На правах рукописи

Муратов Родион Владимирович

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ЛОКАЛИЗАЦИИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОМ НАГРУЖЕНИИ УПРУГО-ПЛАСТИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Специальность 1.2.2. Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2023

Работа выполнена в Национальном исследовательском ядерном университете «МИФИ»

Научный руководитель:	Заслуженный деятель науки РФ, доктор физико-математических наук, профессор Кудряшов Николай Алексеевич
Научный консультант:	кандидат физико-математических наук Рябов Павел Николаевич
Официальные оппоненты:	Порубов Алексей Викторович доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник ФГБУН «Институт проблем машиноведения Российской академии наук»
	Мамаев Иван Сергеевич доктор физико-математических наук, доцент, главный научный сотрудник ФГБОУ ВО «Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова»
	Кучугов Павел Александрович кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник «Института прикладной математики имени М. В. Келдыша Российской академии наук»

Защита состоится 22 марта 2023 года в 17:00 на заседании диссертационного совета МИФИ.1.02 в Национальном исследовательском ядерном университете «МИФИ» по адресу: 115409, г. Москва, Каширское шоссе, д. 31.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте https://ds.mephi.ru/ Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ».

Просим принять участие в работе совета или прислать отзыв в одном экземпляре, заверенный печатью организации.

Автореферат разослан «___» _____ 2023 г.

Учёный секретарь диссертационного
совета МИФИ.1.02, к. ф.-м. н. Гани Вахид Абдулович

Общая характеристика работы

Объектом исследования диссертационной работы является процесс локализации пластических деформаций в металлах при высокоскоростных сдвиговых деформациях.

Актуальность работы.

Понимание механизмов разрушения материалов, разработка способов предсказания и своевременного предотвращения данного процесса является одной из важных проблем современной науки. Наиболее актуальной данная проблема является для оборонной и атомной промышленностей, поскольку все используемые высокотехнологичные материалы должны удовлетворять высоким требованиям надежности, безопасности и долговечности при различных способах нагружения и эксплуатации.

Одним из часто встречающихся типов нагружения материалов в промышленности являются высокоскоростной сдвиг или пробой. Относительная скорость деформации при этом достигает высоких значений от 10^3 с$^{-1}$ до 10^5 с$^{-1}$. При таких типах нагрузки в качестве основного механизма разрушения материалов выступает процесс локализации пластических деформаций (Риттел [1], Шоки[2]).

В процессе сдвига деформации локализуются в узких полосах шириной порядка 10 мкм, в которых за короткое время температура достигает высоких значений, близких к температуре плавления. Поскольку в этом процессе энергия пластического течения переходит в тепло в условиях, близких к адиабатическим, данные области также называют полосами адиабатического сдвига (ПАС).

Процесс локализации деформации является существенно нелинейным. Открытыми остаются следующие вопросы: механизмы зарождения и формирования полос сдвига, зависимость процесса от начальных данных, построение оценок характерных параметров задачи, разработ-

[1]Rittel D. Adiabatic shear failure of a syntactic polymeric foam // Materials Letters. — 2005. — Vol. 59. — P. 1845–1848.

[2]Shockey D., Simons J., Brown C., Kobayashi T. Shear failure of inconel 718 under dynamic loads // Experimental mechanics. — 2007. — Vol. 47, no. 6. — P. 723–732.

ка эффективных вычислительных схем и другие.

Формирование полос адиабатического сдвига интенсивно исследуется с использованием экспериментальных методов. Среди экспериментальных работ можно отметить работу Марчанда[3], в которой проводилось динамическое нагружение тонкостенной трубки, помещенной в образец Кольски. В эксперименте на поверхность образца наносилась сетка, а три камеры помещались вокруг образца, обеспечивая одновременные фотографии сетки на поверхности. Также отметим работу Нестеренко[4], в которой авторы разработали методику по управляемому взрыву коаксиальных цилиндрических образцов. Авторам удалось достигнуть скорости пластической деформации образцов равной 10^4 c^{-1} и впервые обнаружить явление самоорганизации полос адиабатического сдвига. Оказалось, что множественные полосы сдвига ведут себя не хаотично, они взаимодействуют между собой и располагаются преимущественно на некотором характерном расстоянии друг от друга.

Помимо экспериментальных работ, явление локализации пластической деформации изучается и теоретически. В частности, в работах Райта[5] и Грейди[6] были предложены формулы для расчета расстояния между полосами сдвига, полученные аналитически на основе теории возмущений. Качественно другой подход использовался в работе Чжоу[7], в которой оценка расстояния между полосами сдвига строилась на основе теории анализа размерности.

Численное моделирование также играет важную роль в исследовании процессов локализации деформаций. Одним из прикладных аспектов является тестирование прочностных свойств металлов и спла-

[3]Marchand A., Duffy J. An experimental study of the formation process of adiabatic shear bands in a structural steel // Journal of Mechanic of Solids. — 1988. — Vol. 36. — P. 251–283.

[4]Nesterenko V. F., Meyers M. A., Wright T. W. Self-organization in the initiation of adiabatic shear bands // Acta Materialia. — 1998. — Vol. 46. — P. 327–340.

[5]Wright T. W., Ockendon H. A scaling law for the effect of inertia on the formation of adiabatic shear bands // International Journal of Plasticity. — 1996. — Vol. 12. — P. 927–934.

[6]Grady D. E., Kipp M. E. The growth of unstable thermoplastic shear with application to steady-wave shock compression in solids // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. — 1987. — Vol. 35. — P. 95–118.

[7]Zhou F., Wright T. W., Ramesh K. T. The formation of multiple adiabatic shear bands // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. — 2006. — Vol. 54. — P. 1376–1400.

