

На правах рукописи



**Танашкин Алексей Сергеевич**

**Влияние нетривиальной топологии на вакуумы решеточных  
калибровочных теорий и спиновых систем**

Специальность 1.3.3 —  
«Теоретическая физика»

Автореферат  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Владивосток — 2023

Работа выполнена в Тихоокеанском квантовом центре Дальневосточного федерального университета.

Научный руководитель: **Шевченко Владимир Игоревич**,  
доктор физико-математических наук,  
НИЯУ МИФИ

Официальные оппоненты: **Андрианов Александр Андреевич**,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
Кафедра физики высоких энергий и элементарных  
частиц СПбГУ,  
профессор

**Леонидов Андрей Владимирович**,  
доктор физико-математических наук,  
Лаборатория физики высоких энергий ФИАН им.  
П.Н. Лебедева,  
высококвалифицированный ведущий научный со-  
трудник;  
Лаборатория математического моделирования  
сложных систем ФИАН им. П.Н. Лебедева,  
ведущий научный сотрудник

**Теряев Олег Валерианович**,  
доктор физико-математических наук,  
Лаборатория физики высоких энергий ОИЯИ,  
заместитель директора по научной работе

Защита состоится 27 декабря 2023 года в 13:00 на заседании диссертационного совета МИФИ.1.04 при Национальном исследовательском ядерном университете «МИФИ» по адресу: 115409, г. Москва, Каширское шоссе, 31.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», а также на сайте <http://ds.mephi.ru/shared/announcements>.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью учреждения, просьба направлять по адресу: 115409, г. Москва, Каширское шоссе, 31, ученому секретарю диссертационного совета МИФИ.1.04.

Автореферат разослан \_\_\_\_\_ 202\_ г.  
Телефон для справок: +7 (495) 324-77-77.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
МИФИ.1.04,  
д-р физ.-мат. наук



Руднев Игорь Анатольевич

## Общая характеристика работы

### Актуальность темы.

В последнее время отмечается непрекращающийся интерес к теориям с нетривиальной топологией вакуума. Само понятие вакуумного состояния теории получило развитие с возникновением квантовой теории поля и формулировкой первой по-настоящему успешной такой теории – квантовой электродинамики (КЭД) [1], показавшей ранее недостижимое согласие с экспериментом, например в предсказании таких величин, как аномальный магнитный момент электрона и лембовский сдвиг. Примерно в то же время Казимиром [2] была исследована простейшая модификация вакуума КЭД, путем добавления двух плоских идеально проводящих параллельных пластин, и предсказано возникновение силы притяжения между ними на небольших расстояниях. Ввиду сложности экспериментальной проверки эффекта, он долгое время оставался в тени, пока эксперимент Ламоро [3], а следом за ним Мохидина и Роя [4], не привели к новому всплеску внимания теоретиков к данной теме.

Эффект Казимира является, пожалуй, наиболее известным вакуумным эффектом, вызванным нетривиальной топологией теории, и данная идея добавления граничных условий взята за основу во многих моделях и может сильно влиять на структуру вакуума теории. В качестве примера можно привести хорошо зарекомендовавшую себя модель мешков, рассматривающую адрон как сферическую область в фазе деконфайнмента, отделенную от внешней среды, находящейся в фазе конфайнмента, отражающей стенкой [5]. Другим примером является сигма-модель с граничными условиями Дирихле, приводящими к восстановлению киральной симметрии [6]. Также было показано, что наличие границ может привести к возникновению новых степеней свободы в связанных системах, например в конформных теориях поля [7].

Бурное развитие квантовой теории поля совпало с широким применением нового подхода к исследованию термодинамических свойств ансамблей частиц, начало которому положил Изинг, исследовав явление ферромагнетизма путем построения решетки, в узлах которой находятся магнитные моменты атомов, направленные либо вверх, либо вниз. Модель и ее различные модификации и обобщения оказалась невероятно успешной, в том числе приведя к возникновению формулировки квантовой теории поля на решетке, что дало возможность численных исследований в тех областях, где аналитический подход плохо применим. Решеточные методы можно использовать как для исследования материальных или калибровочных полей, так и их комбинаций.

Большой интерес представляет связь спиновых моделей и решеточных калибровочных теорий [8]. В новаторской работе [9] было получено значение критической температуры для двумерной модели Изинга методом введения дуальной решетки, и показано соответствие между высоко и низко температурными фазами модели. С тех пор концепция дуальности занимает важное положение в статистических моделях и теории поля. Дальнейшее развитие

она получила после выхода революционной работы Ф. Вегнера [10], в которой он предложил калибровочную  $Z(2)$  модель как теорию, обладающую нетривиальной фазовой структурой при отсутствии спонтанной намагниченности (спонтанного нарушения симметрии). Это было достигнуто путем введения локальной симметрии, которая не может быть нарушена спонтанно. Было получено несколько важных результатов, показывающих глубокую связь спиновой и калибровочной моделей Изинга. В качестве примера можно привести эквивалентность двумерной калибровочной модели и одномерной спиновой модели Изинга. Другим примером является дуальность трехмерных калибровочной и спиновой моделей Изинга.

Идеи Вегнера вскоре были обобщены на случай непрерывных спиновых переменных и соответствующих им непрерывных групп симметрии. Например, было установлено соответствие двумерной абелевой калибровочной теории и одномерной XY модели, как обладающих только неупорядоченной фазой [11]. Но более интересным является случай двумерной XY модели, которая, как было продемонстрировано [12], содержит топологические возмущения (вихри), распределение которых и характеризует две различные фазы модели. Данное поведение аналогично влиянию соответствующих топологических возмущений (магнитных монополей) на фазовую структуру четырехмерной абелевой калибровочной теории [13]. Более общая схема соответствия спиновых моделей и калибровочных теорий была предложена А.А. Мигдалом [14]. Она включает в себя в том числе и неабелевы теории. В частности, была показана эквивалентность  $SU(2)$  калибровочной теории (теории Янга-Миллса) в двух измерениях и одномерной спиновой  $SU(2) \times SU(2)$  модели (модели Гейзенберга) – в обоих случаях присутствует только одна фаза. Для спиновой модели это неупорядоченная фаза с экспоненциально падающей корреляционной функцией, что соответствует фазе конфайнмента калибровочной теории. Не менее интересной является связь данной спиновой модели в двух измерениях и калибровочной  $SU(2)$  теории в четырех. Обе модели обладают свойством асимптотической свободы, в них запрещено спонтанное нарушение глобальной симметрии, и помимо этого они имеют динамический механизм образования массовой щели.

В то время как вакуумная структура вышеописанных теорий хорошо изучена, четкое представление о влиянии на нее нетривиальной топологии теории только начинает формироваться. Данная работа выполнена с намерением развития данной области, и с учетом глубокой связи решеточных калибровочных теорий в четырех измерениях и двумерных спиновых моделей, в ходе исследования были рассмотрены абелевая и неабелевая теории в  $3+1$  измерениях и спиновая модель Поттса на плоскости. Но источники нетривиальной топологии были выбраны разными - в калибровочной теории она была внесена за счёт локальных низкоразмерных дефектов, в то время как в спиновой модели Поттса нетривиальность топологии была достигнута комбинацией случайной решетки и нелокальности взаимодействия.

Важной характеристикой любой теории является масштаб, на котором существует взаимодействие. По этому признаку теории можно условно поделить на три группы: к первой группе относятся теории с взаимодействием между ближайшими соседями (модель Изинга,  $Z_N$  модель, XY модель и др. ), ко второй группе теории с дальним действием (гравитационное, электромагнитное взаимодействия), а к третьей теории с нелокальным взаимодействием, к которым можно отнести некоторые модели взаимодействия нейронов, проблемы компьютерного зрения, задачи комбинаторной топологии.

Открытым вопросом является возможность существования нетривиальных вакуумных конфигураций в нелокальных моделях. В этом плане нелокальная модель Поттса на случайной решетке представляется отличным объектом для исследования. В классической модели Поттса каждому узлу решетки ставится в соответствие спин из конечного дискретного набора элементов мощностью  $q$ . Данная модель при  $q = 2, 3, \dots$  эквивалентна спиновой  $Z_N$  модели (также известной как часовая модель, или векторная модель Поттса, в которой углы направления спинов отличаются друг от друга на дискретное значение  $\frac{2\pi}{q}$ , а сам спин принимает значения в форме комплексных корней из единицы. В свою очередь, часовая модель переходит в XY модель в пределе при  $q \rightarrow \infty$ .

