

На правах рукописи

ОГАРКОВ Станислав Леонидович

**СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ И МАГНЕТИЗМ
ДВУМЕРНЫХ СИСТЕМ**

специальность 01.04.02 — Теоретическая физика

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Автор:

Москва — 2011

Работа выполнена в Национальном исследовательском ядерном университете “МИФИ”

Научный руководитель : кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник
Лозовик Юрий Ефремович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор
Барабанов Александр Федорович
(Институт физики высоких давлений
им. Ф.Л. Верещагина РАН)

кандидат физико-математических наук
Ключник Александр Васильевич
(Московский радиотехнический
институт РАН)

Ведущая организация: Национальный исследовательский
технологический университет “МИСиС”

Защита состоится 16 марта 2011 г. в 15 час. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.130.06 при Национальном исследовательском ядерном университете “МИФИ” по адресу: 115409, г. Москва, Каширское шоссе, д. 31.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НИЯУ МИФИ.

Автореферат разослан “ ____ ” _____ 2011 г.

Просим принять участие в работе совета или прислать отзыв в одном экземпляре, заверенном печатью организации, по адресу НИЯУ МИФИ на имя ученого секретаря диссертационного совета.

Ученый секретарь диссертационного совета
доктор физико-математических наук,
профессор



В.П. Яковлев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследований. Формирование и структура малых ферромагнитных (ФМ) металлических капель (магнитных поляронов или ферронов) в антиферромагнитной (АФМ) изолирующей матрице обсуждались, начиная с конца шестидесятых годов. Простейшим случаем магнитного полярона является жесткий (или хорошо определенный) магнитный полярон. В этом случае хвосты магнитных искажений вокруг него спадают экспоненциально. Размер переходной области, в которой угол подкоса (угол между соседними спинами) изменяется от нуля (ФМ домен) до 180 градусов (АФМ домен), имеет порядок межатомного расстояния, поэтому радиус магнитного полярона является хорошо определенной величиной.

Существует другой случай магнитного полярона. В этом случае хвосты магнитных искажений вокруг него спадают степенным образом, образуя, как говорят, “шубу” магнитных искажений вокруг ферромагнитной сердцевины. Такие магнитные поляроны называются “одетыми”. “Одетые” магнитные поляроны исследовались в пространственно одномерной (1D) АФМ цепочке. Было показано, что характерная длина спиновых искажений вокруг ферромагнитной сердцевины много больше самой сердцевины. К сожалению, в 1D “одетые” магнитные поляроны оказываются метастабильными объектами, в то время как жесткие магнитные поляроны (состоящие из ферромагнитной сердцевины, но без “шубы” спиновых искажений) отвечают основному состоянию системы. Исследование стабильности “одетого” магнитного полярона в пространственно двумерном (2D) случае является актуальной задачей современной физики твердого тела и одной из задач настоящей диссертационной работы.

Другой задачей, рассмотренной в диссертационной работе, является изучение аналога магнитного полярона в орбитальном секторе физики манганитов. Появление таких “орбитальных поляронов” могло бы дать объяснение тех областей фазовой диаграммы манганитов, в которых основную роль играют орбитальные степени свободы электронов. Однако, этот вопрос не получил должного внимания на сегодняшний день.

Еще одной задачей, рассмотренной в диссертационной работе, является исследование сверхпроводимости в графене и бислое графена. Как известно, если в вырожденной системе фермионов существует притяжение между частицами, то при достаточно низких температурах происходит

их спаривание — то есть, переход системы в такое состояние, в котором возникают парные корреляции в движении частиц с противоположными импульсами, выражающиеся в существовании недиагонального дальнего порядка, и образуется щель в спектре одночастичных возбуждений. Микроскопическая теория такого явления впервые была построена Бардиным, Купером и Шриффером (БКШ) применительно к спариванию электронов в сверхпроводниках, вызванному обменом фононами. Индуцированное фононами эффективное электрон-электронное притяжение является относительно слабым, что позволяет сверхпроводимости проявляться только при низких температурах. Гораздо более сильное притяжение, обеспечивающее спаривание при высоких температурах, может быть достигнуто за счет кулоновских сил между электронами и дырками. Такой тип спаривания осуществляется в полуметаллах или полупроводниках с узкой запрещенной зоной, в которых образование экситонов — связанных электрон-дырочных пар — является энергетически выгодным.

Электрон-дырочное спаривание в таких системах приводит к состоянию экситонного диэлектрика, в котором зонная структура перестраивается с образованием щели. В состоянии экситонного диэлектрика, однако, невозможна сверхпроводимость в силу электрической нейтральности системы. Кроме того, переходы между зонами спаривающихся частиц приводят к фиксации фазы параметра порядка и тем самым делают невозможной и сверхтекучесть.

Ярким примером таких систем является бислой графена. Вообще, сам графен особенно интересен как система, в которой может быть осуществлено многозонное спаривание, поскольку щель между зоной проводимости и валентной зоной в этом материале равна нулю, а химический потенциал, задающий степень удаленности поверхности Ферми от точки касания зон, может регулироваться в широких пределах. Если химический потенциал мал по сравнению с характерными частотами, на которых происходит сверхпроводящее спаривание, то оно будет затрагивать и зону проводимости, и валентную зону. В противоположном случае сильного допирования спаривание будет затрагивать только одну зону, содержащую поверхность Ферми.

Для описания бислоя можно использовать теорию БКШ, которая, однако, хорошо работает только в режиме слабой связи между электронами

и дырками. Режим сильной связи требует построения иной теории. Эта теория должна также учитывать специфику графена (например, “ультрарелятивистскую” природу электронов и дырок). Поиски такой теории актуальны на сегодняшний день.

Поскольку спаривание эффективно ультрарелятивистских электронов в слое графене является многозонным при малом химическом потенциале, актуально исследование закономерностей многозонного спаривания электронов в графене под действием фононов на основе обобщения уравнений Элиашберга. Важно отметить, что такая теория сверхпроводимости будет учитывать эффекты запаздывания взаимодействия.

Цель диссертационной работы:

- Разработка и развитие аналитического описания состояний мелкомасштабного фазового расслоения в спиновом и орбитальном секторах физики манганитов для объяснения фазовых диаграмм этих веществ.
- Построение теории двумерного “ультрарелятивистского” электронного и электрон-дырочного газа, учитывающей влияние динамических эффектов при электрон-электронном (сверхпроводящее) и электрон-дырочном (экситонное) спариваниях.

Научная новизна работы состоит в том, что в ней впервые:

- Найдена структура примесных магнитных поляронов, отвечающих состоянию мелкомасштабного фазового расслоения в манганитах.
- Рассмотрена возможность медленного спада искажений орбитального порядка, являющегося аналогом “шубы” спиновых искажений.
- Исследовано однозонное электрон-дырочное спаривание в бислое графена в режиме слабой связи.
- Показано, что при увеличении силы связи в бислое графена отсутствует переход к газу локальных пар, вместо которого происходит переход к многозонному спариванию.
- Получены оценки величины щели в спектре бислоя графена в режиме сильной связи с учетом динамического экранирования потенциала спаривания.