вов, которое необходимо при разработке новых материалов. Поскольку формирование полос сдвига происходит при высоких скоростях деформации (относительная скорость деформации порядка 10^4 c^{-1}), проведение реальных экспериментов является трудоемким и дорогостоящим. Однако численное моделирование позволяет установить свойства новых материалов без проведения реальных экспериментов. К примеру, при использовании достаточно точных моделей пластичности серия численных экспериментов может позволить определить оптимальное соотношение сплавов в композитном материале и его структуру. Поэтому на ряду с аналитическими методами исследования процесса локализации пластической деформации часто используются численные подходы. Так, в работах Чжоу[8], Уолтера[9] и Райта[10] численно исследуются процессы формирования одиночной полосы локализованной деформации в термовязкоупрогих материалах, таких как сталь, медь, алюминий, титан и др.

Разнообразие моделей пластичности и их сложность приводят к необходимости разработки новых эффективных численных методов. В подавляющем большинстве работ для моделирования пластических деформаций используется подход Лагранжа и метод конечных элементов. Данный метод имеет свои сильные стороны: позволяет легко деформировать границу тела, а также реализовывать определяющие соотношения, которые учитывают историю нагружения образца. Однако при сильных деформациях и появлении трещин становится явным главный недостаток подхода, связанный с сильным искажением сетки. В связи с этим актуальной задачей становится разработка новых численных подходов, которые позволяли бы эффективно моделировать сложные пластические течения при больших деформациях.

Несмотря на большое число работ, по-прежнему мало исследований посвящено коллективному поведению полос адиабатического сдвига.

[8]Zhou F., Wright T. W., Ramesh K. T. The formation of multiple adiabatic shear bands // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. — 2006. — Vol. 54. — P. 1376–1400.

[9]Walter J. W. Numerical experiments on adiabatic shear band formation in one dimension // International Journal of Plasticity. — 1992. — Vol. 8. — P. 657–693.

[10]Wright T. W., Batra R. C. The initiation and growth of adiabatic shear bands // International Journal of Plasticity. — 1985. — Vol. 1. — P. 205–212.

В численных экспериментах чаще рассматривается возникновение и эволюция единичных полос сдвига. Также в работах мало внимания уделено композитным материалам, которые распространены в современной промышленности. Часть вопросов, связанных с коллективным поведением полос сдвига и с локализацией деформаций в композитах, закрывает данная диссертационная работа.

Целью диссертационной работы является получение основных характеристик материалов при возникновении в них ПАС под действием высокоскоростного нагружения (время до отказа материала, средняя температура, характерное расстояние между полосами). Поскольку данные характеристики могут зависеть от используемой модели пластичности, требуется также выяснить влияние математической модели на параметры процессов локализации.

На пути достижения поставленной цели основной задачей является разработка эффективных численных схем и их реализация в программном комплексе, который бы позволил проводить математическое моделирование процессов локализации деформации на высокопроизводительной вычислительной технике.

В диссертационной работе решены следующие задачи:

- Сформулированы математические модели для описания пластических деформаций в различных материалах, включая двумерную модель сдвига для однородных материалов, одномерную модель сдвига для композитных (неоднородных) материалов, одномерную модель сдвига для диполярных материалов;
- Разработаны эффективные численные схемы для моделирования задач с использованием любой из трех предложенных моделей;
- Реализован программный комплекс с возможностью параллельного счета масштабных задач на высокоскоростные сдвиговые деформации упруго-пластичных материалов;
- Выполнено тестирование предложенных численных схем на задачах, которые уже были рассмотрены другими авторами, верификация результатов моделирования;

- Определены основные характеристики процесса формирования полос адиабатического сдвига в композитах из стали и меди.

  В частности, определены области локализации при нагружении с различными скоростями сдвига;

- Установлены свойства полос сдвига, такие как характерное расстояние между полосами и их ширина при различных значениях параметра диполярности материала в расчетах с использованием градиентной теории пластичности;

- Определены свойства процесса локализации: характерное расстояние между полосами адиабатического сдвига и время локализации при проведении двумерных расчетов в стали, алюминии и обедненном уране.

Методы исследования. Основным методом исследования в работе является численный эксперимент. Следует отметить, что все численные схемы для решения уравнений в частных производных, используемые в работе, были разработаны и реализованы непосредственно автором.

Проведение масштабных экспериментов и статистических исследований невозможно без эффективной реализации алгоритмов. Программный комплекс для моделирования процессов локализации деформаций реализован на языке C++. В программном комплексе используется гибридная схема параллельности: с общей памятью и с распределенной (MPI), что позволяет проводить точные двумерные расчеты с сеточным разрешением до микрометров за приемлемое время.

Научная новизна работы. В ходе выполнения работы были получены следующие новые результаты:

- Сформулированы модели деформации упруго-пластичной среды, которые включают нелинейные эффекты температурного размягчения и деформационного упрочнения материала;

- Для предложенных моделей деформации разработаны численные схемы на основе конечно-объемного подхода;

- Проведено математическое моделирование формирования ПАС в композитах из стали и меди, установлены области локализации деформации при различных скоростях нагружения;
- В статистическом исследовании, которое включает сотни численных экспериментов, установлены шаблоны формирования множественных полос сдвига в диполярных материалах;
- В двумерных расчетах вычислены такие характеристики ПАС, как время локализации и характерное расстояние между ПАС для сплавов из стали, алюминия и обедненного урана.

