

**НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
"МИФИ"**

*На правах рукописи*

УДК 621.039.5



**ЧЕРЕЗОВ АЛЕКСЕЙ ЛЕОНИДОВИЧ**

**МЕТОД СПЕКТРАЛЬНОЙ ПРОЕКЦИИ ДЛЯ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ  
РЕАКТОРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ И ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ЯДЕРНОЙ  
БЕЗОПАСНОСТИ**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и  
комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2011 г.

**Работа выполнена в Национальном исследовательском ядерном университете  
"МИФИ"**

**Научный руководитель:**

доктор физико-математических наук  
профессор Щукин Николай Васильевич

**Официальные оппоненты:**

доктор физико-математических наук  
профессор Крянев Александр Витальевич

доктор физико-математических наук  
Зизин Михаил Николаевич

**Ведущая организация:**

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша  
Российской академии наук

Защита состоится *21 декабря* 2011 г. в *15* часов на заседании диссертационного совета Д 212.130.09 в Национальном исследовательском ядерном университете "МИФИ" по адресу: 115409, Москва, Каширское шоссе, д.31. тел. 323-91-67.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НИЯУ МИФИ.

Автореферат разослан *18 декабря* 2011 г.

Ученый секретарь диссертационного  
совета д.ф.-м.н., профессор



А.С. Леонов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Обоснование ядерной безопасности действующих и проектируемых перспективных ядерных реакторов является важнейшим аспектом приемлемости развития ядерной энергетики. Ключевую роль в анализе ядерной безопасности играют программы нейтронно-физического расчета, предназначенные для проектирования и поддержки эксплуатации реакторных установок. С их помощью производится моделирование протекания проектных и гипотетических аварий, по результатам которого делается вывод об уровне безопасности реакторной установки. Поэтому, надежность обоснования ядерной безопасности зависит от качества математической модели и точности корректировки параметров расчетного программного средства. Верификация программ реакторного расчета производится преимущественно по значениям параметров безопасности, полученных в результате обработки данных реакторных измерений. Действующие методики расчетно-экспериментального определения параметров ядерной безопасности основаны на точечном приближении нейтронной кинетики, они не учитывают специфику реактора как объекта с распределенными параметрами<sup>1,2,3</sup>, поэтому могут содержать значительную методическую погрешность. По этой причине **разработка более точной и универсальной методики для обработки результатов реакторных измерений и корректного определения параметров ядерной безопасности является важной и актуальной задачей.**

Цель и задачи работы. Развитие и обоснование методов и алгоритмов, позволяющих обеспечить необходимую точность и оперативность определения параметров ядерной безопасности реакторных установок, в том числе:

- анализ методической погрешности способов определения реактивности, основанных на точечном приближении;
- разработка и расчетно-теоретическое обоснование методики обработки реакторных измерений, позволяющей получать значение реактивности по дискретному набору результатов измерений, не зависящее от характера пространственно-временного переходного процесса;
- анализ и компьютерная реализация алгоритмов разработанного метода, практическое применение метода для обработки реальных реакторных измерений.

Методы исследования:

- теоретическое обоснование предлагаемых методов выполнено с использованием результатов математической теории переноса нейтронов, методов теории малых возмущений, теории численного решения уравнений реакторной физики;
- расчетные исследования на одномерных моделях проводились с использованием программ *Mathematica*, *Python*;

---

<sup>1</sup> Комплексная методика определения физических и динамических характеристик реакторов РБМК. РДЭО-1.1.2.09.0137-2009, М.: Росэнергоатом, 2009.

<sup>2</sup> Методики расчёта нейтронно-физических характеристик по данным физических экспериментов на энергоблоках атомных электростанций с реакторами ВВЭР-1000. РД ЭО-0151-2004, М.: Росэнергоатом, 2005.

<sup>3</sup> Номенклатура эксплуатационных нейтронно-физических расчетов АЭС с реактором БН-600. РД ЭО-0409-02, М.: Росэнергоатом, 2002.

- полномасштабное 3D-моделирование нейтронной кинетики, обработка и анализ экспериментальных данных осуществлялись с использованием программ нейтронно-физического расчета *Neutron3D, Mathematica*;
- разработка программных кодов для решения задачи восстановления трехмерного поля энерговыделения осуществлялась с использованием языков программирования *C++, Python*.

Практическая значимость определяется использованием и перспективами применения разработанных методов, расчетных алгоритмов и программных средств для:

- определения реактивности на действующих АЭС в ходе проведения регламентных измерений нейтронно-физических характеристик;
- верификации и аттестации программных средств нейтронно-физического расчета по корректно определенным параметрам безопасности;
- в учебном процессе для изучения кинетики ядерного реактора как объекта с распределенными параметрами;
- выработки рекомендаций по совершенствованию действующих регламентных методик определения параметров ядерной безопасности.

Научная новизна работы состоит в следующем:

- предложен метод обработки реакторных измерений, позволяющий определять экспериментальные значения параметров безопасности с точностью, практически не зависящей от характера пространственно-временного перераспределения нейтронного поля;
- получены теоретические оценки основных составляющих погрешности метода спектральной проекции;
- получены новые результаты анализа тонкой структуры спектра оператора нейтронной кинетики в многогрупповом диффузионном приближении, на которых основана практическая реализация приближенного метода спектральной проекции;
- разработаны новые модели и алгоритмы для анализа спектральных свойств задачи переноса нейтронов в многогрупповом диффузионном приближении, расчетно-экспериментального восстановления и фильтрации нейтронных полей.

Положения, выносимые на защиту:

- определение и расчетно-теоретическое обоснование метода спектральной проекции;
- программная реализация алгоритмов метода спектральной проекции;
- алгоритмы нейтронно-физического расчета и восстановления нейтронного поля;
- результаты анализа тонкой структуры спектра оператора нейтронной кинетики;
- результаты обработки измерений "весов" органов регулирования на критическом стенде РБМК 5-го блока Курской АЭС (НИЦ "Курчатовский институт") с использованием разработанных моделей и программ.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих научных семинарах и конференциях:

- XXI семинар по нейтронно-физическим проблемам атомной энергетики «Нейтроника», 2010 г.

- XV, XVI семинары по проблемам физики ядерных реакторов («ВОЛГА-2008», «ВОЛГА-2010»)
- XII, XIII, XIV московская международная телекоммуникационная конференция студентов и молодых ученых «Молодежь и наука» (научная сессия МИФИ-2009, 2010, 2011)
- VII международная научно-техническая конференция «Безопасность, эффективность и экономика атомной энергетики» МНТК-2010, 26-27 мая 2010 г
- конкурс "Знания молодых ядерщиков – атомным станциям " РОСЭНЕРГОАТОМ (2007, 2008 гг.)
- научно-производственное совещание ОЯБиН Смоленской АЭС, 2010 г.

Публикации. Основные результаты, изложенные в диссертации, опубликованы в 10 научных работах, из них 3 опубликованы в журналах из списка ВАК.

Личный вклад автора

- Предложен и обоснован метод спектральной проекции, позволяющий получать значение реактивности по дискретному набору результатов измерений, не зависящее от характера пространственно-временного переходного процесса.
- Проведен анализ методической погрешности метода ОРУК, проведено расчетно-теоретическое обоснование метода спектральной проекции.
- Осуществлена обработка данных по измерению подкритичности на критстенде реактора РБМК 5-го блока НИЦ "Курчатовский институт" с использованием разработанных методов и алгоритмов определения реактивности.
- Разработаны алгоритмы и программные средства, необходимые для решения поставленных задач (программа Neutron3D комплекса ROSA).

Структура и объем диссертации:

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и 5 приложений. Содержит 130 страниц печатного текста, 50 рисунков, 5 таблиц. Библиография насчитывает 120 наименований.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Данная работа посвящена разработке и обоснованию методов расчетно-экспериментального определения параметров безопасности ядерных реакторов (подкритичность, эффекты и коэффициенты реактивности, эффективность органов регулирования и др.). Как показывает практика эксплуатации ЯЭУ, определяемые в соответствии с действующими методиками значения нейтронно-физических характеристик могут содержать значительные погрешности, имеющие систематический характер. Это приводит к расхождению расчетного и измеренного значений этих параметров и к проблемам в обосновании ядерной безопасности реакторной установки.

Известно, что методическая составляющая погрешности обусловлена нарушением условий применимости основанных на одноточечном приближении алгоритмов определения реактивности и это наиболее ярко проявляется в случае пространственно-энергетического перераспределения нейтронного поля, возникающего при внесении в активную зону неоднородных и больших по величине реактивности возмущений. Существующие методы корректировки измеренного значения реактивности не позволяют полностью исключить связанную с этим эффектом составляющую ошибки, особенно в случае физически больших ядерных реакторов.

В данной работе на основе спектральных свойств уравнения переноса нейтронов предложен метод, позволяющий более точно определять значение реактивности в условиях, когда одноточечное приближение не выполняется. Метод основан на теореме о спектральном разложении решения нестационарного уравнения переноса нейтронов и теореме о связи реактивности с крайне правым собственным значением. Теорема о спектральном разложении утверждает, что в ходе переходного процесса устанавливается асимптотическая по времени форма нейтронного поля, определяемая собственной функцией, соответствующей наибольшему собственному значению. Благодаря свойству биортогональности удастся разработать алгоритм, позволяющий выделить асимптотическую составляющую из общего решения и определить период реактора, который однозначно связан с реактивностью соотношением "обратных часов".

**Во введении** обсуждается сложившаяся методология расчетно-экспериментального обоснования эффективности и безопасности ядерных реакторов. Обсуждается вопрос определения понятия "реактивность" и область его применимости. Анализируются рассматриваемые в научной литературе методы измерения реактивности и способы введения поправок для учета "пространственных эффектов" реактивности.

**В первой главе** анализируется область применимости методов определения реактивности, основанных на точечном приближении, и приводится теоретическое обоснование метода спектральной проекции. Исследование проводится с использованием уравнений нейтронной кинетики в газокинетическом приближении. Рассматривается система нестационарных уравнений нейтронного поля и концентраций  $M$  групп эмиттеров запаздывающих нейтронов, с внутренним источником нейтронов  $f(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}, t)$ , без учета обратных связей. Предполагается, что свойства среды в реакторе и параметры граничных условий не изменяются со временем, эмиттеры запаздывающих нейтронов неподвижны. В указанных

предположениях уравнения нейтронной кинетики в операторной форме записи имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{Y}(t)}{dt} = \mathbf{\Xi}\mathbf{Y}(t) + \mathbf{S}(t), \\ \mathbf{Y}(0) = \mathbf{Y}_0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\mathbf{Y}(t) = (N(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}, t), C_1(\mathbf{r}, t), \dots, C_M(\mathbf{r}, t))^T$  – вектор-состояние модели,  $N(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}, t)$  – дифференциальная плотность нейтронов,  $C_m(\mathbf{r}, t), m = 1, \dots, M$  – концентрация эмиттеров запаздывающих нейтронов,  $\mathbf{S}(t) = (f(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}, t), 0, \dots, 0)^T$ . В матричной форме записи газокинетический оператор нейтронной кинетики  $\mathbf{\Xi}$  имеет вид:

$$\mathbf{\Xi} = \begin{pmatrix} -\mathbf{L} + \mathbf{K}_s + \mathbf{K}_p & \mathbf{R}_1 & \dots & \mathbf{R}_M \\ \mathbf{K}_d^1 & -Z_1 \mathbf{I} & \dots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{K}_d^M & \mathbf{0} & \dots & -Z_M \mathbf{I} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

здесь  $\mathbf{L}$  – оператор переноса нейтронов,  $\mathbf{K}_s$  – оператор рассеяния,  $\mathbf{K}_f$  – оператор деления,  $\mathbf{K}_d^m, m = 1, \dots, M$  – операторы генерации эмиттеров запаздывающих нейтронов,  $\mathbf{R}_m, m = 1, \dots, M$  – операторы генерации запаздывающих нейтронов,  $Z_m, m = 1, \dots, M$  – постоянные распада эмиттеров запаздывающих нейтронов,  $\mathbf{I}, \mathbf{0}$  – единичный и нулевой операторы.

Решение абстрактной задачи Коши (1)  $\mathbf{Y}(t)$ , удовлетворяющее начальному условию  $\mathbf{Y}(0) = \mathbf{Y}_0 \in D(\mathbf{\Xi})$  ищется в прямом произведении лебеговых пространств  $L_{M+1}^p \equiv L_D^p \times \underbrace{L_V^p \times \dots \times L_V^p}_M, 1 \leq p \leq \infty$ , заданных на области  $D = V \times [0, E_0] \times V_\Omega$ ,  $V$  – объем

реактора,  $E_0 < \infty$  – максимальное значение энергии нейтронов,  $V_\Omega$  – множество угловых направлений,  $\mu(V_\Omega) = 4\pi$ . Областью определения оператора  $\mathbf{\Xi}$  является линейное подпространство  $R_{D, M+1}^p \equiv R_D^p \times \underbrace{L_V^p \times \dots \times L_V^p}_M \subset L_{M+1}^p, 1 \leq p \leq \infty$ , где  $R_D^p \subset L_D^p$  –

область определения неограниченного замкнутого оператора переноса нейтронов  $\mathbf{L}$ . Для краткости выкладок введено обозначение  $x \equiv (\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) \in D$ .

Подробный математический анализ этой задачи выполнен С. Б. Шиховым и А. А. Шкурпеловым<sup>4</sup>. Основные выводы этого анализа сформулированы в теореме 1.

**Теорема 1.** (О спектральном разложении). Пусть  $\mathbf{\Xi}$  – оператор переноса нейтронов (2), удовлетворяющий всем необходимым требованиям,  $\mathbf{T}(t, \mathbf{\Xi})$  – полугруппа класса  $C_0$  порождающего оператора  $\mathbf{\Xi}$  задачи (1),  $\xi_0$  – крайне правое простое действительное собственное значение (с.з.) оператора  $\mathbf{\Xi}$ ,  $\chi_0(x), \chi_0^+(x)$  – принадлежащие ему собственные элементы (с.э.) прямого и сопряженного операторов,  $\langle \chi_0(x), \chi_0^+(x) \rangle = 1$ ,  $\mathcal{K}_\infty \subset L_{M+1}^\infty$  – конус неотрицательных функций, тогда:

а) полугруппа  $\mathbf{T}(t, \mathbf{\Xi})$  является  $u_0$ -положительным оператором при  $t \geq 2d/v_{max}$ ,  $v_{max}$  – максимальная скорость нейтронов,  $d$  – верхняя граница всевозможных хорд объема  $V$ ;

б) существует ведущее позитивное с.з.  $e^{\xi_0 t} > \text{Re}(e^{\xi_j t}), j = 1, 2, \dots$  оператора  $\mathbf{T}(t, \mathbf{\Xi})$ , т.е. простое, действительное, наибольшее по действительной части среди всех остальных

<sup>4</sup> Шихов С.Б. Вопросы математической теории реакторов. Линейный анализ. М.: Атомиздат, 1973.

с.з. число, которому принадлежит единственный положительный в смысле  $\mathcal{K}_\infty$  собственный элемент  $\chi_0(x)$ ;

в) справедливо разложение

$$\mathbf{T}(t, \Xi) = \mathbf{T}_0(t, \Xi) + \mathbf{T}_1(t, \Xi), \quad (3)$$

где  $\mathbf{T}_0(t, \Xi) = e^{\xi_0 t} \mathbf{P}_0(\Xi)$ ,  $\mathbf{P}_0(\Xi) = \langle \chi_0^+(x), \cdot \rangle \chi_0(x)$  – спектральный проектор на собственное подпространство, принадлежащее с.з.  $\xi_0$ , оператор  $\mathbf{T}_1(t, \Xi)$ :  $\mathbf{P}_0(\Xi) \mathbf{T}_1(t, \Xi) = \theta$ ;

г) для оператора  $\mathbf{T}_1(t, \Xi)$  справедлива оценка  $\|\mathbf{T}_1(t, \Xi)\|_p e^{-\xi_0 t} \rightarrow 0$ .

Пункт (а) теоремы означает, что в рассматриваемой модели нейтронного поля при любом допустимом неотрицательным начальном условии  $\mathbf{Y}_0$  за время  $t = 2 d/v_{max}$  функция  $\mathbf{Y}(t)$  становится почти всюду положительной в  $D$ , что для реального реактора отражает факт заполнения нейтронами (в вероятностном смысле) всего фазового пространства.

Из пунктов (б, в, г) следует, что полугруппа  $\mathbf{T}_0(t, \Xi)$  определяет асимптотику рассматриваемой абстрактной задачи Коши (1) при  $t \rightarrow \infty$ , т.е. для любого начального состояния форма нейтронного поля стремится к некоторому асимптотическому распределению, определяемому лишь параметрами модели, а закон изменения амплитуды нейтронного поля зависит от значения  $\xi_0$  (убывает со временем, если  $\xi_0 < 0$ , увеличивается, если  $\xi_0 > 0$ , остается постоянным при  $\xi_0 = 0$ ).

В работе рассматривается *условно-критический оператор второго рода*  $\mathbf{A} = (\mathbf{L} - \mathbf{K}_s)^{-1} \mathbf{K}_f$ , в котором  $\mathbf{K}_f = \mathbf{K}_p + \sum_{m=1}^M \chi_m \mathbf{K}_d^m$  – оператор генерации мгновенных и запаздывающих нейтронов. Из общей теории известно, что  $\mathbf{A}$  является ограниченным положительным неразложимым относительно конуса неотрицательных функций  $\mathcal{K}_\infty \in L_D^\infty$  оператором, точечный спектр которого содержит ведущее с.з.  $k_{эф} > 0$ , называемое *эффективным коэффициентом размножения*. Ему принадлежит единственный положительный в смысле  $\mathcal{K}_\infty$  с.з.  $\psi_0$ .

В общем случае *реактивность*<sup>5</sup> определяется как мера отклонения реактора от своего критического состояния. В данной работе принято наиболее широко используемое классическое определение реактивности:

$$\rho = 1 - \frac{1}{k_{эф}}.$$

На практике возникает задача определения реактивности реактора по показаниям нейтронных детекторов, которые регистрируют плотность потока нейтронов (точнее, скорость взаимодействия нейтронов с рабочим веществом детектора) в отдельных областях активной зоны. Для решения этой задачи обычно применяется *метод Обращенного Решения Уравнений точечной нейтронной Кинетики* (ОРУК-Т), основанный на предположении о разделении пространственной и временной переменных:

$$N(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}, t) \approx W(t) \cdot \eta_0(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}). \quad (4)$$

Доказаны следующие теоремы 2 и 3, в которых устанавливается связь между реактивностью, крайне-правым с.з.  $\xi_0$  и плотностью нейтронов  $N(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}, t)$ .

**Теорема 2.** (Об обращенном решении уравнений пространственной нейтронной кинетики). Пусть  $\psi_0^+(x)$  – положительная собственная функция оператора  $\mathbf{A}^+$ , тогда

<sup>5</sup> Шевелев Я.В. Динамика ядерных реакторов. М.: Энергоатомиздат, 1990.



$$\rho = \beta_{\text{эф}} + \frac{\partial_t P_1(t)}{P_2(t)} - \left( \sum_{m=1}^M Z_m \left( \tilde{C}_m^0 + \int_0^t P_{3,m}(\tau) e^{Z_m \tau} d\tau \right) e^{-Z_m t} + q(t) \right) \frac{1}{P_2(t)}, \quad (5)$$

где  $P_0(t) = \langle N(x,t), \psi_0^+(x) \rangle$ ,  $P_2(t) = \langle \mathbf{K}_f N(x,t), \psi_0^+(x) \rangle$ ,  $P_{3,m}(t) = \left\langle \frac{\chi_m(E)}{4\pi} \mathbf{K}_d^m N(x,t), \psi_0^+(x) \right\rangle$ ,  
 $m = 1..M$ ,  $q(t) = \langle f(x,t), \psi_0^+(x) \rangle$ ,  $\beta_{\text{эф}}(t) = \sum_{m=1}^M \left\langle \frac{\chi_m(E)}{4\pi} \mathbf{K}_d^m N(x,t), \psi_0^+(x) \right\rangle / \langle \mathbf{K}_f N(x,t), \psi_0^+(x) \rangle$ ,  
 $\tilde{C}_m^0 = \langle C_m^0(x), \psi_0^+(x) \rangle$ .

**Теорема 3.** (О связи между реактивностью и крайне правым собственным значением). Крайне правое с.з.  $\xi_0$  оператора  $\Xi$ , которому принадлежит неотрицательный с.э.  $\chi_0(x) = (\eta_0(x), r_0^{(1)}(x), \dots, r_0^{(M)}(x))^T$ , реактивность  $\rho$  и ведущее с.з.  $k_{\text{эф}}$  оператора  $\mathbf{A}^+ = (\mathbf{L}^+ - \mathbf{K}_s^+)^{-1} \mathbf{K}_f^+$ , которому принадлежит неотрицательный с.э.  $\psi_0^+(x)$  связаны соотношением (уравнение "обратных часов")

$$\rho = 1 - \frac{1}{k_{\text{эф}}} = \xi_0 \left( l_0^\infty + \sum_{m=1}^M \frac{\beta_m^\infty}{\xi_0 + Z_m} \right), \quad (6)$$

где  $\beta_m^\infty = \frac{\langle \chi_m(E) / 4\pi \mathbf{K}_d^m \eta_0(x), \psi_0^+(x) \rangle}{\langle \mathbf{K}_f \eta_0(x), \psi_0^+(x) \rangle}$  – доля эмиттеров запаздывающих нейтронов

группы  $m = 1, \dots, M$ ;  $l_0^\infty = \frac{\langle \eta_0(x), \psi_0^+(x) \rangle}{\langle \mathbf{K}_f \eta_0(x), \psi_0^+(x) \rangle}$  – среднее время жизни мгновенных нейтронов.

В основу доказательства обеих теорем положена схема преобразований уравнений нейтронной кинетики, предложенная Л.Н. Усачевым<sup>6</sup>.

Уравнение (5) является теоретически точным выражением, связывающим реактивность реактора с функцией  $N(x,t)$ . На практике используется его приближенный вид, основанный на следующих предположениях.

1. Условие разделения переменных (4), которое хорошо выполняется для физически малых реакторов, для однородных возмущений, при условии малой мощности внутреннего источника нейтронов по сравнению с собственной нейтронной мощностью реактора.

2. Условие  $\eta_0(x) \approx \psi_0(x)$ , которое, как показывают расчеты, хорошо выполняется для энергетических реакторов при  $|1 - k_{\text{эф}}| \ll 1$ .

3. Экспериментальное определение интегральной мощности реактора  $W(t)$  является непростой с технической точки зрения задачей, поэтому вместо функции  $W(t)$  используют сигнал  $P(t)$ , вычисляемый непосредственно по показаниям детекторов  $I_n(t)$ . В общем случае он представляет собой сумму показаний с некоторыми весовыми коэффициентами  $\alpha_n$ :

$$P(t) = \sum_n \alpha_n I_n(t).$$

В этих предположениях основное соотношение метода ОРУК- $\Sigma$  имеет вид:

<sup>6</sup> Л.Н. Усачёв. Уравнение для ценности нейтронов, кинетика реакторов и теория возмущений /В кн.: Реакторостроение и теория реакторов. М.: АН СССР, 1955.

$$\rho \approx \beta_{\text{эф}} + l_0 \partial_t \ln P(t) - \frac{1}{P(t)} \left( \sum_m Z_m e^{-Z_m t} \left( \tilde{C}_m^0 + \int_0^t \beta_m P(\tau) e^{Z_m \tau} d\tau \right) + q(t) \right), \quad (7)$$

Основным источником методической погрешности метода ОРУК является предположение (1), которое не выполняется при внесении неоднородных возмущений в активную зону (в случае измерения подкритичности реактора, эффективности органов регулирования).

Для выяснения структуры методической погрешности штатного метода определения реактивности, основанного на формуле (6), в работе исследована структура спектра  $\sigma(\Lambda)$  оператора нейтронной кинетики  $\Lambda$  в диффузионном многогрупповом приближении с энергетическим разбиением  $E_0 > E_1 > \dots > E_K$  ( $M$  – число групп эмиттеров,  $K$  – число энергетических групп). Строгий математический анализ свойств спектра выполнен А.И. Попыкиным<sup>7</sup>, Р.С. Макиным<sup>8</sup>. Перечислим основные свойства  $\sigma(\Lambda)$  (рис. 1).

1. Спектральное множество оператора  $\Lambda$  состоит из счетного множества точек точечного спектра  $P_\sigma(\Lambda)$  и  $M$  точек существенного спектра:  $\sigma(\Lambda) = P_\sigma(\Lambda) \cup \{-Z_m, m = \overline{1, M}\}$ . Точки  $-Z_m$  являются предельными точками точечного спектра. Спектр может быть охвачен контуром  $\Gamma_\alpha$  с некоторым углом раствора  $0 < 2\alpha < \pi$ .
2. Все собственные значения строго разделены, т.е.  $\forall \xi_i, \xi_{i+1} \in P_\sigma(\Lambda), i = 0, 1, \dots \rightarrow \exists \Delta_{i,i+1} = |\xi_i - \xi_{i+1}| > 0$  (спектральный зазор).
3.  $\exists \xi_0 \in P_\sigma(\Lambda): \xi_0 \in \square, \dim \mathcal{M}_{\xi_0} = 1, \forall \xi_l \in P_\sigma(\Lambda), \text{Re } \xi_l < \xi_0, \mathcal{M}_{\xi_0}$  – собственное подпространство, принадлежащее с.з.  $\xi_0$ .
4. Система собственных и присоединенных элементов  $\psi_i(\mathbf{r})$  полна в пространстве прямого произведения  $M + K$  лебеговых пространств  $L^2_{D, M+K}(V)$ , где  $V$  – объем, занимаемый размножающей средой.

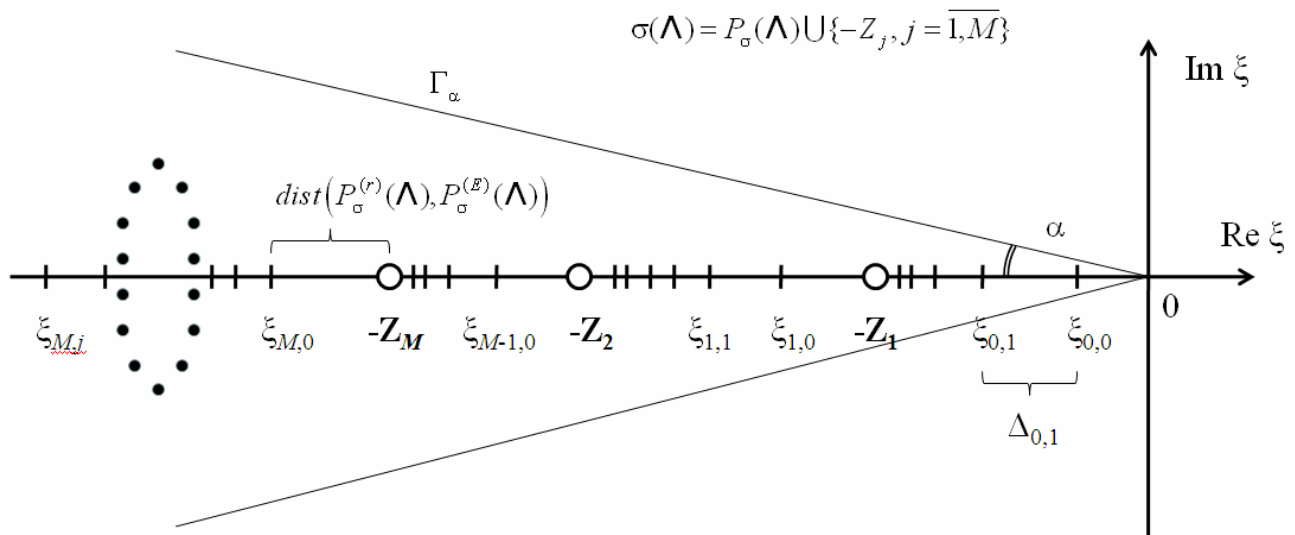


Рис. 1. Спектральное множество  $\sigma(\Lambda)$  многогруппового диффузионного оператора  $\Lambda$ .

<sup>7</sup> Попыкин А.И. Математические задачи динамики ядерных реакторов в многогрупповом диффузионном приближении / Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Москва, МИФИ, 1976 г

<sup>8</sup> Макин Р.С. О спектре многогруппового диффузионного приближения уравнения переноса нейтронов. // Дифференц. уравнения. 1986. Т.22. №9. с.1623-1626

Запишем собственные (присоединенные) элементы  $\Psi_i(\mathbf{r})$ ,  $\Psi_i^+(\mathbf{r})$  операторов  $\Lambda$ ,  $\Lambda^+$  в виде  $\Psi_i(\mathbf{r}) = (a_1^l(\mathbf{r}), \dots, a_K^l(\mathbf{r}), b_1^l(\mathbf{r}), \dots, b_M^l(\mathbf{r}))^T$ ,  $\Psi_i^+(\mathbf{r}) = (a_1^{+l}(\mathbf{r}), \dots, a_K^{+l}(\mathbf{r}), b_1^{+l}(\mathbf{r}), \dots, b_M^{+l}(\mathbf{r}))^T$ ,  $a_k^l(\mathbf{r}), b_m^l(\mathbf{r}) \in L_V^2$ ,  $a_k^{+l}(\mathbf{r}), b_m^{+l}(\mathbf{r}) \in L_V^2$ . Выделим часть точечного спектра  $P_\sigma^{(r)}(\Lambda) = \{\xi_l \in P_\sigma(\Lambda) : \forall k_1, k_2 = \overline{1, K} a_{k_1}^l(\mathbf{r}) \cdot a_{k_2}^l(\mathbf{r}) \geq 0\}$ , тогда  $P_\sigma(\Lambda) = P_\sigma^{(r)}(\Lambda) \cup P_\sigma^{(E)}(\Lambda)$ , где  $P_\sigma^{(E)}(\Lambda) = P_\sigma(\Lambda) \setminus P_\sigma^{(r)}(\Lambda)$ . С физической точки зрения собственным значениям множества  $P_\sigma^{(r)}(\Lambda)$  отвечает пространственное перераспределение нейтронного поля и поля эмиттеров запаздывающих нейтронов, а собственным значениям из  $P_\sigma^{(E)}(\Lambda)$  - пространственно-энергетическое перераспределение.

Введем дополнительную нумерацию собственных значений, связанную с присутствием точек  $-Z_m$ ,  $m = 1, \dots, M$  в спектре  $\sigma(\Lambda)$ :  $P_\sigma(\Lambda) = \{\xi_{l,j}, l = \overline{0, M}, j = \overline{0, 1, \dots}\}$ ,  $\text{Re } \xi_{l,j} \leq \text{Re } \xi_{l,j+1}$ ,  $\text{Re } \xi_{m,j} > -Z_{m+1}$ ,  $\text{Re } \xi_{M,j} < -Z_M$ . В этом случае  $\xi_{0,0}$  - крайне правое действительное простое собственное значение.

На основе анализа характеристического полинома оператора  $\Lambda$  модели однородного реактора в многогрупповом диффузионном приближении и прямых численных расчетов спектров энергетических реакторов получены следующие результаты относительно множеств  $P_\sigma^{(r)}(\Lambda)$  и  $P_\sigma^{(E)}(\Lambda)$  (при условии  $E_{K-1} \geq 2,15$  эВ).

1.  $P_\sigma^{(r)}(\Lambda) = \{\xi_{l,j}, l = \overline{0, M-1}, j = \overline{0, 1, \dots}\}$ ,  $P_\sigma^{(E)}(\Lambda) = \{\xi_{M,j}, j = \overline{0, 1, \dots}\}$ , откуда следует, что множество  $P_\sigma^{(r)}(\Lambda)$  расположено с правой стороны относительно множества  $P_\sigma^{(E)}(\Lambda)$ . Расчеты показывают, что из-за разницы во времени протекания различных физических процессов  $\xi_{M,0} \in P_\sigma^{(E)}(\Lambda)$ :  $-1/\text{Re } \xi_{M,0} \sim 10$  мс  $\ll Z_M^{-1} \sim 0,1$  с. Поэтому расстояние между множествами  $\text{dist}(P_\sigma^{(r)}(\Lambda), P_\sigma^{(E)}(\Lambda)) = |\text{Re } \xi_{M,0} + Z_M| \sim 10^2 \text{ с}^{-1}$  много больше, чем диаметр  $d \sim 10 \text{ с}^{-1}$  множества  $P_\sigma^{(r)}(\Lambda)$ .
2. Множество  $P_\sigma^{(r)}(\Lambda)$  состоит из действительных с.з.:  $\forall \xi \in P_\sigma^{(r)}(\Lambda) \rightarrow \xi \in \mathbb{R}$ .
3.  $\exists \lim_{j \rightarrow \infty} \xi_{m-1,j} = -Z_m$ ,  $\forall m = \overline{1, M}$ , то есть с.з.  $\xi_{l,j}$  сходятся к точкам  $-Z_m$  справа.
4.  $\forall \xi_{l,0}, l = \overline{0, \dots, M} : a_k^{l,0}(\mathbf{r}), b_m^{l,0}(\mathbf{r}) \in \mathcal{K}$ , где  $\mathcal{K}$  - конус положительных с.э. в  $L_V^2$ .
5. Расчеты показывают, что в силу знакопеременности функций  $a_k^{l,0}(\mathbf{r}), b_m^{l,0}(\mathbf{r})$ ,  $l = \overline{0, \dots, M-1}$  по пространственной координате с хорошей точностью выполняются соотношения  $\langle a_k^{l,j}(\mathbf{r}), a_m^{+l,i}(\mathbf{r}) \rangle \approx \delta_{ij} \langle a_k^{l,i}(\mathbf{r}), a_m^{+l,i}(\mathbf{r}) \rangle$ ,  $\langle b_k^{l,j}(\mathbf{r}), b_m^{l,i}(\mathbf{r}) \rangle \approx \delta_{ij} \langle b_k^{l,i}(\mathbf{r}), b_m^{l,i}(\mathbf{r}) \rangle$  (для энергетических ядерных реакторов).

Получена оценка асимптотического поведения методической погрешности метода ОРУК (в рамках многогруппового диффузионного приближения). Согласно проведенному выше анализу спектра оператора  $\Lambda$  сигнал, подаваемый на вход реактиметра, может быть представлен в виде разложения

$$P(t) = F[\Phi(\mathbf{r}, t)] = \sum_{l=0, M-1, j=0, \infty} A_{l,j} F[a_1^{l,j}(\mathbf{r}), \dots, a_K^{l,j}(\mathbf{r})] e^{\xi_{l,j} t} + \alpha(t),$$

где функция  $\alpha(t) : |\alpha(t)| \leq M e^{\xi_{M,0} t}$  соответствует быстропротекающему процессу формирования пространственно-энергетического распределения нейтронного поля  $\Phi(\mathbf{r}, t)$  и практически равно нулю на временах  $> 1$  с. Путем подстановки сигнала  $P(t)$  в

формулу (7) получено выражение для методической погрешности алгоритма ОРУК. Из оценки в частности следует, что даже при введении однородного возмущения методическая погрешность не равна нулю. В асимптотике при  $t \gg 1/\text{Re}(\xi_{0,0} - \xi_{0,1})$  оценка ошибки имеет вид

$$\Delta \tilde{\rho}(t) \approx \frac{A_{0,1}}{A_{0,0}} \frac{F(\eta_{0,1})}{F(\eta_{0,0})} f(\xi_{0,1}) e^{(\xi_{0,1} - \xi_{0,0})t}.$$

Из найденной оценки следует, что ошибка в определении реактивности стремится к нулю, но не быстрее чем экспонента  $e^{-\Delta_{0,1}t}$  с показателем  $\Delta_{0,1} = \text{Re}(\xi_{0,0} - \xi_{0,1})$ . Согласно свойству 3 это означает, что при вводе в активную зону больших, отрицательных по значению реактивности, возмущений время уменьшения  $\Delta \tilde{\rho}(t)$  до заданного значения может быть сколь угодно велико. Это объясняет тот факт, что показания  $\tilde{\rho}_j(t)$  реактиметра, получаемые по сигналам отдельных детекторов, выглядят как несовпадающие между собой постоянные функции на интервале времени проведения измерений ( $\approx 2$  мин).

В случае если на вход реактиметра подается сигнал интегральной мощности, функционалы  $F[\eta_{k,j}]$  пропорциональны  $\int_V \psi_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$  и в силу знакопеременности собственных функций  $\psi_j(\mathbf{r})$  принимают небольшие по абсолютной величине значения, что приводит к уменьшению методической погрешности метода ОРУК. Этим объясняется тот факт, что ошибка в значении реактивности, рассчитанном по интегральной мощности (или суммарному сигналу нейтронных детекторов), в среднем по числу проведенных экспериментов принимает меньшее значение, чем в случае расчета значения реактивности по сигналу отдельно взятого детектора.

Погрешность методики ОРУК можно снизить, если расположить детектор в точке  $\mathbf{r} : \psi_n(\mathbf{r}) = 0$ , тогда  $A_{0,j} = 0$ ,  $A_{k,j} \approx 0$ ,  $k = 1, \dots, K + M - 1$  (в этом заключается идея метода узловой поверхности).

Из теорем 1 и 2 вытекает метод определения реактивности, имеющий более широкую область применимости, нежели метод ОРУК. Сформулируем кратко последовательность действий, которые должны быть выполнены для определения реактивности по предлагаемому методу (в рамках многогрупповой диффузионной модели нейтронной кинетики).

### Алгоритм 1. Метод спектральной проекции (СП)

1. По показаниям (токама, скоростям счета)  $\mathbf{I}(t)$  внутри- или вне- реакторных нейтронных детекторов, выполняющих измерение нейтронного поля в течение времени  $t_{\text{изм}}$ , производится процедура восстановления распределения плотности потока нейтронов  $\Phi^k(\mathbf{r}, t)$  в каждой энергетической группе  $k = 1, \dots, K$  и полей концентраций эмиттеров запаздывающих нейтронов  $C_m(\mathbf{r}, t)$ , номер группы  $m = 1, \dots, M$ . Восстановление производится на отрезке  $[0; t_{\text{изм}}]$ .

2. Выполняется расчет положительного собственного элемента  $\chi_0^+(\mathbf{r})$  оператора  $\Lambda^+$ . Получаемое попутно расчетное значение  $\xi_0^{(p)}$  может быть использовано в дальнейшем для верификации нейтронно-физической модели путем сравнения с расчетно-экспериментальным значением  $\xi_0^{(p/\nu)}$ .

3. Вычисляется амплитуда спектральной проекции  $C_0(t)$ ,  $0 \leq t \leq t_{\text{изм}}$ , решения абстрактной задачи Коши  $\mathbf{Y}(\mathbf{r}, t) = \text{col}(\Phi^k(\mathbf{r}, t), C_m(\mathbf{r}, t))$  на положительный собственный элемент  $\chi_0(\mathbf{r})$ :

$$C_0(t) = \int_V \chi_0^+(\mathbf{r}) \mathbf{Y}(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}.$$

4. Функция  $C_0(t)$  используется для вычисления собственного значения  $\xi_0$ :  $\xi_0 = \partial_t \ln(\partial_t C_0(t))$ .

5. Находится решение сопряженной условно-критической задачи: функция распределения ценности нейтронов  $\psi_0^+(\mathbf{r})$  и расчетное значение  $k_{\text{эф}}$ . Вычисляются параметры соотношения "обратных часов"  $l_0^\infty, \beta_m^\infty, m = 1, \dots, M$ . Без значительной потери в точности параметры можно вычислять по упрощенным соотношениям, используемым в алгоритме метода ОРУК-Σ. В этом случае необходимость в расчете положительного собственного элемента  $\chi_0(\mathbf{r}) = (\boldsymbol{\eta}^{(0)}(\mathbf{r}), r_1^{(0)}(\mathbf{r}), \dots, r_M^{(0)}(\mathbf{r}))^T$  оператора  $\Lambda$  отпадает.

6. Расчетно-экспериментальное значение реактивности  $\rho$  находится с помощью формулы "обратных часов" по вычисленному в п. 4 собственному значению  $\xi_0$ .

Очертим область применимости рассмотренного метода определения реактивности, который будем называть *методом спектральной проекции* (СП). Во-первых, следует отметить, что используемые в нем соотношения были строго получены в рамках линейной модели нейтронного поля, поэтому метод будет работать, когда можно пренебречь влиянием всех видов обратных связей (по температурам, плотностям, изменению концентрации нуклидов и др.). Это условие выполняется, в частности, для "холодного" разотравленного реактора или подкритической сборки.

Во-вторых, было сделано предположение о независимости от времени внутреннего источника нейтронов, что обычно соответствует действительности на масштабах времени проведения измерений ( $\sim 10^2$  с).

В-третьих, предполагалась независимость параметров модели от времени и рассматривался случай мгновенного внесения возмущения. Задача определения реактивности при плавном перемещении органов управления требует отдельного рассмотрения с использованием результатов теории параметрического воздействия<sup>9</sup>.

В отличие от метода ОРУК-Σ значение реактивности, определяемое методом СП, теоретически не зависит от формы и величины вносимого возмущения, распределения внутреннего источника нейтронов и скорости выделения асимптотической гармоника.

Следует отметить, что обоснование методики проведено для общей газокинетической модели нейтронного поля и что основные выводы сохраняются при использовании частных случаев  $S_N$ -,  $P_N$ - многогруппового приближения, широко применяемых в практике нейтронно-физических расчетов. Так получается благодаря сохранению в этих приближениях характерных математических свойств нейтронно-физических моделей реактора (существование полугруппы класса  $C_0$ ,  $u_0$ -положительность оператора полугруппы, реализация основных следствий теории Рисса-Шаудера и др.).

<sup>9</sup> Новиков, Шихов С.Б. Теория параметрического воздействия на перенос нейтронов. М.: Энергоиздат, 1982.

Введем обозначение  $q(\mathbf{r}, t) = A \int_0^{E_{\max}} dE \int_{4\pi} d\Omega \Sigma_f(\mathbf{r}, E) \Phi(\mathbf{r}, E, \Omega, t)$  - распределение

энерговыведения в активной зоне. В силу того, что в ядерных реакторах постоянная времени релаксации энергетического перераспределения нейтронного поля мала и составляет  $\sim 1$  мс, на масштабах времени  $\sim 1$  с основную роль играют пространственные гармоники. Следовательно, уравнениям одноточечной кинетики должен с хорошей точностью удовлетворять функционал  $P(t) = \langle q_0(\mathbf{r}), q(\mathbf{r}, t) \rangle$ , который практически не содержит амплитуд, соответствующих знакопеременным по пространству собственным элементам, и может быть обработан методом ОРУК-Т. Отсюда вытекает следующая последовательность действий для определения реактивности, которую можно реализовать с использованием современных программ реакторного расчета.

### Алгоритм 2. Метод ОРУК-СП

1. По показаниям  $I(t)$  внутри- или вне- реакторных нейтронных детекторов производится восстановление распределения энерговыведения  $q(\mathbf{r}, t)$  на участке времени  $[0; t_{\text{изм}}]$ , где  $t_{\text{изм}}$  – время проведения измерений.

2. Находится решение условно-критической задачи: условно-критическое распределение плотности потока нейтронов  $\psi_0(\mathbf{r})$  и расчетное значение  $k_{\text{эф}}$ . Вычисляется условно-критическое распределение энерговыведения  $q_0(\mathbf{r})$ .

3. Вычисляется амплитуда  $P(t)$  проекции восстановленного поля энерговыведения на условно-критическое:

$$P(t) = \int_V q_0(\mathbf{r}) q(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}.$$

4. Рассчитываются параметры уравнений одноточечной нейтронной кинетики  $l_0$ ,  $\beta_{\text{эф}}, \beta_m, m = 1, \dots, M, q$ .

5. Расчетно-экспериментальное значение реактивности  $\rho_{\text{р/э}}$  определяется с использованием модели реактиметра (7) с функцией  $P(t)$  в качестве входного сигнала.

Расчет условно-критического  $q_0(\mathbf{r})$  и восстановленного  $q(\mathbf{r}, t)$  полей энерговыведения можно осуществить с применением широко используемых на практике аттестованных программ нейтронно-физического расчета, таких как: STEPAN, SADCO, ТРОУКА, POLARIS для РБМК; БИПР, РАДУГА, NOSTRA, ХОРТИЦА для ВВЭР; ТРИГЕКС, ГЕФЕСТ, SCETCH, JAR для БН.

Как и строгий метод спектральной проекции, предлагаемый приближенный его вариант позволяет исключить основной источник методической погрешности – влияние пространственного перераспределения нейтронного поля на точность определения реактивности. Кроме того, преимуществом предлагаемого подхода является простота его реализации, так как расчетные инструменты для реализации каждого пункта методики уже существуют. Следует отметить, что в отличие от метода СП, точность данного приближенного подхода зависит от распределения внутреннего источника нейтронов.

**Во второй главе** обсуждаются вопросы практической реализации предлагаемых методов СП и ОРУК-СП. При практической реализации метода СП неизбежно возникают погрешности, обусловленные неточностью параметров модели, погрешностями численных расчетов, погрешностями измерений и нарушением границы области применимости модели.

Проварьировав по всем значимым параметрам выражение (7), нетрудно получить оценку ошибки значения реактивности  $\Delta\rho$ :

$$\Delta\rho = H_{\xi_0} \delta\xi_0 + H_{T_0^\infty} \delta T_0^\infty + \sum_{m=1}^M H_{\beta_m^\infty} \delta\beta_m^\infty + \sum_{m=1}^M H_{Z_m} \delta Z_m,$$

где  $\delta\xi_0, \delta T_0^\infty, \delta\beta_m^\infty, \delta Z_m$  - относительные погрешности изменения параметров,  $H_{\xi_0} = \xi_0 \rho'_{\xi_0}, H_{T_0^\infty} = T_0^\infty \rho'_{T_0^\infty}, H_{\beta_m^\infty} = \beta_m^\infty \rho'_{\beta_m^\infty}, H_{Z_m} = Z_m \rho'_{Z_m}$  - соответствующие им коэффициенты чувствительности:

$$H_{\xi_0} = \xi_0 \left( T_0^\infty + \sum_{m=1}^M \frac{\beta_m^\infty Z_m}{(\xi_0 + Z_m)^2} \right), \quad H_{T_0^\infty} = \xi_0 T_0^\infty, \quad H_{\beta_m^\infty} = \frac{\xi_0 \beta_m^\infty}{\xi_0 + Z_m}, \quad H_{Z_m} = -\frac{\xi_0 Z_m \beta_m^\infty}{(\xi_0 + Z_m)^2}.$$

Оценки показывают, что для реакторов на тепловых нейтронах с использованием стандартной шестигрупповой системы эмиттеров запаздывающих нейтронов (для изотопа  $^{235}\text{U}$ )  $H_{\xi_0} \sim 10^{-5}, H_{T_0^\infty} \sim 10^{-6}, H_{\beta_m^\infty} \sim 10^{-8} \div 10^{-5}, H_{Z_m} \sim 10^{-8} \div 10^{-5}$ . Наиболее чувствительным значение реактивности оказывается по отношению к числу  $\xi_0$ .

Исследовано влияние неопределенности параметров модели (1) на точность получаемого методом СП значения  $\xi_0$  и реактивности  $\rho$ . Для этого найдена оценка погрешности с.з.  $\xi_0$  оператора  $\Xi$ . Как показал анализ спектра оператора нейтронной кинетики в многогрупповом диффузионном приближении, в энергетических реакторах за время порядка 1 минута амплитуды высших с.э., соответствующих большим по абсолютному значению с.з., практически аннулируются. В число высших с.э. относятся функции, отвечающие за пространственно-энергетическое перераспределение нейтронного поля. Поэтому рассмотрены только те  $N$  штук гармоник, которые отвечают пространственному перераспределению нейтронного поля. Показано, что с.з.  $\tilde{\xi}_0(t)$ , определяемое методом спектральной проекции, оценивается по формуле

$$\tilde{\xi}_0(t) \approx \xi_0 + \sum_{j=1}^{N-1} (\xi_j - \xi_0) \varepsilon_j e^{(\xi_j - \xi_0)t} + o(\varepsilon),$$

где  $\varepsilon_j = \frac{\alpha_j A_j}{\alpha_0 A_0}$ ,  $\alpha_j = \langle \tilde{\chi}_0^+, \chi_j \rangle$ ,  $A_j = \langle N_0, \chi_j^+ \rangle$ ,  $\varepsilon \equiv \max_{j=0..N-1} |\varepsilon_j| \ll 1$ ,  $\tilde{\chi}_0^+$  - положительный с.э. модельно-возмущенного оператора  $\tilde{\Xi}^+$ .

Из этого выражения следует, что погрешность собственного значения  $\xi_0$  зависит от относительной величины возмущения  $A_j/A_0$   $j$ -й собственной гармоники, от степени деформации положительного с.э. оператора  $\Xi^+$  при случайном возмущении параметров модели и от величины спектрального зазора  $\Delta_{0,j} = |\xi_j - \xi_0|$ . С течением времени, при стремлении нейтронного поля к асимптотике, погрешность убывает  $|\tilde{\xi}_0(t) - \xi_0| \rightarrow 0$  не быстрее, чем  $\exp(-\Delta_{1,0} \cdot t)$ .

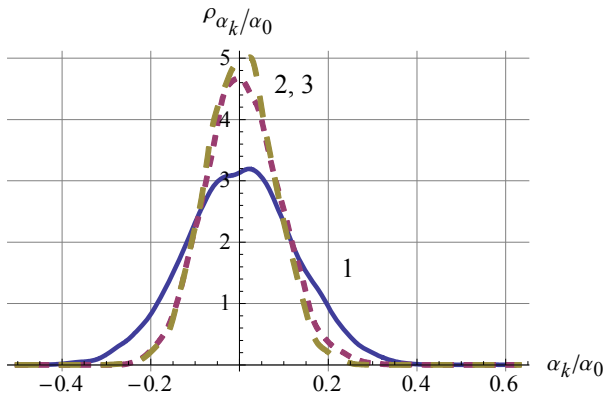
Для оценки погрешности коэффициентов разложения  $\alpha_j$  использованы методы линейной теории возмущений. Рассмотрим возмущение  $\delta c(\mathbf{r})$  в концентрации  $c(\mathbf{r})$  поглощающего нуклида как случайную функцию с заданным распределением плотности вероятности  $\rho_c(\mathbf{r})$ . Можно показать, что если  $\delta c(\mathbf{r})$  центрирована, то математические ожидания  $E[\delta\xi_0] = 0$  и  $E[\alpha_k/\alpha_0] = 0, \forall k \in \mathbb{N}$ . Выражения для дисперсий случайных величин  $\delta\xi_0$  и  $\alpha_j/\alpha_0$  имеют вид:

$$E[(\delta\xi_0)^2] = E\left[\langle \delta\Xi \chi_0^+(x), \chi_0(x) \rangle^2\right], \quad E\left[\left(\frac{\alpha_k}{\alpha_0}\right)^2\right] = \frac{E\left[\langle \delta\Xi \chi_0^+(x), \chi_k(x) \rangle^2\right]}{(\xi_k - \xi_0)^2}, \forall k \in \mathbb{N}.$$

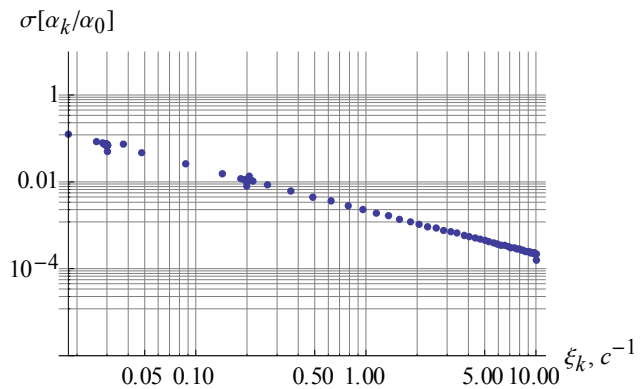
Если возмущение  $\delta c(\mathbf{r})$  не коррелировано по пространству, матожидание  $E\left[\left\langle\delta\Xi\chi_0^+(x), \chi_k(x)\right\rangle^2\right] \leq \text{Const} \max_{\mathbf{r} \in V} E(\delta c(\mathbf{r}))^2 \cdot \int_D (\chi_0^+(x)\chi_k(x))^2 dx$  и слабо зависит от номера  $k$ .

Из этого следует, что дисперсия относительной амплитуды  $\alpha_j/\alpha_0$  возмущения с.э.  $\tilde{\chi}_0^+(x)$  по  $j$ -му с.э.  $\chi_j^+(x)$  уменьшается обратно пропорционально квадрату спектрального зазора  $\Delta_k = |\xi_k - \xi_0|$ . Следовательно, основной вклад в погрешность случайной функции  $\tilde{\xi}_0(t)$  при наличии некоррелированного по пространству случайного возмущения вносят "низшие" собственные гармоники. В случае если возмущение  $\delta c(\mathbf{r})$  коррелировано по пространству, номер с.э. с максимальной относительной амплитудой будет зависеть от конкретного вида ковариационной функции  $E(\delta c(\mathbf{r}'), \delta c(\mathbf{r}))$ .

Для подтверждения теоретических выводов о характере деформации  $\tilde{\chi}_0^+(x)$  проведен статистический эксперимент с использованием одномерной односкоростной диффузионной модели (рис. 2, 3).



**Рис. 2.** Плотность распределения вероятности случайной величины  $\alpha_1/\alpha_0$  ( $\sigma_1 = 0,122$ ),  $\alpha_2/\alpha_0$  ( $\sigma_2 = 0,085$ ),  $\alpha_3/\alpha_0$  ( $\sigma_3 = 0,077$ ).



**Рис. 3.** Распределение среднеквадратичного отклонения  $\alpha_k/\alpha_0$  в зависимости от абсолютной величины собственного значения  $|\xi_k|$ ,  $k = 1..150$ .

Из анализа полученных распределений следует, что при малом возмущении  $\delta\Sigma_a(\mathbf{r})$  ( $\sigma = 1\%$ ) они близки к нормальным. Произведенная оценка погрешности значения реактивности, полученного методом СП, показывает что "выигрыш" в точности метода СП по сравнению с ОРУК- $\Sigma$  пропорционален  $\sigma(\alpha_1/\alpha_0)$ . С учетом того, что случайные отклонения технологических параметров активной зоны реактора приводят к среднеквадратическому отклонению погрешности макропараметров  $\sim 1\%$ , значение реактивности, полученное методом СП, должно быть приблизительно на порядок более точным, чем значение, полученное методом ОРУК (в заданный момент времени  $t$ ).

Важным элементом практической реализации метода СП является алгоритм восстановления нейтронного поля. Существуют два основных подхода к решению задачи восстановления: детерминистический и вероятностный. Развиваются обобщенные подходы<sup>10</sup>. В работе проанализирован метод оптимальной фильтрации, относящийся к вероятностному классу методов. На основе алгоритма Р. Калмана<sup>11</sup> разработан и программно реализован (в одномерном случае) алгоритм решения задач

<sup>10</sup> Крянев А.В., Лукин Г.В. Метрический анализ и обработка данных. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 280 с.

<sup>11</sup> Синицын И.Н. Фильтры Калмана и Пугачева. Учебное пособие. – М.: Университетская книжка, Логос, 2006. – 640 с.



восстановления нейтронного поля и идентификации параметров нейтронно-физической модели. Продемонстрировано, что "измеряемые" в процессе эксплуатации нейтронно-физические характеристики ядерных установок могут быть вычислены с помощью правильно настроенной по показаниям детекторов расчетной модели. Этот способ определения параметров безопасности ЯЭУ может заменить используемые на практике методы.

**В третьей главе** рассматриваются вопросы численной реализации метода спектральной проекции.

Производится расчетный анализ предлагаемых методов определения реактивности на одномерной многогрупповой диффузионной модели нейтронной кинетики. Получена численная оценка времени затухания пространственно-энергетических собственных элементов ( $< 1$  мс). С использованием модельной задачи произведена оценка погрешности методов СП и ОРУК-СП. Продемонстрировано, что относительная погрешность реактивности  $\delta\rho$  имеет малый с практической точки зрения порядок величины ( $\sim 0,1\%$ ). Проведен анализ зависимости величины спектрального зазора от формы и амплитуды возмущения.

Для численной реализации алгоритма спектральной проекции разработана программа нейтронно-физического расчета в диффузионном многогрупповом приближении Neutron3D. Программа позволяет решать прямую и сопряженную условно-критические задачи, определять спектр собственных значений и функций оператора диффузии, вычислять функционалы точечной кинетики, решать задачу пространственной нейтронной кинетики, восстанавливать нейтронное поле по показаниям нейтронных детекторов. В программе используется конечно-разностное приближение, трехмерная равномерная прямоугольная расчетная сетка. Решение условно-критической задачи осуществляется методом итерации источников. Для решения матричной задачи на внутренних итерациях реализованы метод квазиминимальных невязок (QMR), метод обобщенных минимальных невязок (GMRES) и метод Гауса. Для решения задачи Коши используется метод Гира (I – VI порядка) с постоянным временным шагом. Реализованы два метода восстановления нейтронного поля: метод аппроксимации показаний детекторов собственными функциями условно-критической задачи и метод регуляризации по А.Н. Тихонову. Программа Neutron3D, входящая в комплекс программ нейтронно-физического расчета ROSA, является результатом научно-исследовательской работы, выполненной в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» в 2009–2010 гг.

Для подтверждения эффективности метода спектральной проекции с использованием программы Neutron3D выполнены модельные расчеты на полномасштабной трехмерной модели реактора РБМК. Моделировалось поведение нейтронного поля для трех типов возмущений: мгновенное погружение до нижнего концевика одного стержня ("локальное" возмущение), 16-ти стержней ("несимметричное" возмущение) и 33-х стержней аварийной защиты ("равномерное" возмущение). Реактивность определена тремя методами: из решения условно-критической задачи (точное значение), методом ОРУК-Σ по сигналам отдельных детекторов и интегральной мощности, методом спектральной проекции и ОРУК-СП (рис. 4 – 9).

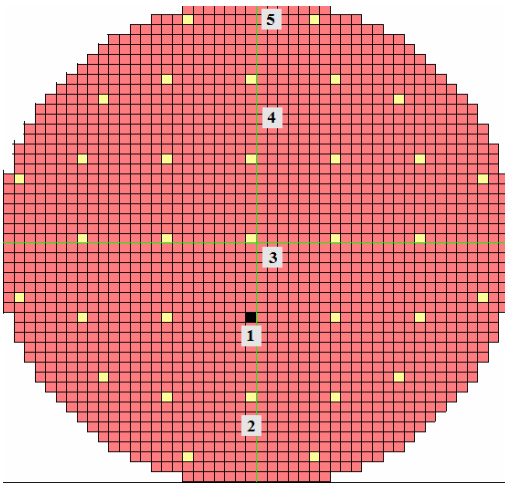


Рис. 4. Расположение детекторов ( $\square$ ) и положение стержней АЗ ( $\blacksquare$ ) в случае локального возмущения.

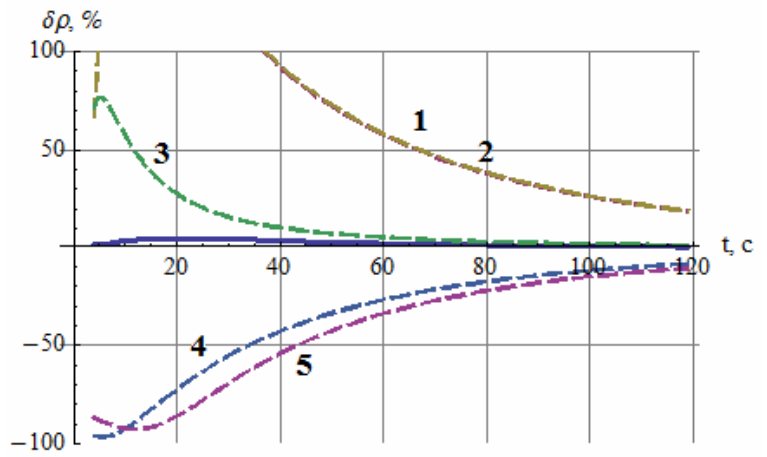


Рис. 5. Относительная ошибка показаний модели реактиметра, подключенного к сигналам токов детекторов (---) и полной мощности (—). Локальное возмущение ( $\rho = -0,15 \beta_{эф}$ ).

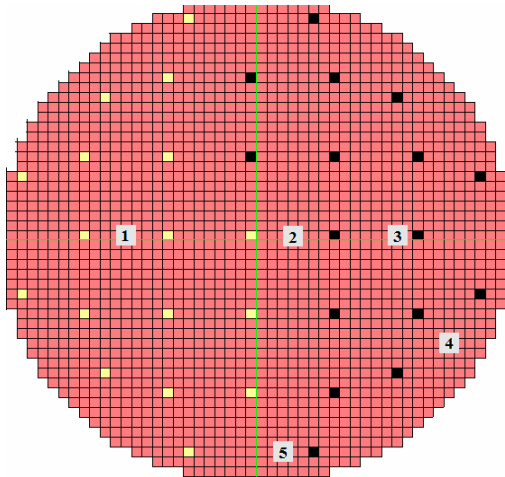


Рис. 6. Расположение детекторов ( $\square$ ) и положение стержней АЗ ( $\blacksquare$ ) в случае несимметричного возмущения.

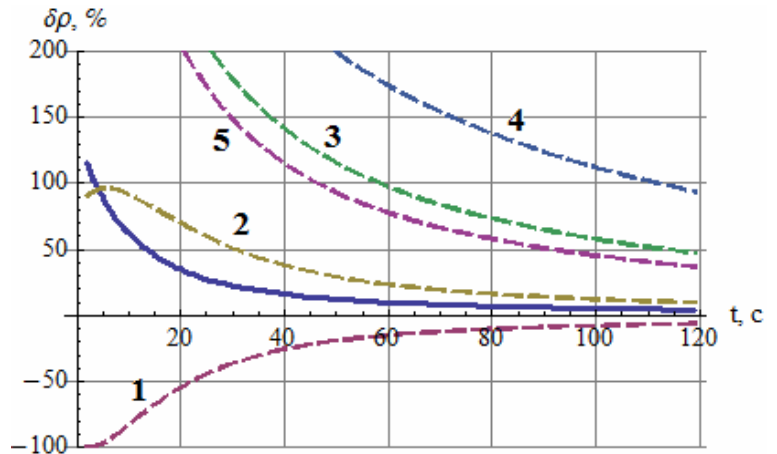


Рис. 7. Относительная ошибка показаний модели реактиметра, подключенного к сигналам токов детекторов (---) и полной мощности (—). Несимметричное возмущение ( $\rho = -0,55 \beta_{эф}$ ).

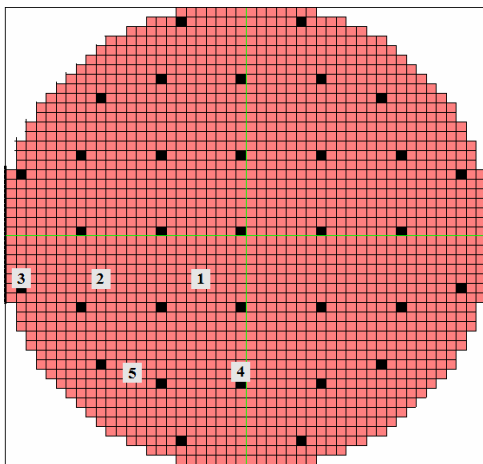


Рис. 8. Расположение детекторов ( $\square$ ) и положение стержней АЗ ( $\blacksquare$ ) в случае равномерного возмущения.

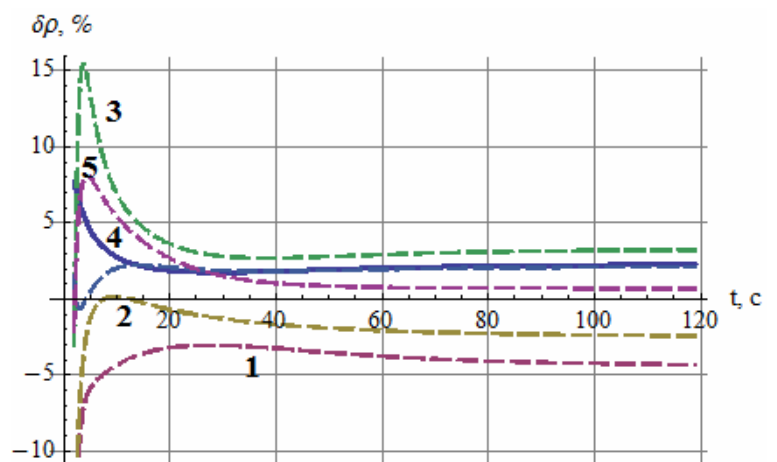


Рис. 9. Относительная ошибка показаний модели реактиметра, подключенного к сигналам токов детекторов (---) и полной мощности (—). Равномерное возмущение ( $\rho = -2,44 \beta_{эф}$ ).

**Таблица 1.**

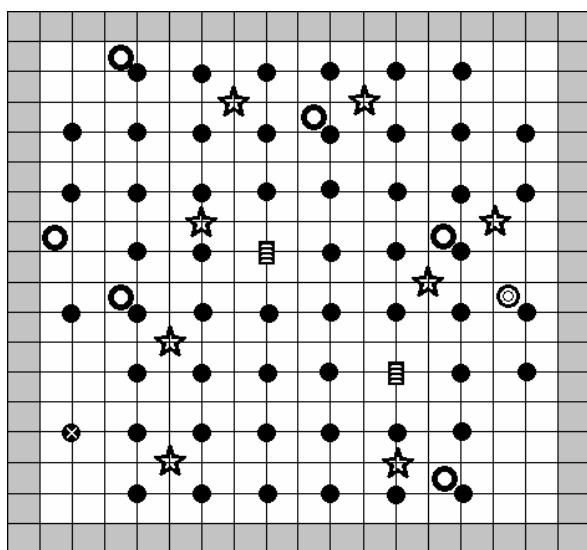
Относительные ошибки значений реактивности в момент времени  $t = 60$  с после введения возмущения по методам ОРУК- $W$ , ОРУК-СП и СП

Возмущение / Метод	№ 1, ОРУК- $W$	№ 2, ОРУК-СП	№ 3, СП
Локальное	2,61 %	0,03 %	0,04 %
Несимметричное	10,06 %	0,06 %	0,07 %
Равномерное	2,20 %	0,05 %	0,04 %

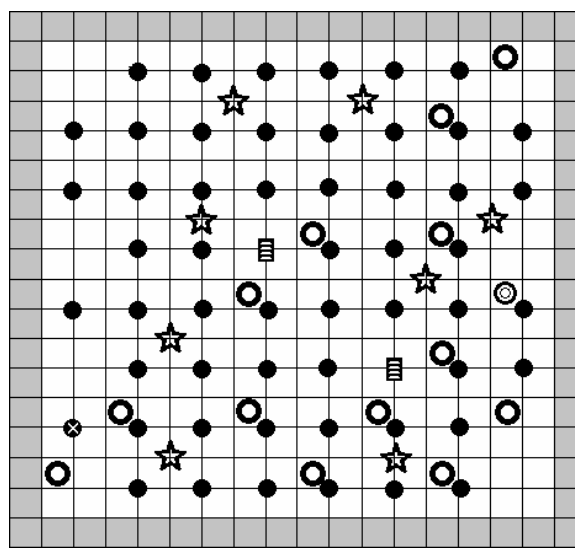
Из выполненных расчетов следует, что внесение локального и несимметричного возмущений приводит к существенным пространственным перекосам поля энерговыделения и, как следствие, к значительным погрешностям измерений реактивности традиционным методом ОРУК. Относительная ошибка значений реактивности, рассчитанных по методам ОРУК-СП и СП практически не зависит от типа возмущения. Величина относительной ошибки значений реактивности  $\rho_{\text{ОРУК-СП}}(t)$ ,  $\rho_{\text{СП}}(t)$  приблизительно на два порядка меньше, чем значения реактивности, полученного методом ОРУК- $W$ . Максимальные по абсолютной величине значения, которые принимают функции  $\delta\rho_{\text{ОРУК-СП}}(t)$ ,  $\delta\rho_{\text{СП}}(t)$  на интервале  $t < 1$  с, не превышают 1%. В силу разницы в масштабе графики  $\delta\rho_{\text{ОРУК-СП}}(t)$ ,  $\delta\rho_{\text{СП}}(t)$  не приведены на рисунках 4, 6, 8. Полученные результаты согласуются с теоретическими выводами, представленными в первой главе, и расчетами, проведенными по одномерной модели реактора.

Выполнена обработка экспериментальных данных по определению эффективности органов регулирования на критическом стенде РБМК 5-го блока Курской АЭС, размещенного в НИЦ "Курчатовский институт". Произведена обработка реальных и расчетных сигналов нейтронных детекторов (56 штук), регистрирующих изменение нейтронного поля при внесении возмущения в активную зону стенда. Рассматривалось два типа возмущения: ввод 7-ми поглощающих стержней ручного регулирования РР (рис. 10, картограмма № 1) и ввод 14-ти поглощающих стержней (рис. 10, картограмма № 2).

Картограмма № 1



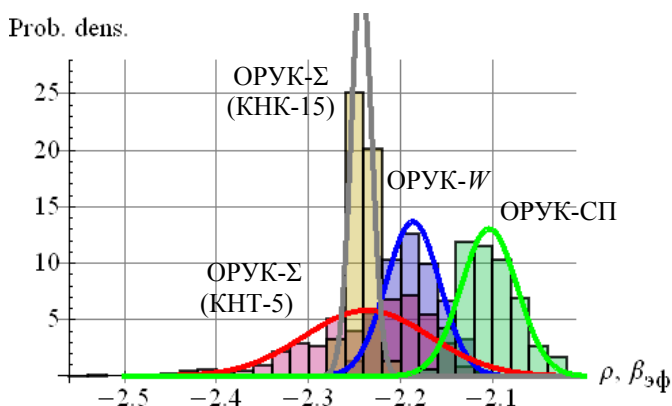
Картограмма № 2



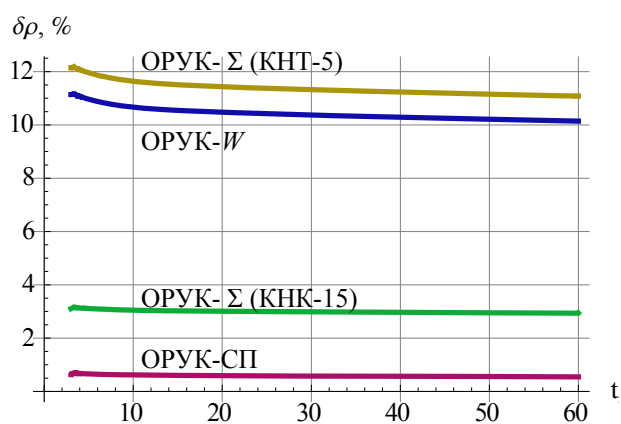
**Рис. 10.** Картограмма № 1, 2 загрузки стенда:  $\blacksquare$  - отражатель,  $\circ$  - введенные поглощающие стержни,  $\odot$  - полупогруженный в критическом состоянии стержень РР-6,  $\star$  - камеры деления КНК-15,  $\bullet$  - детекторы КНТ-5,  $\text{▮}$  - высотные детекторы КНТ-5,  $\otimes$  - отбракованный детектор №4 системы КНТ-5.

Для расчета условно-критической задачи и восстановления нейтронного поля использовалась двухгрупповая расчетная модель критической сборки (одна расчетная точка на кассету). Предварительно выполнена настройка параметров модели по показаниям детекторов до внесения возмущения и корректировка сечений поглощения тепловой группы в каналах с органами регулирования. Восстановленное нейтронное поле определялось путем аппроксимации собственными функциями условно-критической задачи показаний детекторов на каждом срезе по времени. По полученному восстановленному полю определялись функции интегральной мощности  $W(t)$  реактора и амплитуды спектральной проекции  $C(t)$ . С использованием сигналов  $W(t)$  и  $C(t)$  по ОРУК определены два значения реактивности  $\rho_W$  и  $\rho_{СП}$ , которые сравнивались со значением реактивности  $\rho_{\Sigma}$ , полученным по штатной методике (сумма сигналов детекторов). Поправка к определенному методом ОРУК- $\Sigma$  значению реактивности составила  $\approx 0,1 \beta_{эф}$  (относительная ошибка  $\approx 6 \%$ ). Полученные результаты сравнены с результатами расчетного моделирования эксперимента по определению подкритичности (табл. 2).

Для дополнительной демонстрации эффективности метода ОРУК-СП проведено моделирование эксперимента по измерению эффективности неравномерно расположенной по зоне системы поглощающих стержней (картограмма №2, рис. 10). Расчеты показали, что относительная погрешность значения реактивности, определенного по штатной методике,  $\delta\rho_{КНТ-5} \approx 11 \%$  на много превышает относительную погрешность реактивности, полученную методом ОРУК-СП:  $\rho_{ОРУК-СП} \approx 0,5 \%$  (рис. 12, табл. 2).



**Рис. 11.** Распределения плотности вероятностей значений реактивности, полученных различными методами к моменту времени 60 с после возмущения. Результаты анализа экспериментальных данных (картограмма № 1).



**Рис. 12.** Зависимость от времени относительных ошибок значений реактивности, определенных методами ОРУК- $\Sigma$ , ОРУК- $W$  и ОРУК-СП. Результаты расчетного моделирования (картограмма № 2).

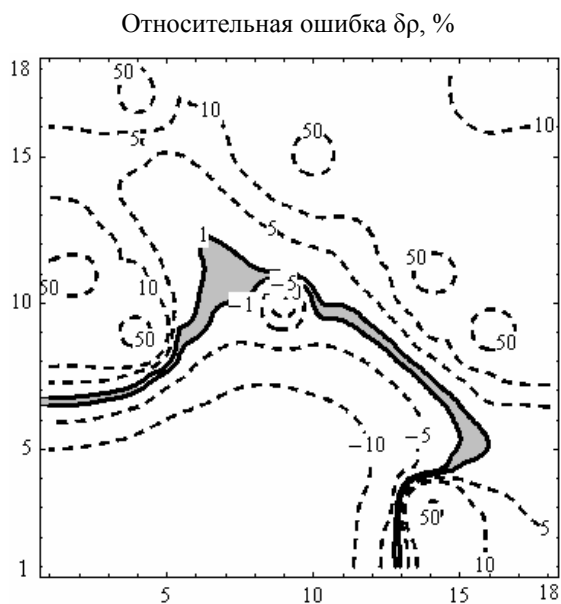
**Таблица 2.** Сравнение значений реактивности (в  $\beta_{эф}$ ), полученных методами ОРУК- $\Sigma$ , ОРУК- $W$ , ОРУК-СП.

Метод определения реактивности	Картограмма № 1 (расчет)	Картограмма № 1 (измерения)	Картограмма № 2 (расчет)
1. УКЗ	- 2,63	-	- 5,72
2. ОРУК- $\Sigma$ (КНК-15)	- 2,79 (6,1 %)*	- 2,24 $\pm$ 0,01 (6,6 %)**	- 5,89 (2,9 %)*
3. ОРУК- $\Sigma$ (КНТ-5)	- 2,72 (3,3 %)	- 2,23 $\pm$ 0,07 (6,1 %)	- 6,36 (11,0 %)
3. ОРУК- $W$	- 2,70 (2,9 %)	- 2,18 $\pm$ 0,03 (3,8 %)	- 6,31 (10,1 %)
4. ОРУК-СП	- 2,63 (0,09 %)	- 2,10 $\pm$ 0,03	- 5,76 (0,54 %)

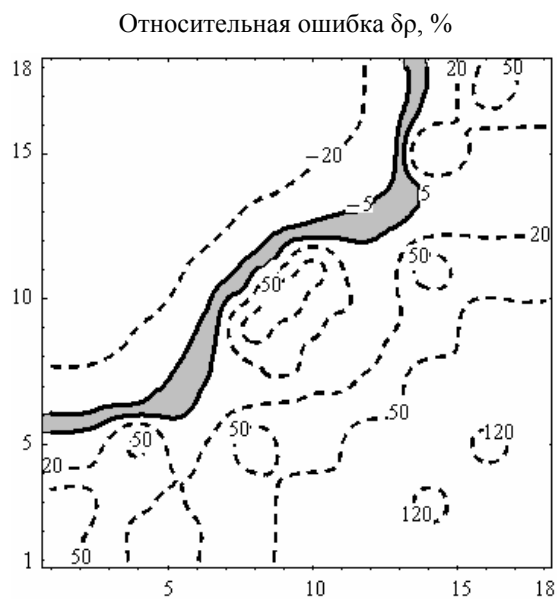
\* - относительное отклонение от значения  $\rho_{УКЗ}$ ; \*\* - относительно отклонение от значения  $\rho_{ОРУК-СП}$

Для рассмотренных картограмм вычислено пространственное распределение показаний реактиметра (метод ОРУК-1), полученных по сигналам отдельных детекторов (рис. 13, 14). Заштрихованной областью отмечена окрестность точек  $U_\varepsilon(t) = \{\mathbf{r} \in V : |\delta\rho_{\text{ОРУК-1}}(\mathbf{r}, t)| < \varepsilon\}$ , соответствующих минимуму ошибки в значении реактивности. Экспериментальные данные подтверждают местоположение области реактивности для картограммы №1 (рис. 13).

Рассчитав перед проведением эксперимента окрестность  $U_\varepsilon(t)$  и расположив в соответствии с ней нейтронные детекторы можно существенно снизить методическую погрешность штатного метода определения реактивности. Однако для реализации этого подхода необходимо иметь возможность размещать детектор в любой точке активной зоны и располагать достаточно точно настроенной нейтронно-физической моделью установки.



**Рис. 13.** Контурная карта пространственного распределения относительных ошибок значений реактивности, определенных методом ОРУК-1 по сигналам отдельных детекторов, размещенных в плоскости  $z = 205$  см. Результаты расчетного моделирования,  $t = 20$  с (картограмма № 1).



**Рис. 14.** Контурная карта пространственного распределения относительных ошибок значений реактивности, определенных методом ОРУК-1 по сигналам отдельных детекторов, размещенных в плоскости  $z = 205$  см. Результаты расчетного моделирования,  $t = 20$  с (картограмма № 2).

Полученные в ходе расчетов результаты свидетельствуют о возможности существенного снижения систематической ошибки при переходе от штатного метода ОРУК к методу ОРУК-СП. Предлагаемый метод определения реактивности ОРУК-СП может быть использован для обработки данных реакторных измерений и более точного определения нейтронно-физических характеристик ЯЭУ.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Проведен качественный анализ сложившейся методологии определения параметров ядерной безопасности РУ с использованием методов математического моделирования и обработки реакторных измерений. Показано, что основной причиной имеющих место разногласий и противоречий в интерпретации расчетных и измеренных параметров безопасности является неадекватное физическое представление о реакторе как об объекте с сосредоточенными параметрами (т.е. использование точечного приближения нейронной кинетики и понятия "реактивность").
2. На основе математической теории ядерных реакторов предложены подходы интерпретации реакторных измерений, обеспечивающие получение значений реактивности, практически не зависящих от характера перераспределения нейтронного поля (метод спектральной проекции СП и ОРУК-СП). Разработана и численно реализована математическая модель нейтронного поля в многогрупповом диффузионном приближении (Neutron3D), предназначенная для определения реактивности по показаниям нейтронных детекторов методом спектральной проекции.
3. При обосновании метода ОРУК-СП выявлена необходимость конкретизации свойств собственных функций и собственных значений оператора нейтронной кинетики. Показано, что необходимое для практической реализации метода спектральной проекции свойство ортогональности собственных функций достигается за счет их знакопеременности по пространственным координатам (а не энергетическим). Данные выводы подтверждаются прямыми численными расчетами.
4. На основе свойств ортогональности собственных функций разработан приближенный, легко реализуемый на практике, алгоритм метода спектральной проекции. Продемонстрировано, что по точности и быстродействию приближенный подход практически не уступает точной реализации метода спектральной проекции.
5. Проведен анализ погрешности метода спектральной проекции, которая обусловлена неопределенностью параметров реакторной модели. Установлено, что точность метода спектральной проекции определяется степенью деформации положительной собственной функции оператора нейтронной кинетики, которая может быть определена расчетным путем.
6. Проведены численные расчеты на одномерной и трехмерной моделях, подтверждающие теоретические выводы относительно эффективности метода спектральной проекции. С использованием предлагаемого метода выполнена обработка измерений, проведенных на критическом стенде РБМК 5-го блока Курской АЭС НИЦ "Курчатовский институт" (сборка ЗА-16-16 с модернизированной графитовой кладкой). Подтверждена точность и быстродействие метода спектральной проекции. Показано, что предлагаемый метод может быть использован для валидации расчетных средств поддержки эксплуатации действующих ЯЭУ и проектирования новых перспективных видов ЯЭУ.

## СПИСОК ОСНОВНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. **Черезов А.Л., Щукин Н.В. Модуль пространственной нейтронной кинетики комплекса РОСА. //Известия высших учебных заведений. Ядерная энергетика. – 2009 г. № 1. С. 48 – 55.**
2. Щукин Н.В., Черезов А.Л. Задачи интерпретации измерений динамических характеристик с позиций математической теории реакторов // Научная сессия МИФИ-2009. Сб. научных трудов в 6 томах. Том II. Ядерная физика и энергетика. М.: НИЯУ МИФИ, 2009, с. 25–31.
3. **Черезов А.Л., Щукин Н.В., Семёнов А.А., Соловьёв Д.А. Использование процедуры спектральной проекции для определения реактивности в физически больших ядерных реакторах // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2010, вып. 4., С. 41-50.**
4. **Черезов А.Л., Щукин Н.В. Определение динамических характеристик ядерного реактора с использованием методов математической теории переноса. "Информационно-измерительные и управляющие системы", № 10, 2011, С. 58-66.**
5. Черезов А.Л., Щукин Н.В. «Реализация основных положений «комплексной методики определения физических и динамических характеристик реакторов РБМК-1000» на основе метода спектральной проекции» //Сборник тезисов докладов седьмой международной научно-технической конференции «Безопасность, эффективность и экономика атомной энергетики» МНТК-2010, 26-27 мая 2010 г., с. 105.
6. Черезов А.Л., Щукин Н.В., «Определение параметров безопасности реакторов РБМК на основе метода спектральной проекции» //НОВАЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ПЛАТФОРМА АТОМНОЙ ОТРАСЛИ: Материалы XVI семинара по проблемам физики реакторов. Москва, 3 – 7 сентября 2010 г. М.: НИЯУ МИФИ, 2010.
7. Черезов А.Л., Романин С.Д., Щукин Н.В. Разработка модулей, расширяющих возможности программного комплекса “ROSA”. //Сборник научных трудов научной сессии МИФИ-2007, Москва 2006, т.8, с. 133-135.
8. Черезов А.Л., Романин С.Д. Транспортные ядерные установки. Проектирование установок транспортного назначения. //Труды восьмой баксанской молодежной школы экспериментальной и теоретической физики. Москва 2007, т.2
9. Черезов А.Л., Щукин Н.В., Романин С.Д. Модуль комплекса ROSA для решения 3D задач нейтронной кинетики. //Сборник научных трудов научной сессии МИФИ-2008, Москва 2008, т.8, с.112-113.
10. Черезов А.Л., Романин С.Д., Семенов А.А., Соловьёв Д.А., Н.В.Щукин. Возможности программного комплекса РОСА для интерактивных проектных исследований ЯЭУ. //Актуальные проблемы физики ядерных реакторов – эффективность, безопасность, нераспространение: Материалы XV семинара по проблемам физики реакторов. Москва, 2 – 6 сентября 2008 г. М.: МИФИ, 2008. – с. 225 – 227.

