

На правах рукописи



Горкунов Сергей Владимирович

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ С УДАРНЫМИ
ВОЛНАМИ В
ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ**

Специальность 1.2.2.

Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2023

Работа выполнена в Национальном исследовательском ядерном университете «МИФИ» (НИЯУ МИФИ).

Научный руководитель: **Шаргатов Владимир Анатольевич**,
доктор физико-математических наук, с.н.с.
ведущий научный сотрудник института лазер-
ных и плазменных технологий НИЯУ МИФИ

Официальные оппоненты: **Фортова Светлана Владимировна**,
доктор физико-математических наук, с.н.с.,
зав. отделом вычислительных методов и тур-
булентности, Институт автоматизации проек-
тирования Российской академии наук

Иванов Владислав Сергеевич,
доктор физико-математических наук, ве-
дущий научный сотрудник, Федеральный
исследовательский центр химической физики
им. Н.Н. Семёнова Российской академии наук

Семенов Илья Витальевич,
кандидат физико-математических наук,
с.н.с., зав. отделом вычислительной матема-
тики, Научно-исследовательский институт
системных исследований Российской акаде-
мии наук

Защита состоится 22 марта 2023 г. в 15:00 на заседании диссертационного
совета МИФИ.1.02 при НИЯУ МИФИ по адресу: 115409, г. Москва, Ка-
ширское шоссе, д. 31.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НИЯУ МИФИ и на сай-
те <https://ds.mephi.ru/shared/dissertations>.

Автореферат разослан «___» _____ 2023 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
МИФИ.1.02,
к.ф.-м.н.



Гани Вахид Абдулович

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Появление доступных высокопроизводительных вычислительных систем позволяет решать задачи механики сплошных сред в трехмерной постановке для реальных объектов. В связи с этим существует необходимость разработки эффективных разностных схем и алгоритмов с учетом возможности параллельных вычислений.

Диссертационное исследование посвящено разработке моделей, вычислительных методик и созданию пакета прикладных программ для численного решения задач механики сплошных сред, связанных с эволюцией ударных волн в загромождённых пространствах, метанием металлических оболочек газом под высоким давлением, распространением ударных волн в протяженных системах и фильтрационными течениями, возникающими при воздействии областей с газом под высоким давлением в пористых средах.

Численное моделирование быстропротекающих процессов, происходящих при выделении химической энергии в высокоэнергетических конденсированных и газообразных смесях, является важным инструментом при исследовании этих явлений в тех случаях, когда возможности для получения экспериментальных данных ограничены вследствие высокой температуры и давления продуктов реакций или в связи с трудностями проведения крупномасштабных экспериментов. Кроме практического значения (проектирование энергетических установок, двигателей, использование взрывчатых смесей в добывающей промышленности и обеспечение защиты при аварийных взрывах) результаты численного моделирования имеют и методологическое значение, так как в ходе вычислительного эксперимента и сопоставления его результатов с данными физического эксперимента происходит уточнение исходной физической модели, определяется область ее применения и выявляются дополнительные факторы, существенно влияющие на характер и параметры процесса. Трехмерное численное моделирование – перспективное средство анализа течений, развивающихся в замкнутом или содержащем множество перекрытий пространстве. Развитие математических моделей и численных методов для моделирования образования и эволюции ударных волн в загромождённых пространствах с учетом возможной турбулизации потока метаемыми фрагментами является актуальным направлением исследовательской деятельности. Этому также во многом способствует развитие и доступность высокопроизводительных вычислительных систем, что позволяет за приемлемое время проводить расчеты в трехмерной постановке.

При построении физико-математической модели движения различных сред необходимо учитывать особенности возникающих течений. При сильном нагружении металлических элементов газом при высоком давлении в них возникают упругопластические течения, что приводит к сильной

деформации и разрушению. К таким задачам относятся метание металлических оболочек продуктами детонации. Процесс фрагментации оболочки значительно влияет на дальнейшее формирование течения. Диффузионное горение также играет важную роль в задачах, связанных с авариями на промышленных объектах, где возможна утечка легковоспламеняющихся веществ. По мере развития ударно-волновых процессов параметры течения могут значительно изменяться, что приводит к изменению уравнений математической модели, например, при метании оболочек продуктами детонации высокоэнергетических соединений. На ранних стадиях развития процесса в оболочке возникают упругопластические деформации и движение оболочки в значительной степени определяет структуру течения, но по мере расширения продуктов детонации давление в системе падает, деформации в оболочке прекращаются и влияние фрагментов оболочки становится незначительным. Изменение основных уравнений модели на разных стадиях эволюции течения требует изменения численных методов их решения. Кроме того, алгоритмы параллельных вычислений для эффективного использования вычислительных ресурсов должны разрабатываться с учетом особенностей процессов и используемых численных методов.

Целью данной работы является создание комплексной физико-математической модели, вычислительного алгоритма и многоцелевого исследовательского пакета прикладных программ для высокопроизводительных вычислительных систем, способного моделировать в трехмерной постановке процессы образования ударных волн, фрагментации и разгона металлических оболочек при детонации высокоэнергетических соединений, а также исследовать устойчивость фильтрационных течений, возникающих в пористой среде при взаимодействии с областью, насыщенной газом под высоким давлением.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

1. Разработать модель пространственно-неоднородной среды, содержащей реакционноспособные соединения, металлические и другие оболочки, неподвижные преграды.
2. Разработать на основе последовательного использования метода smoothed particles и метода конечного объема численный метод трехмерного моделирования образования ударных волн, фрагментации и разгона металлических оболочек при детонации высокоэнергетических соединений.
3. Реализовать разработанный метод в виде алгоритма численного расчета для высокопроизводительных вычислительных систем, создать программный комплекс.

4. Провести сравнение результатов расчетов с экспериментами, аналитически и численно исследовать процессы распространения ударных волн в условиях сложной геометрии пространства.
5. Разработать программный модуль, позволяющий рассчитывать эволюцию поверхности газ/жидкость в пористой среде в рамках континуальной модели с использованием закона Дарси.

Научная новизна. Все представленные в диссертации и содержащиеся в работах автора результаты являлись новыми на момент их опубликования.