Практическая значимость работы состоит в следующем:

- Численные методы, разработанные в рамках диссертационной работы, показали свою эффективность. Полученные численные схемы могут быть легко реализованы и применены не только для исследования узкоспециальной задачи по изучению феномена локализации деформаций, но и в более общем случае для моделирования деформации упруго-пластичных материалов с различными законами пластической текучести под воздействием различных типов нагружения.
- Реализованный комплекс программ позволяет проводить моделирование формирования полос адиабатического сдвига в различных материалах и получать значения таких важных параметров процесса как среднее расстояние между полосами сдвига и время локализации деформаций, а также выделять области материала, наиболее подверженные образованию полос.
- Характерное расстояние между полосами и время локализации деформаций может быть использовано для установления ограничений в технологических процессах обработки и эксплуатации материалов. Так, если известно характерное расстояние между полосами сдвига, то это позволяет оценить максимальную скорость деформации, при которой обработка образца известного размера не приведет к разрушению материала.

- Знание момента локализации деформаций для различных материалов позволяет оценить максимальное время воздействия сдвиговой деформации в технологических процессах, при котором материал не будет обладать такими дефектами, как локализованные деформации (что вызывает повышенную хрупкость).

На защиту выносятся следующие положения:

- Разработанные методы и вычислительные алгоритмы для моделирования высокоскоростных сдвиговых деформаций упругопластичных материалов с учетом процессов деформационного упрочнения и термического размягчения в одномерном и двумерном случае.
- Программный комплекс для проведения математического моделирования высокоскоростных сдвиговых деформаций упругопластичных материалов в одномерном и двумерном случае. В программном комплексе предусмотрена возможность проведения параллельных вычислений на суперкомпьютере.
- Результаты математического моделирования процессов самоорганизации полос адиабатического сдвига в медном и стальном образцах, подвергаемых высокоскоростному нагружению в одномерной и двумерной постановке. Показано, что наличие геометрических дефектов в данных материалах приводит к формированию множественных полос адиабатического сдвига. При этом характерное расстояние между полосами сдвига не зависит от пространственной размерности задачи.
- Методика оценки характерного расстояния между полосами адиабатического сдвига в упруго-пластичных материалах, подвергаемых восокоскоростному нагружению. Показано, что данное расстояние уменьшается при увеличении скорости сдвига.
- Результаты математического моделирования процессов локализации пластической деформации в композитном материале. В

композитном материале из стали и меди локализация происходит в менее прочном материале (меди). Область локализации деформации в медной части зависит от скорости сдвига: глубина локализации ПАС уменьшается с увеличением скорости сдвига.

- Результаты численного моделирования процессов формирования полос адиабатического сдвига в диполярных материалах. В серии численных экспериментов с формированием множественных полос адиабатического сдвига показано, что полосы располагаются в образце на расстояниях, кратных некоторому характерному значению L_{ch}, вычисленного для конкретного материала (около 1.0 мм для стали и 0.7 мм для меди).

Обоснованность и достоверность результатов работы подтверждается согласованием полученных результатов с экспериментально установленными закономерностями и результатами других авторов. Тестированию программного комплекса посвящена одна из глав диссертационной работы.

Апробация работы. Основные результаты и положения диссертации докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях и семинарах:

- 6th International Conference «The Problems of Mathematical Physics and Mathematical Modeling», Moscow, Russia, 2017.
- The International Conference «Mathematical Modeling and Computational Physics», Dubna, Russia, 2017.
- 7th International Conference «The Problems of Mathematical Physics and Mathematical Modeling», Moscow, Russia, 2018.
- Международная конференция по дифференциальным уравнениям и динамическим системам, Суздаль, Россия, 2018.
- V Международная конференция «Лазерные, плазменные исследования и технологии ЛаПлаз-2019», Москва, Россия. 2019.
- Advanced problems in Mechanics, Санкт-Петербург, Россия, 2019.

- XII Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Уфа, 19–24 августа 2019.
- VI Международная конференция «Лазерные, плазменные исследования и технологии ЛаПлаз-2020», Москва, Россия, 2020.
- 18th International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics, Rhodes, Greece, 2020.
- VII Международная конференция «Лазерные, плазменные исследования и технологии ЛаПлаз-2021», Москва, Россия, 2021.
- International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics, Rhodes, Greece, 2021.

Результаты диссертационного исследования *в полной мере изложены в 12 научных работах*, в том числе 9 в изданиях, включенных в международные библиографические и реферативные базы данных, и 3 в изданиях, из перечня, сформированного Министерством науки и высшего образования Российской Федерации:

1. Кудряшов Н. А., Муратов Р. В., Рябов П. Н. Исследование влияния начального температурного нагрева на процессы формирования полос адиабатического сдвига в композитах // Вестник Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». — 2016. — Т. 5(6). — С. 539–549. (ВАК)
2. Кудряшов Н. А., Муратов Р. В., Рябов П. Н. Численное моделирование процессов формирования полос адиабатического сдвига в композитах // Моделирование и анализ информационных систем. — 2016. — Т. 23(3). — С. 298–308.
   — Перевод: N. A. Kudryashov, R. V. Muratov, P. N. Ryabov. Numerical Simulation of Adiabatic Shear-Band Formation in Composites // Automatic Control and Computer Sciences. — 2017. — Vol. 51, no. 7. — P. 614–620. (Scopus)
3. P. N. Ryabov, N. A. Kudryashov, R. V. Muratov. Adiabatic shear bands localization in materials undergoing deformations // Journal of Physics: Conference Series. — 2017. — Vol. 788. (Scopus)

4. P. N. Ryabov, N. A. Kudryashov, R. V. Muratov. A Numerical Simulation of Adiabatic Shear-Bands Formation in Hollow Cylinder // Journal of Physics: Conference Series. – 2017. – Vol. 937. (Scopus)

