# Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

На правах рукописи

# Петров Игорь Степанович

# Исследование радиоизлучения широких атмосферных ливней на Якутской комплексной установке

Специальность 1.3.15— «Физика атомных ядер и элементарных частиц, физика высоких энергий»

> Автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

Работа выполнена в Институте космофизических исследований и аэрономии им. Ю.Г. Шафера Сибирского отделения Российской академии наук - обособленном подразделении Федерального государственного бюджетного учреждения науки Федеральный исследовательский центр «Якутский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук» (ИКФИА СО РАН).

Научный доктор физико-математических наук, главный научный руководитель: сотрудник, заведующий лабораторией широких атмосферных ливней ИКФИА СО РАН Ксенофонтов Леонид Трофимович

Официальные Буднев Николай Михайлович, доктор физико-матемаоппоненты: тических наук, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Иркутский государственный университет», декан физического факультета

> Кузьмичев Леонид Александрович, доктор физикоматематических наук, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова», Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына, Отдел космических наук, заведующий лабораторией наземной гамма-астрономии

> Безъязыков Павел Александрович, кандидат физикоматематических наук, Объединенный институт ядерных исследований, Научно-экспериментальный отдел физики элементарных частиц, сектор №4, старший научный сотрудник

Защита состоится 16 апреля 2025 г. в 15:00 часов на заседании диссертационного совета МИФИ.1.05 федерального государственного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» по адресу: 115409, г. Москва, Каширское шоссе, д. 31.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте: https://ds.mephi.ru федерального государственного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ».

Автореферат разослан «\_\_\_\_» \_\_\_\_ 2025 года.

Ученый секретарь диссертационного совета МИФИ.1.05, д.ф.-м.н., профессор

MG

Улин Сергей Евгеньевич

### Общая характеристика работы

Актуальность темы. Радиоизлучение широких атмосферных ливней (ШАЛ) было впервые зарегистрировано Джелли и др. в 1965 г. Последующие исследования на установках НИИЯФ МГУ, Харьковского государственного университета, Якутска и Хавера Парк в 1960-1970-ые гг. подтвердили существование радиоизлучения ШАЛ в широком диапазоне частот. Во второй половине 1980-х гг. проводились систематические исследования радиоизлучения ШАЛ на Акено и Якутской установке.

Уже первые эксперименты по исследованию радиоизлучения ШАЛ показали, что радиосигнал генерируется в широком диапазоне частот (1-500 МГц), а его амплитуда коррелирует с энергией ливня. При этом основными механизмами генерации являются геомагнитный (отклонение заряженных частиц в ливне под воздействием магнитного поля Земли) и избыток электронов (эффект Аскарьяна), который возникает вследствие аннигиляции позитронов ливня при взаимодействии с электронами в воздухе.

В 2003 г. исследование радиоизлучения ШАЛ началось на установках LOPES и CODALEMA. В 2009 г. на Якутской комплексной установке ШАЛ начался второй этап исследования космических лучей (КЛ) с помощью метода регистрации радиоизлучения ШАЛ.

В последующие годы метод регистрации радиоизлучения ШАЛ начал использоваться для изучения КЛ и на других установках: в 2010 г. начато создание радиоустановки на обсерватории Пьера Оже (AERA), в 2011 г. начато создание установки LOFAR, в 2012 г. начато создание радиоустановки на эксперименте Тунка (Tunka-Rex). В настоящее время идут работы по дальнейшему расширению радиоустановки на обсерватории Пьера Оже (AugerPrime), расширению эксперимента IceCube за счет создания наземной радиоустановки и по строительству установок GRAND и SKA.

Таким образом видно, что метод исследования ШАЛ на основе регистрации радиоизлучения широко используется на различных установках. Регистрация радиоизлучения является еще одним способом наблюдения ШАЛ, который позволяет получать дополнительную информацию о развитии ливней. Основными преимуществами радиометода являются: простота эксплуатации, сравнительная дешевизна оборудования и, в отличие от оптических методов регистрации ШАЛ, возможность наблюдения вне зависимости от времени суток и погодных условий (кроме гроз). Важно, что измерение амплитуды радиоизлучения на определенном расстоянии от оси ливня позволяет определить энергию ливня независимо от других методов регистрации ШАЛ. Причем радиоизлучение также чувствительно к продольному развитию ливня, что позволяет определить глубину максимума распределения частиц в ливне  $X_{max}$ . Использование радиометода совместно с существующей установкой ШАЛ в Якутске позволяет получить дополнительную детальную информацию о физике развития ШАЛ и является важным дополнением к традиционным методам изучения КЛ сверхвысоких энергий.

Совместная регистрация ШАЛ радиометодом и детекторами Якутской установки позволила автору диссертации найти связь между радиоизлучением и параметрами ливней, что, в свою очередь, позволило дать более полную физическую картину развития ШАЛ.

**Целью** данной работы является получение экспериментальных данных о радиоизлучении ШАЛ сверхвысоких энергий.

Для достижения поставленной цели автором решались следующие задачи:

- Изучение затухания эффективной амплитуды радиосигнала в зависимости от расстояния до оси ливня и построение функции пространственного распределения (ФПР);
- Оценка энергии частицы сгенерировавшей ливень по эффективной амплитуде радиоизлучения ШАЛ;
- 3. Исследование связи ФПР с глубиной максимума развития ливня X<sub>max</sub>;
- 4. Оценка массового состава (МС) КЛ по данным  $X_{max}$  в рамках расчета на основе модели адронных взаимодействий QGSJetII-04 для разных ядер.

**Научная новизна:** Впервые было зарегистрировано радиоизлучение ливней образованных частицами с энергиями выше  $10^{19}$  эВ. Причем два ливня были образованы частицами с энергиями  $\sim 10^{20}$  эВ. Также впервые ФПР радиоизлучения ШАЛ получены методом комбинации амплитуд радиоизлучения от различных ливней, с помощью которого были определены глубина максимума развития ШАЛ  $X_{max}$  и массовый состав КЛ с энергиями выше  $10^{19}$  эВ.

**Теоретическая и практическая значимость**. Разработанные автором методика, алгоритмы и программное обеспечение регистрации радиоизлучения ШАЛ позволяет успешно использовать их на Якутской комплексной установке и могут быть рекомендованы для применения на существующих и новых, создающихся подобных установках.