1. Программный комплекс с последовательным использованием метода сглаженных частиц и метода конечного объема в рамках технологии MPI-параллелизации для трехмерного моделирования образования ударных волн, фрагментации и разгона металлических оболочек при взрыве высокоэнергетических соединений.
2. Численный метод трехмерного моделирования образования ударных волн, фрагментации и разгона металлических оболочек при детонации высокоэнергетических соединений.
3. Результаты исследования нелинейной стадии развития неустойчивости границы раздела газ/жидкость в пористой среде.
4. Результаты математического моделирования эксперимента о прохождении ударной волны через канал с периодически расположенными препятствиями. Автомодельные решения задачи о распаде произвольного разрыва на границе канала с препятствиями и гладкого канала. Приближенные соотношения, связывающие параметры газа за структурой разрыва со средней скоростью структуры. Аналитический критерий условий существования комплекса в виде лидирующей ударной волны и зоны релаксации постоянной ширины.

Практическая значимость. Разработаны математические модели и численные подходы для моделирования эволюции ударных волн и их взаимодействия с различными конструкциями. Создан пакет прикладных программ, который может быть применен в различных отраслях науки, техники и производства (авиакосмическая техника, системы вооружений, экология, анализ чрезвычайных ситуаций, оборонное и гражданское применение взрывов). Разработанный код позволяет исследовать физические механизмы развития неустойчивости границы раздела газ/жидкость в пористой среде при вытеснении жидкости газом для эффективного повышения нефтеотдачи.

Программный комплекс для высокопроизводительных вычислительных систем использовался при выполнении научных проектов, поддержанных грантом из федерального бюджета в форме субсидии (Соглашение № 075-15-2020-785), Российским научным фондом (проекты № 16-19-00188, №

16-11-10195, № 21-11-00126), а также в рамках Государственного задания (Пер. N НИОКТР АААА-А21-121012190116-5).

Методология и методы исследования. Движение различных сред описывается в рамках механики сплошных сред на основе законов сохранения. Используются методы вычислительной математики и численного решения систем уравнений в частных производных. Разработанные параллельные алгоритмы реализованы в пакете прикладных программ, написанном на языке C++ с применением стандартного интерфейса обмена сообщениями MPI.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Предложен оригинальный численный метод, позволяющий рассчитывать процессы разгона фрагментов оболочки продуктами взрыва, а также распространения и затухания возникающей ударной волны, включая отражение и дифракцию ударных волн в условиях плотной промышленной застройки.
2. Проведен анализ устойчивости границы раздела газ/жидкость в пористой среде при вытеснении жидкости газом. Установлено, что скорость роста амплитуды возмущения на нелинейной стадии увеличивается с уменьшением длины волны при использовании закона Дарси. Признаков выхода на асимптотическое значение не обнаружено вплоть до отношения амплитуды к длине волны равного 10.
3. Выполнены вычислительные эксперименты и впервые представлены полученные на их основе приближенные аналитические соотношения, связывающие скорость разрыва с параметрами газа в загромождённых каналах, и определены условия возникновения различных режимов течения.
4. Разработан комплекс программ для расчета в трехмерной постановке процессов образования и эволюции ударных волн в пространственно-неоднородных средах.

Достоверность и обоснованность полученных результатов обеспечивается строгостью используемого математического аппарата и подтверждается сравнением результатов расчетов с данными теории, автомоделными решениями классических задач, а также непосредственным сравнением с экспериментальными данными.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на следующих конференциях и семинарах: 8-я, 11-я, 12-я Международная научная школа молодых ученых «Вихри и волны в сложных средах» (г. Москва, 2017, 2020, 2021); 11-я, 14-я «Всероссийская школа-семинар «Астрофизика и физическая механика классических и квантовых систем (АФМ)» (Москва, 2017, 2020); Всероссийская конференция «Физика взрыва: теория, эксперимент, приложения» (Новосибирск, 2018); 10-th International conference for promoting the application of

mathematics in technical and natural sciences «AMITANS 2018» (Albena, 2018); XVII международная научная конференция и школа молодых учёных «Физико-химические процессы в атомных системах» (Москва, 2019); 9-я всероссийская научная конференция с международным участием «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред» (Москва, 2019); Ежегодная научная конференция отдела горения и взрыва (Москва, 2021); V, VI, VII Международная конференция «Лазерные, плазменные исследования и технологии - ЛАПЛАЗ» (Москва, 2019, 2020, 2021).

Личный вклад. Все представленные в диссертационной работе результаты численных расчетов были получены автором лично либо при его непосредственном участии. Автор лично участвовал в разработке численных методов, алгоритмов и пакета прикладных программ, созданного при выполнении данной работы. Постановка задач и обсуждение результатов проводились совместно с научным руководителем.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 19 печатных работах [A1–A19]. Из них семь [A1–A7] опубликованы в журналах, рекомендуемых ВАК, в том числе шесть [A1–A5; A7] в индексируемых международными базами данных Scopus и/или Web of Science. Две [A5; A7] из этих 6 публикаций относятся к иностранным журналам из первого квартиля Q1. Зарегистрирована 1 программа для ЭВМ [A9]. Результаты работы содержатся также в 11 тезисах докладов [A8; A10–A19].

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка используемой литературы. Объем диссертации составляет 141 страницу, включая 63 рисунка и 7 таблиц. Список литературы содержит 156 наименований.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, формулируется цель, ставятся задачи работы, излагается научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

Первая глава посвящена описанию физико-математических моделей, положенных в основу программного комплекса. В разделе 1.1 приведены общие положения, которых придерживались при постановке задачи. В разделе 1.2 представлена модель движения газовой фракции с учетом влияния движения твердых фрагментов и диффузионного горения химических реагирующих сред. Движение газа описывается системой уравнений Эйлера с использованием модели больших вихрей для учета турбулентности. В разделе 1.3 описана модель движения твердой оболочки в рамках упруго-пластических течений с использованием критерия Мизеса.

Раздел 1.4 посвящен уравнениям состояния, которые используются в программном комплексе (уравнения состояния идеального газа, в форме JWЛ, в форме Тэта и в форме Ми-Грюнайзена). В разделе 1.5 представлена континуальная модель фильтрационного течения с поверхностями фазового перехода в пористой среде [A5].