- Исследовано сверхпроводящее спаривание электронов в графене, обусловленное плоскими оптическими фононами. Найден ряд его особенностей, связанных с “ультрарелятивистской” природой электронов.

Практическая значимость работы. Представленные в первой главе результаты — характеристики состояния мелкомасштабного фазового расслоения — могут быть сопоставлены с экспериментальными данными, полученными посредством нейтронного рассеяния. Изучение фазовых диаграмм манганитов может оказаться полезным с точки зрения инженерных приложений в области колоссального магнитосопротивления (КМС).

Рассмотренное во второй главе многозонное спаривание в электрон-дырочном бислое графена может быть реализовано экспериментально при низких температурах. Сверхтекучесть конденсата электрон-дырочных пар и сопутствующие ей эффекты Джозефсона могут быть использованы в различных нанoeлектронных устройствах. С фундаментальной точки зрения представляют интерес разработка теории сверхтекучести системы с многозонным спариванием, поиск новых типов топологических возбуждений в такой системе и исследование роли корреляционных эффектов в режиме сильной связи.

Изученное в третьей главе сверхпроводящее спаривание электронов в графене посредством фононного механизма может быть обнаружено в экспериментах при сильном химическом допировании образцов и примыкает к явлениям сверхпроводимости в интеркалированном графите.

Таким образом, в диссертационной работе проведены теоретические исследования экситонного спаривания в бислое графена, сверхпроводимости в слое графена и состояний мелкомасштабного фазового расслоения в манганитах. Результаты указывают на множество их интересных особенностей. Бурное развитие исследований манганитов и графена и перспективы их технологических применений придают особую значимость полученным результатам.

Основные научные положения, выносимые на защиту:

1. Результаты исследований состояний мелкомасштабного фазового расслоения в манганитах. Утверждение о том, что на квадратной и треугольной двумерных решетках с фрустрацией “одетые” магнитные по-

ляроны отвечают основному состоянию системы, в то время как “голые” магнитные поляроны оказываются метастабильными объектами.

2. Утверждение о том, что при спаривании электронов и дырок в бислое графена (равно как и при электрон-электронном спаривании в одном листе графена) отсутствует кроссовер к газу локальных пар по мере увеличения силы связи. Вместо этого происходит переход от однозонного спаривания типа БКШ к многозонному спариванию, охватывающему как зону проводимости, так и валентную зону спаривающихся частиц.
3. Теория многозонного экситонного спаривания в бислое графена при сильной связи. Оценки влияния динамических эффектов (частотной зависимости экранированного потенциала спаривания) на величину щели. При этом имеет место серьезная конкуренция между неэкранированным кулоновским притяжением, с одной стороны, и совместным отталкивающим вкладом виртуальных плазмонов и одночастичных возбуждений, с другой стороны.
4. Теория сверхпроводимости электронов в графене посредством плоских оптических фононных мод. Аналитические решения двухзонных уравнений Элиашберга в предельных случаях.

Степень обоснованности. С точки зрения теории степень обоснованности полученных результатов достаточно высока, так как в основу исследования положены общепризнанные методы и приближения квантовой механики, статистической физики и физики твердого тела. Достоверность теоретических результатов подтверждается тем, что они согласуются с экспериментальными данными.

Апробация результатов. Результаты, представленные в диссертации, неоднократно докладывались и обсуждались на семинарах лаборатории спектроскопии наноструктур ИСАН и кафедры теоретической ядерной физики НИЯУ МИФИ. Ряд результатов был доложен на Научной сессии НИЯУ МИФИ (2008, 2010); на международных конференциях First CoMePhS Workshop on Phase Separation in Electronic Systems (Aghia Pelagia, Crete, Greece, October 29 — November 4, 2006), The International Conference on

Strongly Correlated Electron Systems (Houston, Texas, USA, May 13 — 18, 2007), Euro-Asian Symposium “Magnetism on a Nanoscale” (Kazan, Russia, August 23 — 26, 2007), Moscow International Symposium on Magnetism (Moscow, June 20 — 25, 2008), 25th International Conference on Low Temperature Physics (Amsterdam, the Netherlands, August 6 — 13, 2008).

Вклад автора. Все результаты, представленные в работе, получены автором лично, либо в соавторстве при его непосредственном участии.

Публикации по теме работы. По теме диссертации опубликовано 13 печатных работ в научных журналах и сборниках трудов Международных и Российских конференций, в том числе, 6 статей в журналах, рекомендованных ВАК. Список работ приведен в конце автореферата.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Материал диссертации изложен на 142 страницах машинописного текста. Библиография включает 314 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении приводится обоснование актуальности темы исследований и дается краткий обзор недавних работ, тематика которых примыкает к теме диссертации. Излагается краткое содержание диссертации.

В первой главе представлены результаты исследований мелкомасштабных фазовых расслоений в манганитах. Мы обобщили модель, рассмотренную в работе [1], на случай (2D) фрустрированных решеток. Было рассмотрено два типа таких решеток. Первый тип — квадратная решетка с взаимодействием ближайших соседних решеточных (локальных) спинов (БС взаимодействие) и взаимодействием следующих после ближайших соседних решеточных спинов (СБС или диагональное взаимодействие). Второй тип — треугольная решетка, обладающая сильной геометрической фрустрацией даже в отсутствие СБС взаимодействия. Все эти взаимодействия носят АФМ характер. Предполагалось, что кристалл обладает одноосной магнитной анизотропией, причем ось x является легкой осью. Немангнитные донорные примеси были размещены в центры некоторых элементарных ячеек решетки. Считалось, что концентрация допирования достаточ-

но мала, и, таким образом, можно рассмотреть изолированную примесь и ограничиться одноэлектронной задачей. Отметим, что при такой концентрации система далека от перехода изолятор — металл.

Электрон проводимости, появляющийся в результате допирования, связан с немагнитной донорной примесью потенциалом кулоновского притяжения. Кулоновский потенциал V принят сильным в сравнении с другими, имеющими место, взаимодействиями. Именно:

$$V \sim J_H \gg t \gg J > J' \gg K, \quad (1)$$

где J_H — константа взаимодействия Хунда, J и J' — БС и СБС АФМ обменные интегралы, t — интеграл перескока электрона проводимости, K — константа одноосной магнитной анизотропии. В такой области изменения параметров радиус локализации электрона порядка межатомного расстояния d .

Мы нашли энергию электрона проводимости на квадратной и треугольной решетках. Эта энергия имеет минимум тогда, когда все спины в области движения электрона параллельны друг другу. Таким образом, было получено состояние примесного магнитного полярона: ферромагнитная сердцевина, внедренная в антиферромагнитную матрицу.