Регистрация радиоизлучения в качестве дополнительного метода исследования ШАЛ позволяет независимо определять параметры ШАЛ и тем самым тестировать и верифицировать измерения, проводимые на различных существующих установках.

Связь характеристик ШАЛ, полученных разными методами в Якутске и эмпирически выведенная автором формула позволяет использовать радиометод для независимого определения энергии первичной частицы ливня  $E_0$  и глубины максимума развития ШАЛ  $X_{max}$ 

#### Основные положения, выносимые на защиту:

1. Регистрация радиоизлучения в широких атмосферных ливнях, образованных первичными частицами с энергиями выше 10<sup>19</sup> эВ;

- Результаты определения комбинированных функций пространственного распределения радиоизлучения в ШАЛ, образованных первичными частицами с энергиями выше 10<sup>17</sup> эВ;
- Установление связи максимальной амплитуды радиоизлучения с энергией частицы породившей ливень. Зависимость формы комбинированной функции пространственного распределения радиоизлучения от глубины максимума развития ШАЛ;
- 4. Результаты оценки массового состава КЛ в диапазоне энергий  $10^{17} 10^{19}$  эВ, полученные методом измерения радиоизлучения ШАЛ.

Достоверность результатов исследования обеспечивается большой статистикой измерений, адекватным использованием математического аппарата и верификацией данных полученных по измерению радиоизлучения с данными полученными другими методами регистрации ШАЛ. Данные измерений радиоизлучения ШАЛ Якутской комплексной установки при энергиях до 10<sup>19</sup> эВ не противоречат результатам других экспериментов, регистрирующих радиоизлучение ШАЛ.

Апробация работы. Основные результаты и выводы, вошедшие в диссертацию, неоднократно обсуждались на семинарах лаборатории ШАЛ ИК-ФИА СО РАН, на заседаниях ученого совета ИКФИА СО РАН, на семинаре в НИЯУ МИФИ и докладывались на следующих научных мероприятиях различного уровня:

- 1. 33rd International Cosmic Ray Conference, 2-9 July, 2013, Rio de Janeiro, Brazil;
- 2. XIII Международная Байкальская молодежная научная школа по фундаментальной физике, 9-14 сентября, 2013, г. Иркутск, Россия;
- 33-ая Всероссийская конференция по космическим лучам, 11-15 августа, 2014, г. Дубна, Россия;
- 4. International Symposium on Very High Energy Cosmic Ray Interactions, ISVHECRI 2014, 18-22 August, 2014, CERN, Geneva, Switzerland;
- 5. 34th International Cosmic Ray Conference, July 30 August 6, 2015, The Hague, The Netherlands;
- 6. 35th International Cosmic Ray Conference, July 12-20, 2017, BEXCO, Busan, Korea;
- 7. 20th International Symposium on Very High Energy Cosmic Ray Interactions, 21-25 May, 2018, Nagoya University, Nagoya, Japan;
- 8. 2nd International Symposium on Cosmic Rays and Astrophysics, June 25-28, 2019, Moscow, Russia;
- 36-ая Всероссийская конференция по космическим лучам, 28 сентября - 2 октября, 2020, г. Москва, Россия;
- 10. 37th International Cosmic Ray Conference, July 12-23, 2021, Berlin, Germany;
- 11. 4th International Symposium on Cosmic Rays and Astrophysics, June 27-29, 2023, Moscow, Russia.

Отдельные аспекты работы, положенные в основу диссертации, прошли независимую экспертизу и были поддержаны грантами РФФИ №12-02-31442 мол\_а и №16-29-13019 офи-м, а также грантами академической мобильности для молодых ученых и специалистов Республики Саха (Якутия) НОФМУ №201302010098, №201302010134, №20170220222, №20171201009-2.

<u>Личный вклад.</u> Разработка алгоритмов и написание компьютерных программ регистрации и обработки данных по радиоизлучению производились автором самостоятельно. На протяжении 10 лет автор являлся ответственным за проведение наблюдений и регистрацию радиоизлучения ШАЛ. Он принимал непосредственное участие в проведении, обработке и анализе результатов эксперимента. Автором самостоятельно сформулированы основные результаты и выводы, которые вошли в диссертацию. Автор внес определяющий вклад в написании научных статей по теме диссертации.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 30 работах, 9 из которых опубликованы в журналах, рекомендованных ВАК [A1–A9], и цитируемых на научных платформах Web of Science и Scopus. Остальные работы опубликованы в трудах конференций [A10–A30]. Автором также было получено свидетельство на регистрацию программы, используемой при наблюдении радиоизлучения ШАЛ на Якутской комплексной установке [A31].

## Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность диссертационной работы, формулируются основные цели, ее новизна, перечисляются выносимые на защиту положения, а также приводится краткое содержание работы.

В **первой главе** кратко описывается изучение КЛ сверхвысоких энергий методом регистрации ШАЛ, механизмы генерации радиоизлучения ШАЛ и проведен обзор установок регистрирующих радиоизлучение ШАЛ.

В ней также описывается процесс развития ШАЛ и методы регистрации различных компонентов ливня. Приводится сравнение радиометода с другими методами, такими как детектирования черенковского света, и регистрация заряженной компоненты ливня сцинтилляционными детекторами и основные преимущества этого метода. Также рассмотрены механизмы генерации радиоизлучения ШАЛ.

В ней рассмотрены современные эксперименты по регистрации радиоизлучения ШАЛ, такие как LOPES, CODALEMA, AERA (Оже), LOFAR, Tunka-Rex, а также приводятся сведения о планируемых к созданию установок SKA, GRAND и радиоустановки на Южном полюсе Земли (эксперимент IceCube).

Во второй главе дано описание структуры Якутской комплексной установки и регистрации радиоизлучения ШАЛ. Приводится описание антенн и системы регистрации.

В п. 2.1. дано описание современного состояния Якутской комплексной установки ШАЛ и краткое описание малой черенковской установки (Рис. 1).



Рис. 1 — Размещение детекторов на малой черенковской установке расположенной в центре Якутской комплексной установки ШАЛ.