Вторая глава содержит подробное описание программного комплекса. Пакет прикладных программ состоит из независимых решателей SPH_solver и GK_solver и решателя для расчета течения с фазовыми переходами в пористых средах [A10]. Решатели написаны на языке программирования C++. Для обеспечения параллельности вычислений в решателях используется библиотека обмена сообщениями Message Passing Interface (MPI). Раздел 2.1 описывает решатель SPH_solver, который предназначен для трехмерного моделирования процессов, связанных с деформацией и разгоном корпусных конструктивных элементов при быстром разложении высокоэнергетических веществ. Примерами таких задач могут быть: образование кумулятивных струй, метание металлических оболочек, пробитие преград высокоскоростными ударниками. В SPH_solver используется модификация метода сглаженных частиц (SPH), предложенная Паршиковым А.Н. [1] и основанная на использовании соотношений распада разрывов на межчастичных контактах. Разработанный программный комплекс для расчета течений с ударными волнами в сложных средах методом сглаженных частиц имеет государственную регистрацию программ для ЭВМ [A9]. В разделе 2.2 представлено описание решателя GK_solver, предназначенного для моделирования газодинамических процессов, таких как эволюция ударных волн в окружающей среде с учетом влияния движущихся фрагментов оболочки и стационарных препятствий на формирование течения газа. Предусмотрена возможность протекания процессов диффузионного горения при перемешивании с воздухом продуктов разложения высокоэнергетических составов [A6]. В качестве численного метода используется метод Годунова-Колгана на прямоугольной сетке в переменных Эйлера. Для эффективного использования расчетной области при моделировании распространения ударных волн в трехмерной постановке разработан и реализован алгоритм перестраиваемой расчетной области. В начальный момент времени выбирается сравнительно небольшая область и расчет ведется только в ней. Когда течение развивается настолько, что возмущения подходят к границе расчетной области, размеры ячеек увеличиваются. Такой подход позволяет течению развиваться дальше, по-прежнему не взаимодействуя с границами. Наиболее характерным примером задачи, где может быть использована перестраиваемая сетка, является расчет распространения ударной волны в открытом или частично загроможденном пространстве [A4]. В разделе 2.3 представлен алгоритм сопряжения решателей SPH_solver и

GK_solver. Сопряжения решателей позволяет моделировать процессы образования ударных волн, фрагментации и разгона металлических оболочек при разложении высокоэнергетических соединений. С помощью решателя SPH_solver производится моделирование начальных стадий процесса разложения высокоэнергетических соединений и метания металлической оболочки, образование облака продуктов разложения. Далее происходит сопряжение решателей и вычисления продолжается в модуле GK_solver. Раздел 2.4 посвящен описанию решателя для расчета течения с фазовыми переходами в пористых средах. В качестве численного метода используется метод граничных элементов [2]. Решатель предназначен для моделирования движения границы фазового перехода жидкость/газ в пористых средах [A5].

Третья глава посвящена верификации и валидации расчетных модулей входящих в состав пакета прикладных программ. Верификация выполнена на основе тестов, предложенных в [3]. В разделе 3.1 представлены результаты верификации и валидации решателя SPH_solver. Рассмотрены задачи о распаде разрыва в упругопластической среде и истечения газа в вакуум. Полученные численные решения с приемлемой точностью описывают аналитические зависимости. В разделе 3.2 представлены результаты верификации решателя GK_solver. Проведены следующие тесты: сохранение распределения плотности при переходе в подвижную систему координат; регулярное отражение ударной волны от жесткой стенки; разлет газа в вакуум от косой стенки. Полученные результаты согласуются с аналитическими решениями. В разделе 3.3 проведена валидация программного комплекса путем сравнения с экспериментальными данными. Валидация решателя GK_solver выполнена относительно класса задач, связанных с распространением ударных волн в каналах с препятствиями путем повторения эксперимента [4]. Получено согласие результатов численного расчета и экспериментальных данных. Валидация последовательного использования решателей SPH_solver и GK_solver осуществлена численным моделированием эксперимента об образовании ударных волн в результате быстрого разложения высокоэнергетических соединений [5]. В ходе эксперимента высокоэнергетическое вещество помещено в оболочку, как показано на рис. 1. В результате моделирования с

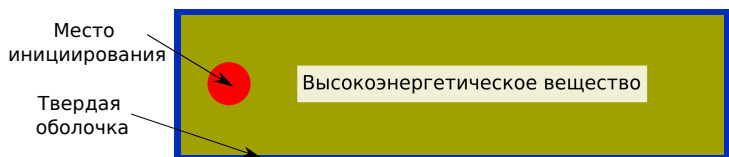


Рис. 1 — Высокоэнергетическое вещество в оболочке.

использованием сопряжения решателей были получены зависимости давления от времени в тех точках, где располагались датчики давления

в эксперименте. На рис. 2 представлено сравнение профилей давления на расстояниях 1, 2, 2.8, 5.8 метров. Проведенный численный расчет показал согласие с экспериментальными данными. Таким образом последовательное применение решателей SPH_solver и GK_solver позволяет с приемлемой точностью решать задачи о разрушении и метании металлической оболочки с образованием ударных волн в результате быстрого разложения высокоэнергетического соединения [A6].

