На правах рукописи

Нелюбин Андрей Павлович

Разработка методов анализа многокритериальных задач с использованием информации о важности критериев

Специальность 05.13.18 –

Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Автор:

Москва – 2019

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте машиноведения им. А.А.Благонравова РАН
и Национальном исследовательском ядерном университете «МИФИ».

Научный руководитель: доктор технических наук,
профессор Подиновский Владислав Владимирович,
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики».

Научный консультант: доктор физико-математических наук,
профессор Мисюрин Сергей Юрьевич,
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ».

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Чеботарев Павел Юрьевич,
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской Академии Наук.

доктор физико-математических наук,
профессор Лотов Александр Владимирович,
Федеральный исследовательский центр "Информатика и управление" Российской Академии Наук.

доктор физико-математических наук,
профессор Полянский Иван Сергеевич,
Федеральное государственное казенное военное образовательное учреждение высшего образования Академии Федеральной службы охраны Российской Федерации

Защита состоится 25.12.2019 на заседании диссертационного совета МИФИ.05.02 при Национальном исследовательском ядерном университете «МИФИ» по адресу: 115409, г. Москва, Каширское шоссе, 31.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке НИЯУ «МИФИ», а также по ссылке https://ds.mephi.ru/shared/dissertations.

Автореферат разослан «_ _ » 2019 года.

Отзывы и замечания по автореферату в двух экземплярах, заверенные печатью, просьба высылать по вышеуказанному адресу на имя ученого секретаря диссертационного совета.

Ученый секретарь диссертационного совета,
д.ф.-м. н., профессор Леонов А.С.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Большинство сложных и ответственных задач принятия решений являются многокритериальными. Проблема многокритериального выбора среди множества альтернатив (вариантов решений) состоит в том, что лучшие из них по одним критериям, как правило, оказываются хуже по другим. Задание только набора критериев позволяет выделить лишь множество недоминируемых по Парето альтернатив. Для окончательного выбора лучшей альтернативы необходимо привлекать дополнительную информацию о предпочтениях лица, принимающего решение (ЛПР).

Существует несколько подходов к решению этой задачи, включающих в себя способы извлечения и обработки сведений о предпочтениях ЛПР, вычисление и обоснование рекомендаций по выбору наилучших альтернатив. Распространенным является использование агрегированного, обобщенного критерия – взвешенной свертки (линейной, мультипликативной, минимаксной) частных критериев. При этом строится функция ценности, позволяющая сравнить любые две альтернативы по предпочтению. Однако процедура построения (выяснения) функции ценности довольно трудоемкая (Кини, Райфа (1981)) и часто выполняется с применением некорректных операций (Krantz et al. (1971)). Так, в (Подиновский, Подиновская (2011)) было показано, что метод анализа иерархий (Саати (1993)), использующий взвешенную сумму критериев, может привести к ошибочным результатам. Одним из принципиальных недостатков большинства методов, использующих взвешенную свертку критериев, является независимость процедур нормализации критериев и назначения их весов (коэффициентов важности), что в (Edwards, Barron (1994)) названо «интеллектуальной ошибкой». Существует еще ряд недостатков, среди которых можно выделить фиксированность весов на всем диапазоне значений критериев. Это может быть справедливо для простых модельных задач, но в реальных задачах это условие, как правило, не выполняется.

В начале решения многокритериальной задачи ЛПР, как правило, не имеет полного представления о возможных альтернативах и у него нет четко сформулированных приоритетов и предпочтений. Поэтому процесс решения таких задач целесообразно осуществлять итеративно, с применением специальных интерактивных процедур, позволяющих анализировать промежуточные результаты формальных вычислений.

Такие процедуры, позволяющие корректно использовать информацию о важности критериев, можно построить на основе теории важности критериев (ТВК) (Подиновский (2007)), которая опирается на строгие определения понятий относительной важности критериев и их коэффициентов важности. Ее методы предусматривают корректное получение и использование вначале качественной, и лишь затем, при необходимости, количественной информации о важности критериев и их шкале, причем в наиболее простой – интервальной форме. Таким образом, в ходе решения задачи ЛПР последовательно уточняет свои предпочтения, а формальные методы теории на основе этой информации сужают множество подходящих альтернатив (Подиновский (2008)). При этом совершаемые выводы и рекомендации могут быть обоснованы с применением специальных методов теории.

