной функции на основе дискретных полиномов второго порядка вида

$$f_k(\mathbf{a}_k, Ti) = \alpha_{0,k} + \alpha_{1,k}Ti + \alpha_{2,k}(Ti)^2, \quad N(k-1) \leq i \leq Nk-1.$$

Третья глава посвящена описанию алгоритмов аппроксимационной сплайновой фильтрации для сигналов систем с нестационарными возмущениями. В диссертации рассмотрены: система формирования экспериментальных характеристик летательных аппаратов (ЛА) в аэродинамической трубе, система устранения шумов в звуковых сигналах и система передискретизации звуковых сигналов. В работе приведены четыре варианта алгоритмов для перечисленных систем.

Алгоритмы №1,2 предназначены для аппроксимационной сплайновой фильтрации измеренных характеристик ЛА. Входные переменные для первых двух алгоритмов представляют собой массивы экспериментальных данных: углов атаки $\alpha_M(i) = \alpha_M(Ti)$, аэродинамических коэффициентов $c_{xa}(Ti), c_{ya}(Ti), c_{za}(Ti), m_{xa}(Ti), m_{ya}(Ti), m_{za}(Ti)$, зависимостей аэродинамических коэффициентов от дискретных значений углов атаки при заданной скорости потока $c_{xa}(i) = F_1(\alpha_M(i))$, $c_{ya}(i) = F_2(\alpha_M(i))$, $c_{za}(i) = F_3(\alpha_M(i))$, $m_{xa}(i) = F_4(\alpha_M(i))$, $m_{ya}(i) = F_5(\alpha_M(i))$, $m_{za}(i) = F_6(\alpha_M(i))$ и зависимостей связей аэродинамических коэффициентов, например, поляры $c_{ya}(i) = P(c_{xa}(i))$ или $m_{za}(i) = P_1(c_{ya}(i))$ и т.д. Указанные экспериментальные характеристики представляют собой неравномерно дискретизованные зависимости, реализованные на ограниченном числе точек и с нестационарными шумами.

Алгоритм №1 осуществляет аппроксимационную сплайновую фильтрацию экспериментальных характеристик ЛА на основе полиномов второго порядка, с регулируемыми условиями на концах интервалов наблюдений и для фиксированной системе сплайновых узлов. Алгоритм №1 основывается на базисном методе сплайновой аппроксимации из п.2.1.

Алгоритм №2 производит реализацию оптимального регулирования аппроксимационной сплайновой функцией на концах интервала наблюдения и выбор оптимального расположения сплайновых узлов. Оптимизация вектора β нулевых и первых производных на концах осуществляется исходя из минимизации основного функционала. Для этой цели формируется функционал, который является квадратичным по α, β и вектор β рассматривается как дополнительная переменная. Для фиксированных узлов решается стандартная задача минимизации

$$(\alpha^\circ(\xi), \beta^\circ(\xi)) = \arg\{ \min_{\alpha \in A, \beta, \xi \in \Xi} S(y, x_s(\alpha, \beta, \xi)) \}$$

и вычисляется частичная остаточная сумма $S(y, x_s(\alpha^\circ(\xi), \beta^\circ(\xi), \xi))$.

Для задачи оптимизации расположения сплайновых узлов $\xi^T = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n-1})$ формируется множество векторов сплайновых узлов $\xi \in \bar{G}_\zeta^{n-1}$ с учётом неравенств $\xi_1 < \xi_2 < \dots < \xi_{n-1}$ и вычисляется массив соответствующих значений функционала. Нахождение оптимального расположения сплайновых узлов производится методом перебора по параметрам ξ на множестве \bar{G}_ζ^{n-1}

$$\xi^\circ = \arg\{ \min_{\xi \in \bar{G}_\zeta^{n-1}} S(y, x_s(\alpha^\circ(\xi), \beta^\circ(\xi), \xi)) \}.$$

Алгоритм №3 предназначается для решения задачи устранения шумов в звуковых сигналах с использованием аппроксимационной сплайновой фильтрации, базирующейся на дискретных ортогональных полиномах с выбором степени L .

Фильтрация звуковых сигналов, обычно, сопряжена с наличием большого числа N_{f_0} наблюдений сигнала $y(Ti)$, $0 \leq i \leq N_{f_0} - 1$.

Для снижения размерности систем линейных уравнений предложено аппроксимационную сплайновую фильтрацию реализовывать по частям на сплайновых участках по N_f точек, $N_{f_0} = N_f s_0, s_0$ - число участков.

Гладкость аппроксимационной сплайновой функции в точках стыковки $i = N_f s$, s - номер участка, $s = 1, \dots, s_0 - 1$, обеспечивается регулирующими векторами $\beta_s^T = (\beta_{s,1}, \beta_{s,2}, \beta_{s,3}, \beta_{s,4})$, которые вычисляются на основе определения оценок нулевых и первых производных звуковых

сигналов для точек стыковки сплайновых участков $i = N_f s$. Формируются модели $\mathbf{c}_s^T \boldsymbol{\varphi}(Ti)$ для точек $N_{1s} \leq N_f s \leq N_{2s}$, записываются квадратичные функционалы, минимизация которых позволяет найти параметры моделей \mathbf{c}_s°

$$S(\mathbf{c}_s, \mathbf{y}) = \sum_{i=N_{1s}}^{N_{2s}} (y(Ti) - \mathbf{c}_s^T \boldsymbol{\varphi}(Ti))^2, \quad \mathbf{c}_s^\circ = \arg \{ \min_{\mathbf{c}_s} S(\mathbf{c}_s, \mathbf{y}) \}.$$

Оценки значений звукового сигнала и его производных в точках стыковки сплайновых участков представляются в виде векторов $\mathbf{d}_s^T = (d_{s,1}, d_{s,2})$

$$d_{s,1} = c_{s,1}^\circ + c_{s,2}^\circ (TN_f s) + c_{s,3}^\circ (TN_f s)^2, \quad d_{s,2} = c_{s,2}^\circ + 2c_{s,3}^\circ (TN_f s).$$

Регулирующие вектора $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{s_0}$ вычисляются через векторы $\mathbf{d}_0, \mathbf{d}_1, \dots, \mathbf{d}_{s_0}, \mathbf{d}_{s_0+1}$.

Благодаря вычисленным регулирующим векторам оказывается возможной фильтрация по частям и получение гладкой аппроксимационной сплайновой фильтрующей функции.

Алгоритм №4 реализует преобразование частоты дискретизации в звуковых сигналах с использованием аппроксимационной сплайновой фильтрации, основанной на применении дискретных ортогональных полиномов. Работа алгоритма №4 предполагает осуществление следующих действий, которые разбиваются на три этапа.

На первом этапе для конечной последовательности значений сигнала $y(Ti)$, $i = 0, 1, \dots, N-1$, дискретизованных с частотой F_d , осуществляет построение дискретной аппроксимационной сплайновой функции для моментов времени Ti ; вычисляется система ортогональных полиномов $f_l(Ti)$, $l = 0, 1, \dots, L$ для $i = 0, \dots, N-1$ и \mathbf{a}° - вектор параметров аппроксимационной сплайновой функции для определения $f(\mathbf{a}^\circ, Ti)$. На втором этапе вычисляются значения $f_l(t)$, для произвольных t , удовлетворяющих $0 \leq t \leq T(N_f - 1)$. Для момента t определяется номер $k = k_i$ интервала $TN(k-1) \leq t < TNk$, $k = 1, \dots, n$ и вычисляются $t_k = t - TN(k-1)$. Значение аппроксимационной сплайновой функции

в точке t с учётом соотношения $t_k = t - TN(k_t - 1)$ представится следующим образом

$$f(\alpha^\circ, t) = \sum_{k=1}^n \sum_{l=0}^{l_k} \alpha_{l,k}^\circ f_{l,k}(t_k).$$

На третьем этапе для $t = T_1 i_1$, $i_1 = 0, 1, \dots, N_{f_1} - 1$ формируется последовательность дискретных значений сигнала с изменённым шагом дискретизации (частотой дискретизации)

$$y(T_1 i_1) = f(\alpha^\circ, T_1 i_1), \quad i_1 = 0, 1, \dots, N_{f_1} - 1.$$

Для алгоритмов №1-4 в диссертации разработаны блок-схемы, иллюстрирующие вычислительные процессы аппроксимационной сплайновой фильтрации для рассматриваемых прикладных задач.

В четвёртой главе производилось экспериментальное и модельное исследование разработанных алгоритмов №1-4 аппроксимационной сплайновой фильтрации для сигналов рассматриваемых систем.

Для целей исследования был разработан программный Matlab-комплекс аппроксимационной сплайновой фильтрации в виде информационной системы.

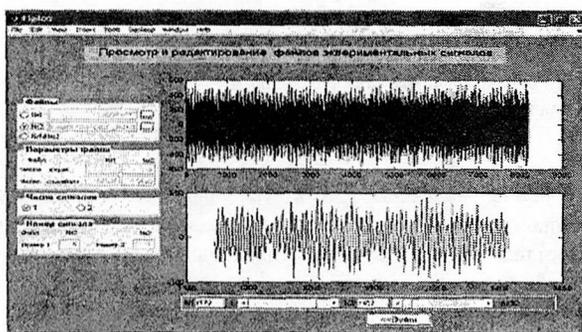


Рис.1. Интерфейсное окно Matlab-комплекса аппроксимационной сплайновой фильтрации

Этот комплекс обеспечивает: 1) этап предварительной обработки, просмотра и редактирования сигналов; 2) этап аппроксимационной

сплайновой фильтрации на основе полиномов второго порядка и ортогональных полиномов.

На рис.1 изображено интерфейсное окно для просмотра и редактирования экспериментальных сигналов.

Результаты экспериментального исследования алгоритма №1 аппроксимационной сплайновой фильтрации измеренных характеристик ЛА представлены на рис.2. Реализована аппроксимационная сплайновая фильтрация поляры $c_{ju}(i) = P(c_{xa}(i))$, $i = 0, 1, \dots, N_f - 1$ для фиксированных сплайновых узлов и регулируемых производных на концах интервала наблюдения, наблюдения $c_{xa}(i)$ были произведены с неравномерной дискретизацией.

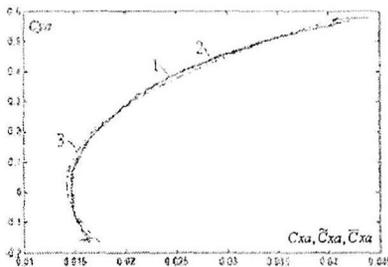


Рис.2. Исходная (1), сплайновая аппроксимация (2) и параболическая аппроксимация (3) поляры $c_{xa}(i) = P_0(c_{ju}(i))$

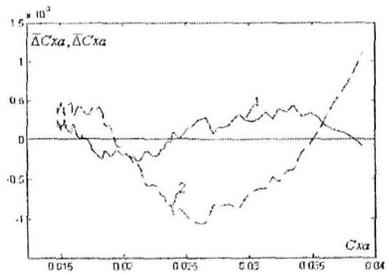


Рис.3. Функции погрешностей цифровой фильтрации, сплайновая аппроксимация (1), параболическая аппроксимация (2)

На рис.2 линией (2) отмечены результаты фильтрации, $n = 3$ - три фиксированных сплайновых узла. Индексом (1) отмечена исходная поляра, кривая (3) представляет собой результат параболической аппроксимации. В отфильтрованной поляре устранены нестационарные шумы на концах интервала и достигнуто практически нулевое фазовое искажение. На рис.3 представлены оценки среднеквадратичных погрешностей $\overline{\Delta C_{xa}}$, $\overline{\Delta C_{xa}}$ аппроксимационной сплайновой фильтрации.