Якутская комплексная установка состоит из 49 станций. В каждой станции установлены два сцинтилляционных детектора площадью 2 м<sup>2</sup>. Черенковские детекторы установлены на 19 станциях в круге радиусом 1 км и еще 12 в пунктах центрального сгущения. Для измерения потока мюонов с энергией выше 1 ГэВ имеется пять подземных пунктов. Два из них расположены на расстоянии 300 и 500 м от центра установки, а остальные три удалены приблизительно на 800 и 1000 м. Общая площадь регистрирующих детекторов в каждом пункте составляет 20 м<sup>2</sup>. В центре установки находится малая черенковская установка (Рис. 1), на которой установлены сцинтилляционные детекторы, детекторы черенковского света, камеры обскура, мюонные телескопы и радиоантенны. Антенны расположены двумя кластерами по 4 и 2 антенны. Антенны для регистрации радиоизлучения ШАЛ на Якутской комплексной установке представляют собой два перпендикулярно скрещенных полуволновых диполя ( $l \sim 2,16$  м) установленных на деревянной балке на высоте  $\lambda/4$  (h = 2,5 м) (Рис. 2).

В п. 2.2 приводится анализ фонового шума для выбора оптимальной полосы частот, которая будет свободна от индустриальных и естественных радиошумов, а также обеспечивает наилучшее соотношение сигнал/шум. Показано, что область частот 30-35 МГц свободна от значимых по амплитуде помех различного происхождения и поэтому эта полоса была выбрана для регистрации радиоизлучения ШАЛ на Якутской комплексной установке. На рис. 3 показан спектр радиошумов на выходе предусилителя.

В третьей главе описывается методика отбора и обработки экспериментальных данных зарегистрированных на Якутской комплексной установке, а



Рис. 2 — Приемная антенна для регистрации радиоизлучения ШАЛ. а) Конструкция приемной антенны: 1 - полуволновой диполь, 2 - изоляция, 3 термостабилизированный контейнер, 4 – монтажная стойка, 5 – изолирующая сетка. б) фотография внешнего вида приемной антенны на Якутской комплексной установке.



Рис. 3 — Спектр радиошумов, измеренный на выходе предусилителя антенны.

также описывается программное обеспечение для анализа и обработки данных радиоизлучения ШАЛ.

Также, рассматривается метод вычисления напряженности электрического поля на антеннах. Сигналы с антенн во время сеанса наблюдения записываются в виде квантов АЦП, которые в ходе первичной обработки преобразуются в напряженность электрического поля. Плотность мощности электромагнитной волны задается модулем вектора Умова-Пойнтинга:

$$|\vec{S}| = \frac{1}{c\mu_0} \cdot |\vec{E}|^2,\tag{1}$$

где c – скорость света в вакууме,  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $\vec{E}$  – напряженность электрического поля.

Эффективная площадь антенны вычисляется по формуле:

$$S_{eff} = \frac{P_{ant}}{|\vec{S}|},\tag{2}$$

где  $P_{ant}$  — мощность антенны,  $\vec{S}$  — вектор Умова-Пойнтинга.

В предположении, что радиоволна на 100% поляризована в направлении поляризации самой антенны, эффективная площадь антенны связана с усилением следующим образом:

$$S_{eff} = \frac{K\lambda^2}{4\pi} = \frac{Kc^2}{4\pi f^2},\tag{3}$$

где K — коэффициент усиления антенны,  $\lambda$  — длина волны, f — частота приемного излучения.

Таким образом, мощность, собираемая антенной, связана с электрическим полем и может быть записана как:

$$P_{ant} = \frac{Kc}{4\pi f^2 \mu_0} \cdot |\vec{E}|^2.$$
 (4)

Если полоса сигнала больше, чем полоса приемника, то измеряется только часть сигнала, т.е. величина сигнала будет зависеть от полосы пропускания приемника и может зависеть от частоты приемника. В случае короткого по времени импульса можно предположить, что спектр излучения пологий и ограничен полосой приемника. Для того чтобы сравнивать измерения между экспериментами с разными полосами пропускания важно измерять пик напряженности поля приемником с эффективной полосой пропускания.

Используя выше сказанное, можно из измеренных АЦП величин вычислить напряженность электрического поля отнесенную к эффективной полосе частот, которую назовем эффективной амплитудой:

$$A = \frac{|\vec{E}|}{\Delta f} = \frac{1}{\Delta f} \sqrt{\frac{4\pi f^2 \mu_0}{K_{\theta,\phi} c}} P_{ant} = \frac{1}{\Delta f} \sqrt{\frac{4\pi f^2 \mu_0}{K_{\theta,\phi} c}} \frac{1}{K_{ele} R_{ADC}} \cdot V_{ADC}, \quad (5)$$

где f — частота наблюдения,  $K(\theta,\phi)$  — коэффициент усиления антенны, зависящий от направления прихода сигнала радиоизлучения,  $K_{ele}$  — поправочный коэффициент усиления электроники,  $V_{ADC}$  — напряжение на АЦП, и  $R_{ADC}$  — внутренний импеданс АЦП, равный 50 Ом, который использовался, при вычислении поправочных коэффициентов для Якутской радиоустановки.

В четвертой главе рассматриваются основные результаты, полученные по данным радиоизлучения в рамках данной работы.

Проводится анализ спектра шумов на частоте 30–35 МГц, а также суточная вариация счета импульсов ШАЛ.

Одним из первых исследований радиоизлучения ШАЛ в Якутске (2009 г.) являлось изучение природы шумов. Далее, рассматривается поляризация радиоизлучения атмосферных ливней, которая возникает из-за магнитного поля Земли.

На рис. 4 показан пример регистрации сигнала радиоизлучения ШАЛ на Якутской установке. Радиоизлучение ШАЛ регистрируется при срабатывании



Рис. 4 — Событие ШАЛ, энергия первичной частицы сгенерировавшей ливень  $E_0 = 2,63 \cdot 10^{18}$  эВ, зенитный угол  $\theta = 54^\circ$ , азимутальный угол  $\phi = 343^\circ$ , ось ливня находилась на расстоянии 250 м от антенны.

триггера от черенковских или сцинтилляционных детекторов Якутской комплексной установки.