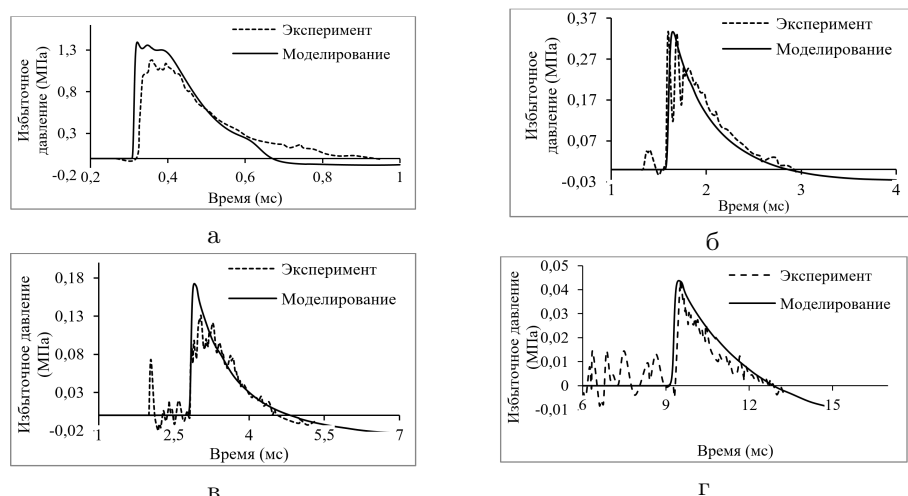
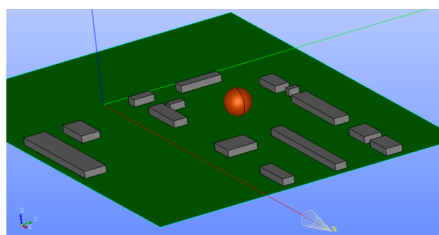
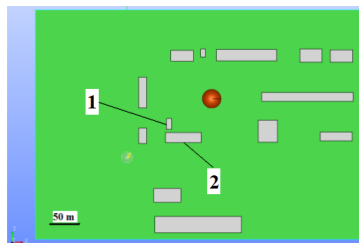


Рис. 2 — Профили давления на расстояниях (а) – 1 м, (б) – 2 м, (в) – 2.8 м, (г) – 5.8 м.

В четвертой главе представлены примеры применения программного комплекса. Рассматриваются задачи об образовании и распространении ударных волн в закрытых и открытых пространствах, в том числе, содержащих преграды. В разделе 4.1 представлены результаты моделирования эволюции ударных волн в условиях промышленной застройки. Рассмотрен случай расположения промышленных зданий, представленных на рис. 3. Длина зданий порядка нескольких десятков метров, ширина составляет несколько метров, высота зданий 8 м. На рис. 3 красным шаром показано место взрыва топливовоздушного облака. В численных расчетах ударная волна генерировалась в результате расширения газового шара радиусом 15 м с начальным давлением 10 атм, что соответствует сжиганию примерно 9.9 тонн обычного топлива с теплотой сгорания 46 МДж/кг. Использование перестраивающейся расчетной области позволило существенно повысить качество расчета, при этом в разы сократить время вычислений [A4]. На рис. 4 представлена нагрузка на северную сторону здания № 2 на разных высотах. Из рис. 4 видно, что предложенный алгоритм построения сетки



а



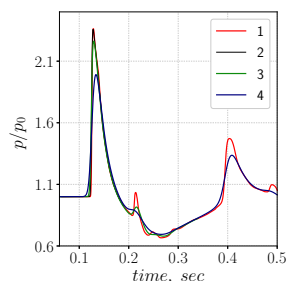
б

Рис. 3 — Визуализация расположения зданий и облака газа с высоким давлением. Цифрами указаны номера советующих зданий.

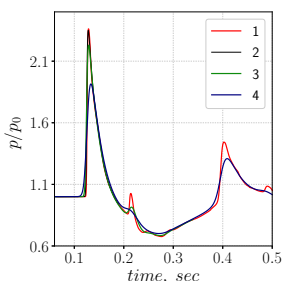
позволяет выявить основные особенности процессов отражения и дифракции ударных волн и уменьшить время расчета.

Расчеты поставленной задачи проводились с использованием четырех вариантов расчетной сетки:

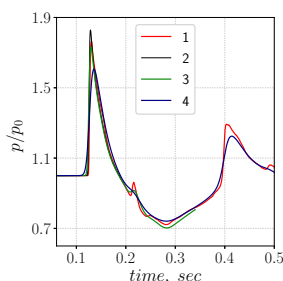
- «крупная сетка» - шаг 0.96 м, сетка $520 \times 520 \times 400$ ячеек; время расчета для 256 процессоров - 4 часа 56 минут; за это время физический процесс был рассчитан на 1 с;
- «средняя сетка» - шаг 0.4 м, сетка $744 \times 744 \times 500$ ячеек; время расчета для 320 процессоров - 11 часов 31 минуту; за это время было рассчитано 0.33 с
- «мелкая сетка» - шаг 0.2 м, сетка $1000 \times 1000 \times 500$ ячеек; время расчета для 320 процессоров составило 15 часов 43 минуты, за это время процесс был рассчитан на 0.19 с;
- «перестраивающаяся сетка» с начальным размером ячейки 0.115 м, и последующими размерами ячеек $1.55k \times 0.115$, где k – количество перестроений сетки. Расчетная область при этом содержала $520 \times 520 \times 400$ ячеек; время расчета для 320 процессоров составило 6 часов 10 минут, за это время процесс был рассчитан на 1 с.



а



б



в

Рис. 4 — Давление от времени на северной стене здания № 2 на высоте (а) 0 м, (б) 4 м, (в) 8 м. Линия 1 – «перестраивающаяся сетка», линия 2 – «мелкая сетка», линия 3 – «средняя сетка», линия 4 – «крупная сетка».

Раздел 4.2 посвящен исследованию распространения ударных волн в протяженных каналах с препятствиями. Рассматривается канал прямоугольного сечения, схема показана на рис. 5. Канал содержит две секции: левая секция ($x < 0$) гладкая, правая секция ($x \geq 0$) содержит периодически расположенные препятствия прямоугольной формы. В начальный момент времени по гладкой секции канала распространяется плоская ударная волна. В качестве граничных условий используется отсутствие прилипания газа к стенкам канала.

Давление, компонента скорости вдоль канала и плотность газа за

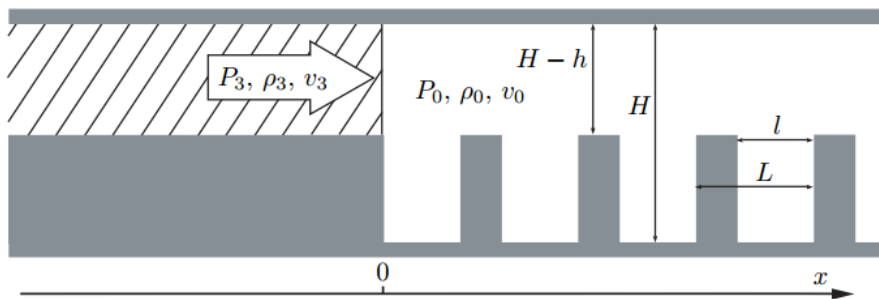


Рис. 5 — Схема канала с препятствиями.