В предложенной модели Поттса на случайной решетке нелокальность взаимодействия реализуется через введение масштаба – параметра, определяющего расстояние  $R$  (с некоторой погрешностью  $\delta$ ) на котором происходит взаимодействие между частицами. Модель имеет прямое отношение к дискретной версии нерешенной на настоящий момент задачи комбинаторной топологии, известной под именем проблемы Нелсона-Эрдёша-Хадвигера (НЭХ) – в какое наименьшее число цветов можно раскрасить плоскость, чтобы никакие две точки на единичном расстоянии не были покрашены в один цвет [15]. Анализ основных состояний нелокальной модели Поттса может улучшить оценку решения данной проблемы и предоставить направление для дальнейшего исследования.

В диссертации проведен анализ вакуумов теорий с нетривиальной топологией. Помимо упомянутой спиновой модели Поттса с нелокальным взаимодействием, были рассмотрены две калибровочные теории поля с добавлением граничных условий Казимира. Это компактная электродинамика с калибровочной группой  $U(1)$ , которая является абелевой теорией и неабелева теория Янга-Миллса с калибровочной группой  $SU(3)$ . Обе теории обладают богатой фазовой структурой и исследование влияния на неё казимировских пластин может помочь улучшить понимание свойств их вакуумов.

**Целью** данной работы является исследование вакуумных состояний в калибровочных теориях и спиновых системах с нетривиальной топологией.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

1. Исследовать структуру вакуума калибровочной абелевой  $U(1)$  теории при наличии бесконечных двумерных границ;

2. Исследовать структуру вакуума калибровочной неабелевой  $SU(3)$  теории при наличии бесконечных двумерных границ;
3. Исследовать структуру основных состояний нелокальной спиновой модели Поттса на случайной решетке.

#### **Научная новизна:**

1. Впервые изучено влияние пластин Казимира на структуру вакуума  $(3+1)$ -компактной электродинамики;
2. Впервые рассмотрен решеточный подход для исследования эффекта Казимира в  $(3+1)$ -глюодинамике и изучено влияние пластин Казимира на деконфаймент цвета, а также предсказано возникновение новых граничных состояний глюонов и кварков;
3. Впервые было проведено исследование нелокальной модели Поттса на дискретной решетке с взаимодействием на конечном расстоянии, описаны основные состояния данной модели и полученные результаты интерпретированы в контексте поиска решения дискретной проблемы Нелсона-Эрдёша-Хадвигера, которая остается открытой.

**Теоретическая и практическая значимость** В представленной диссертационной работе впервые проводится комплексное исследование калибровочных и спиновых моделей с нетривиальной топологией. Работа носит преимущественно теоретический характер, но полученные результаты имеют большую практическую ценность. В частности, проведенное исследование эффекта Казимира для компактной электродинамики может найти применение в нанoeлектронике, где в настоящее время данный эффект начинает активно использоваться. Взятый за основу метод исследования структуры вакуума при наличии Казимировских пластин в компактной электродинамике был с успехом применён для анализа вакуума более сложной неабелевой теории Янга-Миллса, были предложены новые граничные состояния и обоснована необходимость их дальнейшего исследования. Кроме того, результаты работы дают основание считать изложенную методологию эффективным способом изучения модели мешков для адронов. Исследование спиновой нелокальной модели Поттса на случайной решетке, также проведенное впервые, отождествляется с известной нерешенной проблемой комбинаторной топологии, проблемой Нелсона-Эрдёша-Хадвигера. На основании полученных результатов диссертации сделано предположение о сужении диапазона возможных решений данной проблемы.

**Методология и методы исследования.** Исследования калибровочных теорий проводились методами квантовой теории поля на решетке, которые позволяют изучать непертурбативные процессы. В качестве решеточного действия было выбрано действие Вильсона. Расчет наблюдаемых проводился с использованием методов Монте-Карло. Для генерации конфигураций был реализован алгоритм тепловой бани (heat bath). Для достижения максимальной эффективности вычисления были распараллелены с помощью технологии NVIDIA® CUDA®. Основные состояния нелокальной спиновой модели Поттса

на случайной решетке были получены путем применения алгоритма имитации отжига (simulated annealing). Все вычисления были проведены на суперкомпьютере Восток1 Дальневосточного федерального университета.

### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Казимировские граничные условия приводят к изменению структуры вакуума компактной электродинамики в  $3+1$  измерениях, что выражается в подавлении монопольного конденсата между пластинами, и, как следствие, точка фазового перехода конфайнмент-деконфайнмент смещается в сторону области сильной связи;
2. В  $SU(3)$  глюодинамике в  $3+1$  измерениях при наличии пластин Казимира на границе возникает новая квазичастица с массой  $m_{gt} = 1.0(1)\sqrt{\sigma} = 0.49(5)$  ГэВ, что в несколько раз меньше массы основного состояния  $0^{++}$  глобола,  $M_{0^{++}} = 3.405(21)\sqrt{\sigma} = 1.653(26)$  ГэВ. Квазичастица, с предложенным названием «глутон», интерпретирована как непертурбативное связанное состояние глюона и его образа противоположного цвета в хромометаллическом зеркале.
3. Качественно обосновано наличие аналогичных связанных состояний для тяжелых кварков, названных кваркитонами, образованных кварком и его отражением в хромометаллическом зеркале.
4. На небольших расстояниях между хромометаллическими пластинами проявляются признаки деконфайнмента цвета.
5. Основные состояния нелокальной модели Поттса на случайной решетке характеризуются образованием цветowych кластеров гексагональной формы с нетривиальным смешиванием на границах
6. Численно продемонстрировано отсутствие состояния с нулевой энергией для пяти цветов.
7. Основное состояние модели для пяти цветов характеризуется нарушением цветовой симметрии при сохранении геометрической.

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается надежностью применявшихся методов и подтверждается результатами апробации работы.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на:

- Online workshop «Advanced computing in particle physics», 31 May – 24 June 2021, «Nonlocal Potts model on random lattice and chromatic number of the plane»;
- Virtual tribute to the conference «Quark confinement and the hadron spectrum», 2 – 6 Aug 2021, «Nonlocal Potts model on random lattice and chromatic number of the plane»;
- 10<sup>th</sup> International conference on new frontiers in physics (ICNFP 2021), Kolymbari, Crete, Greece, 23 Aug – 2 Sep 2021, «Non-local Potts model on random lattice and chromatic number of a plane»;
- XV<sup>th</sup> International conference «Quark confinement and the hadron spectrum», Stavanger, Norway, 1 – 6 Aug 2022, «The influence of the

Casimir effect on the vacuum structure of (3+1)-dimensional compact electrodynamics»;

- III International workshop «Lattice and functional techniques for QCD», Saint Petersburg, Russia, 10 – 14 Oct 2022, «Casimir effect in (3+1)d lattice Abelian and non-Abelian gauge theories»;
- International workshop «Infinite and finite nuclear matter (INFINUM-2023)», Dubna, Russia, 27 Feb – 3 Mar 2023, «The Casimir effect in Abelian and Non-Abelian lattice gauge theories: induced phase transitions and new boundary states».

**Личный вклад.** Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором либо в соавторстве при его непосредственном участии.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 3 статьях в ведущих научных журналах первого квартиля с высоким импакт-фактором, согласно Web of Science и Scopus. Зарегистрированы 4 программы для ЭВМ.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, 6 глав и заключения. Полный объем диссертации составляет 121 страницу текста, включая 51 рисунок и 1 таблицу. Список литературы содержит 117 наименований.

## Содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, сформулирована цель и задачи работы, аргументирована научная новизна и практическая значимость представляемой работы, представлены выносимые на защиту научные положения.

В **первой главе** приведен обзор природы нетривиальной топологии в теории поля и спиновых системах. Существует несколько механизмов ее индуцирования. Во-первых, ее можно задать путем ограничения одной из размерностей, вводя так называемые низкоразмерные дефекты, к которым относятся двумерные поверхности в трех измерениях и кривые в двух измерениях. Эффект Казимира это наиболее известное следствие подобных дефектов и в главе приведено его описание в его первоначальном понимании как результата дискретизации спектра вакуумных колебаний и обрезания его инфракрасной части в пространстве между идеально проводящими пластинами. В ходе обзора литературы по теме диссертации показано, что добавление казимировских граничных условий имеет более глубокие следствия и может привести к реструктуризации вакуума теории. Ввиду геометрической простоты, плоские пластины Казимира были выбраны в качестве основы для добавления нетривиальной топологии в теорию. Исследование более простого случая плоских пластин в будущем может позволить

рассмотреть и более сложные геометрии, в том числе и сферическую, имеющую прямое отношение к теории адронных мешков.