Амплитуда радиосигналов пропорциональна числу электронов и позитронов в электромагнитном каскаде и поэтому пропорциональна энергии первичной частицы. Радиоизлучение генерируется приблизительно в области максимума развития ливня и, таким образом, зависит от мощности электромагнитного каскада. Более того, радиоизлучение в атмосфере испытывает очень малые потери. Другими словами измерение радиоизлучения дает калориметрическое измерение энергии электромагнитного каскада ШАЛ. Поэтому сравнивая эффективную амплитуду радиоизлучения на определенном расстоянии от оси ливня с энергией первичной частицы, определенную другими детекторами установки можно найти связь радиосигнала с энергией частицы образующей ШАЛ. Таким образом, измеряя радиосигнал ливня и используя расстояние до оси ливня, определенное другими детекторами установки, можно определить энергию первичной частицы. Для поиска связи эффективной амплитуды радиоизлучения с энергией частицы, образующей ливень были взяты 300 событий зарегистрированных всей комплексной установкой ШАЛ в Якутске. Энергии первичных частиц были определены на основе регистрации потока черенковского света [1]. Направления прихода и оси ливней были определены по измерениям сцинтилляционных детекторов [2]. Установлено, что максимум распределения ливней по расстоянию приходился на  $R_{med} = 350$  м и по зенитному углу на  $\langle \cos \theta \rangle = 0.8$ . Поэтому эти значения использовались как средние для приведения эффективных амплитуд к этим значениям. Для этого были взяты сигналы радиоизлучения с антенн по направлению В-З ливней генерированных частицами с энергией ~10<sup>17</sup> эВ и проведена аппроксимация вида:

$$A = a \cdot \exp\left(-\frac{R}{R_0}\right),\tag{6}$$

где  $a=12{,}32\pm0{,}81~{\rm mkB}\cdot{\rm m}^{-1}\cdot{\rm M}\Gamma{\rm q}^{-1}$  и  $R_0=118{,}2\pm13~{\rm m}.$ 

С использованием формулы (6) для приведения было получено выражение:

$$A_{350} = A \cdot \exp\left(\frac{R - 350}{R_0}\right),\tag{7}$$

где *А* – эффективная амплитуда радиосигнала на расстоянии *R* от оси ливня.

Таким образом на основе формулы (7) амплитуды сигналов ливней были приведены к величине  $R_{med} = 350$  м и были распределены по бинам углов. Полученные значения были аппроксимированы по формуле:

$$A = \left(1.1 \pm 0.13 \frac{\mathrm{M}\mathrm{\kappa}\mathrm{B}}{\mathrm{M}\cdot\mathrm{M}\mathrm{\Gamma}\mathrm{u}}\right) / (\cos\theta)^{(2,7\pm0,22)},\tag{8}$$

где  $\theta$  – зенитный угол прихода ШАЛ. Значение  $\frac{\chi^2}{dof}$  аппроксимации равно 0,78.



Рис. 5 — Зависимость эффективной амплитуды радиоизлучения от энергии частицы образующей ливень. Затемненная область, это неопределенность аппроксимации.

По найденным зависимостям (7) и (8) отобранные ливни были приведены к зенитному углу  $\langle \cos \theta \rangle = 0,8$  и к медианному расстоянию  $R_{med} = 350$  м, распределены по бинам энергии и далее была построена зависимость эффективной амплитуды сигнала от энергии частицы образующей ливень (Рис. 5). На рис. 5 горизонтальная ошибка — это систематическая ошибка определения энергия равная ~25%. Эта зависимость позволяет определять энергию первичной частицы образующей ШАЛ по данным радиоизлучения. Аппроксимирующая кривая на рис. 5 имеет вид:

$$A = \left(1,35 \pm 0,06 \frac{\text{MKB}}{\text{M} \cdot \text{M} \Gamma \text{u}}\right) \cdot \left(\frac{E_0}{10^{17} \text{3B}}\right)^{(0,74 \pm 0,03)},$$
(9)

где A — эффективная амплитуда радиосигнала,  $E_0$  — энергия частицы образующей ШАЛ. Значение  $\frac{\chi^2}{dof}$  аппроксимации равно 0,13.

Далее приводятся ФПР радиоизлучения ШАЛ на частоте 30-35 МГц. Азимутальная зависимость радиосигнала обусловлена геомагнитным механизмом генерации радиоизлучения ШАЛ, так как амплитуда сигнала пропорциональна синусу угла между направлением вектора магнитного поля и направлением прихода ливня. Как показывает моделирование на CoREAS такая зависимость существенна только на малых расстояниях, т.е. до ~200 м, но на больших расстояниях становится незначительной. Для построения ФПР по данным 2009-2014 был отобран 421 ливень. Отбирались ливни, у которых отношение сигнал-шум было больше 5. Оси ливней при этом были на расстоянии до 500 м, но для ливней образованных частицами с большими энергиями распределение расстояний становилось шире. Затем ливни распределялись по трем интервалам энергии: (1-4)·10<sup>17</sup> эВ, (4-8)·10<sup>17</sup> эВ и (8-12)·10<sup>17</sup> эВ (Рис. 6). Далее события в этих интервалах распределялись по пространственным бинам с  $\Delta \lg \frac{R}{1M} = 0.4$ . Такой метод называется методом комбинирования, а полученная зависимость эффективной амплитуды от расстояния называется комбинированной ФПР. Комбинированные ФПР для каждого из интервалов по энергии показаны на рис. 6. Аппроксимирующие линии построены в соответствии с формулой (6).



Рис. 6 — Комбинированные функции пространственного распределения радиоизлучения ШАЛ.

В целях поиска зависимости параметров радиоизлучения от глубины максимума был использован следующий подход: использовались ливни

зарегистрированные как черенковскими детекторами, так и антеннами радиоизлучения. Глубина максимума развития ливней  $X_{max}$  в области сверхвысоких



Рис. 7 — Корреляция глубины максимума  $X_{max}$  с отношением амплитуд радиоизлучения Р. Затемненная область, это неопределенность аппроксимации.