К началу работы автора над диссертацией в ТВК были разработаны решающие правила, позволяющие на множестве альтернатив построить бинарное отношение предпочтения на основе качественной или количественной (точечной или интервальной) информации об относительной важности критериев и о ценности градаций их шкалы. Исследованию и развитию этих решающих правил при различных типах входной информации и посвящена эта диссертационная работа. Помимо этого, в работу включены результаты по развитию методов обоснования решений и анализа чувствительности решений к изменению параметров предпочтений ЛПР.

Цель работы. Основной целью диссертационной работы является развитие методов теории важности критериев для использования в интерактивных процедурах принятия решений.

Для достижения цели работы были поставлены следующие задачи:

1) провести анализ существующих в ТВК методов сравнения альтернатив по предпочтительности при различной информации о предпочтениях;
2) улучшить имеющиеся и разработать новые методы сравнения альтернатив по предпочтительности при качественной информации о предпочтениях;
3) разработать точные и эффективные алгоритмы сравнения альтернатив по предпочтительности при интервальной информации о предпочтениях;
4) улучшить методы представления и обоснования результатов вычислений при сравнении альтернатив по предпочтительности;
5) разработать методы анализа чувствительности многокритериального выбора методами ТВК к изменению границ интервальных оценок степеней превосходства в важности одних критериев над другими.

Основные положения, выносимые на защиту:

1) Для задач с упорядоченными по важности критериями с порядковой шкалой:

1.1) Метод сравнения векторных оценок по предпочтительности, использующий матричное представление векторных оценок.

1.2) Модификация алгоритма построения объясняющей цепочки, гарантирующая минимальность длины получающейся цепочки.

2) Для задач с упорядоченными по важности критериями со шкалой первой порядковой метрики:

2.1) Метод сравнения векторных оценок по предпочтительности, использующий матричное представление векторных оценок.

2.2) Алгоритм построения объясняющей цепочки.

2.3) Аналитические методы, позволяющие сравнивать векторные оценки в предположении существования количественных коэффициентов важности.

2.4) Доказательство того, что предположение существования количественных коэффициентов важности (в отличие от случая порядковой шкалы) может расширить отношение предпочтения.

3) Для случая интервальной информации о важности критериев и/или градаций их шкалы:

3.1) Единый аналитический алгоритм сравнения альтернатив по предпочтительности.

3.2) Точный метод решения задачи билинейного программирования, заключающийся в особом переборе крайних точек.

4) Метод анализа чувствительности решения к изменению границ интервальных оценок степеней превосходства в важности одних критериев над другими.

5) Процедура решения многокритериальной задачи выбора лучших значений параметров механической системы автомобильной подвески.

Научная новизна. Решаемые автором задачи являются новыми в рамках ТВК, их постановка и обсуждение велась под научным руководством автора теории профессора В.В. Подиновского.

Получены новые более эффективные методы сравнения векторных оценок альтернатив по предпочтительности при различных типах информации о важности критериев и их шкале.

Разработаны новые алгоритмы построения объясняющих цепочек из векторных оценок, предназначенных для обоснования получаемых решений.

Предложен новый метод анализа чувствительности решения к изменению границ интервальной оценки степени превосходства одного критерия над другим.

Научная и практическая значимость работы. В целом вклад автора в развитие ТВК представляет как теоретический, так и практический интерес. Предложенные точные аналитические методы используются в компьютерной системе поддержки принятия решений DASS версии 2.4 вместо прежних приближенных и менее эффективных алгоритмов.

Помимо эффективности вычислений, аналитические методы сравнения альтернатив по предпочтительности более наглядны для представления результатов. Это позволяет ЛПР лучше понять, как работает сам метод, каким образом он обрабатывает входные данные для совершения выводов.

Предъявление объясняющих цепочек из промежуточных векторных оценок позволяет понять, на основе каких именно сообщений о предпочтениях ЛПР был сделан вывод о том, какая из сравниваемых альтернатив предпочтительнее. В связи с этим практическую значимость имеет построение объясняющих цепочек наименьшей длины.