Благодаря геометрии задачи, в антиферромагнитной (АФМ) матрице существуют два возможных типа примесных магнитных поляронов. “Одетый” магнитный полярон (Рис. 1) состоит из ферромагнитной сердцевины, радиус которой порядка единицы (постоянной решетки), и довольно медленно спадающих искажений АФМ матрицы вокруг. “Голый” магнитный полярон состоит из ферромагнитной сердцевины с тем же радиусом, что и у “одетого” магнитного полярона, но без искажений АФМ матрицы. Оба типа отвечают минимуму полной энергии системы (которая складывается из энергии электрона проводимости и магнитной энергии).

В качестве следующего шага, была вычислена энергия магнитной структуры и, таким образом, энергия “одетого” магнитного полярона E_{coated} . Эта энергия сравнивалась с энергией “голового” магнитного полярона E_{bare} . Разность энергий $\Delta E = E_{coated} - E_{bare}$ отрицательна при малых значениях анизотропии. Это означает, что “одетый” магнитный полярон оказывается энергетически выгоднее “голового”. Отметим здесь также, что магнитные искажения, создаваемые магнитным поляроном, спадают как $1/r^2$ и $1/r$ на

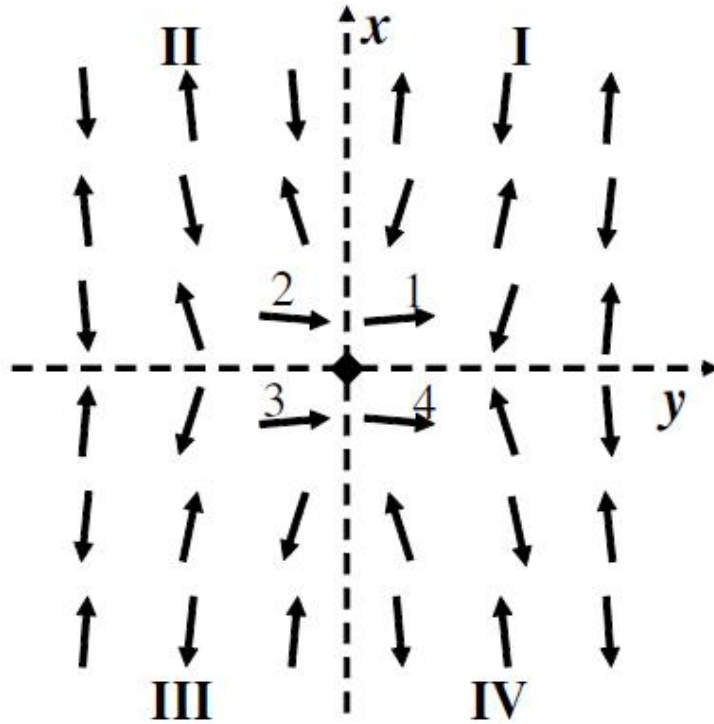


Рис. 1. “Одетый” магнитный полярон на квадратной решетке.

квадратной и треугольной решетках, соответственно. На треугольной решетке магнитные искажения спадают более “мягко” (как $1/r$), благодаря сильной геометрической фрустрации. С другой стороны, дополнительная фрустрация, обусловленная СБС АФМ обменным взаимодействием, понижает характерную длину спада спиновых искажений вокруг ферромагнитной сердцевины.

Манганиты и родственные им соединения интересны своим богатством различных электронных степеней свободы. Помимо спиновых степеней, рассмотренных выше, важную роль в физике манганитов играют орбитальные степени свободы. Замечательной особенностью орбитального сектора является то, что его идеи (орбитальное упорядочение, орбитальные поляроны и так далее) схожи с соответствующими идеями спинового сектора, да и математические аппараты, применяемые при описании этих секторов, очень близки¹. В силу этой аналогии, в диссертационной работе уделяется внимание получению результатов в орбитальном секторе, идейно похожих

¹D.I. Khomskii, M.V. Mostovoy, J. Phys. A **36**, 1 (2003).

на примесные магнитные поляроны с “шубой” спиновых искажений.

Прежде всего, несколько слов об орбитальных степенях свободы на примере квадратной решетки. Пятикратно вырожденные d -электронные энергетические уровни ионов марганца расщепляются в кристаллическом поле с квадратной (и кубической) симметрией на двукратно вырожденные e_g -электронные энергетические уровни (орбитали $3z^2 - r^2$ и $x^2 - y^2$) и трехкратно вырожденные t_{2g} -электронные энергетические уровни (орбитали xy , xz и yz). Три электрона занимают три соответствующих t_{2g} -электронных энергетических уровня, что дает локальный спин $3/2$. Как следствие, во многих вопросах мы можем ограничиться динамикой только оставшихся e_g -электронов и рассматривать только две электронные орбитали. Дальнейшее снятие вырождения электронных энергетических уровней может происходить благодаря нескольким механизмам. Например, ионы Mn^{3+} , окруженные ионами кислорода, испытывают расщепление e_g -электронных энергетических уровней благодаря взаимодействию одного (на один ион марганца) e_g -электрона с колебаниями ионов кислорода (с так-называемыми фононами Яна-Теллера)².

Наше исследование орбитальных степеней свободы было ограничено рассмотрением e_g -электронных энергетических уровней и, как следствие, двух соответствующих орбиталей. В рамках данной модели были получены теоретические указания на возможность существования орбитального полярона с “шубой” орбитальных искажений. Однако, необходимо отметить, что аналогия между орбитальным и спиновым секторами не является полной. Например, в орбитальном секторе (в общем случае) не существует аналога спиновой струны, поскольку (в отличие от обычного спина) орбитальный псевдоспин не является сохраняющимся числом (возможен перескок с одного типа орбиталей на другой). Однако, если такой перескок сильно подавлен, приближенное решение струнного типа может существовать. Отметим также, что разделение спинового и орбитального секторов хорошо применимо в определенных (как часто — предельных) участках фазовых диаграмм манганитов, но следствия этого разделения для аналитических вычислений трудно переоценить.

В последнем разделе первой главы подробно обсуждались некоторые приближения, сделанные при вычислениях. Самым интересным является

²H.J. Jahn, E. Teller, Proc. Roy. Soc. A **161**, 220 (1937).

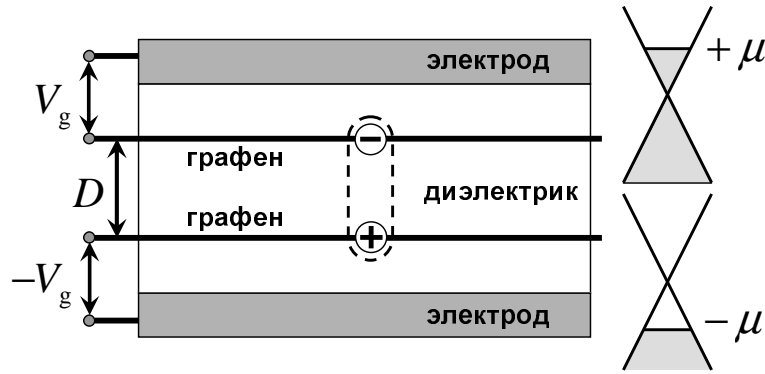


Рис. 2. Схема реализации спаривания пространственно разделенных электронов и дырок в бислое графена. Справа показаны уровни химических потенциалов μ и $-\mu$ в верхнем и нижнем слоях графена, устанавливаемые затворными напряжениями V_g и $-V_g$ соответственно.