энергий на Якутской установке определялась по ФПР черенковского света ШАЛ [3]. Далее, по данным радиоизлучения Якутской установки была установлена связь  $X_{max}$  с отношением амплитуд радиосигнала, которые были измерены на расстояниях  $R_1 = 80$  м и  $R_2 = 200$  м для ливней образованных частицами с энергией выше  $10^{17}$  эВ;  $R_1 = 175$  м и  $R_2 = 725$  м для ливней образованных частицами с энергиями  $10^{19}$  эВ. Зависимость  $X_{max}$  от параметров  $P_1 = A_1(80)/A_2(200)$  и  $P_2 = A_1(175)/A_2(725)$  показана на рис. 7. На рисунке указаны только статистические ошибки. На рис. 7 точки — данные полученные из эксперимента на Якутской комплексной установке для трех интервалов энергий, а прямые линии — аппроксимация линейной функцией методом минимизации  $\chi^2$ :

$$X_{max} = \left(14,0 \pm 74,3\frac{\Gamma}{\mathrm{cm}^2}\right) + P_1 \cdot \left(212,0 \mp 24,0\frac{\Gamma}{\mathrm{cm}^2}\right).$$
(10)

$$X_{max} = \left(295.0 \pm 42.0 \frac{\Gamma}{\text{cM}^2}\right) + P_2 \cdot \left(31.5 \mp 3.5 \frac{\Gamma}{\text{cM}^2}\right).$$
(11)

Для формулы (10) значение  $\frac{\chi^2}{dof}$  аппроксимации равна 0,76, а для формулы (11) равна 3,38. Здесь формула (10) используется для ливней образованных частицами с энергией  $E_0 \ge 10^{17}$  эВ, а формула (11) для ливней образованных частицами с энергией  $E_0 \ge 10^{19}$  эВ.

Согласно работам [4-6], амплитуда радиоизлучения зависит от многих факторов: энергии первичной частицы образующей ливень, углов прихода ШАЛ, от расстояния до оси ливня и глубины максимума развития ШАЛ. Все эти параметры ливня на Якутской установке измеряются в ходе комплексного измерения основных компонент ливня: электронов, фотонов, мюонов, черенковского и радио излучений. Связь амплитуды радиоизлучения с энергией описывается формулой (9), с зенитный углом формулой (8), а затухание радиосигнала от расстояния хорошо описывается экспоненциальным выражением (6). Из-за того, что радиоизлучение генерируется близко к глубине максимума развития ливня и испускается вдоль оси в узком телесном угле, характер затухания должен зависеть от значения глубины максимума развития  $X_{max}$ . Такую связь можно выразить аналитическим выражением:

$$A = \left(16, 1 \pm 0.23 \, \frac{M\kappa B}{M \cdot M \Gamma \mu}\right) \left(\frac{E}{5 \cdot 10^{17} \, _{9}B}\right)^{(0,83\pm0,03)} \cdot (\cos\theta)^{-2.7\mp0.22} \cdot \\ \cdot \exp\left[-\frac{R}{(162\pm8 \, _{M}) + (84\pm3 \, _{M}) \cdot x}\right],$$
(12)

где A – эффективная амплитуда радиоизлучения на антенне (мкВ · м<sup>-1</sup> · МГц<sup>-1</sup>), E – энергия первичной частицы,  $\theta$  – зенитный угол, R – расстояние от оси ливня до антенны,  $x = \frac{X_{max} - 675}{100}$ .

Коэффициенты выражения (12) были найдены методом максимального правдоподобия.

За время работы радиоантенн на Якутской установке были зарегистрированы радиоизлучения у 19 ливней образованных первичными частицами с энергией  $\geq 10^{19}$  эВ. Основная масса ливней были образованы частицами с энергиями от  $10^{19}$  до  $3,5\cdot10^{19}$  эВ и два ливня образованы частицами с энергиями  $\sim 10^{20}$  эВ. Значения эффективных амплитуд были приведены к средней энергии  $\langle E_0 \rangle = 1,5\cdot10^{19}$  эВ по формуле (9) и среднему зенитному углу  $\langle \theta \rangle = 43^\circ$  по формуле (8) и было построено распределение эффективных амплитуд радиосигналов по расстояниям до оси ШАЛ (Рис. 8). Каждая точка это измерение одной антенны, поэтому два ливня с энергиями  $\sim 10^{20}$  эВ представлены тремя точками (1 событие зарегистрировано одной антенной, второе событие зарегистрировано двумя антеннами). Была определена амплитуда сигнала на расстоянии 175 и 725 м и по (11) оценена глубина максимума  $X_{max} = 776 \pm 24$  г  $\cdot$  см^{-2}.

В итоге по данным измерения радиоизлучения на Якутской комплексной установке был построен график зависимости  $X_{max}$  от энергии (Рис. 9).

На рис. 9а приведены данные установок LOFAR [7], AERA (Оже) [8], CODALEMA [9], Тунка [10] и Якутской установки. Как видно из рис. 9а радиоизлучение позволяет регистрировать ливни сгенерированные частицами в широком диапазоне энергий: с энергий  $10^{17}$  эВ до энергий выше  $10^{19}$  эВ. Для области энергий  $10^{17}-10^{18}$  эВ данные Якутска были приведены в 2014 году. Предварительные данные AERA (Оже) были приведены в 2016 году [16] (на графике приведены результаты 2023 года [8]). Поэтому можно говорить о том, что результаты установки AERA (Оже) подтверждают результаты полученные по измерению радиоизлучения ШАЛ на Якутской комплексной установке. Кроме того, из рис. 9а следует, что на Якутской комплексной установке ШАЛ



Рис. 8 — Распределение эффективных амплитуд радиосигналов по расстояниям до оси ШАЛ. Точки приведены к средней энергии  $\langle E_0 \rangle = 1.5 \cdot 10^{19}$  эВ и среднему зенитному углу  $\langle \theta \rangle = 43^{\circ}$ . Красные треугольники — эффективные амплитуды сигналов, зарегистрированные в ливнях образованных частицами с энергией  $\sim 10^{20}$  эВ.

на основе используемого метода были зарегистрированы более энергичные события, чем на других установках, на которых используется радиометод. Это позволяет говорить о радиометоде как об универсальном методе для определения глубины максимума развития ливня  $X_{max}$  и прямом сравнении результатов различных установок ШАЛ друг с другом.

