

На правах рукописи

**Богданова Екатерина Владимировна**

**АЛГОРИТМЫ НЕАНАЛОГОВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МОНТЕ-  
КАРЛО В РАСЧЕТАХ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ**

Специальность 2.4.9 – Ядерные энергетические установки, топливный цикл, радиационная  
безопасность

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Автор:



Москва 2023

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ».

**Научный руководитель:** Тихомиров Георгий Валентинович, д.ф.-м.н., профессор, заместитель директора Института ядерной физики и технологий НИЯУ МИФИ, г. Москва

**Официальные оппоненты:** Зизин Михаил Николаевич, д.ф.-м.н., главный научный сотрудник, Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», г. Москва

Ельшин Александр Всеволодович, д. т. н., профессор, главный научный сотрудник, ФГУП «НИТИ им.А.П. Александрова», г. Сосновый Бор

Конюхова Анастасия Ивановна, к. т. н., инженер-конструктор 1 кат., АО ОКБ «ГИДРОПРЕСС», г. Подольск

**Консультант:** Панин Михаил Петрович, к.ф.-м.н., доцент, старший научный сотрудник, НИЯУ МИФИ, г. Москва

Защита диссертации состоится «13» марта 2024 г. в 15 час. 00 мин. на заседании диссертационного совета МИФИ.2.02 при Национальном исследовательском ядерном университете «МИФИ» по адресу: 115409, г. Москва, Каширское шоссе, 31, тел. 8 (499) 323 91 67.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НИЯУ МИФИ и на сайте <https://ds.mephi.ru/>.

Просим принять участие в работе совета или прислать отзыв в двух экземплярах, заверенных печатью организации, по адресу НИЯУ МИФИ.

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2024 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
доцент, к. т. н.



Е.Г. Куликов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность работы

Математическое моделирование является неотъемлемой составляющей процесса разработки и исследования физических процессов. В физике ядерных реакторов математическое моделирование занимает особое место, поскольку работа реактора – это сложный и многосторонний процесс, в котором большое количество явлений и эффектов несут в себе случайный характер. Данные, получаемые от различных датчиков и приборов, являются неполными, так как передают информацию об ограниченном наборе преимущественно интегральных характеристик активной зоны реактора (температура, давление теплоносителя на входе и выходе из активной зоны, расход теплоносителя через активную зону и др.). Из-за небольших вариаций в пределах технологических допусков информация о конструкции реактора также является неточной. Наличие неполных данных может впоследствии оказать заметное влияние на безопасность и эффективность работы реактора. Важной составляющей необходимости использования математического моделирования является сложность, а иногда и невозможность воспроизведения реального эксперимента. В случае рассмотрения проектируемых инновационных реакторных установок, у которых отсутствует полноценная экспериментальная база, математическое моделирование позволяет обнаруживать и прогнозировать ранее никогда не наблюдавшиеся явления и эффекты.

С увеличением мощностей вычислительной техники стохастические методы, а именно метод Монте-Карло, приобретает все большую популярность, и на сегодняшний день прецизионные расчеты способны заменить реальный эксперимент численным. Однако существует ряд задач, для достижения требуемой точности расчета в которых даже на современной технике необходимы значительные вычислительные затраты. К данным задачам относятся задачи на глубокое прохождение излучения, задачи расчета защиты ядерных энергетических установок, задачи оценки эффективности детекторов и др. Из-за моделирования сложной геометрии на пути нейтрона от активной зоны к защите реактора и больших неопределённостей, вызванных малой посещаемостью нейтронами соответствующих областей, в подобных задачах наблюдается высокая статистическая неопределенность расчета.

Для повышения точности оценки рассчитываемых функционалов и увеличения скорости счета существуют различные методы понижения дисперсии (неаналоговое моделирование Монте-Карло). Методы понижения дисперсии представляют собой

альтернативные и более эффективные способы оценки рассматриваемых функционалов, при которых происходит достижение желаемой точности с меньшими затратами на моделирование. Для многих задач нейтронной физики методы понижения дисперсии являются не только способом ускорения вычислений и повышения эффективности расчета, а абсолютно необходимым инструментом, без которого было бы невозможно получить достоверный результат.

Применение неаналоговых методов моделирования переноса излучения значительно сокращает время вычислений, однако, при неправильном подборе параметров моделирования, существует вероятность понизить эффективность того или иного метода. Отсутствие в настоящее время единых представлений об использовании методов понижения дисперсии диктует необходимость разработки системы тестовых задач для апробации, верификации и демонстрации эффективности неаналоговых подходов в методе Монте-Карло, а также рекомендаций по их использованию в задачах нейтронно-физического расчета. Разработка тестовых задач является фундаментальной частью математического моделирования, которое является основой процесса проектирования и расчетной поддержки эксплуатации объектов использования атомной энергии.

Тема научного исследования напрямую связана с глобальными целями развития ядерной отрасли, в числе которых разработка и совершенствование методов расчета инновационных ядерных реакторов, включая реакторы на быстрых нейтронах.

Актуальность работы определяется необходимостью пополнения расчетной базы данных в виде новых методик и систем тестовых задач по совершенствованию технологий обеспечения ядерной и радиационной безопасности инновационных ядерных реакторов. Разрабатываемая система тестовых задач позволит провести верификацию и валидацию существующих и разрабатываемых программных средств в части неаналогового моделирования на этапе подготовки к государственной аттестации, определить способность или неспособность программного кода к расчетам определенного типа, оценить точности моделирования нейтронно-физических процессов.

### **Цель работы**

Целями диссертационного исследования являются разработка системы тестовых задач, предназначенной для апробации, верификации и демонстрации эффективности неаналоговых подходов в методе Монте-Карло, и разработка методики по выбору оптимальных параметров моделирования, направленная на повышение эффективности расчетных средств для обоснования безопасности объектов использования атомной энергии.

Для достижения поставленных целей были решены следующие задачи:

- проанализированы и обобщены существующие алгоритмы, методы и инструменты моделирования ядерных реакторов;
- разработана классификация тестовых задач нейтронно-физического расчета;
- проведена систематизация существующих методов понижения дисперсии в соответствии с типом задач нейтронно-физического расчета;
- разработана система тестовых задач, предназначенная для верификации методов понижения дисперсии;
- разработана методика и сформулированы рекомендации по выбору оптимальных параметров неаналогового моделирования;
- проведена верификация разработанной методики на примере расчета защиты реактора на быстрых нейтронах со свинцовым теплоносителем по программам MSU и OpenMC.

#### **Научная новизна работы**

- предложена новая классификация тестовых задач нейтронно-физического расчета, основанная на разделении масштаба моделируемых систем и ориентированная на конечную цель применения тестовых задач;
- разработана система тестовых задач, предназначенная для апробации, верификации и демонстрации эффективности программных средств, реализующих неаналоговые подходы в методе Монте-Карло;
- впервые для программы OpenMC разработан модуль генерации весовых окон, предназначенный для получения оптимальных параметров неаналогового моделирования в задачах на глубокое прохождение излучения;
- предложена новая методика и численные рекомендации по выбору оптимальных параметров моделирования, направленные на повышение эффективности расчетных средств для обоснования безопасности ОИАЭ.

#### **Практическая значимость работы**

1. Разработанная система тестовых задач и результаты ее расчета могут быть использованы для проведения верификации и экспертизы программных средств на этапе их аттестации.
2. Использование модуля генерации весовых окон в программе OpenMC способствует наиболее эффективной оценке функционалов в объектах, в которых наблюдается сильное ослабление нейтронного потока. Разработанный модуль генерации весовых окон расширяет возможности программы OpenMC и увеличивает область ее применимости.

3. С помощью предложенной методики по выбору оптимальных параметров неаналогового моделирования получены результаты расчета защиты реактора на быстрых нейтронах со свинцовым теплоносителем.

4. Предложенная методика по выбору параметров неаналогового моделирования используется при подготовке поверхностей отклика на радиусе расположения боковых ионизационных камер для каждой периферийной ТВС в активной зоне реактора ВВЭР-1200, что подтверждается актом о внедрении результатов работы.

**Достоверность** научных положений, выводов и практических результатов, полученных в диссертационной работе, подтверждена:

- проведением расчетных исследований по прецизионным программам, аттестованным для расчета ядерных энергетических установок;
- верификацией результатов расчетов с данными из международных бенчмарков и результатами, полученными по другим прецизионным программам – OpenMC, Serpent.