Во-вторых, нетривиальная топология может индуцироваться динамически. Ярким примером является возникновение в компактной электродинамике нуль-размерных абелевых монополей [16], являющихся топологическими дефектами, а также наличие в неабелевых калибровочных теориях монополей т'Хофта–Полякова, обязанных своим существованием нетривиальным топологическим свойствам калибровочной группы [17]. В настоящей работе в том числе рассматривается, как распределение таких топологических дефектов меняется после добавления в теорию дефектов первого типа — плоских пластин, ограничивающих пространство в одном из направлений.

В-третьих, в спиновых системах нетривиальную топологию можно задать путем комбинации случайной решетки и нелокального взаимодействия. Действительно, спиновые системы характеризуются тонким взаимодействием структуры спинового пространства с геометрией и топологией среды (определяемых структурой решетки и ядром взаимодействия), в которой они находятся. В частности, если в модели есть фазовый переход при некотором значении обратной температуры  $\beta$ , корреляционная длина в окрестности данной точки может быть много больше, чем масштаб микроскопической структуры решетки. В результате корреляторы на больших расстояниях становятся нечувствительными к этой структуре и могут соответствовать некоторой непрерывной теории, которая разделяет с оригинальной моделью только глобальные параметры, такие как размерность и топология. В то время как далеко от точки фазового перехода микроструктура решетки отчетливо проявляется. Но кроме рассмотрения теории в непрерывном пространстве, существует другой способ исключить зависимость от микроструктуры решетки, заключающийся во введении случайной решетки, узлы которой случайным образом распределены по пространству [18]. И в этом случае нелокальное взаимодействие (взаимодействие на конечном расстоянии) принципиально меняет топологию системы — если в случае регулярной решетки нелокальное взаимодействие аналогично взаимодействию с ближайшими соседями (все узлы имеют одинаковое число соседей), то для случайной решетки это не так, можно говорить только о среднем числе соседей. Более того, число соседей, с которыми происходит взаимодействие много меньше числа узлов, находящихся на меньшем расстоянии. Основные состояния таких систем ранее не исследовались, хотя представляют большой интерес. Во введении было упомянуто о тесной связи решеточных калибровочных теорий и спиновых моделей. Известно, что вакуум решеточных теорий может обладать нетривиальной структурой, но до настоящего времени вопрос, можно ли тоже самое сказать об основных состояниях спиновых систем, остается открытым. В настоящей работе рассматриваются все вышеперечисленные способы возникновения нетривиальной топологии в теориях и исследуется вакуумная структура одних из наиболее известных и фундаментальных теорий и спиновых систем.

Во **второй главе** сделан упор на описание изменения структуры вакуума под действием пластин Казимира для теорий, являющимися более тривиальными версиями теорий, исследуемых в настоящей работе. Это компактная электродинамика в 2+1 измерениях и глюодинамика в 2+1 измерениях с калибровочными группами  $SU(2)$  и  $SU(3)$ . Проведенный автором анализ вакуума  $SU(3)$  теории не опубликован и не вынесен на защиту, но тем не менее добавлен в обзор с целью формирования более полного представления о предмете. Опубликованные исследования реструктуризации вакуума данных теорий при наложении граничных условий Казимира составили методологическую базу для анализа изменений в вакуумной структуре компактной электродинамики в 3+1 измерениях и теории Янга-Миллса в 3+1 измерениях с калибровочной группой  $SU(3)$ , описывающей взаимодействия в глюонном секторе КХД.

**Третья глава** посвящена описанию методов, с помощью которых проводились исследования в рамках научной работы. В ней приводится введение в решеточную калибровочную теорию, записывается обобщенное действие Вильсона для калибровочной теории и рассматривается его альтернативная формулировка для компактной электродинамики в терминах плакетных углов.

Для исследования калибровочных теорий с граничными условиями Казимира методами теории поля на решетке, граничные условия необходимо задать в рамках данного формализма. В 3+1 измерениях они реализуются путем добавления двух идеально проводящих плоских металлических (хромометаллических для теории Янга-Миллса) пластин на расстоянии  $R = |l_1 - l_2|$  друг от друга, как показано на рисунке 1.

Тангенциальные компоненты  $E_i^{(a)} \equiv F_{i4}^{(a)}$  (хромо)электрического поля и нормальная компонента  $B_i^{(a)} \equiv \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}^{(a)}j^k$  (хромо)магнитного поля на пластинах зануляются:

$$E_{\parallel}^{(a)}(x) \Big|_{x \in S} = B_{\perp}^{(a)}(x) \Big|_{x \in S} = 0, \quad (1)$$

где индекс  $a = 1, \dots, N^2 - 1$  вводится для глюонного поля и отсутствует для электромагнитного. Калибровочное действие для  $SU(3)$  теории записывается как:

$$S = \beta \sum_P (1 - \mathcal{P}), \quad \mathcal{P}_P = \frac{1}{3} \text{Re tr } U_P, \quad P \equiv P_{x,\mu\nu} = \{x, \mu\nu\}, \quad (2)$$

где  $U_P$  это плакетная переменная, представляющая собой произведение элементов калибровочной группы  $SU(3)$ , которые принадлежат образующим элементарный плакет линкам:

$$U_P \equiv U_{x,\mu\nu} = U_{x,\mu} U_{x+\hat{\mu},\nu} U_{x+\hat{\nu},\mu}^{\dagger} U_{x,\nu}^{\dagger}. \quad (3)$$

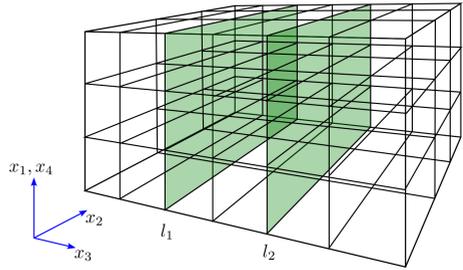


Рис. 1 — Размещение двух параллельных поверхностей Казимира на решетке.

В случае U(1) теории линкам удобно присвоить значения калибровочного (фотонного) поля  $\theta_{x,\mu} \in [-\pi, +\pi)$ . Тогда в действии (2) величина  $\mathcal{P}$  принимает вид

$$\mathcal{P} = \cos \theta_P, \quad \theta_P \equiv \theta_{P_{x,\mu\nu}} = \theta_{x,\mu} + \theta_{x+\hat{\mu},\nu} - \theta_{x+\hat{\nu},\mu} - \theta_{x,\nu}. \quad (4)$$

Выполнение граничных условий (1) обеспечивается путем введения локальной константы связи  $\beta \rightarrow \beta_P$ , где  $\beta_P = \lambda\beta$  если плакет  $P$  касается или принадлежит гиперповерхности, образованной поверхностью  $S$ , и  $\beta_P = \beta$  в остальных случаях. Величина  $\lambda$  играет роль множителя Лагранжа, данный множитель в пределе  $\lambda \rightarrow \infty$  гарантирует выполнение граничных условий (1).

Различают две фазы вакуума компактной КЭД – фазу конфайнмента, характеризующуюся наличием конденсата абелевых монополей, и фазу деконфайнмента, где он исчезает. Поэтому изучение монополей является важным инструментом анализа вакуума компактной КЭД.

На решетке монополярный ток  $j_{x,\mu}$  определяется через дивергенцию физической части  $\bar{\theta}_P$  решеточного тензора поля  $\theta_P$ :

$$j_{x,\mu} = \frac{1}{2\pi} \sum_{P \in \partial C_{x,\mu}} (-1)^P \bar{\theta}_P \in \mathbb{Z}, \quad (5)$$

$$\bar{\theta}_P = \theta_P + 2\pi k_P \in [-\pi, \pi), \quad k_P \in \mathbb{Z}, \quad (6)$$

где суммирование производится по всем плакетам, образующим грани куба  $C_{x,\mu}$ , индекс  $\mu$  указывает локальное направление монополярного тока, а множитель  $(-1)^P$  введен для учета ориентации плакета.

Удобно определить глобальную плотность монополей как

$$\rho = \frac{1}{\text{Vol}_4} \sum_{x,\mu} |j_{x,\mu}|, \quad (7)$$

через усредненную сумму монополярных зарядов по объему  $\text{Vol}_4$  четырехмерной гиперкубической решетки.

**Четвертая глава** посвящена исследованию влияния эффекта Казимира на структуру вакуума компактной КЭД. Известно, что в U(1) калибровочной теории в области сильной связи ( $\beta \lesssim 1$ ), траектория монополей образует плотный перколирующий кластер [19], который ответственен за конфайнмент пробных электрических зарядов. В области слабой связи ( $\beta \gtrsim 1$ ) кластер распадается, что характеризует фазу деконфайнмента. Иллюстрация распределения монополей в фазах конфайнмента и деконфайнмента приведена на рисунке 2, откуда можно сделать вывод о перестройке вакуума между пластинами.