То, что большая часть измерений лежит в области энергий  $10^{17}-10^{18}$  эВ обусловлено особенностями экспериментов по измерению радиоизлучения ШАЛ. Антенны обычно устанавливались на базе уже существующих установок ШАЛ, только эксперименты LOFAR и CODALEMA были построены на базе радио обсерваторий. Так как эти установки находятся в Европе, где высокий уровень радиошумов в области частот выше 100 МГц ограничивает измерение на этих частотах, что не позволяет регистрировать ливни образованные частицами в области энергий  $10^{16}-10^{17}$  эВ, а энергии выше  $10^{19}$  зВ не позволяет регистрировать малые размеры установок. Для уверенной регистрации радиоизлучения на этих установках были дополнительно установлены сцинтилляционные детекторы, которые были расположены даже на меньшей площади чем сами антенны. Для установок Якутска, AERA (Oжe) и Тунка ситуация противоположная, антенны занимают меньшую площадь, чем сами установки ЯКУ ШАЛ, обсерватория Пьера Оже и Тунка-133. Это позволяет



Рис. 9 — Зависимость X<sub>max</sub> определенный по радиоизлучению ШАЛ от энергии первичных частиц образующих ливень. а) сравнение с данными LOFAR [7], AERA (Оже) [8], CODALEMA [9], Тунка [10]; б) сравнение с данными черенковских детекторов Якутской установки [11], сцинтилляционных детекторов Якутской установки [12], Telescope Array [13], обсерватории Пьера Оже [14] и черенковских детекторов установки Тунка [15].

регистрировать ШАЛ образованные частицами с большей энергией, чем позволяла бы ограниченная площадь радиоустановки. Поэтому несмотря на малое число антенн, на Якутской комплексной установке были зарегистрированы ливни образованные частицами с энергиями вплоть до  $\sim 10^{20}$  эВ. На том же рисунке (Рис. 9) линиями представлены расчетные значения  $X_{max}$  по моделям адронных взаимодействий QGSJetII-04, Sibyll 2.3с, EPOS LHC для протона p и ядра железа Fe. А также результаты полученные другими методами измерения ШАЛ на других установках (Рис. 9б).

Далее приводится описание оценки массового состава по данным радиоизлучения ШАЛ (Рис. 10). Отмечается, что если глубина максимума развития  $X_{max}$  ливня находится высоко, т.е. в случае, если первичная частица тяжелая, наклон ФПР становится более пологим, а когда  $X_{max}$  находится низко в атмосфере, т.е. первичная частица более легкая, то наклон ФПР будет более крутым. Данный факт, указывает на то, что параметр наклона ФПР радиоизлучения ШАЛ зависит от МС первичной частицы.

Используя выведенную зависимость  $X_{max}$  с формой ФПР (см. формулы (10) и (11)), автором была рассчитана глубина максимума  $X_{max}$  в ливнях образованных частицами с энергией выше  $10^{17}$  эВ. Затем, используя расчеты по модели QGSjetII-04 для протона и ядра железа, автором была выполнена оценка МС КЛ по формуле:

$$\langle \ln A \rangle = \left( \frac{X_{max}^{exp} - X_{max}^p}{X_{max}^{Fe} - X_{max}^p} \right) \cdot \ln A_{Fe}.$$
 (13)

Полученные значения  $\langle \ln A \rangle$  показаны на рис. 10.



Рис. 10 — Зависимость  $\langle \ln A \rangle$  от энергии частицы образующей ШАЛ по данным измерения радиоизлучения Якутской установки: а) Для сравнения приведены данные других радиоустановок: LOFAR [7], AERA (Оже) [8], CODALEMA [9], Тунка [10]; б) сравнение с данными черенковских измерений [11], сцинтилляционных измерений [12] Якутской установки, Telescope Array [13], обсерватории

Пьера Оже [14] и черенковских детекторов установки Тунка [15].

Следует отметить, что оценки  $\langle \ln A \rangle$  разных установок, получены с разной степенью точности. Здесь сказывается малая статистика ливней, особенно в области больших энергий. Тем не менее из рисунка (Рис. 10a) видно, что по данным CODALEMA [6] и AERA (Оже) [5] в диапазоне  $10^{17} - 10^{18}$  зВ с ростом энергии в КЛ начинают преобладать более легкие ядра, вплоть до чисто протонного состава.

Полученные на основе радиоизмерений Якутской установки значения  $\langle \ln A \rangle$  указывают, что в области энергий  $E_0 \sim 10^{17}$  эВ состав КЛ оказывается более тяжелым (2,5 ± 0,7), а в области энергий  $10^{17} - 10^{18}$  эВ состав становится более легким (1,4 ± 0,7 и 0,6 ± 0,8). Это в пределах экспериментальных ошибок согласуется с результатами измерений других радиоустановок. Для энергий выше  $10^{19}$  эВ по измерениям радиоизлучения в пределах ошибок изменений в составе не наблюдается (0,8 ± 1,0). Это не противоречит результатам полученным по другим методам исследования ШАЛ с большей статистикой (Рис. 106).

Заметим, что полученные косвенным путем результаты во многом зависят от детекторов и методики эксперимента, атмосферных условий при которых проводятся измерения, обработки экспериментальных данных, модели адронных взаимодействий и других факторов. Поэтому для верификации полученных результатов, важно получить данные о массовом составе, используя разные методы регистрации ШАЛ.

В <u>заключении</u> приводятся основные полученные результаты и выводы диссертационной работы.

Впервые на Якутской комплексной установке ШАЛ получены характеристики ливней образованных первичными частицами с энергией выше  $10^{19}$  эВ по данным радиоизлучения, построена ФПР радиоизлучения и определена глубина максимума развития ливня  $\langle X_{max} \rangle = 776 \pm 24$  г · см<sup>-2</sup>.

Впервые были зарегистрированы радиосигналы от 2 ливней образованных первичными частицами с энергиями  $\sim 10^{20}$  эВ.

В рамках модели ядерных взаимодействий QGSJetII-04 сделана оценка массового состава по данным радиоизлучения ШАЛ для диапазона энергий  $10^{17} - 10^{19}$  эВ.

Установлено, что в области энергий ~ $10^{17}$  эВ состав КЛ является более тяжелым ( $\langle \ln A \rangle = 2,5 \pm 0,7$ ), а в области энергий выше  $10^{17}$  эВ он становится более легким ( $\langle \ln A \rangle = 1,0 \pm 0,7$ ), что согласуется с данными других установок. Для энергий  $E_0 > 10^{19}$  зВ по данным радиоизлучения изменений в массовом составе КЛ не наблюдается ( $\langle \ln A \rangle = 0,8 \pm 1,0$ ).

По результатам измерений и обработки были определены комбинированные ФПР радиоизлучения для различных энергий, была установлена связь ФПР с характеристиками ШАЛ, которая позволяет определить энергию частицы, образующей ливень и глубину максимума развития. Причем эти характеристики в пределах ошибок сравнимы с такими же характеристиками, установленными с помощью других детекторов ШАЛ на Якутской комплексной установке.