Результаты работы опубликованы в реферируемых научных журналах и апробированы на профильных научных конференциях и семинарах.

#### **Научные результаты выносимые на защиту**

1. Классификация тестовых задач нейтронно-физического расчета, позволяющая систематизировать существующие и разрабатываемые тесты.

2. Система тестовых задач для апробации, верификации и демонстрации эффективности неаналоговых подходов в методе Монте-Карло. Результаты расчета разработанной системы тестовых задач.

3. Рекомендации по использованию методов понижения дисперсии в задачах нейтронно-физического расчета методом Монте-Карло.

4. Модуль генерации весовых окон в программе OpenMC, предназначенный для получения оптимальных параметров неаналогового моделирования в задачах на глубокое прохождение излучения.

5. Методика и численные рекомендации по выбору оптимальных параметров моделирования, направленные на повышение эффективности расчетных средств для обоснования безопасности ОИАЭ и результаты расчета защиты реактора на быстрых нейтронах со свинцовым теплоносителем по разработанной методике.

## **Апробация и реализация результатов исследования**

Основные положения работы докладывались и обсуждались на следующих научных семинарах, совещаниях и конференциях: Международная конференция молодых специалистов, ученых и аспирантов по физике ядерных реакторов "Волга" (2016, 2018, 2022 гг., Тверская обл., СОЛ «Волга», Россия); The Third Japan-Russian Forum for Education and Research (2020, Токио, Япония); Научно-техническая конференция «Нейтронно-физические проблемы атомной энергетики «Нейтроника» (2017, 2019, г. Обнинск, Россия); VIII-я Международная молодежная научная школа-конференция «Современные проблемы физики и технологий» (2019. г. Москва, Россия); IV Annual National Exhibition VUZPROMEXPO-2019 (2019, Москва, Россия); XV Международная научно-практической конференция «Будущее Атомной Энергетики – AtomFuture» (2018, 2019, 2020 гг., г. Обнинск, Россия); OECD/NEA Rostov Unit 2 (Rostov-2) VVER-1000 Multi-Physics Benchmark (2018, Лука, Италия); 27th Symposium of AER on VVER Reactor Physics and Reactor Safety (2017, Мюнхен, Германия).

## **Личный вклад автора**

В процессе выполнения исследований автор принимал непосредственное участие в постановке цели и задач исследования, подготовке и проведении научных экспериментов, математических расчетов, обработке полученных результатов и формулировании выводов, написание публикаций по теме диссертации.

## **Публикации**

По теме исследования опубликовано 29 работ в научных журналах и сборниках трудов международных и российских конференций, в том числе 8 статей в рецензируемых изданиях, индексируемых базой данных Scopus, и/или 4 работы в журналах, входящих в перечень, рекомендованный ВАК РФ.

## **Объем и структура работы**

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, выводов и библиографии. Работа изложена на 123 страницах, содержит 31 рисунок, 35 таблиц, список цитируемой литературы из 208 наименований.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель работы и решаемые задачи, описана научная новизна и практическая значимость, изложены основные положения, выносимые на защиту.

**Первая глава** посвящена обзору современного состояния проблемы исследования, представлено краткое описание основных алгоритмов, используемых программными средствами в области математического моделирования ядерных энергетических установок, показаны существующие методы понижения дисперсии и их вариации.

Метод Монте-Карло является универсальным численным методом решения математических задач при помощи моделирования случайных величин. К его преимуществам можно отнести способность решать сложные нестационарные задачи в системах практически любой геометрии. Поточечное моделирование взаимодействия нейтронов с веществом, а также отсутствие каких-либо приближений и аппроксимаций, делает метод Монте-Карло наиболее распространенным, необходимым и достоверным для решения задач переноса излучения. Однако, являясь стохастическим методом расчета, метод Монте-Карло имеет важный недостаток – это статистический характер получаемых результатов. Наличие статистической неопределенности при расчете методом Монте-Карло влечет за собой необходимость моделирования большого числа историй для достижения приемлемой погрешности получаемых результатов, что приводит к ощутимым временам счета даже при использовании современных многопроцессорных вычислительных систем. Получение достоверного решения с наименьшими вычислительными и временными затратами возможно несколькими способами. Первый – это моделирование большого количества нейтронных историй, что влечет за собой огромные вычислительные затраты. Особо остро проблема неточности результата встает в задачах на глубокое прохождение излучения, как например, при расчете защиты, и в задачах оценки функционалов в очень малых областях фазового объема системы. В обоих случаях это связано с малой посещаемостью нейтронами соответствующих областей. Известно, что в среднем только одна частица на миллион, смоделированных методом Монте-Карло, вносит вклад в оценку функционала в зоне детектора. Следующий способ – это упрощение расчетных моделей, в таком случае достоверное решение будет получено только у конкретных функционалов. Также возможно применение детерминистических программ, но в них применяется ряд ограничений, а именно использование группового подхода, ограничения на геометрию и все программы данного типа являются проблемно-ориентированными. И следующий возможный вариант – применение различных методов уменьшения статистической неопределенности без увеличения числа моделируемых историй, то есть применение методов понижения дисперсии, другими словами, использование неаналогового моделирования Монте-Карло. Различные методы понижения дисперсии представляют собой альтернативные и более точные способы оценки рассматриваемых функционалов, при которых происходит достижение желаемой точности



с меньшими затратами на моделирование. Использование методов понижения дисперсии в математическом моделировании позволяет решать задачи, которые в противном случае невозможно было бы решить. Однако эффективность использования данных методом обусловлена опытом пользователя и способом их приложения.

В задачах моделирования переноса излучения различные методы понижения дисперсии являются разнообразными вариациями метода выборки по важности. Использование именно метода выборки по важности обусловлено тем, что моделирование методом Монте-Карло процессов, характеризующих состояние частицы и взаимодействие частицы со средой, будь то процесс столкновения с ядром или достижение той или иной точки пространства, можно представить в виде функции произведения веса частицы и вероятности наступления рассматриваемого события. Тем самым, заменяя реальную плотность вероятности на смещенную и корректируя вес частиц для сохранения общего математического ожидания, получаем возможность оценки функционалов с минимальной дисперсией.

В работе проведен анализ существующих методов понижения дисперсии и их вариаций. В настоящее время не существует определенного правила, следуя которому можно было бы предсказать, на какую величину должно уменьшиться значение дисперсии, чтобы используемый метод считался эффективным. Более того, отсутствуют рекомендации по выбору как самих методов понижения дисперсии, так и параметров моделирования, задаваемые при их применении.

В ходе литературного обзора была показана проблема нехватки компьютерных мощностей для проведения высокоточного анализа реакторных установок. И выявлен ряд факторов, увеличивающих чрезмерную вычислительную нагрузку и затрудняющих проведение расчетов при моделировании полномасштабных моделей ядерных реакторов стохастическим методом. Понимая проблему моделирования, можно подобрать ту или иную технику повышения эффективности расчета. При этом проверить достоверность результатов и правильность ее применения возможно с помощью системы тестовых задач, разработка которой является одной из целей работы.

Определение класса задач, в которых применение того или иного метода понижения дисперсии приведет к гарантированному успеху, является областью исследования в данной работе.

**Вторая глава** посвящена разработке системы тестовых задач для апробации, верификации и демонстрации эффективности неаналоговых подходов в методе Монте-Карло. Разработка системы тестовых задач является необходимой составляющей

математического моделирования, поскольку тесты позволяют определить способность или неспособность программного кода к расчетам определенного типа, осуществлять верификацию и валидацию существующих и разрабатываемых программных средств, техник и методик.

В настоящее время отсутствует четко сформулированная методология разработки тестовых задач. В связи с этим, в данной работе предложена классификация тестовых задач, которая в отличие от имеющихся, позволяет структурировать тесты по масштабу моделируемых систем и ориентацией на конечную цель их применения. Предлагается структура из трех категорий (рисунок 1), для каждой из которых сформулированы критерии, характеризующие масштаб модели, набор входных параметров, существование реального прототипа, наличие аналитического решения или экспериментальных данных, степень неопределённости исходных данных, конечное применение и др.