то, какие возможные “сценарии” порождает отказ от того или иного приближения.

Результаты, представленные в первой главе, опубликованы в статьях [1,2,3].

Во второй главе изложены результаты исследования электрон-дырочного спаривания в бислое графена в режимах слабой и сильной связи. Один из возможных вариантов реализации бислоя графена изображен на Рис. 2. В таком варианте два затворных электрода позволяют независимо управлять концентрацией и типом носителей в каждом из двух слоев графена (Рис. 2). Если установить в них равные концентрации электронов и дырок, то из-за совпадения их поверхностей Ферми и кулоновского притяжения между ними система окажется неустойчивой по отношению к спариванию электронов и дырок с противоположными импульсами, которое сопровождается возникновением щели в спектре возбуждений и похоже на спаривание в сверхпроводниках³, экситонном диэлектрике⁴ и связанных полупроводниковых квантовых ямах⁵. Такая система может демонстрировать сверхтекучие свойства, связанные с появлением незатухающих токов, движущихся в противоположных направлениях по разным листам графена, и

³J. Bardeen, L.N. Cooper, J.R. Schrieffer, Phys. Rev. **108**, 1175 (1957).

⁴Л.В. Келдыш, Ю.В. Копаев, Физика твердого тела **6**, 2791 (1964).

⁵Ю.Е. Лозовик, В.И. Юдсон, Письма в ЖЭТФ **22**, 556 (1975).

эффекты, подобные эффекту Джозефсона⁶.

В результате анализа свойств экранированного электрон-дырочного взаимодействия, обеспечивающего спаривание, показано, что безразмерными управляющими параметрами системы являются $r_s = e^2/\epsilon\hbar v_F \approx 2.19/\epsilon$ и $p_F D/\hbar$, где $p_F = \mu/v_F$ — импульс Ферми. Если $r_s \ll 1$ или $p_F D/\hbar \gg 1$, то осуществляется *режим слабой связи*, при котором притяжение между электронами и дырками является слабым, и основное состояние системы аналогично обычному состоянию типа БКШ. Однако, экспериментально достижим и противоположный *режим сильной связи*; если $p_F D/\hbar \ll 1$, то сила связи определяется параметром r_s и не зависит от концентрации электронов и дырок (что резко контрастирует с ситуацией в обычных системах с нерелятивистским спектром, где r_s растет при снижении концентрации⁷).

В обычных системах спаривающихся фермионов при увеличении силы связи происходит плавный переход от состояния типа БКШ к бозе-эйнштейновской конденсации (БЭК) в газе локальных пар, носящий название *кроссовера БКШ-БЭК*⁸. В графене же невозможно образование локализованных пар вследствие отсутствия щели в спектре, что приводит к отсутствию кроссовера БКШ-БЭК. Вместо него при увеличении силы связи происходит переход состояния типа БКШ в *ультрарелятивистское состояние типа БКШ*, при котором, как и в обычном состоянии типа БКШ, существуют парные корреляции в движении электронов и дырок с противоположными импульсами, но вместе с тем существенную роль играет эффективно ультрарелятивистская динамика спаривающихся частиц. Похожие состояния могут возникать при “цветной” сверхпроводимости в плотной кварковой материи⁹.

При слабой связи спаривание охватывает лишь небольшие окрестности поверхностей Ферми электронов и дырок (Рис. 3(а)), но при сильной связи спаривание захватывает и удаленные от поверхностей Ферми зоны: валентную зону электронного слоя и зону проводимости дырочного слоя (Рис. 3(б)). Параметр порядка (т.е. аномальная функция Грина $F_{\gamma_1\gamma_2}$) и щель (аномальная собственно-энергетическая часть $\Delta_{\gamma_1\gamma_2}$) становятся матрицами (2×2), индексы которых $\gamma_1, \gamma_2 = \pm 1$ соответствуют зоне проводи-

⁶Yu.E. Lozovik, A.V. Poushnov, Phys. Lett. A **228**, 399 (1997).

⁷G.D. Mahan, Many-particle physics, Plenum Press, New York, 1990.

⁸P. Nozières, S. Schmitt-Rink, J. Low Temp. Phys. **59**, 195 (1985).

⁹M.G. Alford, A. Schmitt, R. Rajagopal, T. Schäfer, Rev. Mod. Phys. **80**, 1455 (2008).

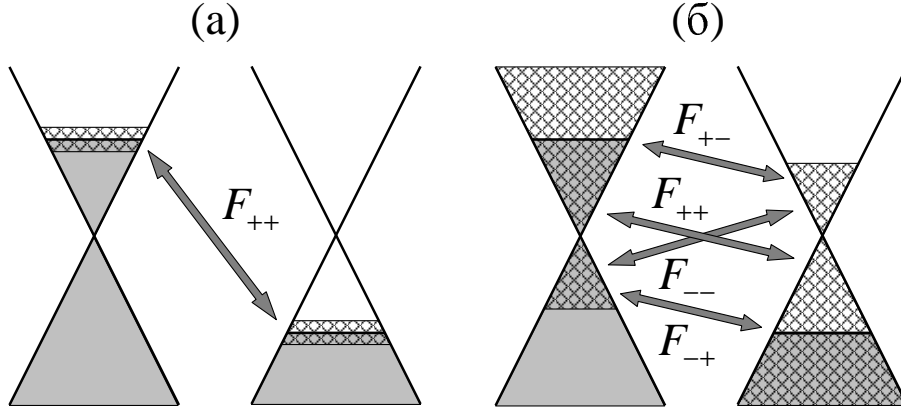


Рис. 3. Однозонный (а) и многозонный (б) режимы спаривания в бислое графена. Штриховкой указана область импульсного пространства, охватываемая спариванием; $F_{\gamma_1\gamma_2}$ — компоненты матричного по зонам параметра порядка.

мости и валентной зоне в электронном и дырочном слоях.

Многозонный режим спаривания был исследован в работе при помощи диаграммной техники, специально модифицированной для этой цели. Вводя матричные по индексам зон функции Грина и формулируя фейнмановские правила для них, можно последовательно изучать все явления в графене, затрагивающие сразу обе зоны. Следует отметить, что при такой формулировке диаграммной техники вершинам кулоновского взаимодействия ставятся в соответствие *угловые факторы*, зависящие от направлений импульса и зон электрона до и после акта взаимодействия. При помощи многозонной диаграммной техники были получены уравнения Горькова, описывающие спаривание в приближении среднего поля и имеющие матричный характер.

Обычно, неустойчивость в межзонном канале, соответствующем антидиагональному по зонам спариванию, возникает только при превышении константой связи довольно большого порогового значения, в то время как во внутризонном канале, соответствующем диагональному по зонам спариванию, отсутствует порог для силы связи. Следовательно, реализовываться будет спаривание, диагональное по зонам, при котором отличны от нуля компоненты матричной щели Δ_{++} и Δ_{--} , соответствующие щелям в зоне проводимости и в валентной зоне (аналогично, отличны от нуля только компоненты F_{++} и F_{--} параметра порядка, изображенные на Рис. 3(б)). При s -волновом спаривании две щели подчиняются следующей

системе уравнений самосогласования:

$$\Delta_{\gamma\gamma}(\mathbf{p}, i\varepsilon_n) = -T \sum_{\gamma'\varepsilon_k} \int \frac{d\mathbf{p}'}{(2\pi)^2} \frac{1 + \gamma\gamma'\hat{\mathbf{p}}\hat{\mathbf{p}}'}{2} V(\mathbf{p} - \mathbf{p}', i\varepsilon_n - i\varepsilon_k) \times \\ \times \frac{\Delta_{\gamma'\gamma'}(\mathbf{p}', i\varepsilon_k)}{(\varepsilon_n - \varepsilon_k)^2 + E_{\gamma'}^2(\mathbf{p}', i\varepsilon_k)}, \quad (2)$$

где введены мацубаровские фермионные частоты $\varepsilon_n = \pi T(2n + 1)$ и энергии боголюбовских возбуждений $E_\gamma(\mathbf{p}, i\varepsilon_n) = \sqrt{(\gamma v_F |\mathbf{p}| - \mu)^2 + \Delta_{\gamma\gamma}^2(\mathbf{p}, i\varepsilon_n)}$; $V(\mathbf{q}, \omega)$ есть динамически экранированное межслойное электрон-дырочное взаимодействие, а стоящий перед ним угловой фактор возникает в результате свертки по компонентам спинорных волновых функций электронов и зависит от направления импульса $\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}/|\mathbf{p}|$. Структура уравнений (2) детально проанализирована в диссертационной работе.

Было получено приближенное решение системы (2) в статическом приближении, при котором пренебрегается зависимостью щелей и потенциала взаимодействия от частот, но при этом считается (в духе теории БКШ), что спаривание происходит в точках импульсного пространства, удаленных не более чем на некоторую энергетическую ширину w от поверхности Ферми (см. Рис. 3). Если спаривание является однозонным (т.е. $w < \mu$), то для величины щели справедлива оценка типа БКШ:

$$\Delta_{++} \approx 2w \exp\left\{-\frac{1}{\lambda}\right\}, \quad \Delta_{--} = 0, \quad (3)$$

где λ — безразмерная константа притяжения на поверхности Ферми. В том же случае, когда спаривание является многозонным ($w > \mu$), имеем

$$\Delta_{++} \approx 2\mu \exp\left\{-\frac{1}{\Lambda} + \frac{w}{\mu} - 1\right\}, \quad \Delta_{--} \sim \Delta_{++}, \quad (4)$$

где константа притяжения Λ немного изменяется по сравнению с λ за счет влияния валентной зоны. Как видно, оценочное выражение для щели при многозонном спаривании (4) качественно отличается от однозонного выражения (3) тем, что ширина слоя спаривания w входит в показатель экспоненты, а не в предэкспоненциальный множитель. За счет этого щель может быть значительной при большой ширине зоны спаривания в импульсном пространстве (этот факт был отмечен и ранее при рассмотрении в рамках

более грубых моделей^{10,11}). Кроме того, были получены решения системы уравнений для щелей (2) в статическом приближении с заменой потенциала спаривания на его сепарабельную часть, которые также указали на возможность достижения значительной величины щели в многозонном режиме.

Проделанное в диссертационной работе приближенное определение области частот, в которой экранированное взаимодействие $V(\mathbf{q}, \omega)$ является притягивающим, может дать только порядок величины щели. Поэтому далее в работе было предпринята попытка получения более точных оценок величины щели, основывающихся на решении уравнений, подобных уравнениям Элиашберга и получающихся из (2). В отличие от усреднения уравнений по импульсу, используемого в подходе Элиашберга¹², в данном случае более оправданным является переход к уравнениям на “массовой поверхности”, в которых частота полагается равной энергии боголюбовских возбуждений. При помощи спектрального представления взаимодействие $V(\mathbf{q}, \omega)$, найденное в приближении хаотических фаз, было разложено на неэкранированное кулоновское взаимодействие $v_{\mathbf{q}} = 2\pi e^2/\varepsilon|\mathbf{q}|$, отталкивающий вклад виртуальных плазмонов с частотой $\omega_+(q)$ и спектральным весом $A(q)$, соответствующих верхней ветви незатухающих плазменных колебаний в системе, и отталкивающий вклад затухающих плазмонов и континуума одночастичных возбуждений. Эти три вклада разделяются в явном виде в ядре результирующего уравнения для оценки щели:

$$1 = \frac{1}{2} \sum_{\gamma} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} \frac{\Delta_{\gamma\gamma}(p)}{2E_{\gamma}(p)} \left\{ v_{\mathbf{p}-\mathbf{p}_F} - \frac{2A(\mathbf{p}-\mathbf{p}_F)}{E_{\gamma}(p) + \omega_+(\mathbf{p}-\mathbf{p}_F)} + \right. \\ \left. + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \text{Im} V(\mathbf{p}-\mathbf{p}_F, \nu) \frac{d\nu}{E_{\gamma}(p) + \nu} \right\} \quad (5)$$

(здесь $\text{Im} V(\mathbf{q}, \omega) < 0$, что соответствует эффективному отталкиванию из-за затухающих плазмонов и континуума одночастичных возбуждений).

Численное решение уравнения (5) с использованием пробной функции для щели $\Delta_{\gamma\gamma}(p)$ на массовой поверхности, спадающей на характерных масштабах $p \sim p_F$, показало, что существует серьезная конкуренция между

¹⁰T. Ohsaku, Int. J. Mod. Phys. B **18**, 1771 (2004).

¹¹N.V. Kopnin, E.V. Sonin, Phys. Rev. Lett. **100**, 246808 (2008).

¹²Г. М. Элиашберг, ЖЭТФ **38**, 966 (1960).