Разработанные методы и программная система были использованы в диссертационной работе при решении прикладной задачи, связанной с проектированием сложного механизма автомобильной подвески. Результаты, полученные в ходе работы над этой прикладной задачей, сами по себе имеют научную ценность и практическую значимость в областях математического моделирования, численных методов и комплексов программ.

Личный вклад. Перечисленные результаты получены автором самостоятельно.

Достоверность результатов. Достоверность результатов, полученных в диссертации, обеспечивается строгостью доказательств и подтверждается результатами численного моделирования. На реализованный программный код численных методов моделирования кинематики механизма получено Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012661172 (см. приложение 2).

Апробация работы. Основные результаты работы представлены автором на 8 международных конференциях: 22-ая и 23-я Крымская осенняя математическая школа KROMSH (Украина, Крым, Ласпи, 2011 и 2012), XL и XLI Международная конференция «Информационные технологии в науке, образовании, телекоммуникации и бизнесе IT&SE» (Украина, Крым, Гурзуф, 2012 и 2013), XXIV Международная инновационно-ориентированная конференция молодых ученых и студентов (МИКМУС) (Россия, Москва, ИМАШ РАН, 2012), Международная конференция «Дискретная оптимизация и исследование операций DOOR» (Россия, Новосибирск, 2013), VII Московская международная конференция по исследованию операций ORM (Россия, Москва, 2013), 3-rd IFToMM Symposium on Mechanism Design for Robotics MEDER (Дания, Ольборг, 2015); и на 6 российских конференциях и научных семинарах: 52-я научная конференция МФТИ (Долгопрудный, 2009), XII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ (Москва, ИПУ РАН, 2014), Научный семинар на кафедре Математического обеспечения ЭВМ ННГУ им. Н.И. Лобачевского (Нижний Новгород, 2012), Научный семинар отдела Интеллектуальных систем ВЦ РАН (Москва, 2012), Заседание научно-технического совета Отдела «Механика машин и управление машинами» ИМАШ РАН (Москва, 2013), Научный семинар на кафедре высшей математики НИЯУ «МИФИ» (Москва, 2013).

Публикации. Всего по теме диссертации опубликовано 19 работ в научных журналах и сборниках трудов конференций, в том числе 8 в реферируемых журналах из перечня ВАК, из них 8 статей индексированы системами Scopus и Web of Science.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения, двух приложений и списка литературы. Диссертация содержит 138 машинописных страниц, 21 рисунок и 18 таблиц. В список литературы включено 64 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

В **первой главе** приводятся необходимые для дальнейшего изложения общие сведения из ТВК. Описывается базовая модель ситуации принятия решения $\boldsymbol{M} = < X, K, Z, R >$, где X – множество альтернатив; $K = (K_1, \ldots, K_m)$ – векторный критерий, состоящий из $m \geq 2$ частных однородных критериев с общей шкалой Z_0, имеющей $q \geq 2$ градаций; $Z = Z_0^m$ – область значений векторного критерия K, представляющая собой множество всех векторных оценок альтернатив; R – отношение нестрогого предпочтения ЛПР на множестве Z, порождающее отношения безразличия I и (строгого) предпочтения P: $yIz \Leftrightarrow yRz \wedge zRy$, $yPz \Leftrightarrow yRz \wedge \neg zRy$, где $y, z \in Z$.

Описываются различные типы информации о предпочтениях ЛПР и соответствующие им методы сравнения альтернатив по предпочтительности, известные на момент начала исследований, проводимых автором работы. Поставлены конкретные задачи исследований диссертационной работы.

Во **второй главе** предлагаются новые решающие правила, использующие информацию Ω об упорядочении критериев по важности. При этом номера равноважных критериев собраны в группы $M_1 = \{1, \ldots, i_1\}$, $M_2 = \{i_1 + 1, \ldots, i_2\}$, …, $M_\rho = \{i_{\rho-1} + 1, \ldots, i_\rho\}$, так что в группе M_1 находятся номера наиболее важных критериев, а критерии с номерами из группы M_ρ наименее важны. Номер группы критерия K_i обозначим через $\mu(i)$. Тогда $i \sim j$ (критерии K_i и K_j равноважны) $\Leftrightarrow \mu(i) = \mu(j)$, а $i \succ j$ (критерий K_i важнее критерия K_j) $\Leftrightarrow \mu(i) < \mu(j)$.