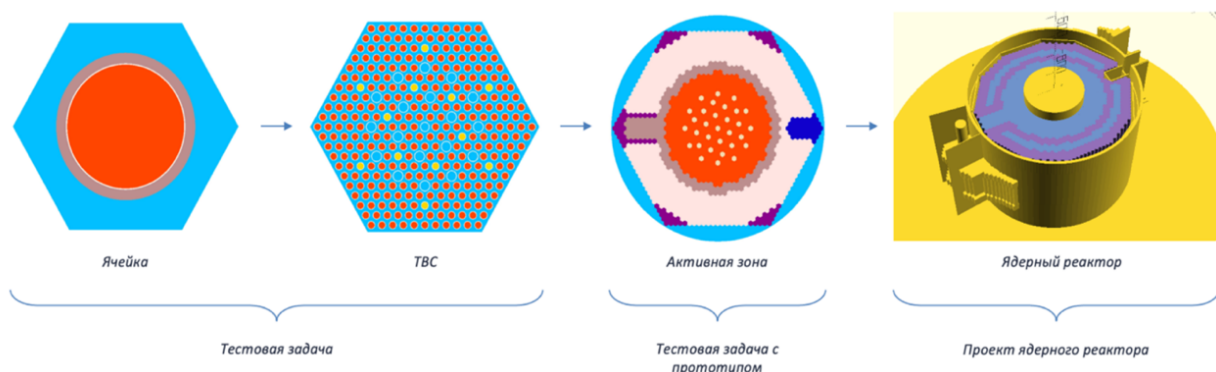


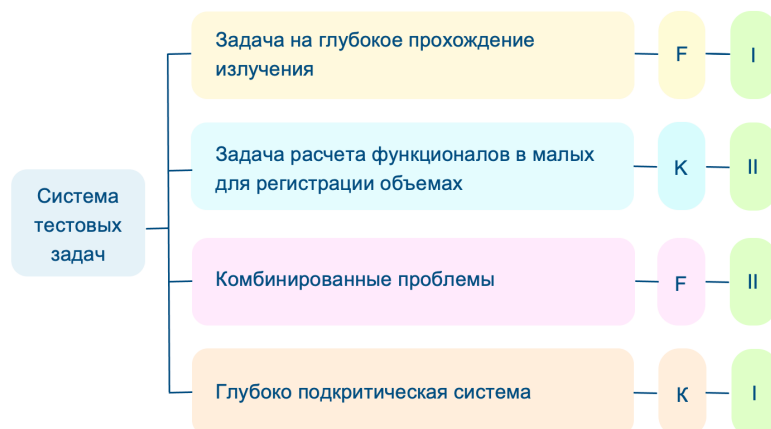
Рисунок 1 – Иллюстрация классификации тестовых задач нейтронно-физического расчета

Первая категория задач нейтронно-физического расчета включает в себя простые вычислительные (математические) тесты, не имеющие реального прототипа. Основная цель – это освоение программ и реализуемых ими методик. Вторая категория относится к вычислительным тестам с реальным прототипом. Рассматриваемая моделируемая система приближенно отражает прототип. Основное внимание уделено нейтронно-физическому анализу конкретных характеристик в исследуемой модели, незначительные для этой цели факторы упрощены. Третья категория тестовых задач предназначена для моделирования действующих или проектируемых объектов использования атомной энергии. По большей части основным назначением данных тестов является моделирование экспериментов и эксплуатационные расчеты.

Повышение категории тестовых задач предложенной классификации отражает степень погружения в проблему. Наличие тестовых задач всех трех категорий является необходимым для каждой области нейтронно-физического расчета.

Отсутствие рекомендаций по использованию методов понижения дисперсии в области нейтронно-физического моделирования диктует необходимость разработки системы тестовых задач, предназначенной для апробации, верификации и демонстрации эффективности программных средств, реализующих неаналоговые подходы в методе Монте-Карло.

Система тестовых задач, разрабатываемая в данной работе, структурно делится на четыре части, целями каждой из которых является изучение возможностей современных программных средств на основе метода Монте-Карло к применению техник понижения дисперсии и оценка эффективности их использования. Среди факторов, затрудняющие проведение расчетов по методу Монте-Карло, в работе основное внимание уделено проблеме наличия большого ослабления потока нейтронов, малым регистрационным объемам, комбинации вышеуказанных проблем и глубоко подкритическим системам. Структура системы тестовых задач представлена на рисунке 2. Стоит отметить, что тестовые задачи рассматриваемой системы относятся к первой (I) или второй категории (II) предложенной классификации тестовых задач нейтронно-физического расчета.



F – поток нейтронов, K – эффективный коэффициент размножения нейтронов

Рисунок 2 – Структура системы тестовых задач

Под эффективностью того или иного метода подразумевается функционал FOM – Figure of Merit, который связывает между собой два конфликтующих показателя – время расчета и статистическую неопределенность рассчитываемого функционала:

$$FOM = \frac{1}{R^2 T}, \quad (1)$$

где  $R$  – относительное отклонение,  $T$  – время расчета в минутах, необходимое для моделирования заданного количества моделируемых историй.

Первый блок задач относится к проблеме глубокого прохождения излучения, для которой характерно сильное ослабление потока. В литературе не существует четкого определения понятия глубокого прохождения излучения. Однако различные источники сходятся в том, что проблема глубокого прохождения излучения характеризуется ослаблением потока на несколько порядков. При этом исследования показывают, что ослабление на 3-5 порядков уже является значимым при оценке функционалов. Чаще всего проблема сильного ослабления нейтронного потока является принципиальной при расчете защиты ядерных установок, где наблюдается ослабление потока на 7-10 порядков. Сформулирована задача расчета плотности потока нейтронов на некотором расстоянии от точечного источника в бетонном блоке (рисунок 3). Данная задача относится к первой категории классификации задач нейтронно-физического расчета.

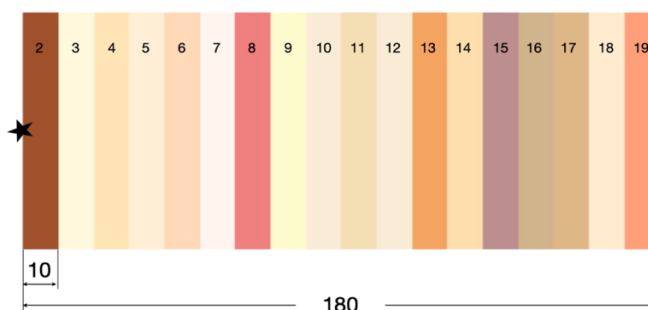


Рисунок 3 – Расчетная модель бетонного блока с точечным источником на границе

Рассмотрена возможность оценки функционала прямым аналоговым Монте-Карло методом и проведена верификация рассматриваемой модели. Результаты оценки функционала показывают наличие ослабления потока нейтронов на 3 порядка (рисунок 4). Видно, что с увеличением расстояния от источника, эффективность расчета, характеризующаяся параметром FOM, уменьшается в сотни раз (рисунок 5).

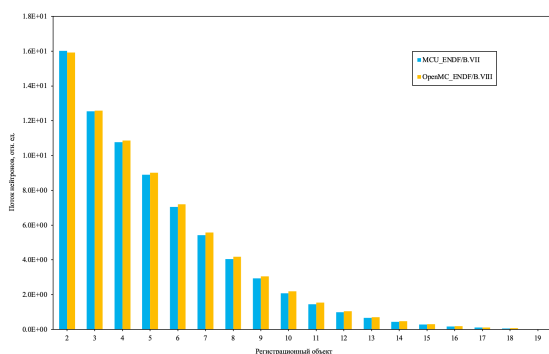


Рисунок 4 – Результаты расчета потока нейтронов в модели бетонного блока с точечным источником на границе прямым аналоговым методом

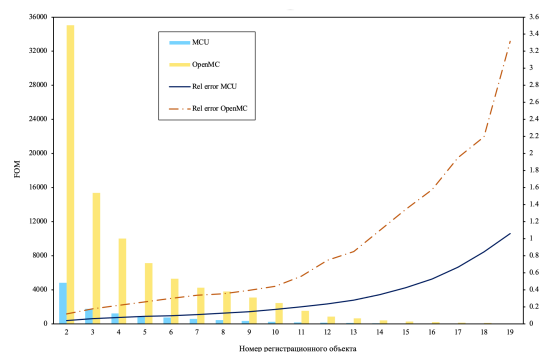


Рисунок 5 – Эффективность расчета и относительное отклонение потока нейтронов в тестовой модели при прямом аналоговом моделировании

Далее рассматриваются методы понижения дисперсии, реализованные в программном комплексе MCU, а именно расщепление по геометрии/русская рулетка. И методы, реализованные в программе OpenMC: неявный захват и метод весового окна.