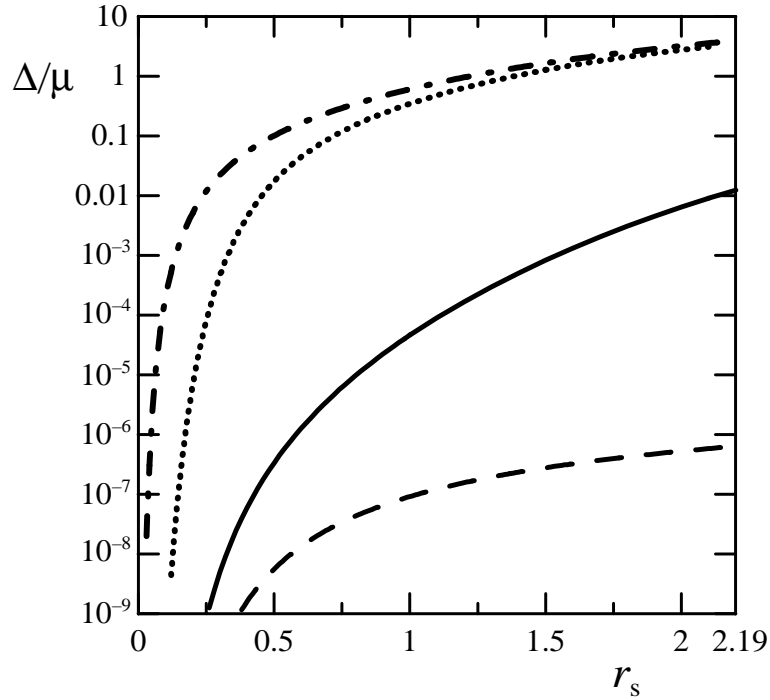


Рис. 4. Щель на поверхности Ферми Δ как функция параметра силы связи r_s , вычисленная с учетом различных вкладов в эффективное взаимодействие на массовой поверхности. Сплошная линия: полное взаимодействие, штрих-пунктир: учет только неэкранированного кулоновского взаимодействия, пунктир: неэкранированное кулоновское взаимодействие и вклад незатухающих плазмонов, штриховая линия: статически экранированное взаимодействие.

прямым электрон-дырочным притяжением и эффективным отталкиванием из-за плазмонов и одночастичных возбуждений. Учет динамического экранирования дает оценки величины щели в спектре системы (Рис. 4) на несколько порядков меньше, чем вообще без учета экранирования^{13,14}, но в то же время на несколько порядков превышающие оценки типа БКШ^{15,16}, сделанные с использованием статически экранированного взаимодействия. Полученные в диссертационной работе оценки максимальной величины критической температуры перехода в сверхтекучее состояние составляют порядка нескольких градусов Кельвина.

Стоит отметить также некоторые особенности сверхтекучих свойств си-

¹³H. Min, R. Bistritzer, J.-J. Su, A.H. MacDonald, Phys. Rev. B **78**, 121401(R) (2008).

¹⁴C.-H. Zhang, Y.N. Joglekar, Phys. Rev. B **77**, 233405 (2008).

¹⁵M.Yu. Kharitonov, K.B. Efetov, Phys. Rev. B **78**, 241401(R) (2008).

¹⁶M.Yu. Kharitonov, K.B. Efetov, Semicond. Sci. Tech. **25**, 034004 (2008).

стемы при многозонном спаривании. Во-первых, относительная фаза щелей в зоне проводимости Δ_{++} и в валентной зоне Δ_{--} фиксирована из-за межзонных переходов (слагаемые с $\gamma \neq \gamma'$ в (2)). Однако при уменьшении силы связи эта фиксация ослабевает, приводя к возможности образования солитоноподобных возбуждений, связанных с колебаниями относительной фазы. Во-вторых, структура параметра порядка по спинам и долинам никак не фиксирована (в отсутствие спиновых или долинных анизотропий) и задается матрицей P типа $SU(4)$, которая может плавно меняться в пространстве. Это приводит к возможности образования, в дополнение к обычным вихрям и полувихрям, *четверть-вихрей* вида

$$P = S \begin{pmatrix} e^{i\varphi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} S^+,$$

где S — произвольная плавно меняющаяся в пространстве унитарная матрица, φ — угол, отсчитываемый от центра четверть-вихря. Такие четверть-вихри имеют 16 раз меньшую энергию, чем обычные вихри. В результате температура перехода Костерлица-Таулеса $T_{КТ}$ в сверхтекучее состояние будет определяться условием диссоциации пар противоположно ориентированных четверть-вихрей:

$$\frac{\pi}{2} \rho_s(T_{КТ}) = 16 T_{КТ},$$

где $\rho_s(T)$ — фазовая жесткость (или сверхтекучая плотность) конденсата при конечной температуре.

Результаты, представленные во второй главе, опубликованы в статьях [4,6].

В третьей главе рассмотрено сверхпроводящее спаривание электронов в графене посредством обмена фононами. Как было показано во второй главе, спаривание эффективно “ультрарелятивистских” электронов в графене и наноструктурах на его основе имеет важную особенность: оно является многозонным при сильной связи. Поэтому мы исследовали общие закономерности многозонного спаривания электронов в графене под действием фононов. Рассмотрение проводилось при помощи формализма уравнений

Элиашберга^{12,17} в куперовском канале, в котором пренебрегается нормальной собственной энергией и влиянием кулоновского отталкивания на спаривание. Более того, целесообразно разделять эффективно однозонный режим спаривания в пределе сильного допирования и окрестность квантовой критической точки при малом допировании, где спаривание является существенно двухзонным. Отметим, что данная теория, будучи обобщением теории БКШ для многозонного спаривания в графене, учитывает эффекты запаздывания взаимодействия.

Графен особенно интересен как система, в которой может быть осуществлено многозонное спаривание, поскольку щель между зоной проводимости и валентной зоной в этом материале равна нулю, а химический потенциал, задающий степень удаленности поверхности Ферми от точки касания зон, может регулироваться в широких пределах — от нуля до значений порядка 0.3 эВ при электрическом допировании¹⁸ и порядка 1.5 эВ при химическом допировании¹⁹. Если химический потенциал мал по сравнению с характерными частотами, на которых происходит сверхпроводящее спаривание, то оно будет затрагивать и зону проводимости, и валентную зону. В противоположном случае сильного допирования спаривание будет затрагивать только одну зону, содержащую поверхность Ферми.

Как и во второй главе, здесь рассматривалось диагональное по зонам спаривание, при котором образуются две щели: Δ_+ — щель в зоне проводимости (щель для “частиц”) и Δ_- — щель в валентной зоне (щель для “античастиц”). При этом мы отвлекаемся от структуры конденсата по спинам и долинам, которая при s-волновом спаривании и отсутствии междолинных перебросов должна факторизоваться в виде антисимметричной спин-долинной волновой функции.

Электрон-фононное взаимодействие было выбрано в простейшем виде. Предполагалось, что деформационный потенциал, возникающий в результате колебаний решетки, одинаково действует на обе подрешетки. В таком случае затравочные матричные элементы электрон-фононного взаимодействия просто умножаются на фактор перекрытия. Для фононного

¹⁷Г.М. Элиашберг, ЖЭТФ **39**, 1437 (1960).

¹⁸K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, M.I. Katsnelson, I.V. Grigorieva, S.V. Dubonos, A.A. Firsov, Nature **438**, 197 (2005).

¹⁹J.L. McChesney, A. Bostwick, T. Ohta, T. Seyller, K. Horn, J. Gonzalez, E. Rotenberg, Phys. Rev. Lett. **104**, 136803 (2010).

спектра было использовано приближение Эйнштейна.

Решение уравнений Элиашберга может быть получено аналитически в различных предельных случаях. В случае сильного допирования, когда химический потенциал μ велик по сравнению с характерными частотами фононов, функции щели слабо зависят от импульса, в связи с чем уравнения могут быть усреднены по импульсу и сведены к одномерным интегральным уравнениям по частоте^{12,17}. В противоположном случае слабого допирования, когда химический потенциал сравним с характерной частотой фононов или меньше ее, мы не можем проводить усреднение по поверхности Ферми в силу ее малости. Этот случай, соответствующий окрестности квантовой критической точки.

Для аналитического решения интегрального уравнения в первом случае мы аппроксимировали щель ступенчатой пробной функцией^{20,21}

$$\Delta_+(\omega) = \Delta_+ \Theta(\omega_0 - \omega) \quad (6)$$

шириной ω_0 . В таком подходе частота обрезания ω_0 является свободным параметром, который можно полагать равным по порядку величины максимальной частоте фононов.

Для нахождения критической температуры сверхпроводящего перехода T_c , которая может служить верхней оценкой температуры перехода Костерлица-Таулеса в квазидвумерной системе, интегральное уравнение было линеаризовано по величине щели. В результате:

$$T_c = \frac{2\omega_{\text{eff}} e^\gamma}{\pi} \exp\left\{-\frac{1}{\lambda}\right\}, \quad \frac{1}{\omega_{\text{eff}}} = \frac{1}{\omega_0} + \frac{1}{\omega_1}. \quad (7)$$

Здесь λ — безразмерная константа электрон-фононного взаимодействия, ω_1 — частота фононов, γ — постоянная Эйлера.

Существование квантовой критической точки в графене при $\mu = 0$ по отношению к константе связи является результатом обращения в нуль плотности состояний в дираковской точке^{11,22}. Поэтому при рассмотрении квантовой критической точки и ее окрестности нужно аккуратно проводить интегрирование по малым импульсам в уравнениях для щели. В то же время

²⁰W.L. McMillan, Phys. Rev. **167**, 331 (1968).

²¹М.В. Медведев, Э.А. Пашицкий, Ю.С. Пятилетов, ЖЭТФ **65**, 1186 (1973).

²²E.C. Marino, L.H. Nunes, Nucl. Phys. B **741**, 404 (2006).

детали зависимости функций щели от частоты не являются принципиально важными для физики квантовой критической точки. Таким образом, для рассмотрения спаривания при малом допировании можно использовать ступенчатую аппроксимацию по частоте.

Рассмотрим соотношение параметров системы, соответствующее квантовой критической точке и ее ближайшей окрестности: $\mu \ll T_c \ll \omega_1 \sim \omega_0$. В этом случае температура сверхпроводящего перехода имеет вид:

$$T_c = \frac{\omega_1}{4 \ln 2} \left\{ \ln \left(1 + \frac{\omega_0}{\omega_1} \right) - \frac{1}{G} + \sqrt{\left[\ln \left(1 + \frac{\omega_0}{\omega_1} \right) - \frac{1}{G} \right]^2 + \frac{2\mu^2 \ln 2}{\omega_1^2}} \right\}. \quad (8)$$

Здесь мы перешли от константы λ к константе G такой, что $\lambda = G\mu/\omega_1$. При $\mu = 0$ выражение (8) дает температуру перехода в самой критической точке:

$$T_c = \frac{\omega_1}{2 \ln 2} \left\{ \ln \left(1 + \frac{\omega_0}{\omega_1} \right) - \frac{1}{G} \right\}, \quad (9)$$

причем спаривание может существовать только при

$$G > \frac{1}{\ln \left(1 + \frac{\omega_0}{\omega_1} \right)}. \quad (10)$$

Теперь рассмотрим случай дальней окрестности квантовой критической точки, для которой $T_c \ll \mu < \omega_1 \sim \omega_0$. В этом случае температура сверхпроводящего перехода имеет вид:

$$T_c = \frac{2e^\gamma}{\pi} \frac{\mu\omega_1}{\mu + \omega_1} \exp \left\{ -\frac{1}{\lambda} + \frac{\omega_1}{\mu} \ln \frac{\omega_0 + \omega_1}{\mu + \omega_1} \right\}. \quad (11)$$

Выражения (8), (9) и (11) для температуры перехода в квантовой критической точке и ее окрестностях похожи по своей форме на выражения, полученные в работе¹¹, но являются более точными благодаря учету динамических эффектов и фактора перекрытия, проистекающего из учета спинорной природы волновых функций электронов. Критическое значение силы электрон-фононного взаимодействия, даваемое неравенством (10), зависит от соотношения частоты обращения в нуль сверхпроводящей щели ω_0 и частоты фононов ω_1 .

Отметим некоторое сходство между результатами (7) и (11) для критической температуры, полученными при условиях $T_c \ll \omega_0 \sim \omega_1 \ll \mu$ и

$T_c \ll \mu < \omega_0 \sim \omega_1$ соответственно. Эти случаи соответствуют физическим ситуациям однозонного и многозонного спаривания; плавная интерполяция между соответствующими выражениями для T_c может дать ответ на вопрос об изменении факторов, влияющих на критическую температуру при постепенном переходе от многозонного спаривания к однозонному.

Максимальные значения критической температуры спаривания под действием плоских фононов могут быть достигнуты при сильном допировании графена (химический потенциал $\mu \sim 1.5$ эВ, концентрация электронов $n \sim 1.5 \times 10^{14}$ см⁻²), когда спаривание является однозонным. В этом случае температура перехода в сверхпроводящее состояние может достигать долей градуса Кельвина. При таком сильном допировании, которое может быть достигнуто путем напыления примесей¹⁹, нужно, однако, учитывать ряд дополнительных факторов, не рассматривавшихся в использованной модели. Среди них можно отметить влияние примесей на конденсат куперовских пар²³, треугольное искажение электронного спектра²⁴, способствующее спариванию электронов с противоположными импульсами из противоположных долин, образование зон примесных атомов, как в химически расслоенном графите и в CaC₆²⁵, и даже возможные структурные перестройки самого графена¹⁹.

Наконец, было рассмотрено применение разработанного формализма к исследованию спаривания на акустических фононах, что может быть интересно в иных физических системах помимо графена (в контексте спаривания безмассовых фермионов при обмене скалярным бозоном). Напомним, что акустические фононы обладают линейным спектром. Мы ограничились нахождением значения щели при нулевой температуре.