#### Публикации автора по теме диссертации

- А1. Кнуренко С. П., Петров И. С. Радиоизлучения широких атмосферных ливней с энергией E<sub>0</sub> ≥ 10<sup>19</sup> эВ по данным регистрации на Якутской комплексной установке // Письма в ЖЭТФ. — 2016. — Т. 104, № 5. — С. 305–309.
- A2. Knurenko S. P., Petrov Z. E., **Petrov I. S.** Radio emission of air showers with extremely high energy measured by the Yakutsk Radio Array // NIM A. 2017. Vol. 866. Pp. 230–241.
- A3. Knurenko S. P., **Petrov I. S.** Characteristics of air showers with energy more than  $10^{17}$  eV reconstructed by the Yakutsk array radio emission measurements // EPJ Web Conf. 2019. Vol. 208. P. 08017.
- A4. Petrov I. S., Knurenko S. P., Petrov Z. E. Ultra-High Energy Cosmic Ray Study Results by Radio Emission Technique at Yakutsk Array // Phys. Atom. Nucl. – 2019. – Vol. 82, no. 6. – Pp. 795–799.
- А5. Кнуренко С. П., Петров И. С. Корреляция радиосигнала на частоте 32 МГц с характеристиками широких атмосферных ливней по данным измерений на Якутской установке ШАЛ // Известия РАН. Сер. физ. — 2015. — Т. 79, № 3. — С. 446–448.
- А6. Радиоэмиссия на частоте 32 МГц от ШАЛ с энергией выше 5 · 10<sup>18</sup> эВ по измерениям на Якутской установке / Кнуренко С. П., Козлов В. И., ...,

**Петров И. С.** и др. // Известия РАН. Сер. физ. — 2017. — Т. 81, № 4. — С. 559–561.

- А7. Кнуренко С.П., Петров И.С. Флуктуации глубины максимума развития ШАЛ с энергией выше 10<sup>17</sup> эВ по измерениям радиоизлучения на частотах 30-35 МГц // Известия РАН. Сер. физ — 2019. — Т. 83, № 8. — С. 1111–1113.
- А8. Кнуренко С.П., **Петров И.С.** Исследование характеристик космических лучей предельных энергий радиометодом на частоте 30–35 МГц на Якутской установке // Известия РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85, № 8. С. 1169–1172.
- A9. Petrov I. S., Knurenko S. P. Study of Cosmic Rays with Energies above 5 EeV Using Radio Method // Phys. Atom. Nucl. – 2024. – Vol. 87, no. 2. – Pp. 77–85.
- А10. Исследование радиоизлучения на частоте 32 МГц на Якутской установке широких атмосферных ливней / И. С. Петров, З. Е. Петров, Д. С. Борщевский и др. // Вестник СВФУ. – 2011. – Т. 8. – С. 5–10.
- А11. Результаты регистрации радиоизлучения на частоте 32 МГц на Якутской установке ШАЛ / И. С. Петров, З. Е. Петров, Д. С. Борщевский и др. // Наука и образование. – 2012. – Т. 65. – С. 7–11.
- A12. Extensive air showers radio emission spatial distribution at 32 MHz frequency from measurements of Yakutsk Array / D. S. Borschevsky, S. P. Knurenko, I. S. Petrov, Z. E. Petrov // Proc. SPIE. 2012. Vol. 8696. P. 86960P.
- A13. On maximum amplitude of radio pulse correlation and energy of primary particles producing extensive air showers / D. S. Borschevsky, S. P. Knurenko, I. S. Petrov, Z. E. Petrov // Proc. SPIE. 2012. Vol. 8696. P. 86960Q.
- А14. Кнуренко С. П, Петров З. Е., Петров И. С. Алгоритм регистрации радиоизлучения ШАЛ и математической обработки ливней с радиосигналом на Якутской комплексной установке ШАЛ // Материалы докладов XIX Международного симпозиума "Оптика атмосферы и океана. Физика атмосферы". — ИОА СО РАН, 2013. — С. Д-247–Д-250.
- А15. Результаты измерения радиоизлучения на частоте 32 МГц, полученные на Якутской комплексной установке ШАЛ в интервале энергии 3 · 10<sup>16</sup> – 5 · 10<sup>18</sup> эВ / С. П Кнуренко, В. И. Козлов, ..., И. С. Петров и др. // Материалы докладов XIX Международного симпозиума "Оптика атмосферы и океана. Физика атмосферы". – ИОА СО РАН, 2013. – С. Д-243-Д-246.
- A16. Knurenko S., **Petrov I.** Lateral distribution of radio signal measured in showers with energy  $3 \cdot 10^{16} 5 \cdot 10^{18}$  eV at the Yakutsk EAS array // Proceedings of 33rd International Cosmic Ray Conference (ICRC 13). -2013. -7. -P. 0054.
- A17. Knurenko S., **Petrov I**. Yakutsk array radio emission registration results in the energy range of  $3 \cdot 10^{16} 5 \cdot 10^{18}$  eV // Proceedings of 33rd International Cosmic Ray Conference (ICRC 13). -2013. -7. -P. 0181.