5. Кудряшов Н. А., Муратов Р. В., Рябов П. Н. Моделирование процессов локализации пластической деформации в материалах при сдвиговых нагрузках // Вестник Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». — 2018. — Т. 7(3). — С. 267–276. (ВАК)

6. N. A. Kudryashov, R. V. Muratov, P. N. Ryabov. The collective behavior of shear strain localization in dipolar materials // Applied Mathematics and Computation. — 2018. — Vol. 338. — P. 164–174. (Scopus, Q1)

7. N. A. Kudryashov, R. V. Muratov, P. N. Ryabov. Statistical features of plastic flow localization in materials // Journal of Physics: Conference Series. — 2019. — Vol. 1205. (Scopus)

8. Кудряшов Н. А., Муратов Р. В., Рябов П. Н. Применение методики динамической адаптации сетки при исследовании процессов формирования полос локализованной деформации // Вестник Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». — 2019. — Т. 8(4). — С. 361–369. (ВАК)

9. N. A. Kudryashov, R. V. Muratov, P. N. Ryabov. On collective behaviour of shear bands in dipolar HY-100 steel and OFHC copper // AIP Conference Proceedings. — 2019. — Vol. 2116. (Scopus)

10. R. V. Muratov, N. A. Kudryashov, P. N. Ryabov. Numerical simulation of adiabatic shear bands formation processes on two-dimensional eulerian meshes // Journal of Physics: Conference Series. — 2020. — Vol. 1686. (Scopus)

11. R. V. Muratov, N. A. Kudryashov, P. N. Ryabov. A finite volume method for numerical simulations of adiabatic shear bands formation // Communication in Nonlinear Science and Numerical Simulation. — 2021. — Vol. 101. (Scopus, Q1)

12. N. A. Kudryashov, P. N. Ryabov, R. V. Muratov. Localization of plastic flow in one-dimensional and two-dimensional problems // Journal of Physics: Conference Series. — 2021. — Vol. 2036. (Scopus)

Получены два свидетельства о регистрации результатов интеллектуальной деятельности на разработанные программные коды:

1. Кудряшов Н.А., Муратов Р.В., Рябов П.Н. Программа для численного моделирования процессов самоорганизации полос адиабатического сдвига в материалах. — Программа для ЭВМ — № 2016617882 от 15 июля 2016 — дата приоритета 23 мая 2016 .
2. Кудряшов Н.А., Муратов Р.В., Рябов П.Н. Программа для численного моделирования процессов формирования полос локализованной деформации в материалах. — Программа для ЭВМ — № 2018616134 от 23 мая 2018 — дата приоритета 3 апреля 2018.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из ведения, шести глав, заключения и списка литературы. Работа изложена на 129 страницах машинописного текста, содержит 83 рисунка, 4 таблицы и список литературы из 105 наименований.

Краткое содержание работы

Во введении обсуждается актуальность темы исследования, приводится общая характеристика диссертационной работы, а также ее структура, дается краткий обзор литературы по тематике работы.

В первой главе диссертационной работы сформулированы три математические модели, которые описывают процесс высокоскоростной сдвиговой деформации пластины из упруго-пластичного материала.

Вариант постановки двумерной задачи представлен на рисунке 1. На изображении слева показан исходный вид образца, а на изображении справа — результат деформации образца с формированием множественных полос адиабатического сдвига. Для одномерных моделей

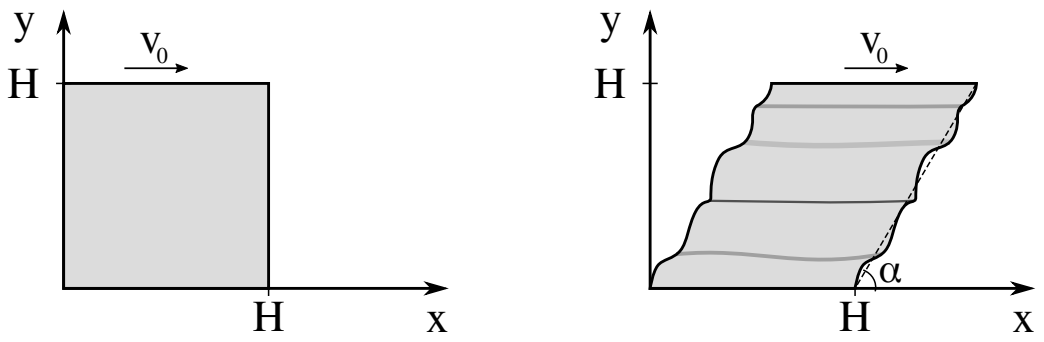

Рис. 1. Двумерная постановка задачи.

сдвига образец имеет вид бесконечной (вдоль оси x) пластины, в которой параметры зависят только от координаты y. Для двумерных моделей используются периодические граничные условия вдоль оси x.

Первая математическая модель является одномерной и подходит для описания простой сдвиговой деформации бесконечной пластины из композитного материала. Композит имеет слоистую структуру, при этом слои из различных сплавов располагаются вдоль оси сдвига.

Вторая математическая модель также является одномерной, но использует более сложную модель пластичности, на основе градиентной теории пластичности Грина. Модель содержит несколько новых зависимых переменных и дополнительный параметр материала l. Параметр l имеет размерность длины, при значении $l = 0$ градиентная модель пластичности переходит в классическую. Материалы, для которых используется градиентная модель пластичности ($l > 0$), в дальнейшем называются диполярными, в противовес им материалы с $l = 0$ называются неполярными.