фронтом ударной волны в начальный момент времени обозначаются индексом 3 (P_3, u_3, ρ_3), аналогичные параметры покоящегося газа перед ударной волной обозначаются индексом 0 (P_0, u_0, ρ_0). H — высота канала, h — высота препятствий, L — период повторения препятствий, l — расстояние между препятствиями.

Проведено численное моделирование для параметров представленных в таблице 1. Расчетная область содержит 1800×100 ячеек. При этом, на высоту канала приходится 100 ячеек, в зазоре между двумя соседними препятствиями располагается 20 ячеек расчетной области.

Таблица 1 — Размеры канала и начальные параметры.

P_0 , [кПа]	u_0 , [м/с]	ρ_0 , [кг/м ³]	P_3 , [кПа]	u_3 , [м/с]	ρ_3 , [кг/м ³]	H , [м]	h , [м]	L , [м]	l , [м]
100	0	1.17	300	299.9	2.47	10	5	2	0.8

Полученные распределения давления и плотности показаны на рис. 6. В загроможденной области образуется структура, содержащая лидирующую ударную волну и зону релаксации, которая распространяется в открытой для течения части канала. За фронтом лидирующей ударной волны наблюдается множество волн, появившихся в результате отражения от препятствий. В нижней части канала имеются области повышенного и пониженного давления. Такое течение возникает вследствие того, что

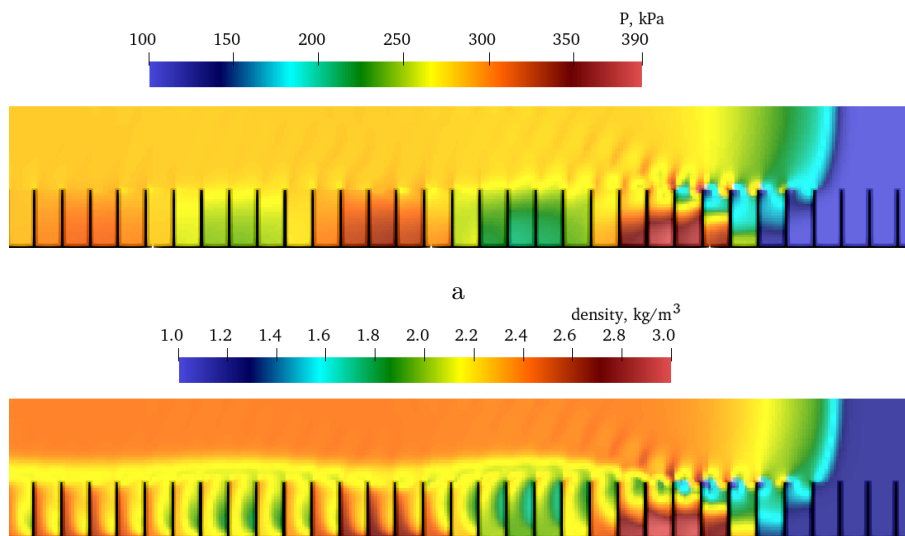


Рис. 6 — Пространственное распределение (а) давления, (б) плотности в канале в момент времени 0.93 с.

газ за лидирующей ударной волной затекает между препятствиями, приобретает вертикальную составляющую скорости и отражается от нижней стенки канала, локально повышая давление. Возникает разгрузка в верхнюю область, с образованием волны разрежения,двигающейся к нижней стенке. Волна разрежения отражается от нижней стенки и появляется область пониженного давления.

На рис. 7 представлены распределения давления и плотности вдоль канала на разных высотах. Кривые 0.9H и 0.75H показывают, что за ли-

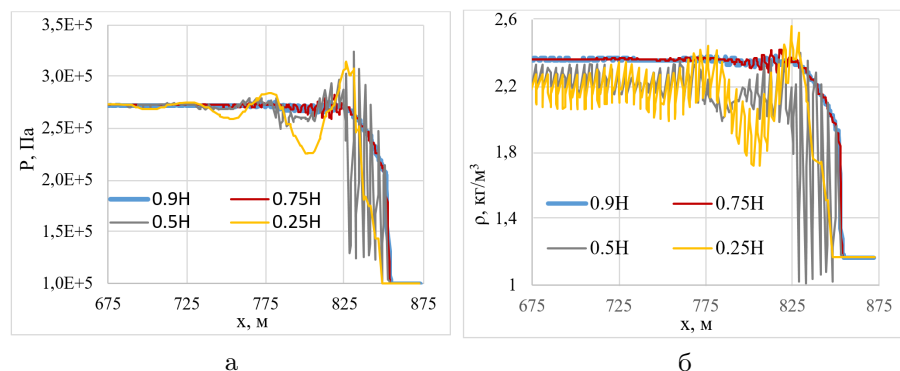


Рис. 7 — Пространственное распределение (а) давления и (б) плотности вдоль канала на разных высотах в момент времени 1.83 с.

дирующей ударной волной давление и плотность нарастают достаточно медленно. Далее наблюдаются затухающие осцилляции параметров, связанные с множественным отражением ударной волны от препятствий. Неоднородность плотности газа в области между двумя соседними преградами, которая наблюдается на кривых 0.5Н и 0.25Н (рис. 7 б), объясняется тем, что после прохождения лидирующей ударной волной газ приобретает продольную компоненту скорости. Этот газ попадает в область между преградами, при этом теряет продольную компоненту скорости. Кинетическая энергия газа переходит во внутреннюю. Повышение температуры понижает плотность газа. При этом газ, изначально находившийся в области между преградами, сжимается под действием ударной волны и его плотность существенно превышает плотность газа, нагретого в результате торможения. На удалении, за фронтом лидирующей волны, в зоне между преградами наблюдается неоднородное распределение плотности.