Результаты, изложенные в третьей главе, опубликованы в статьях [5,6].

В заключении подводятся итоги проделанной работы, обсуждаются полученные в ходе диссертационной работы результаты. Кроме того, обсуждаются возможности практического применения полученных результатов и продолжения исследования электронных свойств графена и манганитов при помощи развитых в диссертационной работе методов.

²³T.O. Wehling, H.P. Dahal, A.I. Lichtenstein, A.V. Balatsky, Phys. Rev. B **78**, 035414 (2008).

²⁴T. Ando, T. Nakanishi, R. Saito, J. Phys. Soc. Japan **67**, 2857 (1998).

²⁵M. Calandra, F. Mauri, Phys. Rev. Lett. **95**, 237002 (2005).

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

1. Исследовано состояние мелкомасштабного фазового расслоения в манганитах. Обнаружено, что в спиновом секторе физики манганитов на квадратной и треугольной двумерных решетках с фрустрацией “одежды” магнитные поляроны (состоящие из ферромагнитной сердцевины и “шубы” спиновых искажений вокруг нее) отвечают основному состоянию системы в то время, как жесткие магнитные поляроны (состоящие из ферромагнитной сердцевины, но без “шубы” спиновых искажений) оказываются метастабильными объектами.
2. Показано, что описание орбитального сектора физики манганитов эквивалентно описанию спинового сектора. Таким образом, представляется возможным сформулировать идею орбитальных поляронов. Обсуждена возможность степенного спада искажений орбитального порядка, являющегося аналогом “шубы” спиновых искажений в спиновом секторе.
3. Исследовано спаривание пространственно разделенных электронов и дырок в бислое графена в режимах слабой и сильной связи. Обнаружено, что при переходе от слабой связи к сильной в графене и бислое графена реализуется переход от однозонного спаривания типа БКШ к многозонному “ультрарелятивистскому” спариванию.
4. В рамках построенной теории двумерного “ультрарелятивистского” электронного и электрон-дырочного газа вычислено значение сверхпроводящей щели. Отмечено, что многозонное рассмотрение спаривания в бислое графена при сильной связи дает значение щели большее, чем однозонное значение БКШ. Учтено влияние динамических эффектов (частотной зависимости экранированного потенциала спаривания) на величину щели и продемонстрирована серьезная конкуренция между неэкранированным кулоновским притяжением, с одной стороны, и совместным отталкивающим вкладом виртуальных плазмонов и одночастичных возбуждений, с другой стороны. Также отмечены необычные сверхтекучие свойства системы, в частности, образование четвертьвихрей при фазовом переходе Костерлица-Таулеса.

5. Исследовано s-спаривание электронов в графене посредством плоских оптических фононных мод. Параметр порядка был выбран в виде, диагональном по валентной зоне и зоне проводимости, но имеющем произвольную структуру в пространстве долин. Получены и аналитически решены в предельных случаях двухзонные уравнения Элиашберга, описывающие спаривание посредством фононов. Рассмотрено применение разработанного формализма для случая акустических фононов.

ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи, опубликованные в ведущих рецензируемых научных журналах, определенных ВАК

1. S.L. Ogarkov, M.Yu. Kagan, A.L. Rakhmanov, K.I. Kugel, A.O. Sboychakov, Formation of long-range spin distortions by a bound magnetic polarons // Phys. Rev. B **74**, 014436, 7 pages (2006).
2. K.I. Kugel, A.L. Rakhmanov, A.O. Sboychakov, M.Yu. Kagan, S.L. Ogarkov, The structure of magnetic polarons in doped antiferromagnetic insulators // Physica B **403**, 1353, 3 pages (2007).
3. S.L. Ogarkov, M.Yu. Kagan, K.I. Kugel, A.L. Rakhmanov, A.O. Sboychakov, The structure of the bound magnetic polarons on frustrated AFM-lattices // J. Phys. C: Condensed Matter **20**, 425214, 6 pages (2008).
4. M.Yu. Kagan, S.L. Ogarkov, Specific features of the BCS-BEC crossover and thermodynamics in the 2D resonant Fermi gas with p-wave pairing // Laser Physics **18**, 509, 13 pages (2008).
5. С.Л. Огарков, Ю.Е. Лозовик, А.А. Соколик, Теория сверхпроводимости дираковских электронов в графене // ЖЭТФ **137**, 57, 10 стр. (2010).
6. S.L. Ogarkov, Yu.E. Lozovik, A.A. Sokolik, Electron-electron and electron-hole pairing in graphene structures // Phil. Trans. R. Soc. A **368**, 5417, 13 pages (2010).

Печатные работы в трудах научных конференций

1. K.I. Kugel, A.L. Rakhmanov, A.O. Sboychakov, M.Yu. Kagan, S.L. Ogarkov, Extended spin distortions produced by a magnetic polaron in a doped antiferromagnetic insulator // First CoMePhS Workshop on Phase Separation in Electronic Systems, Aghia Pelagia, Crete, Greece, Abstracts of Presentations (2006).
2. K.I. Kugel, A.L. Rakhmanov, A.O. Sboychakov, M.Yu. Kagan, S.L. Ogarkov, The structure of magnetic polarons in doped antiferromagnetic insulators // The International Conference on Strongly Correlated Electron Systems, Houston, Texas, USA, Program and Abstracts, p. 32 (2007).
3. K.I. Kugel, A.L. Rakhmanov, A.O. Sboychakov, M.Yu. Kagan, S.L. Ogarkov, The structure of magnetic polarons in doped antiferromagnetic insulators // Euro-Asian Symposium "Magnetism on a Nanoscale", Kazan, Russia, Abstract Book, p. 100 (2007).
4. M.Yu. Kagan, S.L. Ogarkov, K.I. Kugel, A.L. Rakhmanov, A.O. Sboychakov, Bound magnetic polarons with extended spin distortions on regular and frustrated AFM lattices // Moscow International Symposium on Magnetism, Moscow, Book of Abstracts, p. 620 (2008).
5. M.Yu. Kagan, S.L. Ogarkov, K.I. Kugel, A.O. Sboychakov, A.L. Rakhmanov, Bound magnetic polarons with long-range spin distortions on regular and frustrated AFM-lattices // 25th International Conference on Low Temperature Physics, Amsterdam, the Netherlands, Official Conference Book, p. 184 (2008).
6. М.Ю. Каган, С.Л. Огарков, К.И. Кугель, А.О. Сбойчаков, А.Л. Рахманов, Связанные ферромагнитные поляроны на фрустрированных решетках // Сборник научных трудов Научная сессия НИЯУ МИФИ 2008 **4**, 126 (2008).
7. С.Л. Огарков, А.А. Соколик, Ю.Е. Лозовик, Теория сверхпроводимости дираковских электронов в графене // Сборник научных трудов Научная сессия НИЯУ МИФИ 2010 **1**, 220 (2010).