Для формулировки решающих правил строится специальная матрица $C(y, z)$ размерности $m \times (q - 1)$, зависящая от сравниваемых по предпочтительности векторных оценок y и z:

$$c_{ik}(y,z) = \begin{cases} 1, & \text{если } z_i \le k < y_i \\ -1, & \text{если } y_i \le k < z_i \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases} \qquad i = 1, \ldots, m; \quad k = 1, \ldots, q-1.$$

Для случая, когда общая шкала критериев Z_0 является порядковой, доказывается следующее утверждение.

Теорема 2.1. *Соотношение* $yR^{\Omega}z$ *справедливо тогда и только тогда, когда существует инъективное отображение* ξ_{yz} *множества отрицательных элементов матрицы* $C(y, z)$ *во множество её положительных элементов, которое каждому отрицательному элементу* $c_{jk}(y, z) = -1$ *ставит в соответствие положительный элемент* $c_{ik}(y, z) = 1$ *из того же столбца* k, *причем* $\mu(i) \le \mu(j)$. *При этом, если выполняются оба следующих условия:*

1) число положительных *и отрицательных элементов в матрице* $C(y, z)$ *одинаково;*

2) для всех соответствий *в отображении* ξ_{yz} *справедливо* $\mu(i) = \mu(j)$,
то $yI^{\Omega}z$, *а если хотя бы одно из этих условий не выполняется, то* $yP^{\Omega}z$.

Для шкалы критериев первой порядковой метрики ($\Delta\downarrow$) доказывается

Теорема 2.2. *Соотношение* $yR^{\Omega\&\Delta\downarrow}z$ *справедливо тогда и только тогда, когда существует инъективное отображение* η_{yz} *множества отрицательных элементов матрицы* $C(y, z)$ *во множество её положительных элементов, которое каждому отрицательному элементу* $c_{j\tau}(y, z) = -1$ *ставит в* *соответствие положительный элемент* $c_{it}(y, z) = 1$, *причем* $\mu(i) \rfloor \mu(j)$ *и* $t \rfloor \tau$. *При этом, если для отображения* η_{yz} *выполняются условия:*

1) число положительных *и отрицательных элементов в матрице C(y, z) одинаково;*

2) каждому *отрицательному элементу* $c_{j\tau}(y, z) = -1$ *соответствует положительный элемент из того же столбца* $c_{i\tau}(y, z) = 1$, *причем* $\mu(i) = \mu(j)$,
то $yI^{\Omega\&\Delta\downarrow}z$, *а* если *хотя бы одно из этих условий не выполняется, то* $yP^{\Omega\&\Delta\downarrow}z$.

Далее для этих же типов информации о предпочтениях ЛПР предлагаются новые алгоритмы построения объясняющих цепочек, позволяющих обосновать результаты сравнения альтернатив по предпочтительности. В случае порядковой шкалы критериев представленный в работе алгоритм является модификацией алгоритма из (Алексеев (1997)), обеспечивающей минимальность длины получающихся объясняющих цепочек. В случае шкалы критериев первой порядковой метрики подобный алгоритм ранее в литературе не встречался. Доказывается корректность работы алгоритмов и приводится пример построения объясняющей цепочки.

В **третьей главе** предлагаются новые аналитические решающие правила для упорядоченных по важности критериев (информация Ω) со шкалой первой порядковой метрики (информация $\Delta\downarrow$ или $\Delta\uparrow$), аналогичные по форме известному решающему правилу для порядковой шкалы критериев.

Для этого вводится в рассмотрение вектор (ординальных) коэффициентов важности критериев $\alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_m)$, множество $\mathrm{A}(\Omega)$ допустимых значений которого задается системой ограничений:

$$\alpha_1 = \ldots = \alpha_{i_1} > \alpha_{i_1+1} = \ldots = \alpha_{i_2} > \ldots > \alpha_{i_{\rho-1}+1} = \ldots = \alpha_{i_\rho} > 0, \quad \alpha_1 + \ldots + \alpha_m = 1.$$