На рис. 8 представлены распределения средних параметров вдоль канала. Осреднение параметров выполнено в пределах верхней и нижней зон (над и между препятствиями). В верхней зоне осреднение плотности производится по объемам газа над препятствиями в пределах одного периода повторения препятствий. В нижней зоне осреднение плотности проводится

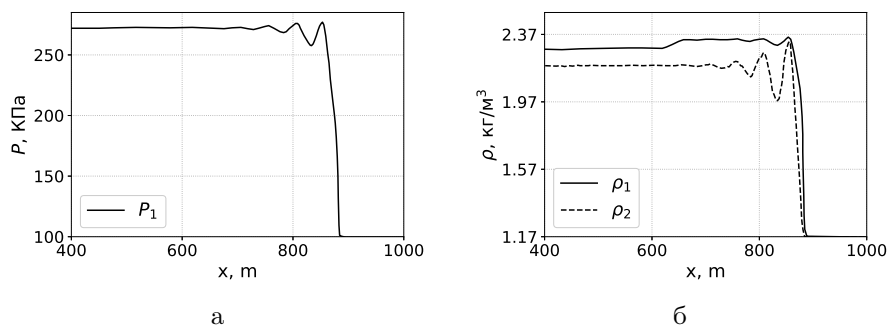


Рис. 8 — Распределения (а) среднего давления, (б) средних плотностей вдоль канала в момент времени 1.83 с.

по объемам в пределах двух соседних препятствий. Осреднение давления сделано по объему верхней и нижней области в пределах одного периода. Среднее давление обозначено индексом 1, средняя плотность в верхней и нижней зонах – индексами 1 и 2 соответственно. Из распределений видно, что на удалении от фронта лидирующей волны средние параметры меняются мало.

Для осредненных параметров на основе законов сохранения получены приближенные аналитические соотношения, связывающие скорость движения лидирующей волны с параметрами газа до и после зоны релаксации [A1; A3]:

$$\begin{cases} \rho_0 D_0 + \alpha \rho_0 D_0 + \rho_1 u_1 - \rho_1 D_0 - \alpha \rho_2 D_0 = 0 \\ \rho_1 u_1 D_0 + \alpha u_1 (\rho_2 - \rho_0) D_0 = -P_0 + P_1 + \rho_1 u_1^2 \\ \frac{(1+\alpha)P_1}{\gamma-1} + \frac{\rho_1 u_1^2}{2} - \frac{(1+\alpha)P_0}{\gamma-1} = \frac{\left(\frac{P_1 u_1}{\gamma-1} + \frac{P_1 u_1^3}{2} + P_1 u_1\right)}{D_0} \\ \rho_2 = \rho_0 + \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_1}\right) \left(\frac{\rho_1 P_1}{\frac{\rho_1 u_1^2}{2}(\gamma-1) + P_1}\right) \end{cases} \quad (1)$$

где $\alpha = \frac{hl}{(H-h)L}$.

Качество полученных аналитических соотношений подтверждается приведенным в таблице 2 сравнением параметров течения, рассчитанных численным путем со значениями, предсказанными в результате решения системы (1).

Таблица 2 — Результаты аналитического приближения и численного расчета.

	u_0 , [м/с]	D_0 , [м/с]	ρ_1 , [кг/м ³]	ρ_2 , [кг/м ³]
Численный расчет	320.0	475.3	2.34	2.19
Решение системы (1)	314.5	467.7	2.35	2.18

В систему уравнений (1) не входят геометрические параметры канала в явном виде. Решение системы зависит от параметра α . Следовательно, при различных значениях ширины и высоты препятствий, приводящих к одинаковому α , должны сохраняться соотношения средних параметров за зоной релаксации. Для проверки данного заключения проведено численное моделирование распространения ударных волн в каналах с существенно разной геометрией, но одинаковым параметром α . Результаты численного моделирования представлены в таблице 3. Из таблицы 3 видно, что полученные результаты с хорошей степенью точности зависят только от параметра α .

Таблица 3 — Результаты аналитического приближения и численного расчета для каналов разной геометрии.

	l/L	h/H	α	P_1 , [кПа]	D_0 , [м/с]	u_1 , [м/с]	ρ_1 , [кг/м ³]	ρ_2 , [кг/м ³]
численно	0.7	0.39	0.43	264	460	306	2.28	2.14
численно	0.5	0.47	0.43	264	461	313	2.29	2.15
система (1)	-	-	0.43	264	473	296	2.30	2.15

Система (1) является эффективной ударной адиабатой для канала с периодическими препятствиями. Полученные зависимости позволяют найти приближенное аналитическое решение для задачи Римана о начальном разрыве давления и плотности в канале с препятствиями. Рассмотрен случай, когда в начальный момент времени газ покоится, а остальные параметры в канале соответствуют $P_0 = 100$ кПа, $\rho_0 = 1.17$ кг/м³, $P_3 = 1$ МПа и $\rho_3 = 11.7$ кг/м³, $H = 10$ м, $L = 2$ м, $h = 10$ м и $l = 0.8$ м.

Задачу можно решить приближенно, воспользовавшись методом *Pu* диаграмм. Для этого необходимо получить совместное решение эффективной ударной адиабаты (1) и соотношения для простой волны:

$$u = \frac{2\sqrt{\gamma P_3}}{(\gamma - 1)\sqrt{\rho_3}} \left[1 - \left(\frac{P}{P_3} \right)^\chi \right], \quad \chi = \frac{\gamma - 1}{2\gamma}. \quad (2)$$

На рис. 9 представлено сравнение полученного приближенного решения с результатами численного расчета. Линии 1-3 – численное моделирование для моментов времени 0.28 с, 0.69 с и 0.96 с соответственно. Линия 5 – полученное приближенное аналитическое решение. Линией 4 на рис. 9 показано точное аналитическое решение в случае отсутствия препятствий. В рассмотренном примере наличие препятствий приводит к уменьшению средней скорости ударной волны на 19%, а избыточного давления – на 17%.

На основе полученных аналитических соотношений (1) на рис. 10 построена $P(D)$ зависимость для различных параметров α . Из рис. 10 видно,

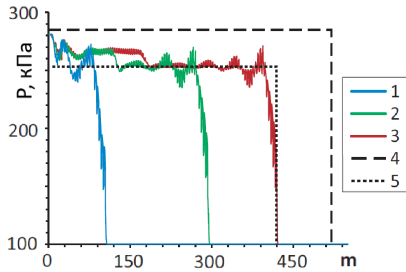


Рис. 9 — Распределение среднего давления вдоль канала.