Алгоритм №2 был экспериментально исследован для задачи аппроксимационной сплайновой фильтрации зависимости подъёмной силы $Y(i)$ от угла атаки $\alpha_M(i)$ с выбором оптимальных условий для производных на концах и оптимальных сплайновых узлов.

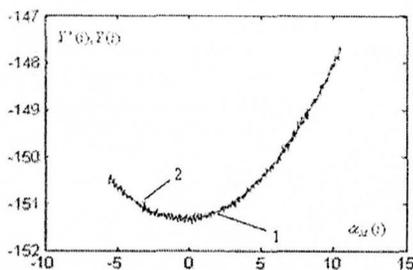


Рис. 4. Аппроксимационная сплайновая фильтрация зависимости подъёмной силы

Реализовывалось оптимальное регулирование сплайновой функции на концах и выбор оптимального расположения узлов. На рис.4 представлен результат фильтрации по алгоритму №2, 1- отфильтрованная зависимость $Y^o(i)$, 2-исходная зависимость $Y(i)$.

Применение алгоритма №2 для данной задачи оказалось эффективным. Оценки погрешностей позволили сделать вывод об относительных ошибках фильтрации, составляющих $\approx (0.1 \div 0.5)\%$, что меньше относительных погрешностей, которые возникают при традиционных методах фильтрации; предлагаемый алгоритм реализует, практически, нулевое фазовое запаздывание.

Алгоритм №3 был применён для аппроксимационной сплайновой фильтрации с целью устранения широкополосных шумов в звуковом сигнале.

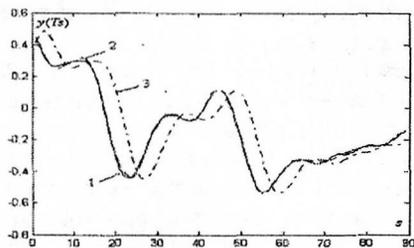


Рис.5. Фрагменты исходного и отфильтрованных звуковых сигналов

На рис.5 представлены результаты экспериментального исследования

фильтрации натурального звукового сигнала с помощью аппроксимационного сплайнового фильтра и традиционного полосового цифрового фильтра; 1-исходный сигнал, 2 -отфильтрованный с помощью сплайнового фильтра, 3- отфильтрованный с помощью полосового фильтра.

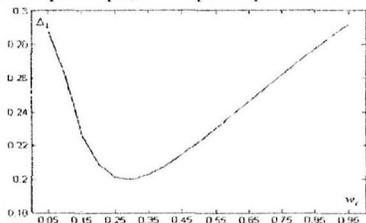


Рис.6. Погрешности полосового фильтра

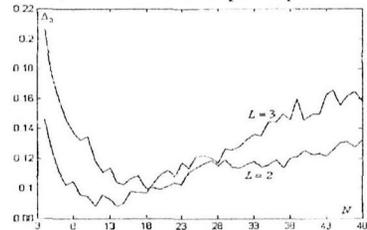


Рис.7. Погрешности сплайнового фильтра

На рис.6 помещены оценки погрешностей полосовой фильтрации на основе цифрового фильтра Баттерворта. На рис.7 изображены результаты работы аппроксимационного сплайнового фильтра звукового сигнала для полиномов с $L=2,3$.

Экспериментальное исследование алгоритма №3 аппроксимационной сплайновой фильтрации для цифровой обработки натуральных звуковых сигналов показало, что по сравнению с традиционной цифровой фильтрацией, предложенный алгоритм позволяет снизить среднее квадратичное значение (СКЗ) погрешностей фильтрации, в среднем на 50-70% и обеспечивает, по экспертным оценкам, приемлемое качество звучания отфильтрованных звуковых сигналов.