Используя эти коэффициенты важности, для векторной оценки y вводятся следующие обозначения:

$$\alpha_{ik}(y) = \begin{cases} \alpha_i, & y_i > k, \\ 0, & y_i \rfloor k \end{cases} \quad i = 1, \ldots, m, \; k = 1, \ldots, q-1,$$

$$\alpha^{[1,k]\downarrow}(y) = (\alpha_{11}(y), \ldots, \alpha_{m1}(y), \ldots, \alpha_{1k}(y), \ldots, \alpha_{mk}(y)), \; k = 1, \ldots, q-1,$$

$$\alpha^{[k,\, q-1]\uparrow}(y) = (\alpha_{1k}(y), \ldots, \alpha_{mk}(y), \ldots, \alpha_{1(q-1)}(y), \ldots, \alpha_{m(q-1)}(y)), \; k = 1, \ldots, q-1.$$

Пусть $\psi^{(n)}(x)$ – вектор-функция, упорядочивающая компоненты n-мерного вектора x в порядке их невозрастания. Примем следующие обозначения: $\varphi \geqq \psi \Leftrightarrow \varphi_i \rceil \psi_i$, $i = 1, \ldots, n$; $\varphi \geq \psi \Leftrightarrow \varphi \geqq \psi,\ \varphi \neq \psi$; $\varphi > \psi \Leftrightarrow \varphi_i > \psi_i$, $i = 1, \ldots, n$.

Доказываются следующие утверждения.

Теорема 3.1. *Соотношение* $yR^{\mathrm{A}(\Omega)\&\Delta\downarrow}z$ *справедливо* тогда *и только тогда, когда выполняются векторные неравенства*

$$\psi^{(mk)}\left(\alpha^{[1,k]\downarrow}(y)\right) \geqq \psi^{(mk)}\left(\alpha^{[1,k]\downarrow}(z)\right),\ \ k = 1, \ldots, q-1.$$

При этом если *все нестрогие неравенства* $\geqq$ *выполняются как равенства, то верно* $yI^{\mathrm{A}(\Omega)\&\Delta\downarrow}z$, *а если хотя бы одно из* $\geqq$ *выполняется как* $\geq$, *то верно* $yP^{\mathrm{A}(\Omega)\&\Delta\downarrow}z$.

Теорема 3.2. Соотношение $yR^{\mathrm{A}(\Omega)\&\Delta\uparrow}z$ *справедливо тогда и только тогда, когда выполняются векторные неравенства*

$$\psi^{(m(q-k))}\left(\alpha^{[k,q-1]\uparrow}(y)\right) \geqq \psi^{(m(q-k))}\left(\alpha^{[k,q-1]\uparrow}(z)\right),\ \ k = 1, \ldots, q-1.$$

При этом *если все нестрогие неравенства* $\geqq$ *выполняются как равенства, то верно* $yI^{\mathrm{A}(\Omega)\&\Delta\uparrow}z$, *а если хотя бы одно из* $\geqq$ *выполняется как* $\geq$, *то верно* $yP^{\mathrm{A}(\Omega)\&\Delta\uparrow}z$.

Доказывается, что допущение о существовании ординальных коэффициентов важности критериев в случае порядковой шкалы критериев не влияет на результат сравнения альтернатив, а в случае шкалы первой порядковой метрики и при числе критериев $m \geq 4$ может расширить отношение предпочтения на множестве альтернатив.

Теорема 3.3. Справедливы равенства $R^{\Omega} = R^{\mathrm{A}(\Omega)}$, $I^{\Omega} = I^{\mathrm{A}(\Omega)}$, $P^{\Omega} = P^{\mathrm{A}(\Omega)}$.

Теорема 3.4. Включение $R^{\Omega\&\Delta\downarrow} \subseteq R^{\mathrm{A}(\Omega)\&\Delta\downarrow}$ может быть строгим при $m \geq 4$.

В **четвертой главе** выводятся решающие правила для случая, когда имеется количественная интервальная информация [V] о скорости роста предпочтений вдоль шкалы критериев:

$$1 \leq d_t \leq \frac{\delta(k_t)}{\delta(k_{t+1})} \leq u_t, \qquad t = 1, \ldots, q-2,$$

где $\delta(k) = v(k+1) - v(k)$, $k = 1, \ldots, q-1$, – приращения ценности при переходе между соседними градациями шкалы критериев.