Действительно, даже в фазе конфайнмента (рисунок 2a) между пластинами концентрация монополей падает. В фазе деконфайнмента (рисунок 2б) монополи между пластинами практически отсутствуют, в то время как вне пластин концентрация монополей достаточно высока, что указывает на фазу конфайнмента.

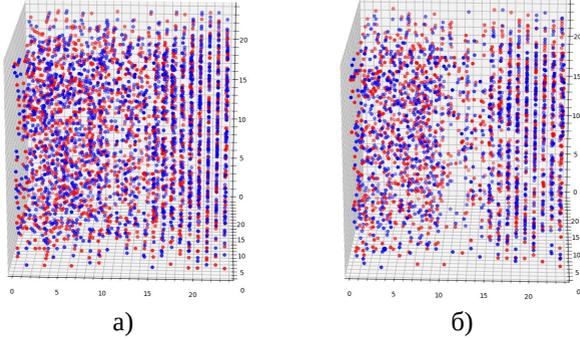


Рис. 2 — Типичные примеры монопольных конфигураций в (а) фазе конфайнмента ( $\beta = 0.8$ ) и (б) фазе деконфайнмента ( $\beta = 0.9$ ) для расположенных вертикально по центру пластин (не показаны)а расстоянии  $R = 3$  друг от друга. Монополи и анtimoнополи изображены красными и синими точками, соответственно.

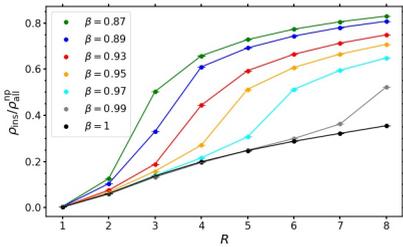


Рис. 3 — Отношение плотности монополей  $\rho_{\text{ins}}$  между пластинами Казимира к монопольной плотности при отсутствии пластин,  $\rho_{\text{all}}^{\text{np}}$ , как функция от расстояния между пластинами  $R$ .

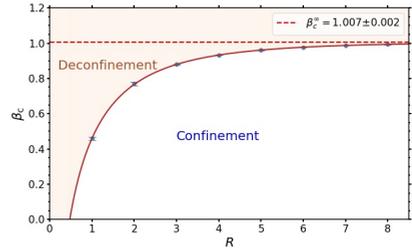


Рис. 4 — Фазовая диаграмма вакуума компактной  $U(1)$  калибровочной теории между идеальными металлическими пластинами на расстоянии  $R$ .

Таким образом, данное наблюдение свидетельствует об индуцировании деконфайнмента между пластинами, тогда как вне пластин удерживающие свойства вакуума сохраняются.

Фазы конфайнмента и деконфайнмента разделены фазовым переходом первого рода с точкой перехода  $\beta = 1.010(1)$ . Данный факт был воспроизведен в решеточных расчетах путем рассмотрения монопольной плотности (7), и на основе его был произведен анализ влияния казимировских пластин на распределение монополей и положение точки фазового перехода  $\beta_c$ .

Было установлено (рисунок 3), что уменьшение расстояния между пластинами ведет к уменьшению плотности монополей между ними, причем в области слабой связи данный эффект заметен сильнее, чем в области сильной связи. Помимо этого присутствует точка перегиба, которая смещается в сторону низких

значений  $R$  по мере уменьшения решеточной константы связи  $\beta$ . Это обстоятельство свидетельствует о том, что в модели может быть переход, зависящий от  $\beta$ , точка которого смещается в направлении меньших  $R$  при возрастании  $\beta$ . Фазовая диаграмма, продемонстрированная на рисунке 4, полностью подтверждает данное предположение. Точки  $\beta_c = \beta_c(R)$  смещаются по направлению к области сильной связи по мере уменьшения расстояния  $R$  между поверхностями, то есть, чем ближе пластины к друг другу, тем слабее становится вклад монополей в вакуум. Для описания зависимости критического значения константы связи  $\beta_c$  от расстояния между пластинами была подобрана функция

$$\beta_c^{\text{fit}}(R) = \beta_c^\infty - \alpha \exp[-(R^2/R_0^2)^\nu], \quad (8)$$

где параметр  $\beta_c^\infty = 1.0071(16)$  соответствует критическому значению константы связи для пластин, удаленных друг от друга на бесконечное расстояние. Данное значение близко к значению точки фазового перехода для конфигурации без пластин, что свидетельствует о согласованности выбранного подхода к исследованию структуры казимировского вакуума.

В то время как наличие монопольного конденсата служит индикатором фазы конфаймента, фазовый переход конфайнмент-деконфайнмент можно отследить используя соответствующий параметр порядка – петлю Полякова, которая определяется через замкнутое произведение временных линков в пространственной точке  $\mathbf{x}$ :

$$P_{\mathbf{x}} = \prod_{x_4=0}^{N_T-1} e^{i\theta_{\mathbf{x},x_4;\mu=4}}. \quad (9)$$

Мат. ожидание этой величины,  $P = \langle P_{\mathbf{x}} \rangle$ , является параметром порядка: для решетки бесконечного объема  $P \neq 0$  в фазе деконфаймента и  $P = 0$  в фазе конфаймента. Для исследуемой в данной работе конечной решетки мат. ожидание модуля петли Полякова

$$|P| = \left| \frac{1}{V_3} \sum_{\mathbf{x} \in V_3} P_{\mathbf{x}} \right| \quad (10)$$

не равно нулю в обеих фазах, но оно близко к нулю в фазе конфаймента и возрастает в фазе деконфаймента.

На рисунке 5 показано, как сокращение расстояния между пластинами (что способствует переходу в фазу деконфаймента) приводит к возрастанию петли Полякова при снижении монопольной плотности (рисунок 3). Аналогичная тенденция видна на рисунке 6, на котором изображена зависимость этой же величины от  $\beta$  для фиксированного набора значений  $R$ . Таким образом, данные результаты находятся в согласии с фазовой диаграммой, изображенной на рисунке 4.

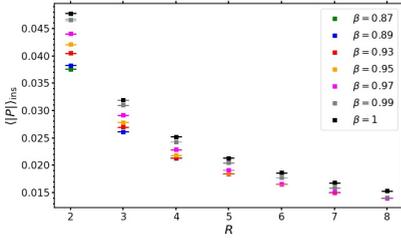


Рис. 5 — Мат. ожидание петли Полякова в пространстве между пластинами Казимира на расстоянии  $R$ .

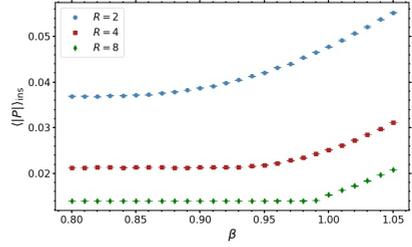


Рис. 6 — Петля Полякова внутри пластин как функция от  $\beta$  при фиксированных значениях  $R$ .

В **пятой главе** описываются наблюдаемые граничные состояния вакуума теории Янга-Миллса с калибровочной группой в 3+1 измерениях.

В пространстве Минковского тензор энергии-импульса имеет вид:

$$T^{\mu\nu} = F^{\mu\alpha} F^{\nu}_{\alpha} - \frac{1}{4} \eta^{\mu\nu} F^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta}, \quad (11)$$

где метрический тензор определяется как  $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ . Плотность энергии  $\mathcal{E}$  в пространстве Минковского и Евклида связаны следующим соотношением:

$$\mathcal{E} \equiv T^{00} = \frac{1}{2} (\mathbf{B}^2 + \mathbf{E}^2) \rightarrow T_E^{44} = \frac{1}{2} (\mathbf{B}_E^2 - \mathbf{E}_E^2). \quad (12)$$

Решеточная плотность энергии Казимира на единицу площади казимировских пластин при нулевой температуре на решетке  $L_s^4$  задается правильно нормированной решеточной версией уравнения (12):

$$\mathcal{E}_{\text{Cas}} = \beta L_s \left( \sum_{i=1}^3 \langle \mathcal{P}_{i4} \rangle_S - \sum_{i < j=1}^3 \langle \mathcal{P}_{ij} \rangle_S \right), \quad (13)$$

и является конечной физической величиной, зависящей только от расстояния между пластинами и исчезающей при их отсутствии (при  $R \rightarrow \infty$ ). Зависимость данной величины от физического расстояния между пластинами приведена на рисунке 7.