*Метод расщепления/русская рулетка*, реализованный в программном комплексе MCU, требует задание ценностей геометрических областей, пересекая границы которых частица претерпевает либо расщепление, либо рулетку. В результате исследования было показано, что использование ценностей, увеличивающихся вдвое с увеличением расстояния от источника, позволяет эффективность оценки функционала – потока нейтронов, в наиболее удаленном от источника объекте больше, чем в 2,5 раза. При этом относительное отклонение рассматриваемого функционала снизилось до 0,1 %, что практически в десять раз ниже, чем при прямом аналоговом моделировании.

*Метод неявного захвата*, реализованный в программе OpenMC, подразумевает при каждом столкновении частицы с ядром замену вероятности возникновения поглощения на вероятность рассеяния. При этом вес частицы уменьшается на значение, равное вероятности возникновения поглощения. В работе проведено исследование влияния наиболее оптимальных параметров моделирования и сформулированы рекомендации по использованию данного метода. Результаты показывают, что эффективность расчета с рекомендованными параметрами увеличилась в 2 раза.

*Метод весового окна* в программе OpenMC позволяет увеличить количество моделируемых частиц в интересующих пользователя геометрических областях и диапазонах энергий. Для этого определяется верхняя и нижняя граница веса частиц, пересечение которых влечет за собой расщепление или русскую рулетку. Наибольшие трудности при использовании метода весового окна вызывает подбор используемых параметров, а именно ширина окна и вес частиц после расщепления. В программах MCNP и Serpent реализованы генераторы весовых окон, которые автоматически подбирают параметры моделирования. Однако в данной работе такая возможность не рассмотрена.

Рассмотрены три альтернативы генератора весовых окон. Первый вариант заключается в эмпирическом исследовании рассматриваемой проблемы. Проведен анализ влияния задаваемых пользователем параметров моделирования. Показано, что применение метода весового окна с эмпирически подобранными характеристиками позволяет повысить эффективность расчета потока нейтронов в максимально отдаленном от точечного источника объекте больше, чем в 2,5 раза.

Следующий возможный вариант получения весовых окон основывается на глобальном методе понижения дисперсии. Известно, что плотность потока нейтронов в

некотором объеме ( $\varphi_i$ ) пропорционален плотности частиц ( $n_i$ ) и, если речь идет о методе Монте-Карло, связан с моделируемой плотностью частиц ( $m_i$ ) следующим соотношением:

$$\varphi_i \propto n_i \approx m_i w_i, \quad (2)$$

где  $w_i$  – средний вес частиц в  $i$ -ой ячейке.

В прямом аналоговом моделировании вес частиц равен единице, что формирует их равномерное распределение в рассматриваемом пространстве. Тогда:

$$m_i \approx const, w_i \propto \varphi_i. \quad (3)$$

Очевидно, что в задаче с внешним источником такие условия наблюдаются в ячейке с наибольшим потоком нейтронов или, другим словами, с наименьшей дисперсией. Тем самым, опираясь на данное предположение, можно установить нижнюю границу весового окна для каждой  $i$ -ой ячейки через поток нейтронов ( $\varphi_i$ ) и максимальное значение потока нейтронов в рассматриваемой модели ( $\max(\varphi_i)$ ):

$$w_i = C \frac{\varphi_i}{\max(\varphi_i)}, \quad (4)$$

где  $C$  – константа.

В работе написан модуль на языке Python, позволяющий генерировать весовые окна в программе OpenMC на основе вышеизложенных утверждений. Разработанный модуль путем одного запуска позволяет провести прямой аналоговый расчет, сгенерировать весовые окна и использовать их в неаналоговом моделировании. При этом значение константы определяется из наиболее эффективного расчета с максимальным значением FOM. Использование метода весового окна с разработанным модулем генерации весовых окон позволяет повысить эффективность расчета потока нейтронов в максимально удаленном от источника объекте больше, чем в семь раз. При этом удастся понизить дисперсию расчета в шесть раз, чем при прямом аналоговом моделировании.

Также в работе рассмотрен метод генерации весовых окон через функцию ценности, описываемую дифференциальным уравнением, которая характеризует частицы, движущиеся в положительном/отрицательном направлении:

$$\frac{dN}{dx} = (\sigma_t - \sigma_s f)N(x) - \sigma_s r L(x), \quad (5)$$

$$\frac{dL}{dx} = (\sigma_t - \sigma_s f)L(x) + \sigma_s r N(x), \quad (6)$$

где  $f$  – вероятность рассеяния в прямом направлении,  $r$  – вероятность рассеяния в обратном направлении,  $\sigma_t$  – полное сечение,  $\sigma_s$  – сечение рассеяния.

В программу OpenMC была добавлена функция расчета вышеизложенных уравнений, с помощью которых определяются параметры моделирования. Эффективность данного метода, а именно параметр FOM, сравнима с эффективностью аналогового моделирование. Необходимо отметить, что данный способ возможен только в простой одномерно- двумерной геометрии.

Проведенное исследование продемонстрировало возможность использования методов понижения дисперсии в задаче на глубокое прохождение излучения. Сформулированы рекомендации по их использованию.

Второй блок задач относится к расчетам функционалов в малых для регистрации объемах – объемах, в которых сложно набрать приемлемую статистику. Описанная проблема является актуальной при расчете методом Монте-Карло, так как чем меньше выбранная для регистрации область, тем меньше частиц в нее попадает. Соответственно, для получения статистически приемлемого результата, необходимо моделировать большое количество нейтронных историй. Сформулирована тестовая задача на примере расчета критической сборки БФС-97-3 (рисунок 6) [NEA/NSC/DOC/(95)03/VI, 2006]. С целью верификации разработанной модели проведены расчеты эффективного коэффициента размножения нейтронов (таблица 1).

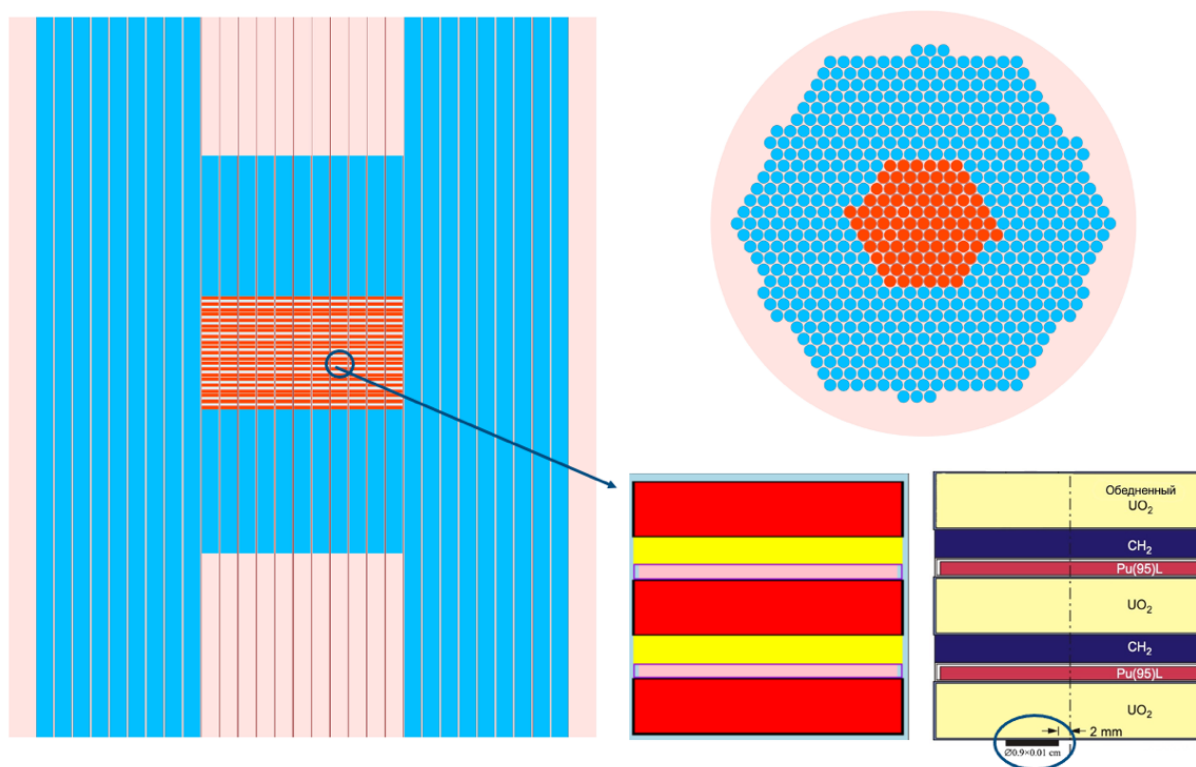


Рисунок 6 – Модель критической сборки БФС-97-3 с указанием активационной фольги в центре тепловыделяющего элемента центральной ТВС