Решающее правило для случая, когда критерии упорядочены по важности:

$$yR^{\mathrm{A}(\Omega)\&[\mathrm{V}]}z \ \ \Leftrightarrow\ \ \tau_{\mu}^{*} \geq 0,\ \ \mu = 1, \ldots, \rho,$$

где τ_{μ}^{*} – величины, последовательно рассчитываемые для каждого μ по рекуррентным формулам:

$$\tau_{\mu 1} = \begin{cases} d_1\lambda_{\mu 1}, & \lambda_{\mu 1} \geq 0 \\ u_1\lambda_{\mu 1}, & \lambda_{\mu 1} < 0 \end{cases};$$

$$\tau_{\mu t} = \begin{cases} d_t\left(\lambda_{\mu t} + \tau_{\mu(t-1)}\right), & \lambda_{\mu t} + \tau_{\mu(t-1)} \geq 0 \\ u_t\left(\lambda_{\mu t} + \tau_{\mu(t-1)}\right), & \lambda_{\mu t} + \tau_{\mu(t-1)} < 0 \end{cases}, \quad t = 2, \ldots, q-2;$$

$$\tau_{\mu}^{*} = \tau_{\mu(q-2)} + \lambda_{\mu(q-1)}.$$

Здесь введено обозначение $\lambda_{\mu t}(y,z) = \sum_{j=1}^{i_{\mu}} c_{jk_t}(y,z)$.

Решающее правило для случая, когда значения коэффициентов важности критериев α_i^* известны точно (информация Θ):

$$yR^{\Theta\&[\mathrm{V}]}z \iff \tau^* \rceil 0,$$

где τ^* последовательно рассчитывается по рекуррентным формулам:

$$\tau_1 = \begin{cases} d_1\sigma_1, & \sigma_1 \rceil 0 \\ u_1\sigma_1, & \sigma_1 < 0 \end{cases};$$

$$\tau_t = \begin{cases} d_t(\sigma_t + \tau_{t-1}), & \sigma_t + \tau_{t-1} \rceil 0 \\ u_t(\sigma_t + \tau_{t-1}), & \sigma_t + \tau_{t-1} < 0 \end{cases}, \quad t = 2, \ldots, q-2;$$

$$\tau^* = \tau_{q-2} + \sigma_{q-1}.$$

Здесь введено обозначение $\sigma_t(y,z) = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i^* c_{ik_t}(y,z)$.

Особый интерес представляет случай, когда информация Ξ о важности критериев также задается при помощи интервальных ограничений:

$$1) l_i) \frac{\alpha_i}{\alpha_{i+1}}) r_i, \qquad i = 1, ..., m-1.$$

При этом возникает необходимость решать задачу билинейного программирования:

$$yR^{\Xi\&[\mathrm{V}]}z \iff \min_{(\alpha,\delta)\in\bar{\mathrm{A}}(\Xi)\times\bar{\Delta}([\mathrm{V}])} \alpha^T C(y,z)\delta \rceil 0.$$

В работе обосновывается утверждение, что решение задачи минимизации рассматриваемой билинейной функции достигается в паре крайних точек двух множеств – выпуклых многомерных многогранников $\bar{\mathrm{A}}(\Xi)$ и $\bar{\Delta}([\mathrm{V}])$. Также выводятся формулы для этих крайних точек.

Лемма 4.1. Координаты крайних точек α^* множества $\bar{\mathrm{A}}(\Xi)$ определяются следующими формулами, причем каждое h_j равняется либо l_j, либо r_j.

$$\alpha_i = \frac{\pi_i(h)}{\pi_1(h) + \ldots + \pi_m(h)}, \quad i = 1, \ldots, m,$$

где

$$\pi_i(h) = \prod_{j=i}^{m-1} h_j, \quad i = 1, \ldots, m-1; \qquad \pi_m(h) = 1.$$

Лемма 4.2. Координаты крайних точек δ^* множества $\bar{\Delta}([\mathrm{V}])$ определяются следующими формулами, причем каждое g_s равняется либо d_s, либо u_s.

$$\delta(k_t) = \frac{\pi_t(\mathrm{g})}{\pi_1(\mathrm{g}) + \ldots + \pi_{q-1}(\mathrm{g})}, \quad t = 1, \ldots, q-1,$$

где

$$\pi_t(\mathrm{g}) = \prod_{s=t}^{q-2} \mathrm{g}_s, \quad t = 1, \ldots, q-2; \qquad \pi_{q-1}(\mathrm{g}) = 1.$$

Приводится числовой пример решения задачи.

В **пятой главе** предлагается метод для анализа чувствительности результатов сравнения альтернатив к изменению границ интервала (l_j; r_j) возможных значений степени превосходства в важности h_j критерия K_j над критерием K_{j+1}, для произвольного $j = 1, \ldots, m - 1$. Для этого решается обратная задача, то есть определяется, при каких значениях границ интервала $l_j^{yRz} \rangle h_j \rangle r_j^{yRz}$ векторная оценка y будет предпочтительнее векторной оценки z. А затем имеющиеся границы l_j и r_j сопоставляются с найденными, если они существуют.

В случае порядковой шкалы критериев решение поставленной задачи сводится к решению системы линейных неравенств относительно h_j:

$$a(h^*, k)h_j + b(h^*, k) \rceil 0 \quad \text{для всех } h^* \text{ и } k = 1, \ldots, q - 1,$$

где

$$a(h^*, k) = c_{1k}h_1^* \cdots h_{j-1}^* + \ldots + c_{jk},$$
$$b(h^*, k) = c_{(j+1)k} + \frac{c_{(j+2)k}}{h_{j+1}^*} + \ldots + \frac{c_{mk}}{h_{j+1}^* \cdots h_{m-1}^*}.$$

Здесь через $h^* = (h_1^*, \ldots, h_{j-1}^*, h_{j+1}^*, \ldots, h_{m-1}^*)$ обозначен набор параметров h_i, которые равны либо l_i, либо r_i.

В случае шкалы критериев первой порядковой метрики (информация $\Delta\downarrow$ или $\Delta\uparrow$) в формулах $a(h^*, k)$ и $b(h^*, k)$ следует заменить числа c_{jk} на $d_{ik}^{\downarrow}(y, z) = \sum_{t=1}^{k} c_{it}(y, z)$ или $d_{ik}^{\uparrow}(y, z) = \sum_{t=k}^{q-1} c_{it}(y, z)$, соответственно.

А в случае, когда приращения ценности градаций шкалы δ_k заданы точно (информация V), следует решать систему линейных неравенств

$$a(h^*)h_j + b(h^*) \rceil 0 \quad \text{для всех } h^*,$$

где

$$a(h^*) = e_1 h_1^* \cdots h_{j-1}^* + \ldots + e_j, \qquad b(h^*) = e_{j+1} + \frac{e_{j+2}}{h_{j+1}^*} + \ldots + \frac{e_m}{h_{j+1}^* \cdots h_{m-1}^*}.$$

Здесь введено обозначение $e_i(y, z) = \sum_{k=1}^{q-1} c_{ik}(y, z)\delta_k$.

Работа метода демонстрируется на примере сравнения векторных оценок.

В **шестой главе** описывается пример практического применения разработанных методов и алгоритмов. Осуществляется выбор геометрических параметров 5-звенной подвески автомобиля с учетом нескольких критериев качества. Для этого производится численное моделирование кинематики подвески. Затем эта модель интегрируется с программным комплексом, предназначенным для поиска оптимальных параметров в заданном диапазоне. Полученные в результате такого поиска Парето-оптимальные альтернативы далее анализируются с помощью методов ТВК в системе DASS. Это позволяет выделить из сотен альтернатив всего четыре, наилучшим образом соответствующие указанным предпочтениям.

В **приложении 1** приводится история создания версий системы DASS с указанием, что было реализовано автором диссертационной работы.

В **приложении 2** приводится разработанный программный код численного метода моделирования кинематики механизма подвески автомобиля, который используется в шестой главе.

ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в журналах из перечня ВАК:

1) Нелюбин А.П., Подиновский В.В. Билинейная оптимизация в анализе многокритериальных задач методами теории важности критериев при неточной информации о предпочтениях // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2011. № 5. С. 802 – 813.

2) Нелюбин А.П., Подиновский В.В. Методы оптимизации в анализе многокритериальных задач принятия решений при интервальной информации о важности критериев или ценности шкальных градаций // Научно-техническая информация. Серия 2: Информационные процессы и системы, 2011, № 8, С. 22 – 29.

3) Нелюбин А.П., Подиновский В.В. Взаимосвязь качественной и количественной важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений // Открытое образование, 2011, № 6, С. 107 – 114.

4) Нелюбин А.П., Подиновский В.В. Алгоритмическое решающее правило, использующее ординальные коэффициенты важности критериев со шкалой первой порядковой метрики // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2012, Т. 52, № 1, С. 48 – 65.

5) Нелюбин А.П., Подиновский В.В. Аналитические решающие правила, использующие упорядоченность по важности критериев со шкалой первой порядковой метрики // Автоматика и телемеханика, 2012, № 5, С. 84 – 96.

6) Нелюбин А.П. Анализ устойчивости многокритериального выбора методами теории важности критериев при изменении интервальных оценок важности критериев // Открытое образование, 2012, № 2, С. 47 – 51.

7) Нелюбин А.П., Подиновский В.В. Аналитические решающие правила для упорядоченных по важности критериев со шкалой первой порядковой метрики общего вида // Автоматика и телемеханика, 2014, № 9, С. 97 – 107.

8) Крейнин Г.В., Мисюрин С.Ю., Нелюбин А.П. Численное решение задачи о положении 5-рычажного механизма подвески автомобиля // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2014, № 4, С. 3-9.

Публикации в других журналах и сборниках:

9) Подиновский В.В, Нелюбин А.П. Билинейное программирование в анализе многокритериальных задач принятия решений методами теории важности критериев // Труды 52-й научной конференции МФТИ. 2009. С. 105 - 107.

10) Подиновский В.В., Нелюбин А.П. Многокритериальные решающие правила для интервальной информации о важности критериев или их шкалах // Материалы XXXVII Международной конференции «Информационные технологии в науке, образовании, телекоммуникации и бизнесе». Приложение к журналу «Открытое образование». 2010. С. 153 – 154.

11) Nelyubin A.P., Podinovski V.V. On the relationship between qualitative and quantitative importance of criteria in multicriterial decision making problems. In: Several Problems of Applied Mathematics and Mechanics / I. Gorgidze, T. Lominadze (Eds.). USA: Nova, 2012. P. 51 – 66. ISBN: 978-1-62081-627-1.

12) Нелюбин А.П., Мисюрин С.Ю. Многокритериальная оптимизация кинематических характеристик 5-рычажной подвески // Материалы XXIV Международной инновационно-ориентированной конференции молодых ученых и студентов (МИКМУС - 2012). М: Изд-во ИМАШ РАН, 2012. С. 44.

13) Nelyubin A.P. Criteria importance theory: sensitivity analysis of multicriterial choice using interval importance information // American journal of control systems and information technology (Science book publishing house LLC). 2013, Vol. 1, No.1, pp. 13-17.

14) Нелюбин А.П. Построение объясняющих цепочек наименьшей длины при упорядоченных по важности критериях с порядковой шкалой // Вестник Московского университета имени С. Ю. Витте. Серия 1: Экономика и управление. 2013, № 3(5). С. 54 – 62.

15) Нелюбин А.П. Развитие методов аргументации в теории важности критериев // Материалы Международной конференции «Дискретная оптимизация и исследование операций DOOR-2013». 2013, С. 120.

16) Podinovski V.V., Podinovskaya O.V., Nelyubin A.P. Matrix ordinal decision rules in the criteria importance theory // Труды VII Московской международной конференции по исследованию операций (ORM2013) 2013, Т. 1, С. 107 – 110.

17) Нелюбин А.П. Технология интерактивного решения многокритериальных задач // Материалы XLI Международной конференции “Информационные технологии в науке, образовании, телекоммуникации и бизнесе”. Приложение к журналу «Открытое образование». 2013. С. 61 – 63.

18) Misyurin S., Nelyubin A. Solution of forward kinematics problem of 5-rod car suspension mechanism with singularities // 11th International conference on electrical engineering, computing science and automatic control (CCE 2014). September 29-October 3, 2014, Mexico. p. 124.

19) Misyurin S.Yu., Nelyubin A.P. Kinematics analysis of 5-rod car suspension mechanism with singularities // Recent advances in mechanism design for robotics. Proceedings of the 3rd IFToMM Symposium on mechanism design for robotics, 2015, Vol. 33 of the series Mechanisms and machine science, pp. 435-443.