Алгоритм №4 на основе аппроксимационной сплайновой фильтрации был применён для задачи преобразования частоты дискретизации звуковых сигналов. Рассматривались математические модели звуковых сигналов. Проведённое моделирование позволило сделать вывод об эффективности алгоритма №4. На рис.8 для модельной синусоиды в шумах проиллюстрирована работа предлагаемого алгоритма; 2-исходный сигнал-модельная синусоида, 1-зашумлённый сигнал, 3-сигнал с преобразованной частотой дискретизации

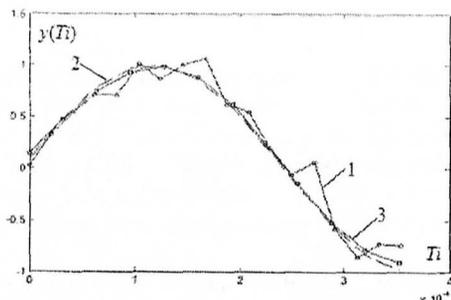


Рис.8. Результаты работы алгоритма преобразования частоты дискретизации

На рис.9 представлены оценки СКЗ погрешностей алгоритма №4 преобразования частоты дискретизации для модельной синусоидальной функции в зависимости от порядка сплайнового фильтра $L = 2 - 5$ и уровня шума $\sigma_1 = 0, \sigma_2 = 0.05, \sigma_3 = 0.1, \sigma_4 = 0.2$. Разработанный алгоритм преобразования частоты дискретизации на основе ортогональных полиномов с $L=5$ и выбранного сплайнового интервала по сравнению с полиномами с $L=2$ обеспечивает снижение СКЗ погрешности в $\approx 3-5$ раз.

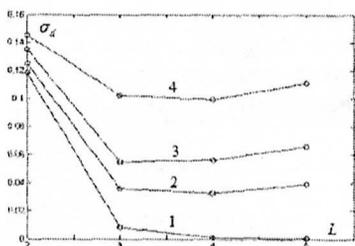


Рис.9. Оценки СКЗ погрешностей алгоритма преобразования частоты дискретизации

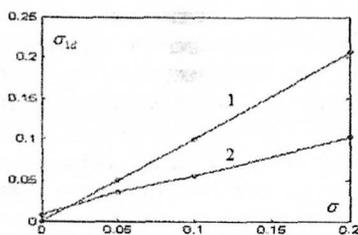


Рис.10. Сравнительные оценки СКЗ погрешностей алгоритмов преобразования частоты дискретизации

На рис.10 помещены графики: оценок СКЗ погрешностей (график 1) алгоритма передискретизации со сплайновой интерполяцией из Matlab Spline Toolbox и оценок СКЗ погрешностей (график 2), возникающие от предлагаемого алгоритма №4. Предложенный алгоритм №4 обеспечивает лучшую точность – снижение СКЗ примерно в 2 раза.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

В диссертационной работе решена актуальная научно-техническая задача разработки и применения методов и алгоритмов аппроксимационной сплайновой фильтрации для сигналов систем с нестационарными возмущениями. Результаты диссертационного исследования ориентированы на применение в информационных системах для многих предметных областей.

1. Предложенный метод аппроксимационной сплайновой фильтрации, обеспечивает вычисление параметров аппроксимационных сплайновых модельных функций и сводится к решениям специальных систем линейных уравнений.
2. Предложенная система методов и алгоритмов аппроксимационной сплайновой фильтрации, состоящая из базовых алгоритмов с регулируемыи и нерегулируемыи условиями на концах интервалов наблюдений, алгоритмов с дискретными ортогональными полиномами, алгоритмов с выбором оптимального расположения сплайновых узлов позволяет решать широкий круг прикладных задач, связанных с фильтрацией сигналов систем с нестационарными возмущениями, содержит научную новизну и является практически значимой.
3. Применение разработанных методов и алгоритмов аппроксимационной сплайновой фильтрации с оптимальными условиями на концах и оптимальным выбором расположения сплайновых узлов для задач цифровой фильтрации экспериментальных аэродинамических характеристик подтвердило их эффективность.
4. Вычисленные оценки погрешностей сплайновой фильтрации экспериментальных аэродинамических характеристик позволяет сделать вывод об относительных погрешностях фильтрации по предлагаемому методу, составляющих величины, в среднем, $\approx (0.1 \div 0.5)\%$, что значительно меньше погрешностей, которые возникают при реализации традиционных методов фильтрации; предложенный алгоритм сплайновой фильтрации реализуется, практически, нулевое фазовое запаздывание.
5. Применение разработанного метода и алгоритма аппроксимационной сплайновой фильтрации для задач устранения шумов в звуковых сигналах показало, что по сравнению с традиционной цифровой фильтрацией, предложенный алгоритм позволяет снизить СКЗ погрешностей фильтрации, в среднем, на 50-70%.