Таблица 1 – Результаты расчета эффективного коэффициента размножения нейтронов в критической сборке БФС-97-3

Код / эксперимент	Библиотека	$K_{eff}$	$\sigma$ , абс.зн.
Эксперимент*	–	1,0008	0,0031
MCNP*	ENDF/B-VI.6	1,0023	0,0002
MCU	РОСФОНД	1,0017	0,0001
OpenMC	ENDF/B-VII.0	0,9996	0,0001
	ENDF/B-VII.1	0,9991	0,0001
	ENDF/B-VIII.0	1,0026	0,0002
* результаты, опубликованные в бенчмарке NEA OECD [NEA/NSC/DOC(2006)1, 2007]			

Таблица показывает, что результаты расчета эффективного коэффициента размножения нейтронов в разработанных моделях сходятся в пределах погрешности с результатами эксперимента. Отклонение результатов расчета от бенчмарка, в качестве которого выступают результаты, полученные по программе MCNP, не превышают 0,06 % в случае расчета по программе MCU, и 0,32 % в случае расчета по программе OpenMC. Расхождения полученных данных вызваны использованием различных библиотек ядерных констант. Особенно стоит отметить завышенные результаты при использовании библиотеки оцененных ядерных данных ENDF/B-VIII.0 относительно ENDF/B-VII.0 и ENDF/B-VII.1. Это приемлемо и неоднократно подтверждается опубликованными работами. В качестве примера, в работе В. Цверманна и Яна Хилла [Zwermann W., Hill I. Assessment of nuclear data libraries for fast reactor systems with MCNP and NDaST // Annals of Nuclear Energy. 2022. Vol. 178. P. 109354] показано, что отклонение в расчетах эффективного коэффициента размножения с использованием двух версий библиотек (ENDF/B-VII.1 и ENDF/B-VIII.0) может достигать более 0,4 %.

Проводилась оценка функционалов в активационной фольге очень малого объема, находящейся в центральном топливном стержне между двумя таблетками обедненного урана. Рассматривались поток нейтронов в активационной фольге, скорость реакции захвата на уране-238 (C8) и скорость реакции деления на уране-235 (F5). Для каждого из перечисленных методов проводилось исследование по выбору оптимальных параметров моделирования, а также проверка уже рекомендованных. Результаты представлены на рисунках 7 и 8.

Наибольший выигрыш удалось достичь при использовании метода весового окна с использованием разработанного модуля генерации весовых окон, который позволяет увеличить эффективность расчета потока нейтронов в активационной фольге в 4,5 раза относительно прямого аналогового моделирования, эффективность оценки скорости



реакции захвата на уране-238 (C8) и скорости реакции деления на уране-235 (F5) в 6,0 и 5,8 раз соответственно.

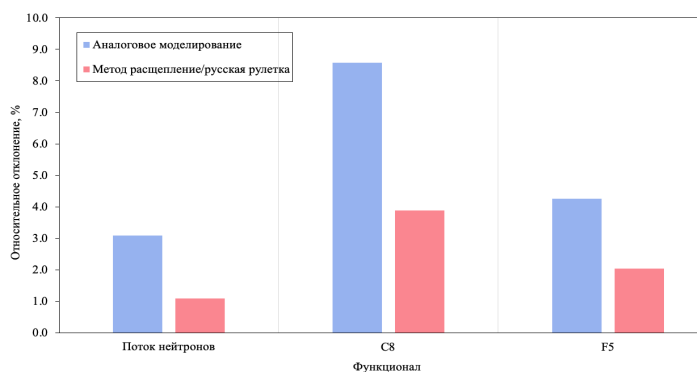


Рисунок 7 – Относительное отклонение функционалов, рассчитанных в программе MCU

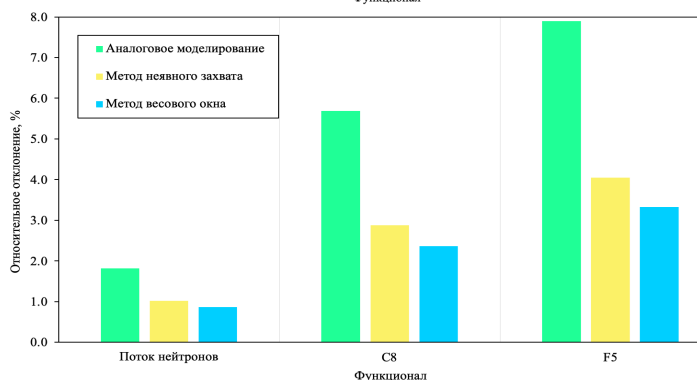


Рисунок 8 – Относительное отклонение функционалов, рассчитанных в программе OpenMC

Выполненный расчетный анализ продемонстрировал, что применение методов понижения дисперсии позволяет проводить надежные и эффективные расчеты локальных функционалов в малых объемах, что является важным с точки зрения верификации нейтронных данных, оценки точности реакторных характеристик, а также является значимым и для расчетов условий облучения различных образцов в ампульных устройствах.

Третий блок тестовых задач относится к комбинированным проблемам, где наблюдается сильное ослабление потока и присутствует необходимость оценки функционалов в малых для регистрации объемах. Как и предыдущая тестовая задача, данный тест относится ко второй категории классификации задач нейтронно-физического расчета.

Сформулирована тестовая задача на основе существующей экспериментальной установки с калифорниевым источником в центре, описанной в бенчмарке NEA OECD [NEA/NSC/DOC/(95)03/VIII, 2006]. Схема экспериментальной установки с точечным  $^{252}\text{Cf}$  источником и расчетная модель представлены на рисунках 9 и 10.

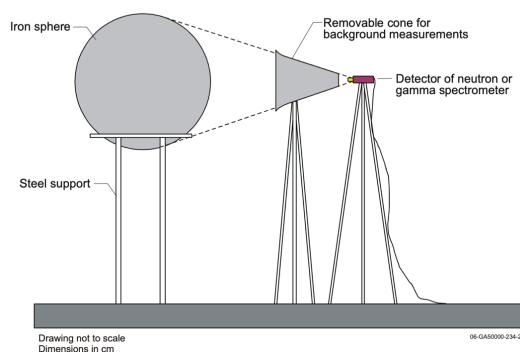


Рисунок 9 – Схема экспериментальной установки с точечным  $^{252}\text{Cf}$  источником

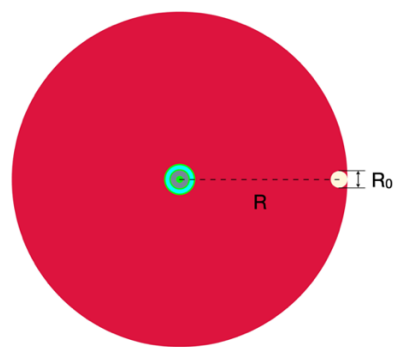


Рисунок 10 – Модель экспериментальной установки с точечным  $^{252}\text{Cf}$  источником

В работе продемонстрировано, как уменьшение расчетного объема влияет на эффективность самого расчета. С уменьшением объема эффективность прямого аналогового моделирования падает в десятки тысяч раз. Наличие данного факта подтверждает сложность оценки функционалов в малых для регистрации объемах, где также наблюдается ослабление потока на несколько порядков.

Проведено тестирование рассматриваемых методов понижения дисперсии и сформулированы рекомендации по их использованию. Метод неявного захвата и метод весового окна, реализованные в программе OpenMC, способствуют повышению эффективности расчета потока нейтронов в малом объеме в 3,4 и в 3,6 раз соответственно (таблица 2). Распределение потока нейтронов и относительного отклонения в модели железного шара, полученные по программе OpenMC аналоговым моделированием и с использованием метода весового окна, представлены на рисунках 11 и 12.

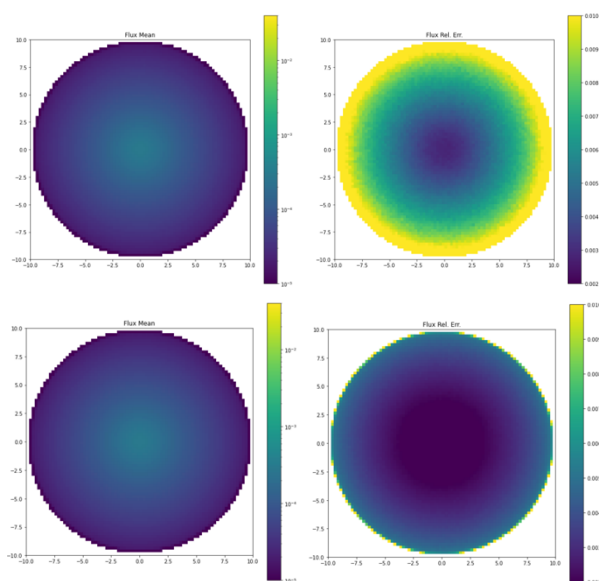


Рисунок 11 – Распределение потока нейтронов (слева) и относительного отклонения (справа) в модели железного шара с  $^{252}\text{Cf}$  источником в центре, полученные по программе OpenMC аналоговым моделированием

Рисунок 12 – Распределение потока нейтронов (слева) и относительного отклонения (справа) в модели железного шара с  $^{252}\text{Cf}$  источником в центре, полученные по программе OpenMC с использованием метода весового окна

Таблица 2 – Результаты расчета потока нейтронов в комбинированной задаче с использованием техник понижения дисперсии

Код / метод	$\sigma_{\text{analog}}, \%$	$\sigma_i, \%$	FOM <sub>analog</sub>	FOM <sub>i</sub>
MCU Расщепление/рулетка	3,437	1,719	0,511	1,016
OpenMC Неявный захват	1,406	1,756	2,345	8,020
OpenMC Весовое окно	1,406	0,800	2,345	8,515

Использование методов понижения дисперсии является эффективным и в глубоко подкритических системах. Глубоко подкритические системы характеризуются значением эффективного коэффициента размножения меньше 0,6. Считается, что в таких задачах не удается обосновать возможность реализации собственного спектра. А поиск собственных значений приводит к численным неустойчивостям.

В работе сформулирована тестовая задача, в которой рассматривается топливная структура над водяным слоем в цилиндре радиусом 100 см, высотой – 65 см. Топливная структура приближенно отражает кориум – лавообразный сплав содержимого ядерного реактора, состоящего из смеси ядерного топлива с бетоном, металлических элементов конструкций и прочего.

Использование неналогового моделирования в глубоко подкритической системе позволяет понизить дисперсию практически в два раза, тем самым повысив эффективность расчета. Рассматриваемая тестовая задача позволила продемонстрировала возможность использования методов понижения дисперсии в задачах расчета эффективного коэффициента размножения в глубоко подкритических системах.

Сформулированные тестовые задачи и рекомендации по применению методов понижения дисперсии являются самоценными и могут быть полезны для проведения верификации и экспертизы программных средств на этапе их аттестации.

**Третья глава** посвящена методике и численным рекомендациям по выбору оптимальных параметров моделирования, направленные на повышение эффективности расчетных средств для обоснования безопасности объектов использования атомной энергии.

Рассматривается задача оценки функционалов в радиационной защите модели реакторной установки на быстрых нейтронах со свинцовым теплоносителем. Сформулированный тест относится ко второй категории задач нейтронно-физического расчета. Прототипом рассматриваемой модели является реакторная установка БРЕСТ-ОД-

300, разрабатываемая в рамках реализуемого Государственной корпорацией по атомной энергии «Росатом» проектного направления «Прорыв».

Модель реакторной установки представляет собой сложную конструкцию, что еще больше осложняет оценку функционалов. В связи с чем, было решено перейти от уточненной модели быстрого реактора со свинцовым теплоносителем (рисунок 13) к эквивалентной упрощенной модели (рисунок 14). В работе подтверждена возможность перехода от уточненной к эквивалентной упрощенной модели защиты реакторной установки.

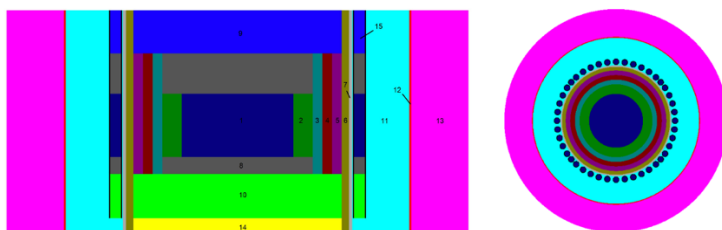


Рисунок 13 – Модель защиты реакторной установки на быстрых нейтронах со свинцовым теплоносителем

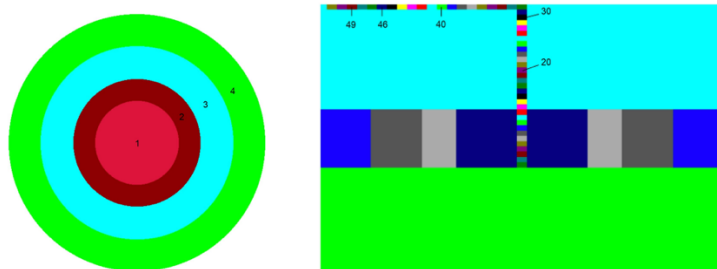


Рисунок 14 – Упрощенная модель защиты реакторной установки на быстрых нейтронах со свинцовым теплоносителем

Решение задачи расчета защиты реакторной установки с помощью неаналогового моделирования осуществлялось с применением техники расщепления/русская рулетка в программе MCU и методов неявного захвата и весового окна в программе OpenMC. Проведена верификация моделей, разработанных в двух программах.

С целью определения параметров моделирования, используемых для реализации метода расщепления/русской рулетки в MCU, разработана следующая методика. Предлагается провести оценку потока нейтронов по детерминистической программе. На основе полученных данных рассчитать ценности областей, в которых будет проведена оценка функционалов, и затем перейти к неаналоговому моделированию. Проведение таких подготовительных этапов в принципе является самоценным, поскольку на их основе можно сформулировать рекомендации и в дальнейшем не проводить дополнительные расчеты по детерминистическим программам. Для детерминистических расчетов в данной работе использовалось программное средство ODETTA. Схема предложенной методики расчета представлена на рисунке 15.

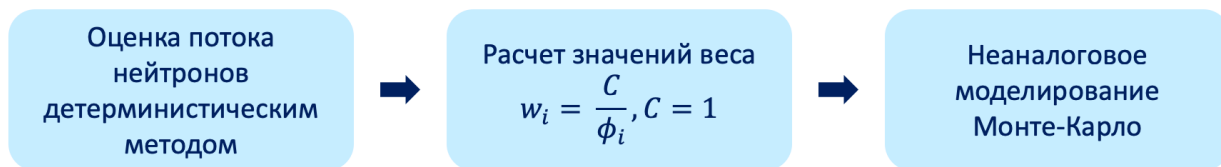


Рисунок 15 – Методика расчета защиты реакторных установок с помощью неаналогового моделирования Монте-Карло

Стоит отметить, что оценка функционалов на расстоянии пяти метров от центра активной зоны в защите быстрого реактора со свинцовым теплоносителем прямым аналоговым моделированием не представляется возможным. При том же значении смоделированных историй метод расщепления/русская рулетка в программе MCU с использованием разработанной методики повышает эффективность расчета на два порядка (рисунок 16).

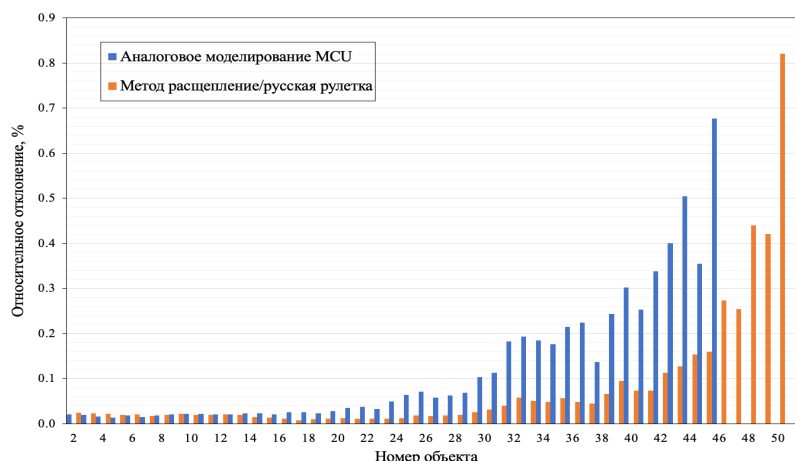


Рисунок 16 – Относительное отклонение оценки потока нейтронов в защите реакторной установки со свинцовым теплоносителем аналоговым и неаналоговым методами Монте-Карло в программе MCU

Решение данной задачи в программе OpenMC методом неявного захвата с использованием рекомендованных параметров значительно повышает эффективность расчета (рисунок 17). А использование метода весового окна с разработанным модулем генерации весовых окон позволяет повысить эффективность оценки функционала в десятки раз (рисунок 18).

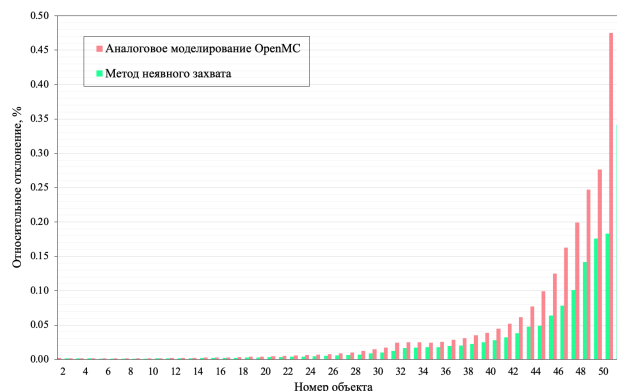


Рисунок 17 – Относительное отклонение оценки потока нейтронов в защите реакторной установки со свинцовым теплоносителем аналоговым методом Монте-Карло и с использованием метода неявного захвата в программе OpenMC

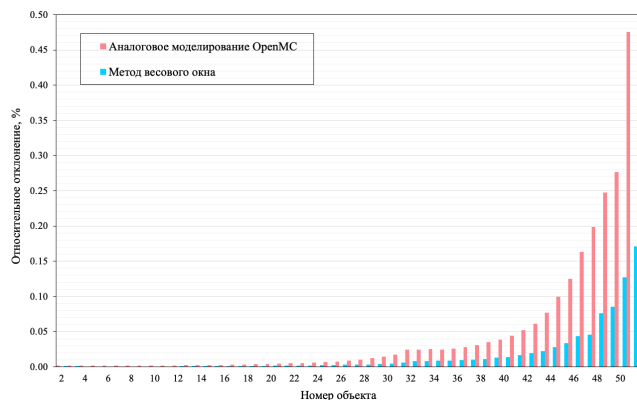


Рисунок 18 – Относительное отклонение оценки потока нейтронов в защите реакторной установки со свинцовым теплоносителем аналоговым методом Монте-Карло и с использованием метода весового окна в программе OpenMC

В третьей главе предложена новая методика расчета защиты ядерных реакторов с помощью неаналогового моделирования, предполагающая оценку параметров моделирования через оценку плотности потока нейтронов и использование методов понижения дисперсии. Получены результаты нейтронно-физического расчета защиты реактора на быстрых нейтронах со свинцовым теплоносителем с помощью разработанной методики.

В работе показано, что ослабление потока на пять и более порядков приводит к невозможности оценки функционалов аналоговым методом Монте-Карло относительно неаналогового при одинаковом количестве моделируемых нейтронных историй.

Продемонстрированы целесообразность и эффективность использования методов понижения дисперсии в задачах расчета защиты реакторных установок. Для данного типа задач рекомендовано использовать метод весового окна в связке с разработанным модулем генерации весовых окон.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проанализированы существующие методы и инструменты нейтронно-физических расчетов ядерных реакторов. Приведен краткий обзор существующих методов понижения дисперсии и их вариаций. Составлены сводные таблицы, отражающие разделение методов понижения дисперсии по типам задач нейтронно-физического расчета, по варьируемым фазовым переменным, а также проведен анализ существующих техник понижения дисперсии в современных программных кодах, реализующих метод Монте-Карло.

Предложена новая классификация тестовых задач нейтронно-физического расчета, основанная на разделении масштаба моделируемых систем и ориентированная на конечную цель применения тестовых задач.

Разработана система тестовых задач, предназначенная для апробации, верификации и демонстрации эффективности программных средств, реализующих неаналоговые подходы в методе Монте-Карло. Разработка системы тестовых задач является необходимой составляющей математического моделирования. Разработанная система тестовых задач и результаты ее расчета могут быть использованы для проведения верификации и экспертизы программных средств на этапе их аттестации.

Сформулированы рекомендации по использованию различных методов понижения дисперсии в зависимости от типа задач нейтронно-физического расчета. Рекомендации по проведению нейтронно-физических расчетов неаналоговым моделированием Монте-Карло могут быть использованы для повышения эффективности расчетов инновационных ядерных реакторов.

Впервые для программы OpenMC разработан модуль генерации весовых окон, предназначенный для получения оптимальных параметров неаналогового моделирования в задачах на глубокое прохождение излучения, способствующий наиболее эффективной оценке функционалов. Разработанный модуль генерации весовых окон расширяет возможности программы OpenMC и увеличивает область ее применимости.

Предложена новая методика и численные рекомендации по выбору оптимальных параметров моделирования, направленные на повышение эффективности расчетных средств для обоснования безопасности объектов использования атомной энергии. С помощью предложенной методики по выбору оптимальных параметров неаналогового моделирования получены результаты расчета защиты реактора на быстрых нейтронах со свинцовым теплоносителем.

## ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### Статьи в рецензируемых изданиях, включенных в Scopus и/или перечень ВАК

1. **Bogdanova, E.V.**, Tikhomirov, G.V. (2022) Test Results of Variance Reduction Techniques Applied to the Deep Penetration Problem. Physics of Atomic Nuclei, Volume 85 (Suppl 2), S19–S28, <https://doi.org/10.1134/S1063778822140034> [Scopus, ВАК, Q3]
2. Ryzhov S.N., **Bogdanova E.V.**, Ryzhkov A.A., Pugachev P.A., Tikhomirov G.V., Ternovykh M.Yu., Aleeva T.B. (2022) Analysis of methods and technologies for assessing the composition of corium formed as a result of the accident at the Fukushima Daiichi NPP. Physics of Atomic Nuclei, Volume 85 (Suppl 2), S90–S102, <https://doi.org/10.1134/S1063778822140125> [Scopus, ВАК, Q3]
3. Smirnov A D, **Bogdanova E V.**, Pugachev P A, Ternovykh M Y, Saldikov I S, Tikhomirov G V., Takezawa H, Nishiyama J and Obara T (2022) Monte Carlo codes

benchmarking on sub-critical fuel debris particles system for neutronic analysis, Journal of Nuclear Science and Technology, Volume 59, Issue 1, pp. 34–43, <https://doi.org/10.1080/00223131.2021.1950068> [Scopus, Q2]

4. Tracy C.L., Park S., Plevaka M., **Bogdanova E.** (2021) Opportunities for US-Russian collaboration on the safe disposal of nuclear waste, Bulletin of the Atomic Scientists, 77:3, 146-152, <https://doi.org/10.1080/00963402.2021.1912276> [Scopus, Q1]

5. Smirnov A D, **Bogdanova E V**, Pugachev P A, Saldikov S I, Ternovyykh T M, Tikhomirov G V, Takezawa T H, Muramoto M T, Nishiyama N J and Obara O T (2020) Neutronic modeling of a subcritical system with corium particles and water from international benchmark. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zawedeniy, Yadernaya Energetika, pp. 135–145, <https://doi.org/10.26583/npe.2020.2.12> [Scopus, ВАК, Q3]

6. Pugachev P A, **Bogdanova E V**, Saldikov I S, Smirnov A D, Ternovyykh M Y, Tikhomirov G V, Takezawa H, Muramoto T, Nishiyama J and Obara T (2020) Visualization of neutron characteristics distribution of debris particle. Scientific Visualization, Volume 12, number 3, pages 100-107, <https://doi.org/10.26583/sv.12.3.09> [Scopus, Q3]

7. Bikeev, A.S., **Bogdanova, E.V.**, Kosourov, E.K., Shkarovsky, D.A., Kalugin, M.A. (2018) Study of neutron-physical characteristics of VVER-1200 considering feedbacks using MCU Monte Carlo code. Kerntechnik 83 (4), p. 299-306, <https://doi.org/10.3139/124.110863> [Scopus, Q3]

8. **Bogdanova E.V.**, Gorodkov S. S. (2016) Xenon instability study of large core Monte Carlo calculations, Kerntechnik 81 (4), p. 363-366 [Scopus, Q3]

9. **Богданова Е.В.**, Тихомиров Г.В., Суслов И.Р., Хомяков Ю.С. (2021) Применение неаналогового моделирования Монте-Карло в задачах расчета защиты быстрых реакторов. Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерно-реакторные константы, 1, с. 27-35 [ВАК]

### Материалы конференций

1. Тихомиров Г.В., Терновых М.Ю., **Богданова Е.В.**, Пугачев П.А., Рыжов С.Н., Хомяков Ю.С., Суслов И.Р. (2022) Результаты кросс-верификации кодов нового поколения расчета нейтронно-физических характеристик активной зоны реактора типа БР-1200. Нейтронно-физические проблемы атомной энергетики: Сборник тезисов докладов научно-технической конференции / 31 мая – 3 июня 2022, г. Обнинск, ГНЦ РФ-ФЭИ. – Обнинск: ГНЦ РФ-ФЭИ, 2022. - 114 с.

2. Пугачев П.А., **Богданова Е.В.**, Рыжов С.Н., Сальдииков И.С., Терновых М.Ю., Тихомиров Г.В. (2022) Расчетный код для определения радиационных характеристик кориума. Нейтронно-физические проблемы атомной энергетики: Сборник тезисов докладов



научно-технической конференции / 31 мая – 3 июня 2022, г. Обнинск, ГНЦ РФ-ФЭИ. – Обнинск: ГНЦ РФ-ФЭИ, 2022. - 114 с.

3. Saldikov I.S., **Bogdanova E.V.**, Pugachev P.A., Ryzhov S.N., Smirnov A.D., Ternovykh M.Y. and Tikhomirov G.V. (2020) CORIUMSITY program code for the consequences analysis of a severe core melt accident. Journal of Physics: Conference Series, 1689, 012057 [Scopus]

4. Ternovykh M.Y. and **Bogdanova E.V.** (2020) Testing the multigroup, group and subgroup options of the CONSYST / ABBN-RF system on criticality calculations of fast reactor models with MNUP fuel. Journal of Physics: Conference Series, 1689, 012059 [Scopus]

5. **Bogdanova E.V.**, Ternovykh M.Yu., Tikhomirov G.V. (2020) Testing a subgroup option of the CONSYST-2020/BNAB-RF constant support system on the test model of reactor installation BN-1200. Future of nuclear energy. Abstracts of the XV International Scientific and Practical Conference ATOMFUTURE-2019, p. 15-16

6. Smirnov A.D., Umbar T., **Bogdanova E.V.**, Tikhomirov G.V (2020) Calculation methods for determining the nuclear properties of corium using neutron-physical computer simulation. Future of nuclear energy. Abstracts of the XV International Scientific and Practical Conference ATOMFUTURE-2019, p. 60-61

7. Okour, M.M., Tikhomirov, G.V., **Bogdanova, E.V.**, Saldikov, I.S. (2018) Investigation of the effect of spatial discretization and burnup steps on the neutron characteristics of VVER-1000 fuel assembly using MCU code. Journal of Physics: Conference Series, 1133, 012015 [Scopus]

8. Bahdanovich, R.B., Romanenko, V.I., Farkhulina, A.L., **Bogdanova, E.V.**, Nikonov, S.P., Tikhomirov, G.V. (2018) VVER-1000 pin cell benchmark for coupled neutronics/thermal-hydraulics calculations: Preliminary results. Journal of Physics: Conference Series, 1133, 012051 [Scopus]

9. **Bogdanova E.V.**, Bahdanovich, R.B., Ryzhov S.N., Ternovykh, G.V. Tikhomirov (2018) Heterogeneous description of fuel assemblies for correct estimation of control rods efficiency in BR-1200. Future of nuclear energy. Abstracts of the XIII International Scientific and Practical Conference ATOMFUTURE-2017, p. 20-21.

10. **Bogdanova E.V.**, Kuznetsov A.N. (2017) The concerted calculation of the BN-600 reactor for the deterministic and stochastic codes, Journal of Physics: Conference Series, 781 (1), 012004 [Scopus]

11. Bahdanovich R.B., **Bogdanova E.V.**, Gamtsemlidze I.D., Nikonov S.P., Tikhomirov G.V. (2017) Test case for VVER-1000 complex modeling using MCU and ATHLET, Journal of Physics: Conference Series, 781 (1), 01205 [Scopus]

12. Bikeev A.S., **Bogdanova E.V.**, Kosourov E.K., Shkarovsky D.A. (2017) Study of Neutron-Physical Characteristics of VVER-1200 Considering Feedbacks Using MCU Monte Carlo Code, Conference Paper, 27th Symposium of AER on VVER Reactor Physics and Reactor Safety, Munich, Germany

13. V.I. Romanenko, R.B. Bahdanovich, **E.V. Bogdanova**, S.P. Nikonov, A.D. Smirnov, G.V. Tikhomirov (2017) Complex modeling of VVER-1000 fuel assembly using codes MCU/ATHLET, Conference Paper, 27th Symposium of AER on VVER Reactor Physics and Reactor Safety, Munich, Germany

14. Bahdanovich R.B., **Bogdanova E.V.**, Gamtsemlidze I.D., Nikonov S.P. and Tikhomirov G.V. (2017) Complex modeling of VVER-1000 using MCU-ATHLET-FLOWVISION. Proceedings of the VII International Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering COUPLED PROBLEMS 2017. Rhodes Island, Greece, June 12 - 14, 2017, p. 1020-1030

15. **Bogdanova E.V.** (2016) Investigation of the possibility of algorithms hybridization for repression xenon instability of large core calculations, The 18th International Scientific and Technical Conference of Young Specialists on Nuclear power installations, Book of abstracts, OKB "GIDROPRESS", Podolsk, Russia

16. Proshkina E.J., Tikhomirov G.V., Saldikov I.S., **Bogdanova E.V.** (2016) Comparative analysis of domestic and foreign codes for calculations in various fields of nuclear energy, Book of abstracts, International Youth Scientific and Innovative Mathematical School-2016, Book of abstracts, Sarov, Russia

17. **Bogdanova E.V.**, Gorodkov S. S. (2015) Suppression of xenon instability in stochastic calculations of large core reactors, XIX International Conference "Youth and Science", Book of abstracts, Moscow, Russia

18. **Bogdanova E.V.**, Gorodkov S. S. (2015) Xenon instability study of large core Monte Carlo calculations, Proceedings of the 25th Symposium of AER, Hungary

#### **Другие публикации**

1. Smirnov A D, **Bogdanova E V**, Pugachev P A, Saldikov I S, Ternovykh M Y, Tikhomirov G V, Takezawa H, Muramoto T, Nishiyama J and Obara T (2020) Neutronic modeling of a subcritical system with corium particles and water (from international benchmark). Nuclear Energy and Technology, 6 (3), pp. 155–160 <https://doi.org/10.3897/nucet.6.57742>

2. **E.V. Bogdanova**, R.B. Bahdanovich, S.N. Ryzhov, M.Y. Ternovykh, G.V. Tikhomirov (2018) Heterogeneous description of fuel assemblies for correct estimation of control rods efficiency in BR-1200. KnE Engineering, pages 481–489. doi: 10.18502/keg.v3i3.1649