- A18. Petrov I., Knurenko S., Petrov Z. Air shower registration algorithm and mathematical processing of showers with radio signal at the Yakutsk array // Proceedings of 33rd International Cosmic Ray Conference (ICRC 13). – 2013. – 7. – P. 0182.
- A19. Registration results of Yakutsk array radio emission in the energy range of  $3 \cdot 10^{16} 5 \cdot 10^{18}$  eV / **I. Petrov**, S. Knurenko, Z. Petrov и др. // Международная молодежная научная школа по фундаментальной физике. XIII конференция молодых ученых «Взаимодействие полей и излучения с веществом». 2013. С. 95–96.
- A20. Knurenko S. P., Petrov I. S. Radio signal correlation at frequency 32 MHz with extensive air showers parameters using Yakutsk array data // Proc. SPIE. 2014. Vol. 9292. P. 92925N.
- A21. Knurenko S. P., Petrov I. S. Radio Signal Correlation at 32 MHz with Extensive Air Showers Parameters // J. Phys.: Conf. Ser. – 2015. – Vol. 632. – P. 012100.
- А22. Кнуренко С. П, Петров З. Е., Петров И. С. Глубина максимума развития широких атмосферных ливней по данным регистрации радиоизлучения на Якутской установке ШАЛ // Материалы докладов XXI Международного симпозиума "Оптика атмосферы и океана. Физика атмосферы". — ИОА СО РАН, 2015. — С. 349–352.
- A23. Knurenko S., Petrov I., Petrov Z. Depth of maximum development of extensive air showers by radio emission data at Yakutsk EAS array // Proc. of Science. - 2016. - Vol. 236. - P. 255.
- А24. Кнуренко С. П, Петров З. Е., Петров И. С. Радиоизлучение широких атмосферных ливней с энергией E<sub>0</sub> ≥ 10<sup>19</sup> эВ по данным регистрации на Якутской комплексной установке // Материалы докладов XXII Международного симпозиума "Оптика атмосферы и океана. Физика атмосферы". – ИОА СО РАН, 2016. – С. 276–280.
- А25. Кнуренко С. П., Петров И. С. Оценка атомного веса первичных частиц космического излучения по данным измерений радиоизлучения ШАЛ в области 10<sup>17</sup> – 10<sup>18</sup> эВ // Физика окружающей среды. Материалы XII Международной Школы молодых ученых им. А.Г. Колесника. – 2016. – С. 92–97.
- А26. Кнуренко С. П., Петров И. С., Петров З. Е. Результаты измерения радиоизлучения широких атмосферных ливней сверхвысокой энергии по данным Якутской установки // Физика окружающей среды. Материалы XII Международной Школы молодых ученых им. А.Г. Колесника. — 2016. — С. 102–106.
- A27. **Petrov I.**, Knurenko S., Petrov Z. Primary particles of cosmic rays energy determination by measurements of Cherenkov and radio emissions of air showers // Proc. of Science. 2018. Vol. 301. P. 334.

- A28. **Petrov I.**, Knurenko S. Radio emission of air showers with energy  $E \ge 10^{19}$  eV registration results at frequency 30-35 MHz by the Yakutsk array data // Proc. of Science. -2018. Vol. 301. P. 335.
- A29. Knurenko S. P., Petrov I. S. Results of Ultra-high Energy Cosmic Ray Study by Radio Technique at Yakutsk Array // Proc. of Science. – 2021. – Vol. 358. – P. 385.
- A30. Knurenko S. P. **Petrov I. S**. Estimation of depth of maximum by relative muon content in air showers with energy greater than 5 EeV measured by the Yakutsk array // Proc. of Science. 2022. Vol. 395, P. 289.
- А31. Петров И. С., Борщевский Д. С., Петров З. Е. Регистрация радиоизлучения и вариации фона. Radio Registration and Background Monitoring. Свидетельство о регистрации программы в фонде алгоритмов и программ СО РАН № PR12001; заявл. 26.01.2012; опубл. 26.01.2012, PR12001 (Россия)

## Список литературы

- Кнуренко С. П. и др.. Оценка энергии электронно-фотонной компоненты космических лучей по измерению черенковского света широких атмосферных ливней сверхвысоких энергий // Письма в ЖЭТФ. — 2006. — Т. 83, № 11. — С. 563–567.
- 2. Артамонов В. П. и др.. Современное состояние и перспективы Якутской комплексной установки ШАЛ // Известия РАН. Сер. физ. 1994. Т. 58, № 12. С. 92–97.
- 3. Knurenko S. et al. Cerenkov radiation of cosmic ray extensive air showers. Part 1. Lateral distribution in the energy region of  $10^{15} 10^{17}$  eV // Proceedings of the 27th ICRC. -2001. Pp. 157-160.
- 4. Allan H. R. Radio Emission From Extensive Air Showers // Prog. Element. Part. and Cos. Ray Phys. 1971. Vol. 10. P. 171.
- 5. Huege T. Radio detection of cosmic ray air showers in the digital era // Physics Reports. 2016. Vol. 620. Pp. 1-52.
- Schröder F. G. Radio detection of Cosmic-Ray Air showers and High-Energy Neutrinos // Prog. Part. Nucl. Phys. – 2017. – Vol. 93. – Pp. 1–68.
- Corstanje A. et al. Depth of shower maximum and mass composition of cosmic rays from 50 PeV to 2 EeV measured with the LOFAR radio telescope // Phys. Rev. D. - 2021. - Vol. 103. - P. 102006.
- Halim A. A. et al. Demonstrating Agreement between Radio and Fluorescence Measurements of the Depth of Maximum of Extensive Air Showers at the Pierre Auger Observatory // Phys. Rev. Lett. – 2024. – Vol. 132. – P. 021001.
- Escudie A. et al. From the Observation of UHECR Radio Signal in [1-200] MHz to the Composition: CODALEMA and EXTASIS Status Report // Proc. of Science. - 2019. - Vol. 358. - P. 246.

- Bezyazeekov P. A. et al. Reconstruction of cosmic ray air showers with Tunka-Rex data using template fitting of radio pulses // Phys. Rev. D. - 2018. -Vol. 97. - P. 122004.
- 11. Knurenko S., Petrov I. Mass composition of cosmic rays above 0.1 EeV by the Yakutsk array data // Adv. Space Res. 2019. Vol. 64. Pp. 2570–2577.
- 12. Glushkov A., Sabourov A. Estimation of the cosmic ray mass composition at energy above  $10^{17}$  eV according to scintillation detectors of the Yakutsk array // Phys. At. Nucl. 2020. Vol. 82. P. 674.
- Abbasi R. U. et al. Mass composition of ultrahigh-energy cosmic rays with the Telescope Array Surface Detector data // Phys. Rev. D. – 2019. – Vol. 99. – P. 022002.
- Bellido J. et al. Depth of maximum of air-shower profiles at the Pierre Auger Observatory: Measurements above 10<sup>17.2</sup> eV and Composition Implications // Proc. of Science. – 2018. – Vol. 301. – P. 506.
- 15. Prosin V. V. et al. Results from Tunka-133 (5 years observation) and from the Tunka-HiSCORE prototype // EPJ Web Conf. 2016. Vol. 121. P. 03004.
- Schulz Johannes. Cosmic Radiation. Reconstruction of Cosmic-ray Properties from Radio Emission of Extensive Air Showers: Ph. D. thesis. – Radboud University Nijmegen, 2016. – 218 p.