Данные для различного набора решеточных объемов и констант связи отлично укладываются в гладкую кривую, свидетельствуя об отсутствии значимых эффектов конечного размера и конечного объема. Энергия Казимира принимает большие по модулю отрицательные значения с уменьшением расстояния между пластинами. Данное поведение указывает на притягивающую природу неабелевой силы Казимира, что согласуется с ожидаемым поведением на коротких расстояниях, где глюоны проявляют асимптотическую свободу и Казимировские взаимодействия должны свестись к взаимодействию свободного безмассового

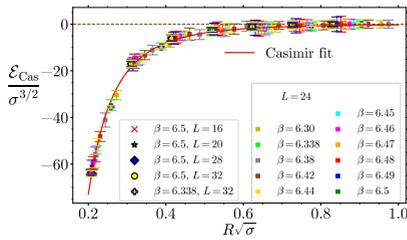


Рис. 7 — Плотность энергии Казимира  $\mathcal{E}_{\text{Cas}}$  как ф-ия расстояния  $R$  между идеальными хромометаллическими пластинами в единицах натяжения струны  $\sigma$ .

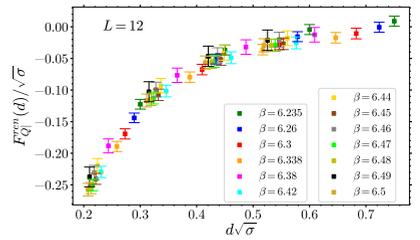


Рис. 8 — Перенормированная свободная энергия тяжелого кварка  $F_{\text{Q}}^{\text{ren}}(d)$  как ф-ия расстояния  $d$  от хромометаллического зеркала в ед. натяжения струны  $\sigma$

векторного поля. В теориях с массивным полем плотность энергии Казимира уменьшается экспоненциально,  $\mathcal{E}(R) \sim e^{-2mR}$ . Следовательно, определив, как быстро падает энергия для больших  $R$ , можно получить спектр масс возмущений глюонного поля между хромометаллическими зеркалами.

В неабелевой калибровочной теории в двух пространственных измерениях энергия Казимира может быть описана как энергия Казимира массивной скалярной частицы [20]. Применив аналогичный подход в 3+1 измерениях, можно профиттировать полученные результаты для плотности энергии Казимира с помощью выражения для энергии Казимира скалярного поля [21] с определенной массой  $m_{\text{gt}}$ :

$$\mathcal{E}_{\text{Cas}} = -C_0 \frac{2(N_c^2 - 1)m_{\text{gt}}^2}{8\pi^2 R} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_2(2nm_{\text{gt}}R)}{n^2}, \quad (14)$$

где суммирование произведено по быстроходящимся функциям Бесселя второго рода  $K_2(x)$ , а префактор включает в себя  $(N_c^2 - 1)$  цветовых комбинаций и двух спиновую поляризацию глюонов. Множитель  $C_0$  был включен, чтобы учесть влияние массовой щели. На рисунке 7 фит функцией (14) изображен сплошной красной линией и имеет параметры  $C_0 = 5.60(7)$  и

$$m_{\text{gt}} = 1.0(1)\sqrt{\sigma} = 0.49(5) \text{ ГэВ}. \quad (15)$$

Масса полученной частицы существенно меньше массы основного состояния глюбола  $M_{0++} = 3.405(21)\sqrt{\sigma} = 1.653(26)$  ГэВ, что выглядит как противоречие, так как по определению масса основного состояния глюбола  $M_{0++}$  является наименьшей возможной массой в системе. Аналогичное явление было обнаружено и для частицы, которая характеризует поведение системы на больших расстояниях между пластинами в 2+1 измерениях.

Данное кажущееся противоречие объясняется тем, что масса основного состояния глюбола  $M_{0++}$  определяет массовую щель во всей системе, далеко от границ, в то время как масса (15) является массой нового возмущения в теории Янга-Миллса, которое возникает исключительно из-за наличия границы. Данное

граничное состояние, являющееся непертурбативным бесцветным состоянием глюонов связанных с их изображениями противоположного цвета в хромометаллическом зеркале, естественно назвать «глютон» по аналогии с поверхностным экситоном, возникающим в электронных системах.

Глютон это связанное состояние глюонов, возникающее при добавлении хромометаллической пластины. Можно сделать предположение о существовании аналогичного состояния для кварков, «кваркитона». Если поместить кварк рядом с хромометаллическим зеркалом, то удерживающая струна будет заканчиваться на зеркале, притягивая кварк его отрицательному образу. Таким образом должен существовать конфайнмент кварка с нейтральным хромометаллическим зеркалом посредством образования удерживающей КХД струны.

Так как исследуемая система является чисто глюонной, то невозможно напрямую изучить формирование кваркитона путем вычисления спектра масс с кварковыми степенями свободы вблизи зеркала. Но можно вычислить свободную энергию  $F_{Q|}(d)$  тяжелого кварка  $Q$  расположенного на расстоянии  $d$  от зеркала «|». Данная величина позволяет оценить, насколько сильно кварк притягивается или отталкивается зеркалом. Чтобы связать потенциал статичного кварка с его свободной энергией можно использовать оператор петли Полякова, который помещает пробный цветной заряд в пространственную точку  $\mathbf{x}$ :

$$P_{\mathbf{x}} = \frac{1}{3} \text{Re Tr} \left( \prod_{x_4=0}^{L_t-1} U_{\mathbf{x}, x_4} \right), \quad (16)$$

определяемый аналогично случаю для абелевой теории (9). Эффект граничного зеркала можно вычислить через математическое ожидание петли Полякова:

$$\langle P_{\mathbf{x}} \rangle_1(d) = \exp\{-L_T F_{Q|}(d)\}, \quad (17)$$

где  $L_T$  это длина решетки во временном направлении. При  $L_T \rightarrow \infty$  петля Полякова зануляется, приводя к отсутствию возможности оценить потенциал (17) тяжелого кварка для больших  $L_T$ . Поэтому, чтобы качественно показать существование притяжения между кварком и зеркалом, была рассмотрена небольшая решетка с  $L_T = 12a$ . После соответствующей перенормировки, учитывающей что значения свободной энергии должны вылаживаться при  $d = 6a$ , был получен следующий график зависимости свободной энергии  $F_{Q|}^{\text{ren}}$  тяжелого кварка от расстояния  $l$  до хромометаллического зеркала, показанный на рисунке 8. Из него можно сделать вывод о притяжении кварка плоским зеркалом, что приводит к формированию кваркитона. Вылаживание энергии для больших расстояний  $d$  происходит из-за эффекта конечного объема и должно уйти при увеличении объема, а на меньших расстояниях наблюдается ожидаемое линейное поведение.

Анализ поведения пары кварк-антикварк, расположенной на расстоянии  $d$  от зеркала (рисунок 9), дает дополнительный аргумент в пользу возникновения состояния кваркитона у границы.

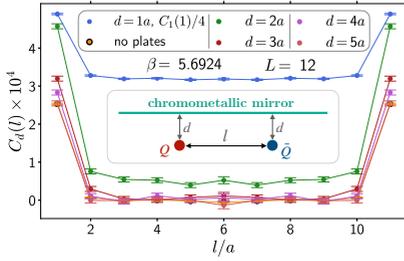


Рис. 9 — Коррелятор петель Полякова  $C_d(l)$ , расположенных на расстоянии  $d$  от хромометаллического зеркала, и на расстоянии  $l$  друг от друга.

При отсутствии границы в режиме конфайнмента между кварком  $Q$  и антикварком  $\bar{Q}$  образуется струна, отследить которую можно рассчитав коррелятор петель Полякова

$$C(l) = \langle P(x)P^*(x+l) \rangle. \quad (18)$$

На большом расстоянии от зеркала  $d = 5a$ , согласно полученным данным, струна ведет себя обычным образом, так как коррелятор для пары  $Q\bar{Q}$  совпадает с коррелятором при отсутствии зеркала. При уменьшении расстояния до зеркала коррелятор выходит на плато, тем самым показывая отсутствие зависимости от  $l$ , чем ставит вопрос о существовании струны. Более того, значения коррелятора при  $d = 1a$  больше значений при  $d = 2a$ , что позволяет сделать вывод о распаде мезонного состояния на два кваркитона, и формировании новых струн между кварком (антикварком) и его образом (струна при  $d = 1a$  короче струны при  $d = 2a$ ).

Помимо определения граничных состояний вакуума глюодинамики, важным является вопрос о влиянии граничных пластин Казимира на фазовый переход конфайнмент - деконфайнмент. Анализ энергии Казимира не позволяет сделать какие-то определенные заключения о наличии данного явления. Поэтому была рассмотрена свободная энергия тяжелого кварка  $V(R)$ , посчитанная в пространстве между пластинами:

$$L_T F_Q^{\text{Cas}}(R) = -\ln |P|_{V(R)} \equiv -\ln \left\langle \sum_{\mathbf{x} \in V(R)} P_{\mathbf{x}} \right\rangle. \quad (19)$$

На вставке в рисунке 10 показана петля Полякова  $|P|_{V(R)}$  в пространстве между пластинами. Она принимает конечные значения для небольшого расстояния  $R$  между пластинами и быстро уменьшается с его увеличением. Данное поведение указывает на деконфайнмент цвета между близко расположенными пластинами, что можно интерпретировать как формирование обладающих конечной энергией кваркитонов между пробным кварком и его образом в зеркале. По мере

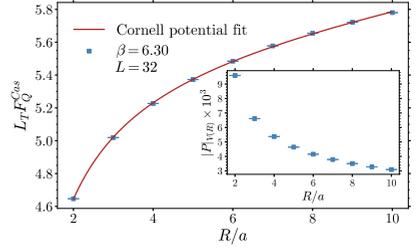


Рис. 10 — Средняя свободная энергия тяжелого кварка в пространстве между пластинами, как функция расстояния между ними.

увеличения расстояния между пластинами свободная энергия кваркитонов увеличивается, петля Полякова исчезает, и система переходит в фазу конфайнмента.

Взаимодействие между кварками и антикварками часто описывается с помощью потенциала Корнелла, который включает себя линейное поведение на больших расстояниях и кулоновское взаимодействие на малых. Следовательно, средняя свободная энергия кваркитона тоже должна удовлетворять данному потенциалу. Рисунок 10 полностью подтверждает данное предположение, данные идеально описывается следующей кривой:

$$L_T F_Q^{\text{Cas}}(R/a) = -\frac{c_1}{R/a} + c_2 \frac{R}{a} + c_0. \quad (20)$$

Из данной зависимости видно, что тяжелый кварк в пространстве между пластинами обладает конечной энергией для небольших расстояний между пластинами, что указывает на деконфайнмент цвета. С увеличением расстояния между пластинами свободная энергия возрастает, приводя к исчезновению петли Полякова и установлению фазы конфайнмента.

В **шестой главе** описывается нелокальная спиновая модель Поттса на случайной решетке, приводится алгоритм нахождения ее основного состояния и проводится анализ вакуумных конфигураций модели. Гамильтониан модели записывается следующим образом:

$$H = \sum_{x,y} J_{xy} \delta_{i(x)i(y)}, \quad (21)$$

где ядро взаимодействия  $J_{xy}$  между узлами  $x$  и  $y$  равно 1 если расстояние между ними  $d \in [R - \frac{\delta}{2}, R + \frac{\delta}{2}]$ , и 0 в остальных случаях. Радиус взаимодействия  $R$  принят равным 1,  $\delta$  – это ширина кольца взаимодействия,  $i(x)$  – значение спина (цвета) в точке  $x$ ,  $\delta_{i(x)i(y)}$  – символ Кронекера.

Схематическое изображение модели показано на рисунке 11а.

Важным параметром модели является число среднее число соседей, определяемое соотношением:

$$\langle n \rangle = 2\pi\delta \frac{N}{L^2}. \quad (22)$$

В качестве граничных условий были выбраны фиксированные граничные условия, схематически изображенные на рисунке 11а, где частицы, находящиеся на некотором расстоянии от границы области, не изменяются с течением времени. Более естественные периодические граничные условия, широко используемые для моделирования подобных систем, в данном случае неприменимы из-за возникающих граничных эффектов, вызванных нелокальностью модели.

Так как фиксация цвета частиц по краям области оказывает влияние на динамику внутри области, энергия системы должна быть вычислена на некотором отдалении от границы. На рисунке 11б пунктиром обозначена область

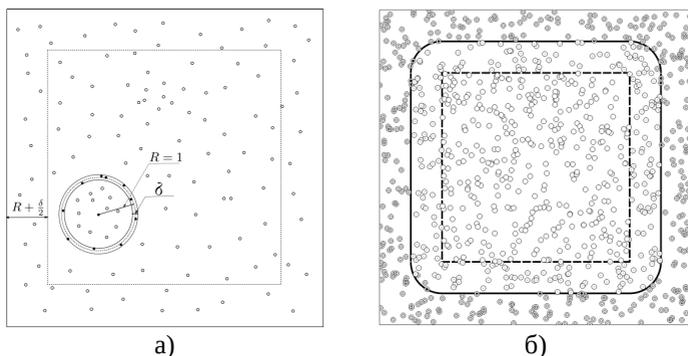


Рис. 11 — **(а)**: Схематическое изображение модели. Частица, расположенная в центре кольца, взаимодействует только с частицами, находящимися в ее кольце, которые по определению находятся на расстоянии  $R \pm \delta/2$  от нее. **(б)**: Схематическое изображение энергетических зон. Все частицы обладают одинаковыми свойствами, но изображены по-разному в зависимости от принадлежности к соответствующей зоне.

подсчёта энергии, а примыкающая к ней область включает те частицы, которые взаимодействуют с ней и таким образом тоже вносят вклад в энергию системы. Истинный минимум энергии  $E = 0$  достигается только тогда, когда в кольце взаимодействия каждой частицы нет частиц одного с ней цвета. Хотя данный минимум невозможно получить для небольшого числа цветов  $q$ , вакуумные конфигурации для этого случая (как и для больших значений  $q$ ) представляют большой интерес. Помимо этого, в рамках исследования был поставлен вопрос, начиная с какого значения  $q$  энергия основного состояния системы достигает нуля (в пределах статистических ошибок).

Для поиска основного состояния был применён алгоритм имитации отжига [22]. В процессе работы алгоритма цвета частиц изменяются случайным образом, в то время как позиции остаются фиксированными. Если после смены цвета частицы энергия системы уменьшается или остается неизменной, то предложенный цвет принимается. В случае увеличения энергии системы, новый цвет принимается с вероятностью  $P = \exp[(E - E')/T]$ , где  $E$  это энергия текущего состояния системы,  $E'$  энергия нового состояния, а  $T$  имеет смысл искусственной температуры, которая убывает как линейная функция числа шагов. С каждым новым шагом вероятность принятия конфигурации с увеличенной энергией падает, и, как следствие, системе становится сложнее переходить между локальными минимумами. Алгоритм завершает работу при достижении температурного порога  $T = 0$ , результирующая конфигурация принимается за основное состояние системы.

Значения параметров модели, для которых проводился поиск основного состояния данным алгоритмом, представлены в таблице 1.

Таблица 1 — Параметры модели Поттса, использованные при симуляциях.

Величина	Описание	Значение
$R$	радиус взаимодействия	1.0
$\delta$	ширина кольца взаимодействия	0.02
$L$	линейный размер области	20.0
$N$	число частиц	159 155
$q$	число цветов	2..7
$l_f$	ширина граничной области	1.01
$\delta/R$	локализация взаимодействия	0.02
$2\pi RN\delta/L^2$	среднее число соседей у точки	50

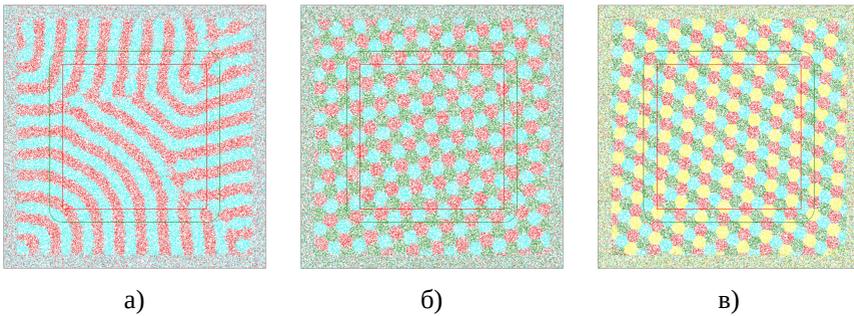


Рис. 12 — Типичные вакуумные конфигурации. **(а):**  $q = 2$ ; **(б):**  $q = 3$ ; **(в):**  $q = 4$

Случай  $q = 2$  тривиален и представляет собой чередующиеся полосы с шириной около единицы, показанные на рисунке 12а. Энергия данных конфигураций составляет примерно 65% от исходной, соответствующей случайной раскраске.

Для  $q = 3$  минимизированные конфигурации представляют собой гексагональный паттерн (рисунок 12б) с энергией около 31% от исходной. Важной особенностью основных конфигураций является смешивание цветов на границах цветовых кластеров, в результате которого энергия системы падает на 15%, по сравнению с непересекающимися кластерами.

Для  $q = 4$  (рисунок 12в) структура полученных конфигураций аналогична случаю для трех цветов, но с энергией всего около 3% от начальной. Эффект смешивания цветов играет ещё более высокую роль, чем в предыдущем случае, приводя к снижению энергии на 30% от случая с жесткими границами кластеров.

Для  $q = 5$  (рисунок 13а) формируется гексагональный кластерный паттерн, но представленный только четырьмя цветами, пятый цвет оказывается частично замещенным и представляет собой вкрапления частиц в общую регулярную структуру. Наблюдается конфликт цветовой и геометрической симметрий, и вторая преобладает, благодаря чему формируется регулярный

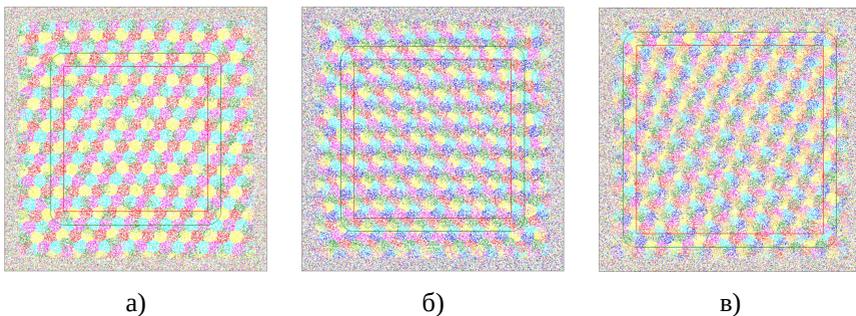


Рис. 13 — Типичные вакуумные конфигурации. **(а):**  $q = 5$ ; **(б):**  $q = 6$ ; **(в):**  $q = 7$

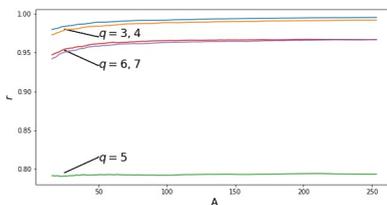


Рис. 14 — Отношение числа частиц наименее представленного цвета к общему числу частиц для всех цветов.

паттерн ценой нарушения цветовой симметрии. Количественно данное явление продемонстрировано на рисунке 14, где показано отношение числа частиц, представленных наименее встречающимся цветом к общему числу частиц. Для пяти цветов оно существенно меньше, чем для остальных, причем данное соотношение не зависит от размера области, что указывает на глобальную природу эффекта. Энергия данных конфигураций составляет 1% от исходной, конфигураций с  $E = 0$  получено не было.

Для  $q = 6$  наблюдаются конфигурации с нулевой энергией (одна из них приведена на рисунке 13б), их доля в составляет 4%. Подавляющее число минимизаций приводит к околонулевым энергиям. Конфигурации имеют гексагональную структуру, причем образования для разных цветов смещены относительно друг-друга, тем самым давая эффект наложения кластеров.

Для  $q = 7$  доля конфигураций с нулевой энергией составляет 97.5% с паттернами, аналогичными случаю шести цветов. Полученный результат соответствует теоретическому выводу для непрерывной проблемы НЭХ. Что же касается определения порогового числа цветов, начиная с которого энергия основного состояния системы становится равна нулю, то из гистограмм распределений энергий для 5 и 6 цветов (рисунок 15а) можно сделать вывод о недостаточности пяти цветов. Распределения для шести и семи цветов, представленные на рисунке 15б находятся на одном масштабе, но не позволяют сделать

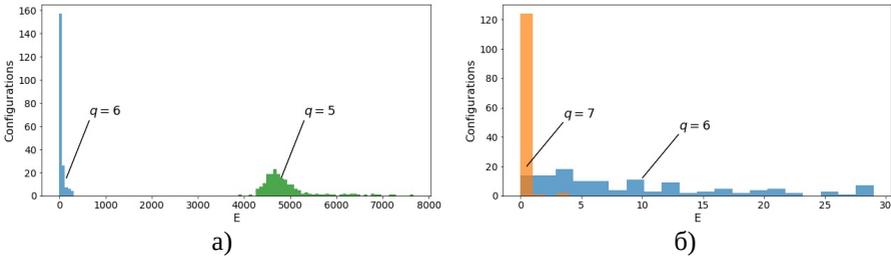


Рис. 15 — Сравнение распределений энергий для (а): пяти и шести цветов, 200 конфигураций; (б): шести и семи цветов, 127 конфигураций с наименьшей энергией.

однозначный вывод о минимальном значении числа цветов, для которого основное состояние обладает нулевой энергией.

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертации, выносимые на защиту:

1. Показано, что присутствие параллельных идеально проводящих пластин приводит к реструктуризации вакуума компактной электродинамики в 3+1 измерениях. Это проявляется в подавлении монопольного конденсата между пластинами, и, как следствие, точка фазового перехода конфайнмент-деконфайнмент смещается в сторону сильной связи.
2. Обнаружено, что в SU(3) глюодинамике в 3+1 измерениях при наличии хромометаллических пластин на границе возникает новая квазичастица с массой  $m_{\text{gt}} = 1.0(1)\sqrt{\sigma} = 0.49(5)$  ГэВ, что в несколько раз меньше массы основного состояния  $0^{++}$  глюбола,  $M_{0^{++}} = 3.405(21)\sqrt{\sigma} = 1.653(26)$  ГэВ. Данная квазичастица интерпретирована как непертурбативное связанное состояние глюона и его образа противоположного цвета в хромометаллическом зеркале. В качестве названия нового состояния предложен термин «глютон», по аналогии с поверхностным экситоном – электрически-нейтральной квазичастицей, возникающей в полупроводниках и диэлектриках вблизи границ.
3. Выдвинуто предположение о наличии аналогичных связанных состояний для тяжелых кварков. Проведен анализ зависимости свободной энергии тяжелого кварка от расстояния до хромометаллического зеркала, результаты которого свидетельствуют о притяжении тяжелого кварка зеркалом. Исследование корреляторов петель Полякова для пробных цветных зарядов на различном расстоянии от зеркала позволило установить механизм возникновения притяжения, заключающийся в формировании удерживающей струны между кварком и его образом в зеркале. Для обозначения данного состояния предложен термин «кваркитон».
4. Показано, что в SU(3) теории петля Полякова в пространстве между пластинами, расположенными на небольшом расстоянии, принимает конечные значения. С увеличением расстояния между пластинами она

быстро уменьшается, что указывает на формирование кваркитонов и де-конфайнмент цвета между близкорасположенными пластинами. Также показано, что с увеличением расстояния между пластинами свободная энергия кваркитонов увеличивается, петля Полякова между пластинами исчезает, что приводит к восстановлению фазы конфайнмента.

5. Проведен анализ основных состояний нелокальной модели Поттса на случайной решетке, который продемонстрировал, что в основном состоянии системы цвета частиц формируют близкий к правильному гексагональный паттерн с нетривиальным смешиванием на границах.
6. Показано, что с увеличением числа цветов, энергия основного состояния системы быстро падает. Проведенный анализ распределений энергии для различного числа цветов показал, что для нулевой энергии основного состояния необходимо как минимум шесть цветов.
7. Обнаружено, что основное состояние модели для пяти цветов характеризуется нарушением цветовой симметрии при сохранении геометрической. Показано, что четыре цвета образуют структуру из близких к правильным шестиугольникам (как и в случае другого числа цветов), но пятый цвет оказывается вытесненным – число частиц данного цвета на  $\approx 20\%$  меньше, чем число частиц других цветов.

С одной стороны, результаты выполненной работы подтверждают выводы, опубликованные ранее для  $2+1$  измерений. В  $(3+1)$ -компактной электродинамике между пластинами, как и в  $(2+1)$ -теории, наблюдается ослабление удерживающих свойств вакуума между пластинами. В  $(3+1)$ -глюодинамике с калибровочной группой  $SU(3)$ , как и в  $(2+1)$ -теории с группой  $SU(2)$ , обнаружен новый массовый масштаб, который в несколько раз меньше минимального массового масштаба теории – массы основного состояния глюбола  $0^{++}$ . С другой стороны, в работе предложена интерпретация массового масштаба как нового граничного состояния, образованного глюоном со своим образом в зеркале. Качественно обоснована возможность существования аналогичных состояний для кварков вблизи границ. Несомненно, данное заключение требует дальнейшей проверки. Интересным представляется исследование зависимости профиля струны между кварком и антикварком от расстояния между ними и расстояния до пластины. Решающим аргументом за или против новых граничных состояний кварков может быть исследование теории с фермионными степенями свободы. Использование в данной работе решеточных методов исследования вакуума с пластинами Казимира открывает возможности для применения данных методов для изучения более сложных граничных поверхностей, в первую очередь сферических, что актуально в контексте модели мешков для адронов.

Выполненный в работе анализ основных состояний спиновой нелокальной модели Поттса на случайной решетке продемонстрировал существование нетривиальных вакуумных конфигураций у данной модели. В начальном «горячем» состоянии модель обладает цветовой симметрией, но в процессе достижения

основного состояния к ней добавляется симметрия геометрическая – вакуумные конфигурации представляют собой кластеризацию спинов в регулярные шестиугольники, образующие правильный паттерн с флуктуациями на границах. Но случай пяти цветов стоит особняком – как и для других цветов основное состояние характеризуется геометрической симметрией, но цветовая нарушается! Примечательно, что даже в этом случае энергия системы статистически существенно выше нуля, что позволяет сделать заключение о недостаточности пяти цветов для достижения нулевой энергии основного состояния. Данный вывод предоставляет сильный аргумент в пользу недостаточности пяти цветов для решения проблемы Нелсона-Эрдёша-Хадвигера, но для более определенных утверждений необходимо более систематическое исследование, которое несомненно позволит глубже изучить структуру основных состояний данной спиновой системы.

Таким образом, существование нетривиальной топологии теории приводит к существенной динамической модификации ее основного состояния. Это происходит как и в калибровочных теориях поля, так и в родственных им спиновых системах.

## Публикации автора по теме диссертации

- A1. *Shevchenko, V. Non-local Potts model on random lattice and chromatic number of a plane [Текст] / V. Shevchenko, A. Tanashkin // Journal of Computational Science. — 2022. — Т. 61. — С. 101607. — (Scopus).*
- A2. *Casimir boundaries, monopoles, and deconfinement transition in  $(3 + 1)$ -dimensional compact electrodynamics [Текст] / M. N. Chernodub [и др.] // Phys. Rev. D. — 2022. — Т. 105, вып. 11. — С. 114506. — (Scopus, WoS).*
- A3. *Boundary states and non-Abelian Casimir effect in lattice Yang-Mills theory [Текст] / M. N. Chernodub [и др.] // Physical Review D. — 2023. — Т. 108, № 1. — С. 014515. — (Scopus, WoS).*
- A4. *Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ. Численная симуляция модели Поттса с нелокальным взаимодействием [Текст] / А. С. Танашкин, В. И. Шевченко ; ФГАОУ ВО ДВФУ. — № 2018665384 ; заявл. 28.12.2018 ; опубл. 15.01.2019, 2019610664 (Рос. Федерация).*
- A5. *Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ. Построение объектов на решетке и их интеграция с программой для решеточных вычислений [Текст] / А. В. Молочков, А. С. Танашкин, В. А. Гой ; ФГАОУ ВО ДВФУ. — № 2021660466 ; заявл. 06.07.2021 ; опубл. 15.07.2021, 2021661822 (Рос. Федерация).*
- A6. *Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ. Реализация алгоритма тепловой бани для  $SU(2)$  калибровочной теории [Текст] / А. С. Танашкин, В. А. Гой ; ФГАОУ ВО ДВФУ. — № 2022619111 ; заявл. 06.05.2022 ; опубл. 30.05.2022, 2022660078 (Рос. Федерация).*

- A7. *Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ. Реализация SU(2) матриц и операций над ними для решеточной теории поля с поддержкой GPU* [Текст] / В. А. Гой, А. С. Танашкин ; ФГАОУ ВО ДВФУ. — № 2023611449 ; заявл. 01.02.2023 ; опубл. 06.02.2023, 2023612655 (Рос. Федерация).

## Список литературы

1. *Feynman, R. P.* Space-Time Approach to Non-Relativistic Quantum Mechanics [Текст] / R. P. Feynman // *Reviews of Modern Physics*. — 1948. — Т. 20, № 2. — С. 367—387.
2. *Casimir, H. B. G.* On the Attraction Between Two Perfectly Conducting Plates [Текст] / H. B. G. Casimir // *Indag. Math.* — 1948. — Т. 10. — С. 261—263.
3. *Lamoreaux, S. K.* Demonstration of the Casimir force in the 0.6 to 6 micrometers range [Текст] / S. K. Lamoreaux // *Phys. Rev. Lett.* — 1997. — Т. 78. — С. 5—8. — [Erratum: *Phys.Rev.Lett.* 81, 5475—5476 (1998)].
4. *Mohideen, U.* Precision measurement of the Casimir force from 0.1 to 0.9 micrometers [Текст] / U. Mohideen, A. Roy // *Phys. Rev. Lett.* — 1998. — Т. 81. — С. 4549—4552.
5. New extended model of hadrons [Текст] / A. Chodos [и др.] // *Phys. Rev. D*. — 1974. — Т. 9, вып. 12. — С. 3471—3495.
6. *Tiburzi, B. C.* Chiral Symmetry Restoration from a Boundary [Текст] / B. C. Tiburzi // *Phys. Rev. D*. — 2013. — Т. 88. — С. 034027.
7. *Herzog, C. P.* Boundary Conformal Field Theory and a Boundary Central Charge [Текст] / C. P. Herzog, K.-W. Huang // *JHEP* 10 (2017) 189. — 2017. — 19 июля. — Т. 2017.
8. *Kogut, J. B.* An introduction to lattice gauge theory and spin systems [Текст] / J. B. Kogut // *Rev. Mod. Phys.* — 1979. — Т. 51, вып. 4. — С. 659—713.
9. *Kramers, H. A.* Statistics of the Two-Dimensional Ferromagnet. Part I [Текст] / H. A. Kramers, G. H. Wannier // *Phys. Rev.* — 1941. — Т. 60, вып. 3. — С. 252—262.
10. *Wegner, F. J.* Duality in Generalized Ising Models and Phase Transitions without Local Order Parameters [Текст] / F. J. Wegner // *Journal of Mathematical Physics*. — 1971. — Т. 12, № 10. — С. 2259—2272.
11. *Balian, R.* Gauge fields on a lattice. I. General outlook [Текст] / R. Balian, J. M. Drouffe, C. Itzykson // *Physical Review D*. — 1974. — Т. 10, № 10. — С. 3376—3395.
12. *Kosterlitz, J. M.* Ordering, metastability and phase transitions in two-dimensional systems [Текст] / J. M. Kosterlitz, D. J. Thouless // *Journal of Physics C: Solid State Physics*. — 1973. — Т. 6, № 7. — С. 1181—1203.

13. *Banks, T.* Phase transitions in Abelian lattice gauge theories [Текст] / T. Banks, R. Myerson, J. Kogut // Nuclear Physics B. — 1977. — Т. 129, № 3. — С. 493—510.
14. *Migdal, A.* Phase transitions in gauge and spin-lattice systems [Текст] / A. Migdal // Zh. Eksp. Teor. Fiz. — 1975. — Т. 69. — С. 1457—1465.
15. *Guldan, F.* On a problem of coloring the real plane [Текст] / F. Guldan // Mathematica Bohemica. — 1991. — Т. 116, № 3. — С. 309—318.
16. *Chernodub, M.* QCD Vacuum as Dual Superconductor: Quark Confinement and Topology [Текст] / M. Chernodub // Handbook of Nuclear Physics. — Springer Nature Singapore, 2023. — С. 2897—2938.
17. *Arafune, J.* Topology of Higgs fields [Текст] / J. Arafune, P. G. O. Freund, C. J. Goebel // Journal of Mathematical Physics. — 1975. — Т. 16, № 2. — С. 433—437.
18. Coexistence of Ordered and Disordered Phases in Potts Models in the Continuum [Текст] / A. De Masi [и др.] // Journal of Statistical Physics. — 2009. — Т. 134, № 2. — С. 243—306.
19. *Ivanenko, T. L.* Condensate of Abelian monopoles and confinement in lattice gauge theories [Текст] / T. L. Ivanenko, A. V. Pochinsky, M. I. Polikarpov // Phys. Lett. B. — 1993. — Т. 302. — С. 458—462.
20. *Karabali, D.* Casimir effect in (2+1)-dimensional Yang-Mills theory as a probe of the magnetic mass [Текст] / D. Karabali, V. Nair // Physical Review D. — 2018. — Т. 98, № 10. — С. 105009.
21. *Barone, F.* Radiative corrections to the Casimir effect for the massive scalar field [Текст] / F. Barone, R. Cavalcanti, C. Farina // Nuclear Physics B - Proceedings Supplements. — 2004. — Т. 127. — С. 118—122.
22. *Kirkpatrick, S.* Optimization by Simulated Annealing [Текст] / S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, M. P. Vecchi // Science. — 1983. — Т. 220, № 4598. — С. 671—680.

*Танашкин Алексей Сергеевич*

Влияние нетривиальной топологии на вакуумы решеточных калибровочных теорий и спиновых систем

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать \_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_. Заказ № \_\_\_\_\_

Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.

Типография \_\_\_\_\_