Третья математическая модель описывает двумерные деформации упруго-пластичного материала. Двумерная модель деформаций существенно расширяет одномерную: количество зависимых переменных возрастает с четырех до одиннадцати. В двумерном случае становится возможным сжатие и растяжение материала.

Все три математические модели имеют общую структуру и основаны на гипоупругой модели пластичности. Все модели в основе имеют гиперболическую систему уравнений и включают сильную нелиней-

ность, связанную с законом пластической текучести. Для трехмерных задач система уравнений имеет следующий вид:

$$\text{Закон сохранения массы:} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0; \tag{1}$$

$$\text{Закон сохранения импульса:} \quad \frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \operatorname{div}(\rho \vec{v} \times \vec{v} - \boldsymbol{\sigma}) = 0; \tag{2}$$

$$\text{Закон сохранения энергии:} \quad \frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \operatorname{div}(\rho E \vec{v} - \boldsymbol{\sigma} \vec{v}) = 0; \tag{3}$$

$$\text{Закон Гука:} \quad \overset{\circ}{\boldsymbol{s}} = 2\mu(\dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p); \tag{4}$$

$$\text{Уравнения состояния:} \quad E = C_v T + \frac{\vec{v}^2}{2}, \quad p = p(\rho); \tag{5}$$

$$\text{Определяющие соотношения:} \quad \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = \frac{3\boldsymbol{s}}{2\overline{\sigma}} \sigma_Y^{-1}(\overline{\sigma}, T). \tag{6}$$

Здесь используются следующие обозначения: ρ — плотность, $\vec{v}$ — скорость, p — давление, T — температура, $\boldsymbol{s}$ — девиатор напряжений, $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p$ — девиатор скоростей пластической деформации, $\overline{\sigma}$ — эквивалентное/эффективное напряжение. Закон пластической текучести описывается нелинейной функцией $\sigma_Y^{-1}(\overline{\sigma}, T)$.

Во второй главе для каждой из трех математических моделей предлагается схема для численного моделирования. Для аппроксимации одномерных (по координате) моделей используется метод конечных разностей, при рассмотрении двумерной модели численная аппроксимация строится на основе конечно-объемного подхода. При построении всех схем использовались следующие общие принципы:

- Интегрирование с первым порядком по времени и пространству;
- Явная схема типа Куранта—Изаксона—Риса для аппроксимации гиперболической части уравнений;
- Неявная схема для аппроксимации нелинейной пластической части уравнений.

В третьей главе проводится верификация программного комплекса, всех моделей и предложенных численных схем. Изложены результаты моделирования шести тестовых задач, которые рассматривались

другими авторами, и которые демонстрируют различные аспекты работы программного комплекса. В частности, в главе рассмотрены одномерные и двумерные задачи, задачи с использованием градиентных моделей пластичности, задачи включающие деформационное упрочнение материала и не включающие, задачи с формированием единичных ПАС и задачи на коллективное поведение ПАС.

Четвертая глава сосредоточена на исследовании процессов формирования полос адиабатического сдвига в композитных материалах. Подробно исследуется формирование ПАС в композитном материале из стали и меди при различных скоростях сдвига.

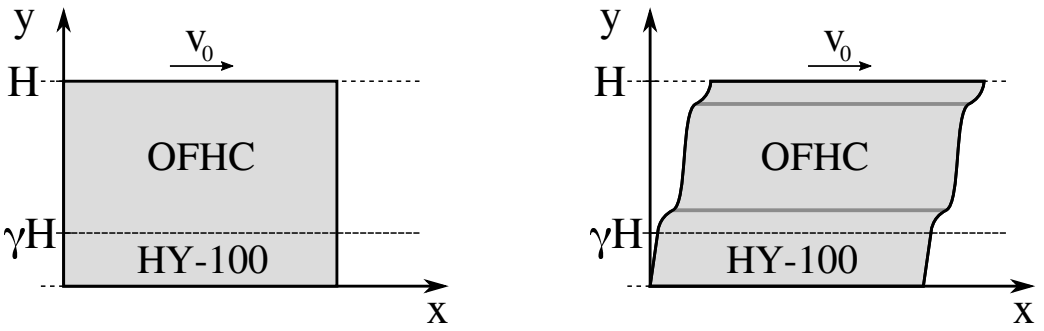

Рис. 2. Сдвиговая деформация композитного образца.

Геометрия задачи приведена на рисунке 2. Нижняя часть бесконечной пластины состоит из стали HY-100, а верхняя — из меди OFHC. Нижняя (стальная) поверхность пластины зафиксирована, а верхняя (медная) сдвигается с постоянной высокой скоростью, в начальный момент времени скорость в пластине распределена линейно.

Неоднородность в области стыковки двух материалов инициирует колебания внутри пластины и возникновение сдвиговых волн, взаимодействие которых в результате и приводит к формированию полос адиабатического сдвига.

В данной главе демонстрируются результаты большого количества численных экспериментов с варьированием толщины пластины (от 4 до 14 миллиметров), различным соотношением материалов в образце (толщина медной части от 2 до 12 мм), а также при разных значениях скорости деформации $\dot{\varepsilon}_0$ от 10^3 с$^{-1}$ до 10^5 с$^{-1}$. На рисунке 3 показано

характерное распределение температуры в образце в момент формирования ПАС. Из рисунка видно, что стальная часть пластины нагревается незначительно по сравнению с медной. Это обусловлено тем, что медь является менее прочным материалом, и практически вся деформация локализуется в ней. Также в медной части можно выделить два температурных пика, которые свидетельствуют о наличии ПАС в данных областях. Данные области располагаются симметрично относительно границ медной части. Аналогичное расположение областей локализации деформации наблюдается во всех расчетах, различается только глубина ξ области локализации внутри медной части.

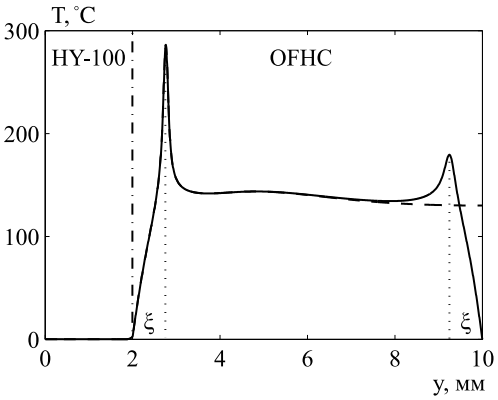

Рис. 3. Области локализации ПАС.

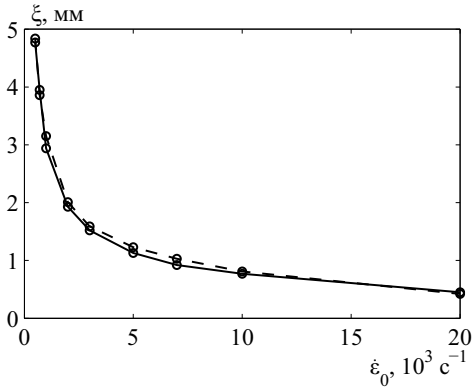

Рис. 4. Глубина локализации ПАС.

Глубина локализации деформаций ξ зависит только от относительной скорости сдвига $\dot{\varepsilon}_0$, данная зависимость приведена на рисунке 4. Из графика следует, что данные величины обратно пропорциональны: чем больше скорость сдвига, тем ближе к границам медной области локализуются деформации. Данный факт легко объясним: время локализации деформации уменьшается при увеличении скорости сдвига, поэтому при высокой скорости сдвига возмущения не успевают проникнуть глубоко внутрь материала и локализация происходит ближе к границам.

Пятая глава посвящена исследованию формирования множественных ПАС в диполярных материалах, то есть материалах, которые описываются с использованием градиентной теории пластичности. При использовании градиентной теории пластичности в систему уравнений

вводится дополнительный параметр диполярности l, который имеет размерность длины и величину порядка нескольких микрометров.

В данной главе на основе статистического анализа определяется характерное расстояние между полосами сдвига, а также характерная ширина полос. Результаты градиентной теории пластичности сравниваются с классической теорией.

На рисунке 5 показаны графики плотности вероятности для расстояний L между ПАС в медном и стальном образцах по результатам тысяч численных экспериментов. На графиках отчетливо видно наличие нескольких мод у распределений. К примеру, для стального образца с параметром диполярности $l = 10$ мкм (рис. 5б) характерные расстояния между полосами составляют 1, 2, 3 и 4 мм.

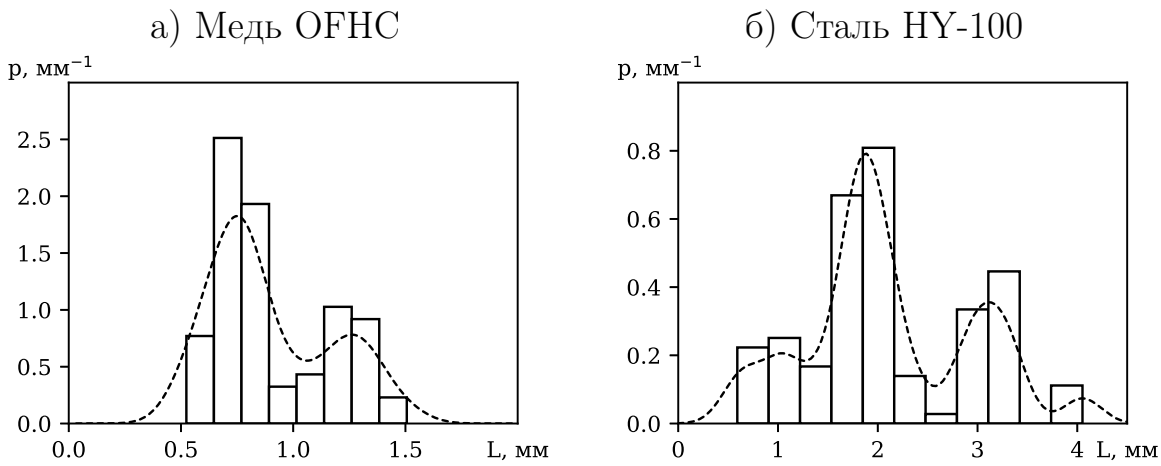

Рис. 5. Распределение расстояний между ПАС в образцах из различных металлов.

Результаты экспериментов позволяют выдвинуть гипотезу, что характерные расстояния L_{ch} между ПАС кратны некоторому периоду $L_{ch} = kL_p$. В таком случае, если первая мода равна L_p, вторая $2L_p$ и так далее, тогда период можно оценить по формуле

$$L_p = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{L_{ch,k}}{k}, \tag{7}$$

где n — количество наблюдаемых мод распределения L, а $L_{ch,k}$ — значение k-ой моды.

Результаты всех экспериментов собраны в таблице 1. По резуль-

Материал	l, мкм	L_{ch}, мм	L_p, мм
OFHC	0	0.77	0.68
	5	0.59	
	10	0.75, 1.26	
HY-100	0	1.10	1.03
	5	1.03, 1.83	
	10	1.05, 1.89, 3.10, 4.04	

Таблица 1. Параметры ПАС для двух материалов.

татам исследования установлено, что характерное расстояние между ПАС в меди кратно 0.68 мм, а в стали — 1.03 мм.

В шестой главе рассматривается формирование множественных полос адиабатического сдвига в двумерных задачах. Моделируется сдвиговая деформация квадратного блока $H \times H$ (двумерная задача), а также бесконечной пластины с толщиной $H = 10$ мм (одномерная задача). Моделирование проводится для трех материалов: сплава из обедненного урана DU-0.75Ti, сплава из алюминия Al 7036 и высокопрочной стали HY-100.

Двумерная задача имеет следующую постановку. Рассматривается сдвиговая деформация квадратного блока со стороной $H = 10$ мм, нижняя поверхность блока зафиксирована, а верхняя сдвигается с постоянной скоростью $v_0 = \dot{\varepsilon}_0 H$, где $\dot{\varepsilon}_0$ — номинальная скорость сдвига. В начальный момент времени скорость в блоке распределена линейно, а напряжение задается случайным образом, как равномерно распределенная величина, отклоняющаяся на 1% от характерного напряжения для заданного материала.

Начальная неоднородность напряжения внутри материала моделирует микроскопические дефекты материала, в ходе расчета неоднородность напряжения приводит к формированию множественных полос адиабатического сдвига внутри блока. Наиболее интересными являются следующие характеристики процесса: характерное расстояние между полосами адиабатического сдвига и номинальная деформация $\varepsilon_{\text{loc}} = \dot{\varepsilon}_0 \cdot t_{\text{loc}}$, при которой происходит локализация деформаций.

На рисунке 6 показаны результаты численного моделирования дву-

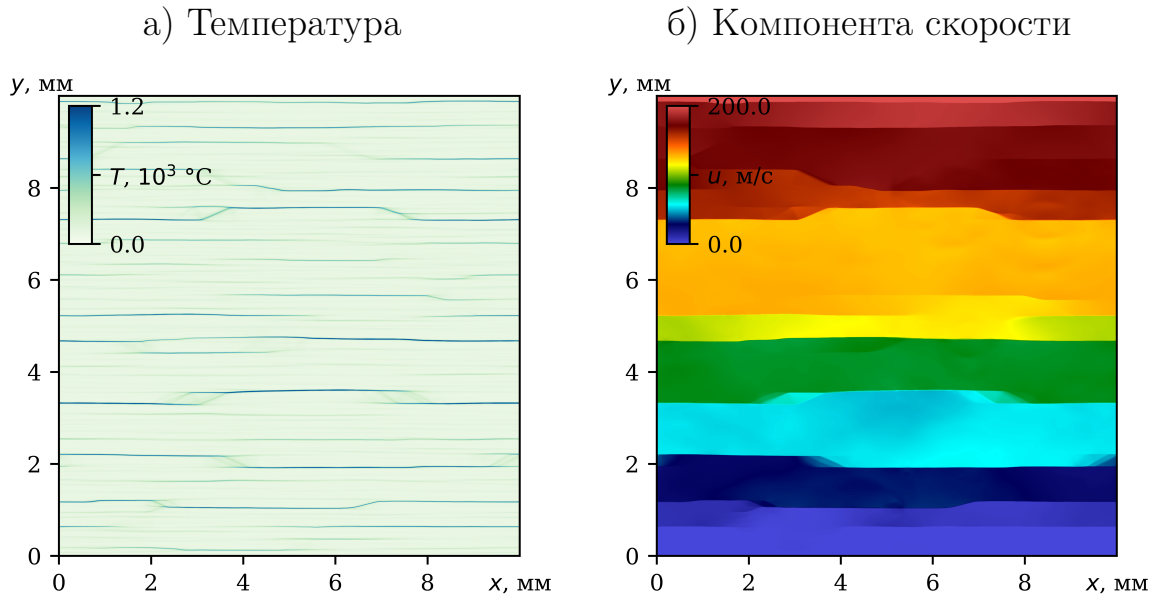

Рис. 6. Распределение параметров в сечении образца из обедненного урана.

мерной задачи для образца из обедненного урана при скорости сдвига $\dot{\varepsilon}_0 = 10^4$ с$^{-1}$ (грань сдвигается со скоростью 100 м/с). Момент времени, изображенный на рисунке, соответствует номинальной деформации $\varepsilon_{\text{ном}} = \dot{\varepsilon}_0 \cdot t = 0.2$. В этот момент верхняя грань образца сместилась на $\varepsilon_{\text{ном}} \cdot H = 2$ мм.

На рисунке 6а) показана температура в сечении образца. Узкие области с высокой температурой, близкой к температуре плавления урана (1200 °C), представляют собой полосы адиабатического сдвига. На рисунке 6б) показано распределение сдвиговой компоненты скорости. На графике отчетливо видны области, в которых скорость испытывает скачок, они же совпадают с областями локализации деформации.

Численное моделирование проводилось в одномерной и двумерной постановках для трех материалов и для скоростей деформации $\dot{\varepsilon}_0 = 10^4,\ 2 \cdot 10^4,\ 4 \cdot 10^4,\ 6 \cdot 10^4,\ 8 \cdot 10^4,\ 10^5$ с$^{-1}$, суммарно 36 расчетов. Для каждого расчета были получены характеристики процесса локализации деформаций: среднее расстояние между полосами сдвига и время локализации. Результаты для сплавов урана и алюминия представлены на рисунках 7 и 8. Аналогичные зависимости были получены для высокопрочной стали.

Характерное расстояние между полосами адиабатического сдвига

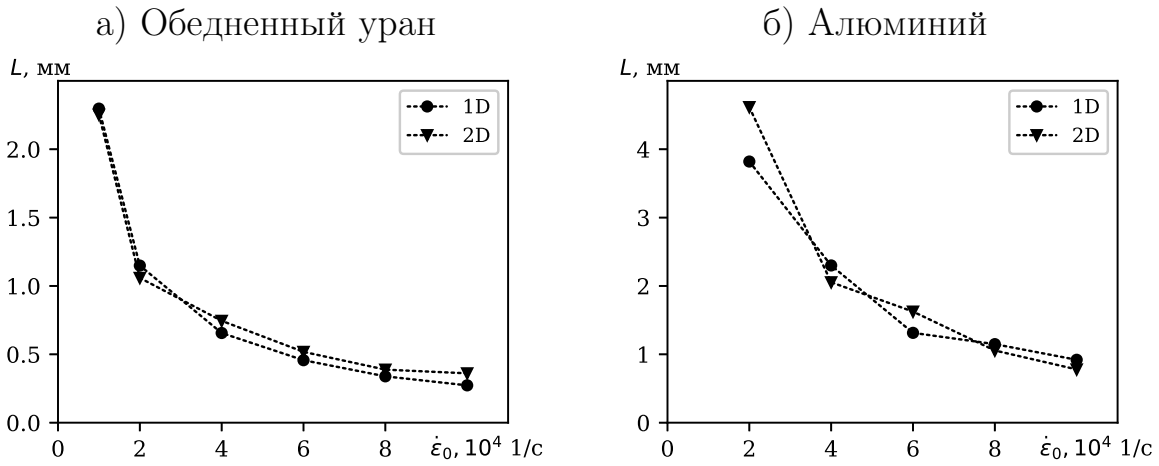

Рис. 7. Расстояние между ПАС при различных скоростях деформации.

(рис. 7) обратно пропорционально номинальной скорости деформации. При этом важно отметить, что среднее расстояние между ПАС совпадает для одномерных и двумерных задач.

Номинальная деформация, при которой происходит формирование полос адиабатического сдвига, увеличивается при увеличении номинальной скорости сдвига (рис. 8). При этом зависимость является строго линейной. Пунктиром на графиках показана линейная аппроксимация зависимости с использованием метода наименьших квадратов. Также важно отметить, что время локализации в двумерных задачах существенно больше, чем в одномерных, вероятно, это связано с большей диссипацией энергии при увеличении размерности задачи.

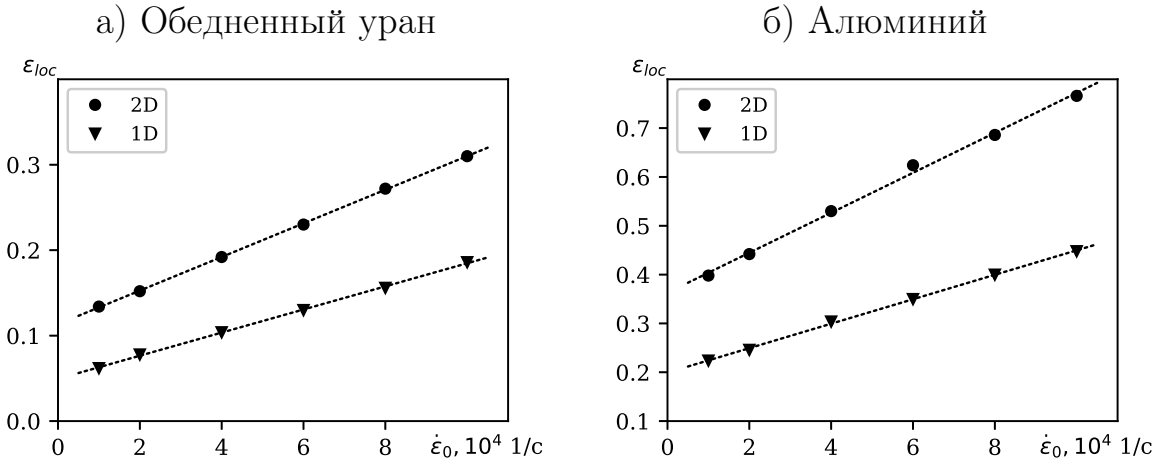

Рис. 8. Время локализации ПАС при различных скоростях деформации.

Заключение

Основной задачей, решенной в рамках работы, стала разработка численных схем и реализация программного комплекса для численного моделирования процессов локализации деформации при высокоскоростной сдвиговой нагрузке упруго-пластичных материалов. Данный программный код был протестирован на большом числе задач, которые рассматривались ранее другими авторами, и продемонстрировал свою эффективность. С использованием программного комплекса были исследованы условия локализации деформации в различных материала и установлены следующие закономерности:

- В композитных материалах (сталь + медь) формирование ПАС происходит в менее прочной (медной) части образца. При этом область локализации зависит от скорости деформации: глубина локализации ПАС уменьшается при увеличении скорости нагружения.
- Установлено, что наличие геометрических дефектов в материале приводит к формированию множественных полос адиабатического сдвига.
- Показано, что полосы адиабатического сдвига взаимодействуют друг с другом и формируются на расстояниях, кратных некоторому значению L_{ch}. При этом характерное расстояние между полосами не зависит от пространственной размерности задачи.
- Установлено, что характерное расстояние между ПАС уменьшается при увеличении скорости сдвига. По результатам множества экспериментов были определены характерные расстояния между ПАС в таких материалах как медь, сталь, алюминий и уран при различных скоростях деформации.
- Показано, что номинальная деформация, при которой происходит локализация деформации, линейно увеличивается с увеличением номинальной скорости деформации $\dot{\varepsilon}_0$.