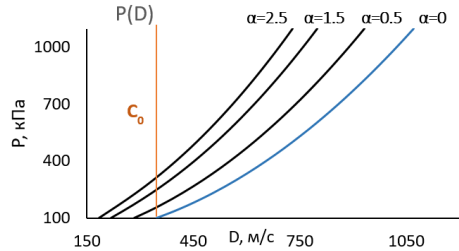


Рис. 10 — $P(D)$ зависимость для различных α .

что при больших значениях α кривые $P(D)$ располагаются строго выше $P(D)_{\alpha=0}$. Следовательно, при больших значениях α и малых давлениях существует область, в которой аналитическое приближение (1) предсказывает скорость распространения лидирующей ударной волны меньше скорости звука.

Для случая, когда скорость движения волны, полученная с помощью аналитического соотношения (1), оказывается дозвуковой, проведен

численный расчет. Распределения давления представлены на рис. 11. Из результатов видно, что в рассматриваемом случае не формируется квазистационарной структуры за лидирующей ударной волной [A2].

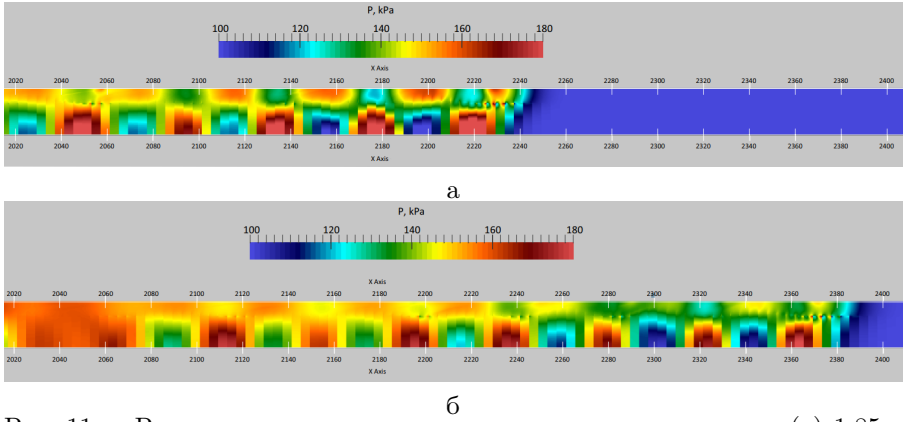


Рис. 11 — Распределение давление в канале в момент времени (а) 1.85 с, (б) 2.34 с.

В разделе 4.3 представлены результаты исследования коротковолновой неустойчивости контактной границы жидкость–газ в пористой среде. Рассматривается горизонтальный слой пористой среды, показанный на рис. 12. Снизу низкопроницаемый слой примыкает к высокопроницаемому слою (пропластку), давление в котором постоянно. В низкопроницаемом слое (область Ω_f) находится жидкость, а область Ω_g заполнена газом с постоянным давлением, которое выше чем в пропластке. Области Ω_g и Ω_f разделены кривой $s(x, t)$, описывающей положение контактной границы жидкость–газ. В начальный момент времени на границу $s(x, t)$ накладывается гармоническое возмущение с амплитудой A и длиной волны λ .

На рис. 13 представлены результаты расчета скорости роста максимума и минимума возмущения (U_u и U_d соответственно) в зависимости от длины волны при $A = 0.1$. Исследование выполнено с помощью решателя для расчета течения с фазовыми переходами в пористой среде [A7]. Из рис. 13 видно, что скорость роста амплитуды растет с уменьшением длины волны. Признаков выхода на асимптотическое значение не обнаружено вплоть до отношения амплитуды к длине волны равного 10.

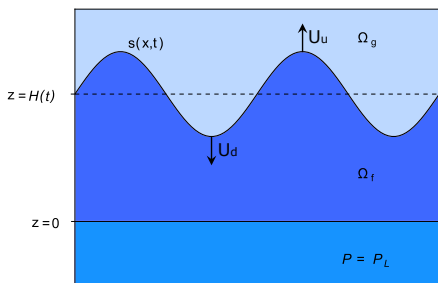


Рис. 12 — Схема течения.

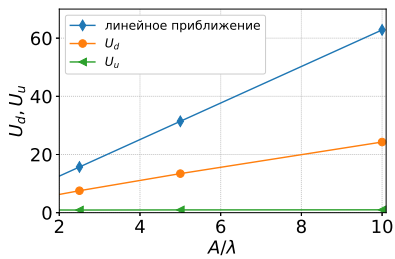


Рис. 13 — Зависимость скорости роста амплитуды возмущения от A/λ .

В **заключении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Построена физико-математическая модель для описания движения и взаимодействия различных сред в экстремальных условиях, возникающих в процессах детонации и взрыва.
2. Разработан пакет прикладных программ, позволяющий моделировать в трехмерной постановке процессы разгона фрагментов конструкций продуктами взрыва при высоких давлениях и распространения ударных волн в загроможденных пространствах.
3. Исследованы процессы эволюции ударных волн в условиях плотной промышленной застройки.
4. Проведено систематическое исследование структуры течения в канале с периодическими препятствиями. Получены приближенные аналитические зависимости в виде эффективной ударной адиабаты, связывающие параметры газа со скоростью движения разрыва.
5. Выполнено исследование коротковолновой неустойчивости границы раздела жидкость/газ в пористой среде и показано, что в рамках континуальной модели с использованием закона Дарси амплитуда конечных возмущений неограниченно растет с уменьшением длины волны для конечных возмущений постоянной амплитуды.

Основные публикации автора по теме диссертации

- A1. Шаргатов В. А., Чугайнова А. П., Горкунов С. В., Сумской С. И. Структура течения за ударной волной в канале с периодически расположенными препятствиями // Труды Математического института имени В.А. Стеклова. — 2018. — Т. 300. — С. 216–228.