6. Разработанный алгоритм устранения шумов в звуковых сигналах на основе аппроксимационной сплайновой фильтрации, как показывает проведённое моделирование и экспертные оценки, обеспечивает удовлетворительное качество звучания отфильтрованных звуковых сигналов.

7. Применение разработанного метода аппроксимационной сплайновой фильтрации для задачи преобразования частоты дискретизации звуковых сигналов подтвердило его эффективность; для ортогональных полиномов со степенями $L=5$ и соответствующего выбранного сплайнового интервала по сравнению с полиномами с $L=2$, СКЗ погрешности преобразования меньше в $\approx 3-5$ раз.

8. Разработанный алгоритм преобразования частоты дискретизации звуковых сигналов обеспечивает существенно меньшие погрешности по сравнению с традиционными алгоритмами, основанными на использовании интерполяционных кубических сплайнов.

9. Практическая реализация разработанных методов и алгоритмов аппроксимационной сплайновой фильтрации, которая базировалась на созданных программах сплайновой аппроксимационной фильтрации SPEC-TRANS-A и SPECTRANS-A10 для задач цифровой обработки экспериментальной информации от аэродинамической трубы Т-128 (ЦАГИ) и программного лабораторного комплекса для модуля «Преобразование частоты дискретизации звуковых сигналов», применённых в учебном процессе НИЯУ МИФИ и МТУСИ, подтвердила их работоспособность и высокую эффективность.

Основные публикации по теме диссертации

I. В журналах, представленных в международной базе цитирования Scopus:

1. Getmanov V.G., Orlov S.E. A way to Use Local and Spline Models for Estimating the Parametrical Functions of a Nonstationary Waveform Signals. Pattern Recognition and Image Analysis, 2011. Vol.21, No.4, pp.677-680.
2. Burov, V.V., Getmanov, V.G., Orlov, S.E., Petronevitch, V.V. Method of digital filtration of experimental data sequences with the use of approximation spline functions (2011) Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing, 47 (1), pp.29-38

II. В журналах, входящих в перечень ВАК Российской Федерации:

3. Гетманов В.Г., Орлов С.Е. Программный комплекс спектрально-временного анализа для нестационарных колебательных сигналов.// Информационные технологии. 2010. №9. С.48-53.
4. Гетманов В.Г., Орлов С.Е. Применение аппроксимационных сплайнов для цифровой фильтрации звуковых сигналов.// Радиотехника. 2010. №3. С.32-38.
5. Гетманов В.Г., Модяев А.Д., Орлов С.Е., Попов О.Б. Алгоритм преобразования частоты дискретизации звуковых сигналов на основе аппроксимационных ортогональных сплайнов.// Информационно - измерительные и управляющие системы. 2011.№10. С.45-53.

III. Публикации в других изданиях и материалы конференций:

6. Гетманов В.Г., Орлов С.Е. Спектральный анализ нестационарных колебательных сигналов на основе полигармонических моделей.// Не разрушающий контроль и техническая диагностика: 18-я Всероссийская конференция с международным участием. Нижний Новгород, 29.09-03.10.2008. М.: Машиностроение, 2008. С.156-160.
7. Гетманов В.Г., Орлов С.Е. Сплайновая фильтрация звуковых сигналов.// Труды 11-й международной конференции «Цифровая обработка сигналов и её приложения». М.: РНТОРЭС им. А.С.Попова. 2009.Т.1.С.144-147.
8. Гетманов В.Г., Орлов С.Е. Применение ПК SPECTRANS для спектрально-временного анализа нестационарных колебательных сигналов. // Труды 11-й международной конференции «Цифровая обработка сигналов и её приложения». М.: РНТОРЭС им. А.С. Попова. 2009.Т.1.С.147-150.
9. Орлов С.Е. Автоматизированная система для просмотра и редактирования файлов экспериментальных сигналов.// Научная сессия МИФИ-2009. 12-я Московская международная телекоммуникационная конференция студентов и молодых учёных «Молодёжь и наука» Тезисы докладов. Ч2. М.: МИФИ, 2009. С.151-153.
10. Гетманов В.Г., Зверев М.В., Орлов С.Е. Применение вейвлет-преобразований и сплайновых аппроксимационных функций для фильтрации нестационарных акустических сигналов. /Труды 12-й международной конференции «Цифровая обработка сигналов и её приложения». М.: РНТОРЭС им. А.С. Попова. 2010. Т.2. С.217-219.

11. Гетманов В.Г., Зверев М.В., Орлов С.Е. Фильтрация нестационарных акустических сигналов на основе сплайновой аппроксимации и wavelet- преобразований.// Научная сессия НИЯУ МИФИ-2010. //13-я Московская международная телекоммуникационная конференция студентов и молодых учёных «Молодёжь и наука» Тезисы докладов в 3-частях. ЧЗ./М.: НИЯУ МИФИ.2010. С. 127-128.
12. Гетманов В.Г., Орлов С.Е. Сплайновая фильтрация результатов аэродинамических экспериментов. // Научная сессия НИЯУ МИФИ-2011. Аннотации докладов. В 3 томах. Т.3. М.: НИЯУ МИФИ, 2010. С.146
13. Орлов С.Е., Малов А.В. Объективная экспресс- оценка качества передачи звуковых сигналов. // INTERMATIC-2010. Материалы международной научно- технической конференции «Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения», 23-27 ноября 2010г. Москва/ под ред. чл.-корр. РАН А.С. Сигова. М.: Энергоатомиздат, 2010. Часть 3. С.217-221.
14. Гетманов В.Г., Орлов С.Е., Попов О.Б. Применение аппроксимационных сплайнов для задачи изменения частоты дискретизации звуковых сигналов. // INTERMATIC-2010. Материалы международной научно-технической конференции «Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения», 23-27 ноября 2010г. Москва/ под ред. чл.-корр. РАН А.С. Сигова. М.: Энергоатомиздат, 2010. Часть 3. С.24-27.

IV. Свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ:

15. Гетманов В.Г., Орлов С.Е. Свидетельство гос. регистрации программы для ЭВМ, № 20106117522, 28.10.2010, Роспатент.
16. Гетманов В.Г., Орлов С.Е. Свидетельство гос. регистрации программы для ЭВМ, № 2011618170, 18.10.2011, Роспатент.
17. Гетманов В.Г., Орлов С.Е., Сидоров Р.В. Свидетельство гос. регистрации программы для ЭВМ, № 2016619481, 22.08.2016, Роспатент.
18. Гетманов В.Г., Орлов С.Е., Сидоров Р.В. Свидетельство гос. регистрации программы для ЭВМ, № 2016619537, 23.08.2016, Роспатент.

Подписано в печать: 25.04.2017

Заказ № 11966 Тираж - 100 экз.

Печать трафаретная.

Типография «11-й ФОРМАТ»

ИНН 7726330900

115230, Москва, Варшавское ш., 36

(977) 518-13-77 (499) 788-78-56

www.autoreferat.ru riso@mail.ru