- A2. *Chugainova A. P., Shargatov V. A., Gorkunov S. V., Sumskoi S. I.* Regimes of shock wave propagation through comb-shaped obstacles // AIP Conference Proceedings. — 2018. — Vol. 2025. — P. 080002.
- A3. *Shargatov V. A., Chugainova A. P., Gorkunov S. V., Sumskoi S. I.* Analytical and numerical solutions of the shock tube problem in a channel with a pseudo-perforated wall // Journal of Physics: Conference Series. — 2018. — T. 1099, № 1.
- A4. *Shargatov V. A., Pecherkin A. S., Sofin A. S., Agapov A. A., Gorkunov S. V., Sumskoi S. I., Bogdanova Yu. A., Karabulin A. V.* Modeling of shock wave propagation over the obstacles using supercomputers // Journal of Physics: Conference Series. — 2018. — Sept. — Vol. 1099. — P. 012014.
- A5. *Shargatov V. A., Gorkunov S. V., Il'ichev A. T.* Stability of finite perturbations of the phase transition interface for one problem of water evaporation in a porous medium // Applied Mathematics and Computation. — 2020. — T. 378. — C. 125208.
- A6. *Шаргатов В. А., Горкунов С. В.* Трехмерное моделирование образования ударных волн и разгона металлических оболочек высокоэнергетическими соединениями // Горение и взрыв. — 2021. — Т. 14, № 2. — С. 92–99.
- A7. *Shargatov V. A., Tsypkin G. G., Gorkunov S. V., Kozhurina P. I., Bogdanova Y. A.* On the Short Wave Instability of the Liquid/Gas Contact Surface in Porous Media // Mathematics. — 2022. — Т. 10, № 17.
- A8. *Горкунов С. В.* Эффективная ударная адиабата канала с периодическими препятствиями // Волны и вихри в сложных средах : 12-ая международная конференция - школа молодых ученых. Сборник материалов школы. — 2021. — С. 76–79.
- A9. *Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ.* Программный комплекс для расчета течений с ударными волнами в сложных средах методом сглаженных частиц «SPH shock wave solver» / С. В. Горкунов, В. А. Шаргатов. — Опубл. 05.09.2022, № 2022666573 (Россия).
- A10. *Шаргатов В. А., Горкунов С. В., Кожурина П. И.* Пакет прикладных программ для моделирования образования и эволюции ударных волн // Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАГ'2022), 4–13 сентября 2022 г., Алушта. — 2022. — С. 375–376.

- A11. Горкунов С. В., Шаргатов В. А. Моделирование образования ударных волн при разложении высокоэнергетических соединений // Лазерные, плазменные исследования и технологии - ЛАПЛАЗ-2021 : Сборник научных трудов VII Международной конференции. — 2021. — С. 442—443.
- A12. Горкунов С. В., Шаргатов В. А. 3D моделирование образования ударных волн и разгона металлических оболочек высокоэнергетическими соединениями // Волны и вихри в сложных средах : 11-ая международная конференция - школа молодых ученых. Сборник материалов школы. — 2020. — С. 62—64.
- A13. Горкунов С. В. Затухание ударной волны в канале с периодическими препятствиями // Лазерные, плазменные исследования и технологии - ЛАПЛАЗ-2020 : Сборник научных трудов VI Международной конференции. — 2020. — С. 388—389.
- A14. Шаргатов В. А., Горкунов С. В. Существование различных режимов течения в каналах с препятствиями // Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред : Сборник тезисов 9-й всероссийской научной конференции с международным участием им. И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского, посвященной 30-летию ИПРИМ РАН. — 2019. — С. 165—166.
- A15. Шаргатов В. А., Горкунов С. В. Два режима взаимодействия ударной волны с расположенными в канале препятствиями // V Международная конференция "Лазерные, плазменные исследования и технологии" ЛаПлаз-2019 : сборник научных трудов. — 2019. — С. 337—338.
- A16. Горкунов С. В., Шаргатов В. А. Структура ударной волны в канале с периодическими препятствиями. Численный расчет и аналитическое решение // Волны и вихри в сложных средах : Сборник материалов школы 8-ой международной научной школы молодых ученых. — 2017. — С. 39—42.
- A17. Shargatov V. A., Gubin S. A., Sumskoi S. I., Gorkunov S. V. A structure of a shock wave propagating through an array of solid obstacles. Analytical solution and numerical simulation // Problems of Mathematical Physics and Mathematical Modelling : Book of abstracts 6th International conference. — 2017. — P. 82—84.
- A18. Bogdanova Y. A., Gorkunov S. V. Global dynamics of phase transition evaporation interfaces in the form of traveling fronts in horizontally extended domains of porous layers // XVII International Scientific Conference and School of Young Scholars "Physical and Chemical Processes in Atomic Systems": Technical Program and Abstracts. — 2019. — С. 57.

- A19. *Шаргатов В. А., Богданова Ю. А., Горкунов С. В.* Исследование в слабонелинейном приближении критической эволюции конечных возмущений поверхности фазового перехода при испарении воды в пористых средах // Волны и вихри в сложных средах : 10-ая международная конференция - школа молодых ученых. Сборник материалов школы. — 2019. — С. 339—342.

Список литературы

1. *Паршиков А. Н.* Численный метод SPH, использующий соотношения распада разрывов, и его применение в механике деформируемых гетерогенных сред : Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук / Паршиков А. Н. — Москва, 2013. — С. 202.
2. *Ильичев А. Т., Шаргатов В. А.* Динамика фронтов испарения воды // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2013. — Т. 53, вып. 9. — С. 1531—1553.
3. Описание системы тестов для двумерных газодинамических методик и программ. Ч. 1. Требования к тестам. Тесты 1-7. / Ю. А. Бондаренко [и др.] // ВАНТ, сер. Мат. моделирование физ. процессов. — 1991. — Т. 2. — С. 3—9.
4. *Gongora-Orozco N., Zare-Behtash H., Kontis K.* Experimental Studies on Shock Wave Propagating Through Junction with Grooves // 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition. — Reston, Virginia : American Institute of Aeronautics, Astronautics, 01.2009.
5. *Ohrt A. P., Lee S. J.* Measured airblast environment from an explosive charge having a scored metal casing : tex. отч. / Air force research lab eglin afb fl munitions directorate. — 2006.

Горжунов Сергей Владимирович

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ
ТЕЧЕНИЙ С УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ В
ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук