

На правах рукописи

ОРЛОВ АЛЕКСАНДР ИГОРЕВИЧ

**ОБОБЩЕННАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ГЕТЕРОГЕННЫХ СРЕД
И СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ**

01.04.14 – Теплофизика и теоретическая теплотехника

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Обнинск – 2009

Работа выполнена в Государственном научном центре Российской Федерации – Физико-энергетическом институте имени А.И.Лейпунского»

Научный руководитель: доктор технических наук
Федотовский Владимир Сергеевич
ФГУП «ГНЦ РФ – ФЭИ»

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук Гинкин Владимир Павлович
ФГУП «ГНЦ РФ – ФЭИ»

доктор технических наук, профессор Дмитриев Сергей Михайлович
НГТУ имени Р.Е. Алексеева

Ведущая организация: ФГУП «Научно-исследовательский и конструкторский институт энерготехники имени Н.А.Доллежала»

Защита состоится « 13 » мая 2009 г. на заседании диссертационного совета Д 212.130.04 МИФИ по адресу: 115409 Москва, Каширское ш., 31.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МИФИ.

Автореферат разослан « » 2009 г.

Просим принять участие в работе совета или прислать отзыв в одном экземпляре, заверенном печатью организации, по адресу МИФИ.

Ученый секретарь диссертационного совета МИФИ,
д. ф.-м. н., профессор

И.И.Чернов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. К гетерогенным средам и стержневым системам относятся распространенные в природе, а также искусственно созданные и широко используемые в технике и строительстве композиционные материалы. Стержневые системы в виде пучков стержней и труб теплообменного оборудования широко используются в энергетике и теплотехнике.

Набор упругих, прочностных, теплотехнических и других физико-механических свойств гетерогенных сред, материалов и стержневых (трубных) конструкций во многом определяет их основные эксплуатационные характеристики. К весьма важным свойствам гетерогенных сред, композитных материалов и многоэлементных технических систем и конструкций относятся эффективная проводимость. Большое число исследований связано с изучением теплофизических, электрофизических, диффузионных, магнитных и механических свойств материалов, в том числе и при взаимном влиянии различных физических полей. Возможность изменения в широких пределах физико-механических свойств и геометрических параметров компонентов, составляющих гетерогенную среду, позволяет создавать материалы с необходимым набором служебных характеристик. Необходимость определения эффективных свойств гетерогенных сред, а также возможность целенаправленного конструирования композиционных материалов вызвала большое количество как экспериментальных, так и теоретических работ в области механики многофазных (многокомпонентных) сред и композитов.

Проблемы вычисления эффективной проводимости таких материалов представляют как научный, так и практический интерес, и привлекают непрерывное внимание исследователей. Это связано с тем, что, во-первых, такие неоднородные среды существенно отличаются от однородных и регулярно-неоднородных сред, что приводит к дополнительным математическим трудностям при описании таких систем; во-вторых, с возможностью получения результатов для практического применения.

В настоящее время во всем мире наблюдается существенное увеличение объемов использования композиционных материалов в изделиях авиационно-космической отрасли, машиностроения, энергетики и других отраслей техники, обусловленное их экономической эффективностью.

В связи с этим на сегодняшнем этапе развития математическое моделирование процессов проводимости гетерогенных сред различной структуры, включающих инерционную проводимость в динамических процессах наряду с традиционными понятиями стационарной теплопроводности, электропроводности, диэлектрической, магнитной и фильтрационной проницаемости, остается актуальным.

Целью данной работы являлась разработка математических моделей обобщенной проводимости, введение инерционной проводимости в теорию обобщенной проводимости, верификация численными методами и определение условий применимости моделей.

Для достижения цели решены следующие задачи.

- Разработана математическая модель обобщенной проводимости гетерогенных сред различной структуры, включающая инерционную проводимость в колебательно-волновых процессах, теплопроводность, электропроводность, диэлектрическую, магнитную и фильтрационную проницаемость в стационарных и динамических процессах.
- Выполнено математическое моделирование задач обобщенной проводимости двухкомпонентных гетерогенных сред и получены результаты численных расчетов на примере эффективной теплопроводности трансверсально анизотропных пучков стержней и труб в теплоносителе.
- Определена точность и условия применимости аналитических моделей, основанных на аналогии между инерционной проводимостью и эффективной теплопроводностью дисперсных сред.
- Разработана модель эффективной теплопроводности полидисперсных и трехкомпонентных сред и исследовано влияние случайных отклонений стержней пучков от регулярной решетки на эффективную теплопроводность.

Научная новизна и практическая значимость работы

- Теоретически обосновано понятие инерционной проводимости (эффективной динамической плотности) и включено в класс традиционных задач обобщенной проводимости гетерогенных сред.
- Усовершенствована и уточнена термомеханическая аналогия, позволяющая на основе формулы для инерционной проводимости (динамической плотности дисперсных сред) определять эффективную теплопроводность (термическое сопротивление) и другие свойства обобщенной проводимости гетерогенных сред.
- Впервые получены новые результаты прямых численных расчетов эффективной теплопроводности пучков цилиндрических стержней и труб, образующих квадратную, прямоугольную и треугольную решетку, а также пучков эллиптических стержней, образующих трансверсально анизотропную систему.
- Установлены пределы применимости известных и вновь разработанных математических моделей обобщенной проводимости.
- Усовершенствована математическая модель эффективной теплопроводности и проницаемости при динамической фильтрации жидкости в системах с цилиндрическими, сферическими и эллипсоидальными включениями.
- Получены зависимости для обобщенной проводимости трехфазной среды.

Результаты исследования могут быть использованы при расчете эффективных свойств (процессы тепло- и электропроводности, диэлектрической, магнитной и фильтрационной проницаемости, инерционной и акустической проводимости) различных композитных материалов. В технологии тяжелых жидко-металлических теплоносителей при процессах заморозки и разморозки теплоносителя. При разработке изоляционных материалов.

Основные положения, выносимые на защиту

- Разработанная математическая модель эффективной проводимости гетерогенных сред.
- Результаты численных расчетов эффективной теплопроводности пучков стержней и труб при различных геометрических параметрах.
- Результаты численных расчетов эффективной теплопроводности при случайных отклонениях стержней от узлов правильной квадратной решетки.
- Полученные замыкающие соотношения для форм-фактора, определяющие обобщенную проводимость гетерогенных сред различной структуры.
- Полученные зависимости для обобщенной проводимости трехфазной среды.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и библиографии. Работа изложена на 109 страницах, содержит 49 рисунков, 10 таблиц и список цитируемой литературы из 94 наименований.

Апробация работы. Основные положения работы докладывались и обсуждались на следующих научных семинарах, совещаниях, конференциях: Отраслевая конференция «Теплофизика-2005» (г. Обнинск, 2005 г.); «Теплофизика-2006» (г. Обнинск, 2006 г.); 4-ая Российская национальная конференция по теплообмену "РНКТ-4" (Москва, 2006 г.); 13-ая Международная конференция по теплообмену "ИНТС-13" (Сидней, Австралия, 2006 г.); 5-ая Международная научно-техническая конференция «Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР» (Москва, 2007 г.); 16-ая Леонтьевская школа-семинар молодых ученых и специалистов "Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках" (Санкт-Петербург, 2007 г.); 4-ая Международная конференция «Materials for HLM Cooled Reactors and related technologies» (Рим, Италия, 2007 г.); конференция «Безопасность АЭС и подготовка кадров - 2007» (Обнинский Государственный технический университет атомной энергетики, г. Обнинск, 2007 г.); межведомственный семинар «Теплофизика – 2007» (г. Обнинск, 2007 г.).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 8 работ в научных журналах и сборниках трудов Международных и Российских конференций, совещаний и семинаров, в том числе 2 статьи в рецензируемых журналах.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы обобщенной проводимости гетерогенных сред, определены цели и задачи исследования. Рассмотрена научная новизна и практическая значимость работы. Сформулированы основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе рассмотрены традиционные задачи обобщенной проводимости гетерогенных сред. Первые теоретические работы связаны с именами Максвелла, Рэлея, Маккензи, Макфедрана, Перинса. При исследовании эффективной теплопроводности, электропроводности, диэлектрической и магнитной проницаемости, фильтрационной проницаемости и диффузии в неоднородных (гетерогенных) средах было предложено значительное количество методов, приемов приближенного решения задач, эмпирических и полуэмпирических формул и т. д. Многие результаты забывались и неоднократно переоткрывались в разное время и в разных странах. Долгое время в данной области отсутствовала единая концепция, общий метод анализа физико-механических свойств, и отмечалась информационная перенасыщенность. В такой ситуации возникает стремление к обобщению материала и выработке общих подходов к проблеме. Наибольшее число таких работ опубликовано в период с 1960-1980 г.г., показана перспективность методов теории обобщенной проводимости в сочетании с геометрическим моделированием структуры для расчета теплопроводности неоднородных сред.

Основная задача, решаемая с помощью теории обобщенной проводимости, сводится к установлению эффективных характеристик гетерогенных систем по известным свойствам фазовых составляющих и ряду сведений об их структуре.

Известно, что существует группа физических процессов, которая описывается уравнениями типа

$$A = \sigma B, \quad (1)$$

где A , B — некоторые векторные величины, σ — коэффициент переноса либо другой физический параметр материала.

В столбцах 2 и 4 табл. 1 записаны уравнения такого типа. Они связывают тепловой поток j_{qi} и градиент температуры ∇T_i ; плотность электрического тока j_{ei} и градиент потенциала $\nabla \phi$, электрическую индукцию D_i и напряженность электрического поля E_i ; магнитную индукцию B_i и напряженность магнитного поля H_i ; диффузионный поток j_{mi} и градиент концентрации ∇C_i и т.д. Следовательно, определение теплопроводности λ , электропроводности δ , магнитной проницаемости μ , коэффициент диффузии D и некоторых других физических свойств гетерогенных систем можно свести к определению так называемого обобщенного коэффициента проводимости σ . Структура последнего будет одинакова, если уравнения и условия однозначности (столбцы 2-4), описывающие данные явления, имеют одинаковый вид.

Определение коэффициентов переноса

Физическое свойство материала	Уравнения для однородной среды	Граничные условия на поверхности раздела сред (компонентов)	Уравнения для гетерогенной системы
Теплопроводность λ	$\mathbf{j}_{qi} = -\lambda_i \nabla T_i$ $\text{div } \mathbf{j}_{qi} = 0$	$\lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial n} = \lambda_{i-1} \frac{\partial T_{i-1}}{\partial n}$	$\langle \mathbf{j}_q \rangle = -\lambda * \nabla \langle T \rangle$ $\text{div } \langle \mathbf{j}_q \rangle = 0$
Электропроводность δ	$\mathbf{j}_{ei} = -\delta_i \nabla \phi_i$ $\text{div } \mathbf{j}_{ei} = 0$	$\delta_i \frac{\partial \phi_i}{\partial n} = \delta_{i-1} \frac{\partial \phi_{i-1}}{\partial n}$	$\langle \mathbf{j}_e \rangle = -\delta * \nabla \langle \phi \rangle$ $\text{div } \langle \mathbf{j}_e \rangle = 0$
Диэлектрическая проницаемость ε	$\mathbf{D}_i = -\varepsilon_i \nabla \phi_i$ $\text{div } \mathbf{D}_i = 0$	$\varepsilon_i \frac{\partial \phi_i}{\partial n} = \varepsilon_{i-1} \frac{\partial \phi_{i-1}}{\partial n}$	$\langle \mathbf{D} \rangle = -\varepsilon * \nabla \langle \phi \rangle$ $\text{div } \langle \mathbf{D} \rangle = 0$
Магнитная проницаемость μ	$\mathbf{B}_i = \mu_i \mathbf{H}_i$ $\text{div } \mathbf{B}_i = 0$	$\mu_i \frac{\partial \phi_i}{\partial n} = \mu_{i-1} \frac{\partial \phi_{i-1}}{\partial n}$	$\langle \mathbf{B} \rangle = -\mu * \nabla \langle \phi \rangle$ $\text{div } \langle \mathbf{B} \rangle = 0$
Диффузия $\mathbf{D}$	$\mathbf{j}_{im} = -\mathbf{D}_i \nabla C_i$ $\text{div } \mathbf{j}_{im} = 0$	$D_i \frac{\partial C_i}{\partial n} = D_{i-1} \frac{\partial C_{i-1}}{\partial n}$	$\mathbf{j}_m = -\mathbf{D} * \nabla \langle C \rangle$ $\text{div } \langle \mathbf{j}_m \rangle = 0$

В силу эквивалентности математических уравнений, описывающих закономерности рассматриваемых процессов электро- и теплопроводности, диэлектрической, магнитной и фильтрационной проницаемости, для иллюстрации путей установления эффективных характеристик подобных материалов достаточно рассмотреть какой-нибудь один из них, например, прохождение в них теплового потока.

В этом случае приводятся известные результаты исследований эффективной теплопроводности. В частности формула Максвелла для гетерогенных сред со сферическими включениями:

$$\frac{\lambda^*}{\lambda} = \frac{2(1-\varphi) + \Lambda(1+2\varphi)}{2 + \varphi + \Lambda(1-\varphi)}, \quad (2)$$

где $\Lambda = \lambda_0 / \lambda$, λ - теплопроводность сплошной среды, λ_0 - теплопроводность включений, φ - объемная концентрация включений.

Наиболее полное решение, учитывающее как объемную концентрацию, так и расположение сферических включений в узлах решеток различных типов, получено в работах Маккензи, Мак Федрана и Перинса

$$\frac{\lambda^*}{\lambda} = 1 + \frac{3\varphi}{\frac{\Lambda+2}{\Lambda-1} - \varphi - \alpha f \varphi^{10/3} - b_1 \left(\frac{\Lambda-1}{\Lambda+\frac{6}{5}} \right) \varphi^{14/3} - c_1 \left(\frac{\Lambda+1}{\Lambda+\frac{8}{7}} \right) \varphi^6 + \dots} \quad (3)$$

где

$$f = \frac{1 + c_2 \left(\frac{\Lambda-1}{\Lambda+\frac{6}{5}} \right) \varphi^{11/3} + c_3 \left(\frac{\Lambda-1}{\Lambda+\frac{6}{5}} \right)^2 \varphi^{23/3}}{\frac{\Lambda+\frac{4}{3}}{\Lambda-1} - b_2 \varphi^{7/3} - c_4 \left(\frac{\Lambda-1}{\Lambda+\frac{6}{5}} \right) \varphi^6}. \quad (4)$$

Сравнение формул (2) и (3) проиллюстрировано на рис. 1.

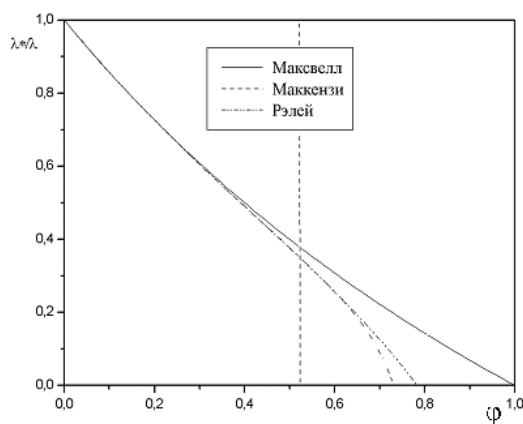


Рис. 1 Зависимость эффективной теплопроводности гетерогенной среды от концентрации непроводящих сферических включений, образующих простую кубическую решетку (ПКР)

Аналогичные исследования были выполнены для гетерогенных сред с цилиндрическими включениями. Формула Максвелла для эффективной теплопроводности в направлении, перпендикулярном осям цилиндрических включений, имеет вид

$$\frac{\lambda^*}{\lambda} = \frac{(1-\varphi) + \Lambda(1+\varphi)}{(1+\varphi) + \Lambda(1-\varphi)}. \quad (5)$$

В последующих исследованиях Рэлея, Рунге, Перинса были получены зависимости, направленные на уточнение этой формулы. Для квадратной и гексагональной решеток цилиндров формулы имеют соответственно вид:

$$\frac{\lambda^*}{\lambda} = 1 + \frac{2\varphi}{\frac{\Lambda+1}{\Lambda-1} - \varphi - b_1 \left(\frac{\Lambda-1}{\Lambda+1} \right) \varphi^4 \left[\frac{a}{1 - c \left(\frac{\Lambda-1}{\Lambda+1} \right)^2 \varphi^8} + b\varphi^4 \right]}, \quad (6)$$

$$\frac{\lambda^*}{\lambda} = 1 + \frac{2\varphi}{\frac{\Lambda+1}{\Lambda-1} - \varphi - b_1 \left(\frac{\Lambda-1}{\Lambda+1} \right) \varphi^6 \left[\frac{a}{1 - c \left(\frac{\Lambda-1}{\Lambda+1} \right)^2 \varphi^{12}} + b\varphi^6 \right]}. \quad (7)$$

Сравнение формул (5) и (6) проиллюстрировано на рис. 2.

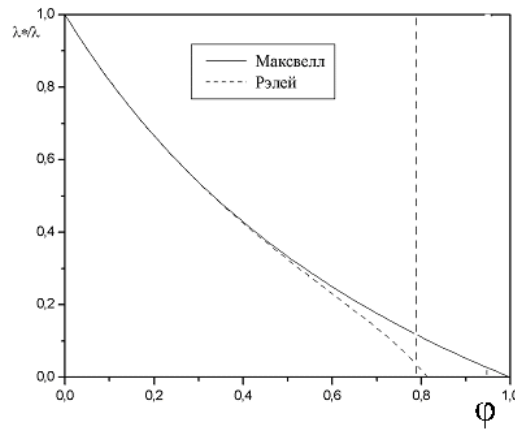


Рис. 2 Зависимость эффективной теплопроводности гетерогенной среды от концентрации непроводящих цилиндрических включений в квадратной решетке

Известны также результаты исследований и формулы для эффективной теплопроводности общего вида, включающие в себя фактор формы включений. Так, например, формула

$$\frac{\lambda^*}{\lambda} = \frac{1 - (1 - \Lambda k)\varphi}{1 + (k - 1)\varphi}, \quad (8)$$

описывает эффективную теплопроводность гетерогенных сред без конкретизации формы включений, где фактор формы k для сферических включений имеет вид

$$k = \frac{3}{2 + \Lambda}. \quad (9)$$

Во второй главе исследуется понятие эффективной динамической плотности дисперсной среды, вводимое в теорию обобщенной проводимости. В настоящей работе дисперсная среда рассматривается как псевдооднородный континуум, обладающий эффективными динамическими свойствами. При таком подходе эффекты, связанные с межфазным

взаимодействием, учитываются с помощью эффективных свойств, при получении которых это взаимодействие рассматривается на уровне ячейки, содержащей одно включение, окруженное несущей жидкостью.

Если бы при динамических воздействиях на дисперсную среду включения были неподвижными относительно несущей жидкости, то плотность дисперсной среды, независимо от характера её движения, определялась бы по правилу смесей:

$$\rho_{см} = \rho(1 - \varphi) + \rho_0 \varphi, \quad (10)$$

где φ - объёмная концентрация включений, ρ , ρ_0 - плотность жидкости и материала включений.

В общем же случае скорость включений при колебаниях дисперсной среды отличается от скорости несущей жидкости. Если плотность включений будет больше плотности жидкости, то, из-за их большой инерционности, колебательная скорость включений будет меньше скорости жидкости. Наоборот, в случае, когда плотность включений будет меньше плотности несущей жидкости, колебательная скорость включений должна быть больше скорости жидкости.

Если жидкость под действием внешних сил совершает колебательное движение, то находящиеся в жидкости частицы также будут совершать колебания с той же частотой, но с отличающейся амплитудой. Собственно, возникающее в дисперсной среде относительное колебательное движение и, соответственно, динамическое взаимодействие жидкости и частиц-включений, обуславливает необходимость введения эффективных динамических свойств. При континуальном описании динамики дисперсных сред силы межфазного взаимодействия становятся внутренними и не входят в уравнение движения. Вместо этого в уравнения входят эффективные динамические свойства дисперсных сред.

Следует отметить, что такой подход имеет смысл, когда относительные перемещения частиц-включений и жидкости в процессе колебаний дисперсной среды малы по сравнению с характерным масштабом неоднородности – размерами частиц или расстоянием между частицами. В этом случае можно считать, что представительный объём дисперсной среды содержит одни и те же частицы и одну и ту же жидкость. Обозначим скорость включения в представительном объёме $V(t)$. Скорость центра масс представительного объёма дисперсной среды (или элементарной ячейки с одним включением) будет отличаться от скорости геометрического центра этого объёма, т.е. от скорости дисперсной среды $U(t)$.

Выделив в колеблющейся дисперсной среде ячейки, каждая из которых содержит по одному включению, определим импульс ячейки. При континуальном описании движения дисперсной среды со скоростью геометрического центра ячейки (или представительного объёма) $U(t)$ её эффективная динамическая плотность определяется следующим образом. С одной стороны, импульс представительного объёма дисперсной среды (ячейки) записывается в виде:

$$I(t) = \rho^* U(t) G, \quad (11)$$

где ρ^* - искомая эффективная динамическая плотность, которую необходимо выразить через известные геометрические и физические свойства фаз.

С другой стороны, импульс $I(t)$ состоит из двух составляющих — импульса включений I_0

$$I_0 = \rho_0 \phi V G, \quad (12)$$

и импульса жидкости I_f , который можно записать как

$$I_f = \rho \int u(r, t) d^3 r, \quad (13)$$

где локальная скорость жидкости в ячейке $u(r, t)$ является функцией микрокоординат r . Интегрирование должно проводиться по объёму жидкости, находящейся в объёме ячейки, и равному $(1 - \phi)G$. Импульс жидкости I_f можно выразить через “интегральные” характеристики гетерогенной среды. В самом деле, импульс I_f связан со скоростью движения центра масс жидкости U^* , находящейся в объёме G , формулой

$$I_f = \rho U^* (1 - \phi) G, \quad (14)$$

Скорость центра масс жидкости в ячейке U^* связана со скоростью ячейки U и скоростью включения V соотношением

$$U^* (1 - \phi) = U - V \phi, \quad (15)$$

вытекающем из правила для статических моментов масс.

На рис. 3. схематично показаны скорости и смещения элементарной ячейки дисперсной среды, центра масс жидкости и центра массы включения в случаях, когда плотность включений меньше (а) и больше (б) плотности жидкости.

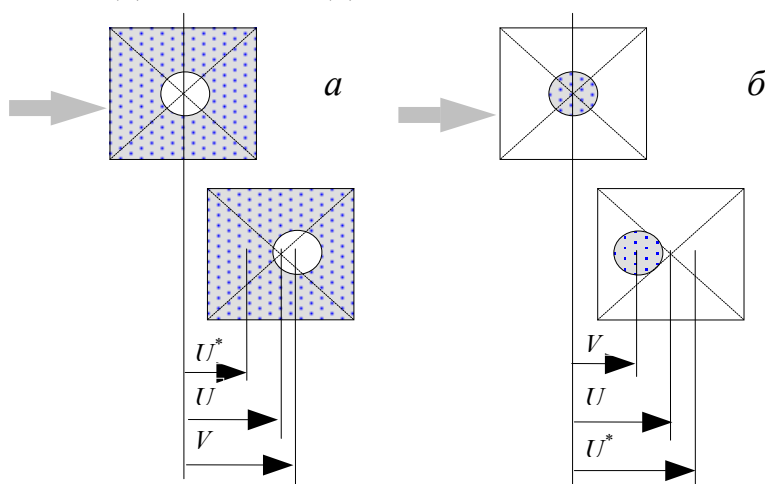


Рис. 3. Схема движения элементарной ячейки дисперсной среды с легким (а) и тяжелым (б) включением

Из формулы (15) следует:

$$U^* = \frac{U - V\varphi}{1 - \varphi}. \quad (16)$$

Таким образом, искомые значения импульсов жидкости и включений равны:

$$I_f = \rho(U - V\varphi)G, \quad (17)$$

$$I_0 = \rho_0 V \varphi G. \quad (18)$$

Сопоставляя выражение (11) с суммарным импульсом гетерогенной среды $I = I_f + I_0$, запишем:

$$\rho^* = \rho \left(1 - \frac{V}{U} \varphi \right) + \rho_0 \frac{V}{U} \varphi. \quad (19)$$

Подставляя в зависимость (19) формулу для отношения скоростей включений и дисперсной среды

$$\frac{V}{U} = \frac{1 + \gamma}{\Delta + \gamma}, \quad (20)$$

получим

$$\frac{\rho^*}{\rho} = 1 + \frac{1 + \gamma}{\Delta + \gamma} (\Delta - 1) \varphi. \quad (21)$$

Формула (21) даёт искомую эффективную динамическую плотность дисперсной среды, образованной жидкостью и свободно взвешенными в ней недеформируемыми включениями. Эффективная динамическая плотность, как видно из формулы (21), зависит от геометрических характеристик включений γ , φ и физических свойств фаз ρ , ρ_0 .

В предельном случае эффективная динамическая плотность гетерогенных сред с неподвижными включениями ($\Delta = \infty$) выражается формулой

$$\frac{\rho^*}{\rho} = 1 + (1 + \gamma) \varphi. \quad (22)$$

Таким образом, для определения эффективной динамической плотности дисперсной среды или гетерогенной системы с множеством однотипных элементов кроме обычно известных параметров – плотности жидкости и включений, объемной концентрации включений, нужно знать коэффициент или, для анизотропных сред и систем, – тензор коэффициентов присоединенной массы γ .

Присоединенная масса жидкости для сферических включений дисперсной среды:

$$\gamma = \frac{1 + 2\varphi}{2(1 - \varphi)}. \quad (23)$$

Присоединенная масса жидкости для редких пучков стержней:

$$\gamma = \frac{1+\varphi}{1-\varphi} \quad (24)$$

Присоединенные массы в случае тесных пучков стержней, рассчитанные с использованием модели микроячеек для треугольной и квадратной упаковки:

$$\gamma_{\Delta} = \frac{6}{\pi} \sqrt{\frac{2}{X-1}} \cdot \arctg \left(\sqrt{\frac{2}{X-1}} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{12} \right) - \frac{1+\varphi}{\varphi}, \quad (25)$$

$$\gamma_{\Pi} = \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{2}{X-1}} \cdot \arctg \left(\sqrt{\frac{2}{X-1}} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} \right) - \frac{1+\varphi}{\varphi}. \quad (26)$$

Для минимально возможной присоединенной массы включений коэффициент присоединенной массы выражается формулой

$$\gamma = \frac{\varphi}{1-\varphi}. \quad (27)$$

В этом случае эффективная динамическая плотность будет равна:

$$\rho^* = \frac{\rho \rho_0}{\rho_0(1-\varphi) + \rho \varphi}. \quad (28)$$

Выведа из выражения (21) формулу для вычисления присоединенной массы непроводящих включений:

$$\gamma = \frac{1 - \frac{\lambda^*}{\lambda}}{\frac{\lambda^*}{\lambda} \varphi} - 1 \quad (29)$$

получим уточненные формулы для коэффициента присоединенной массы сферических и цилиндрических включений в простой кубической решетке (ПКР), объемно центрированной решетке (ОЦР) и гранецентрированной решетке (ГЦР). Ниже на рис. 4 и рис. 5 приведены зависимости форм-фактора присоединенной массы от объемной концентрации, вычисленные по формуле (29) с помощью значений эффективной теплопроводности, полученных с использованием формул (3), (6) и (7).

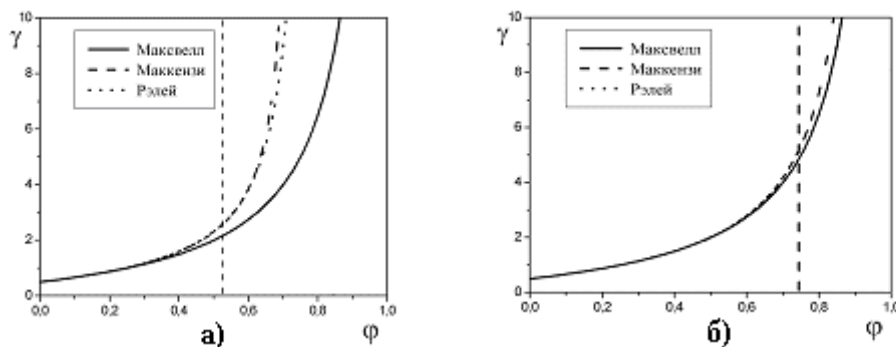


Рис. 4. Зависимости форм-фактора присоединенной массы от объемной концентрации: а) – сферы в ПКР, б) – сферы в ГЦР

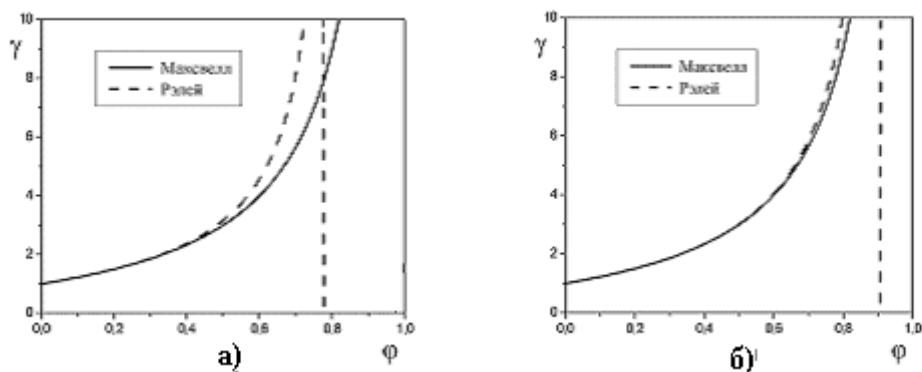


Рис. 5. Зависимости форм-фактора присоединенной массы от объемной концентрации: а) – цилиндры в ПКР, б) – цилиндры в ГЦР

Используя полученные зависимости (рис. 4, 5) и учитывая предельную концентрацию, получены уточненные формулы для сферических включений в ПКР, ОЦР и ГЦР:

$$\gamma = \frac{1 + 1,7\varphi}{2(1 - 1,2\varphi)} - \text{для ПКР}; \quad (30)$$

$$\gamma = \frac{1 + 1,96\varphi}{2(1 - 1,05\varphi)} - \text{для ОЦР}; \quad (31)$$

$$\gamma = \frac{1 + 1,92\varphi}{2(1 - 1,04\varphi)} - \text{для ГЦР}. \quad (32)$$

На рис. 6 приведены полученные аппроксимирующие зависимости коэффициента присоединенной массы.

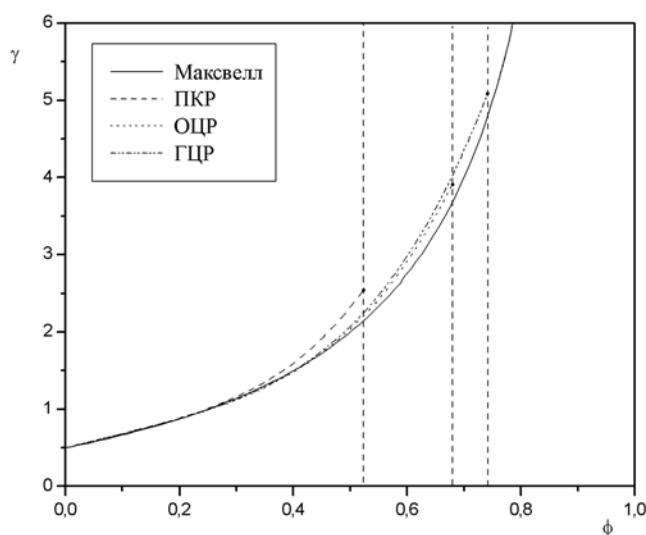


Рис. 6. Уточненные зависимости коэффициента присоединенной массы для сферических включений в решетках трех типов

В третьей главе рассматривается термо-механическая аналогия (ТМА), относящаяся к обобщенной проводимости гетерогенных сред, к динамике гетерогенных сред и их эффективным инерционным свойствам. ТМА позволяет моделировать поля скоростей идеальной жидкости, определять эффективные инерционные свойства (эффективную динамическую плотность) с помощью аналоговых моделей по их эффективным электрическим (термическим) свойствам. Метод ТМА оказывается весьма полезным инструментом для определения эффективной динамической плотности гетерогенных сред по известным данным об эффективной электро-теплопроводности гетерогенных материалов.

Сущность ТМА заключается в следующем. Если гетерогенная среда образована идеальной жидкостью и содержащимися в ней бесконечно инерционными и, следовательно, неподвижными включениями, то приведенная в движение жидкость представляет собой динамическую «фильтрацию» через ансамбль тел-препятствий. Для электропроводящего гетерогенного материала аналогичная «фильтрация» электрического тока будет происходить в том случае, когда включения имеют нулевую электропроводность. При этом, кроме подобия поля скорости V и плотности тока J на макроуровне гетерогенных сред, будет соблюдено подобие поля скорости и плотности электрического тока на микроуровне, т.е. на уровне обтекания отдельных включений (рис. 7).

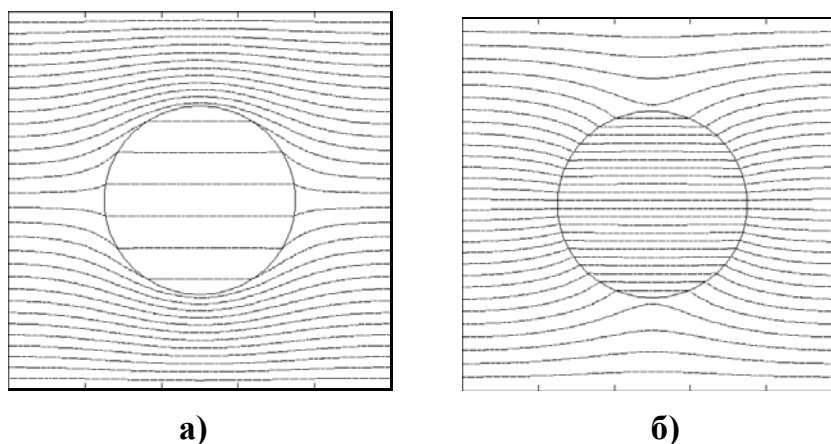


Рис. 7. Линии тока жидкости (идентичные линиям теплового потока) для случая $\rho_0 > \rho$ ($\lambda_0 < \lambda$) (а) и $\rho_0 < \rho$ ($\lambda_0 > \lambda$) (б)

Таким образом, на основании ТМА результаты многочисленных исследований эффективных электротермических свойств гетерогенных материалов могут быть непосредственно применены к расчету эффективной динамической плотности. Также верно и обратное. В частности, используя формулу

$$\rho^* / \rho = 1 + (1 + \gamma) \varphi \quad (33)$$

для эффективной плотности гетерогенных сред с неподвижными сферическими включениями, получаем выражение для эффективной теплопроводности материала с непроводящими сферическими включениями.

$$\frac{\lambda^*}{\lambda} = \frac{\rho}{\rho^*} = \frac{1 - \varphi}{1 + \varphi/2} \quad (34)$$

В четвертой главе описывается методика проведения численных расчетов эффективной теплопроводности пучков цилиндрических стержней и труб, образующих квадратную, прямоугольную и гексагональную треугольную решетку, а также пучков эллиптических стержней, образующих трансверсально анизотропную систему. Приводятся конечные результаты численного моделирования эффективной теплопроводности в виде таблиц и графических зависимостей. Некоторые из них показаны на рис. 8 – 17.

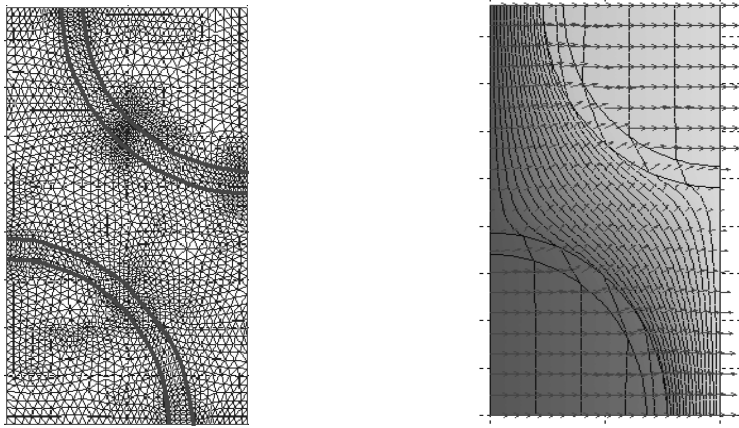


Рис. 8. Конечноэлементная сетка и рассчитанный тепловой поток через ячейку

Квадратная решетка цилиндрических стержней.

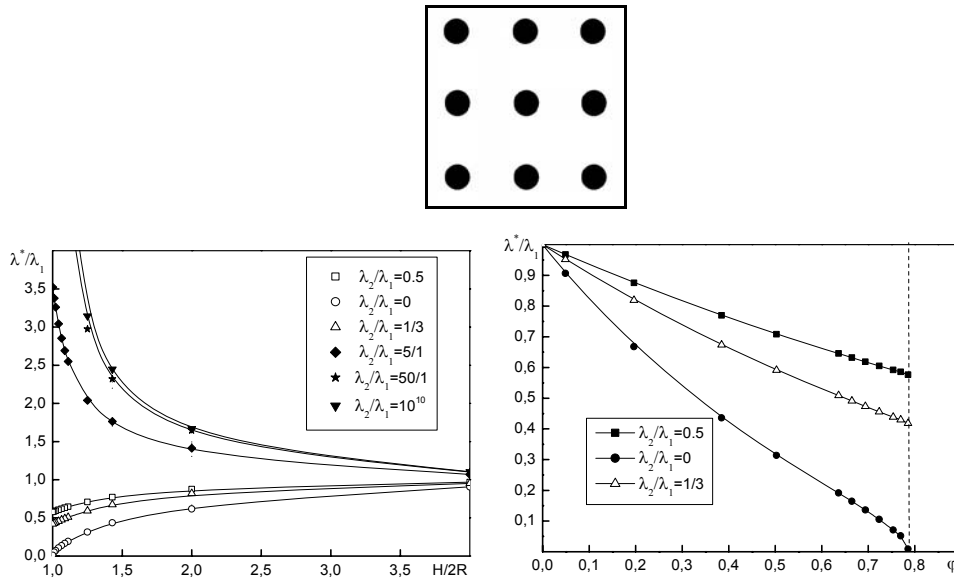


Рис. 9. Зависимости эффективной теплопроводности λ^* от относительного шага $S/2d$ и объемной концентрации стержней φ

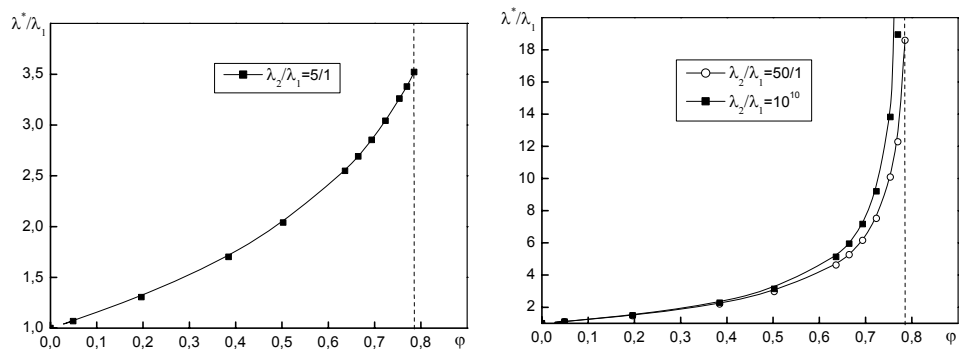


Рис. 10. Зависимости эффективной теплопроводности λ^* от относительного шага $S/2d$ и объемной концентрации стержней φ

Цилиндры в треугольной решетке.

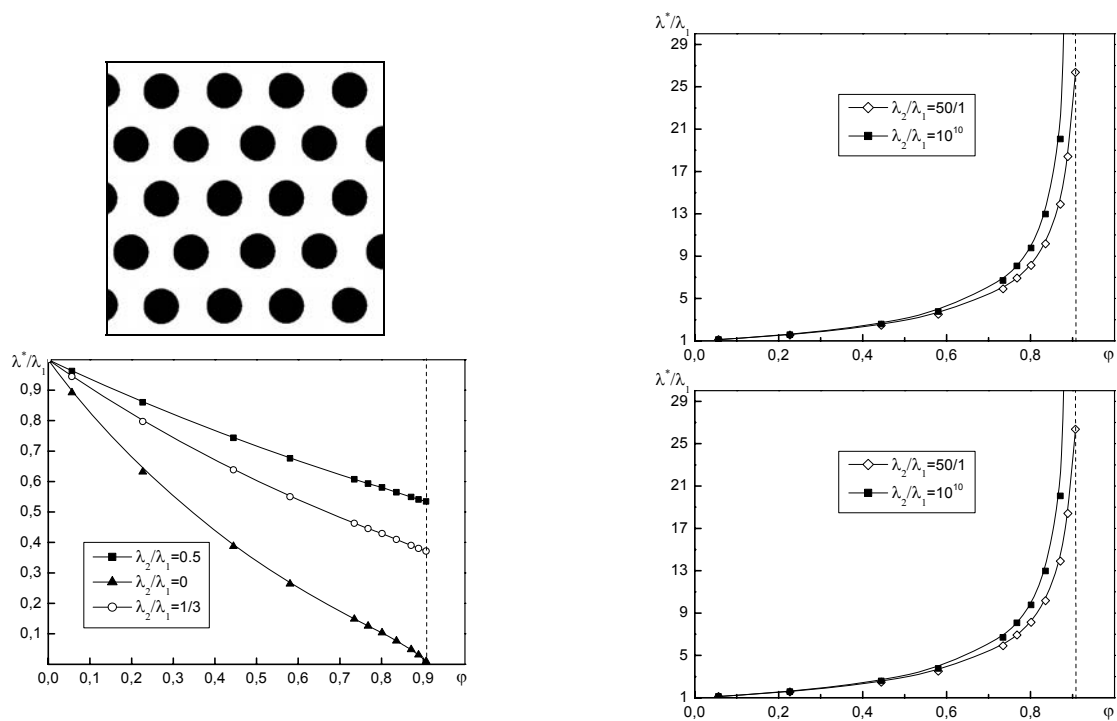


Рис. 11. Зависимости эффективной теплопроводности λ^* от объемной концентрации стержней φ

Трубы в треугольной решетке.

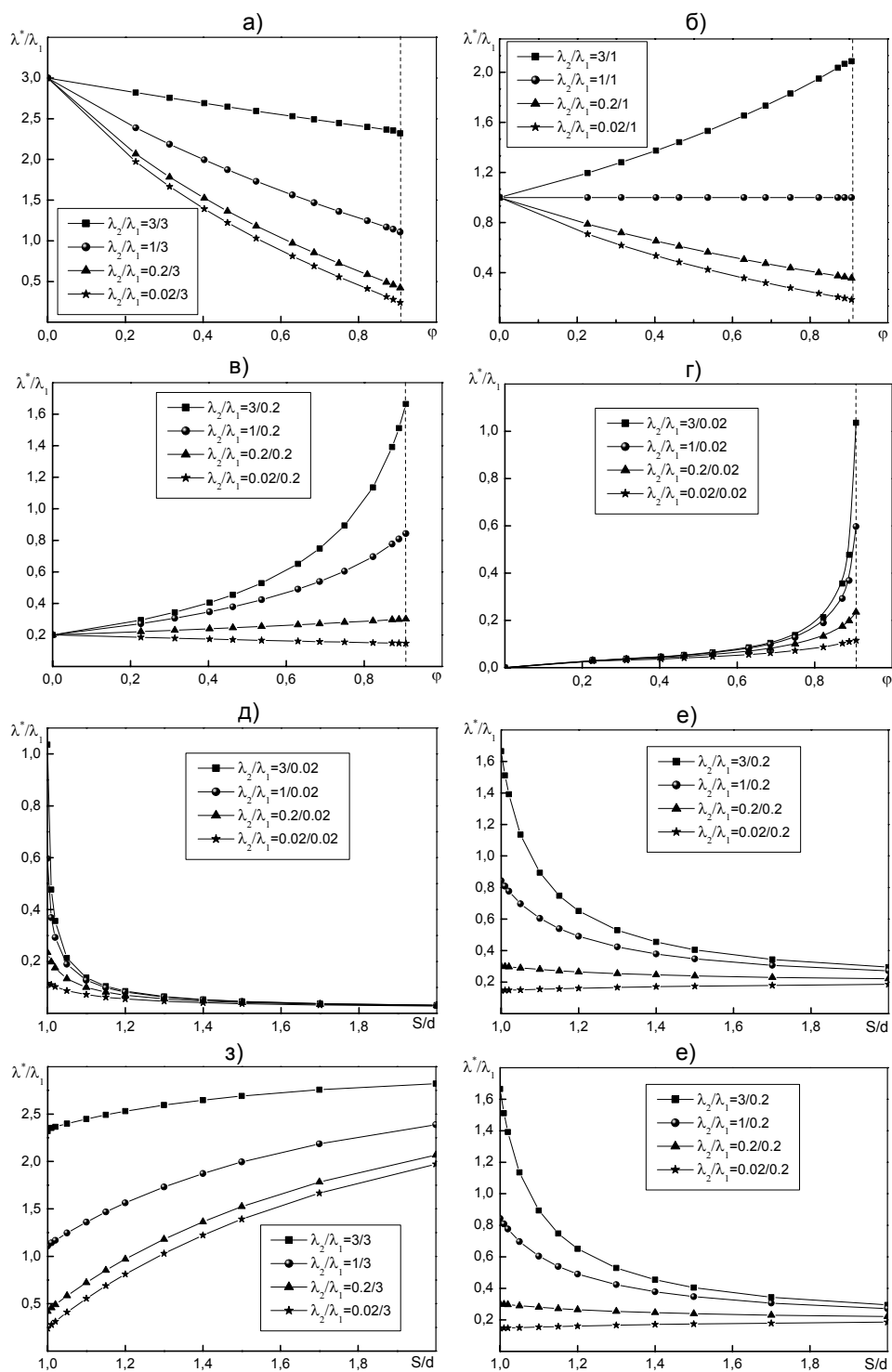
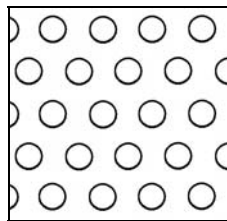


Рис. 12. Зависимости эффективной теплопроводности λ^* от объемной концентрации стержней φ и относительного шага

Прямоугольная решетка стержней.

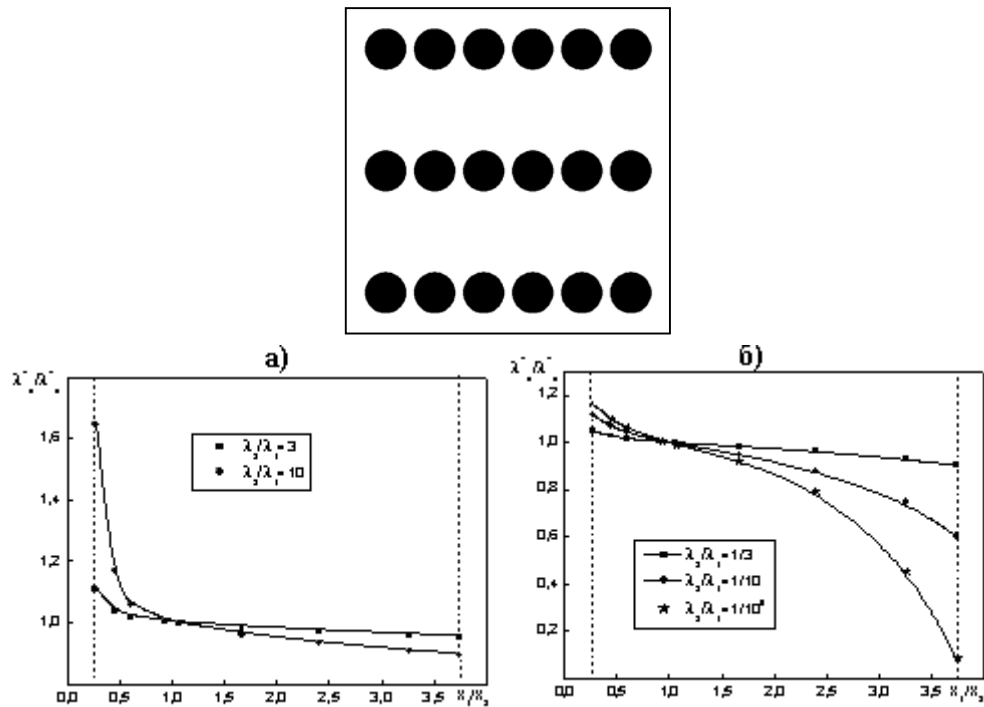


Рис. 13. Зависимости отношения эффективной теплопроводности прямоугольной ячейки λ_n^* к эффективной теплопроводности квадратной ячейки λ_k^* от отношения относительных шагов X_1/X_2

Квадратная решетка эллиптических цилиндров

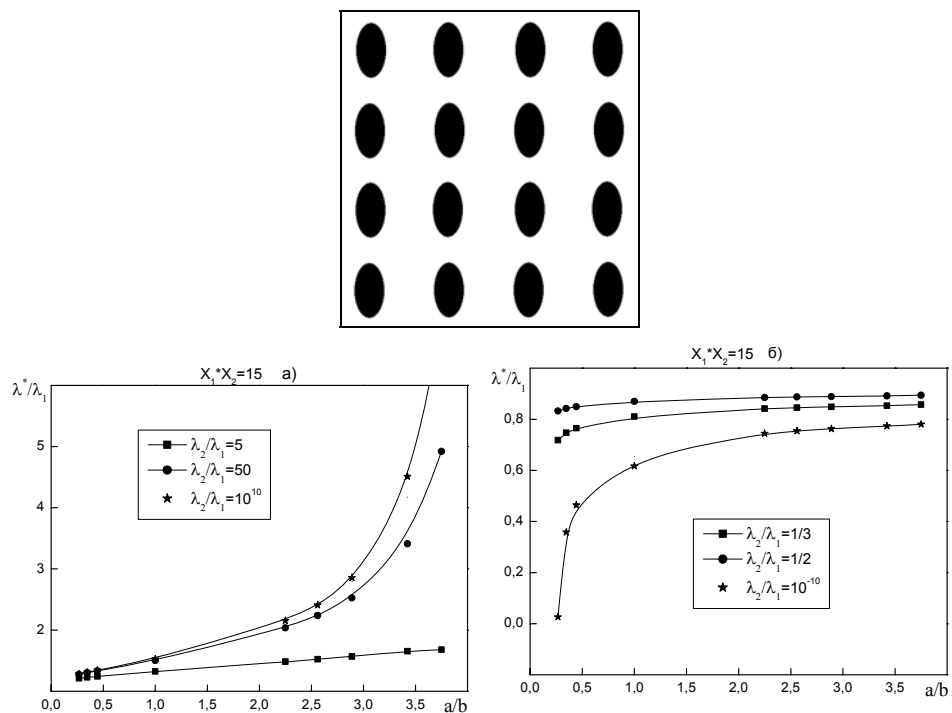


Рис. 14. Зависимости эффективной теплопроводности от отношения полуосей эллипса a/b для объемной концентрации $\varphi = 0,21$

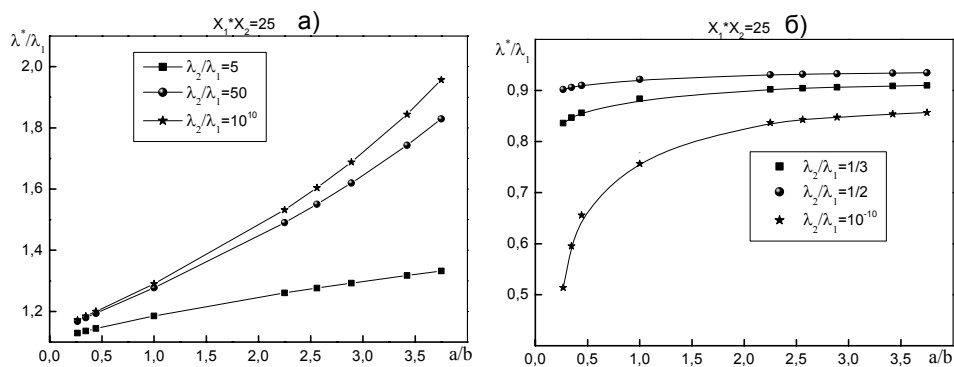


Рис. 15. Зависимости эффективной теплопроводности от отношения полуосей a/b эллиптических цилиндров для объемной концентрации $\varphi = 0,125$

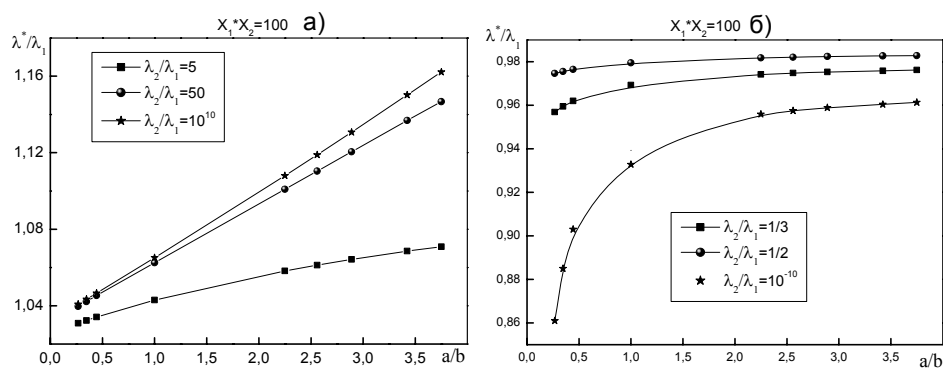


Рис. 16. Зависимости эффективной теплопроводности от отношения полуосей эллипса a/b для объемной концентрации $\varphi = 0,031$

Сравнение результатов

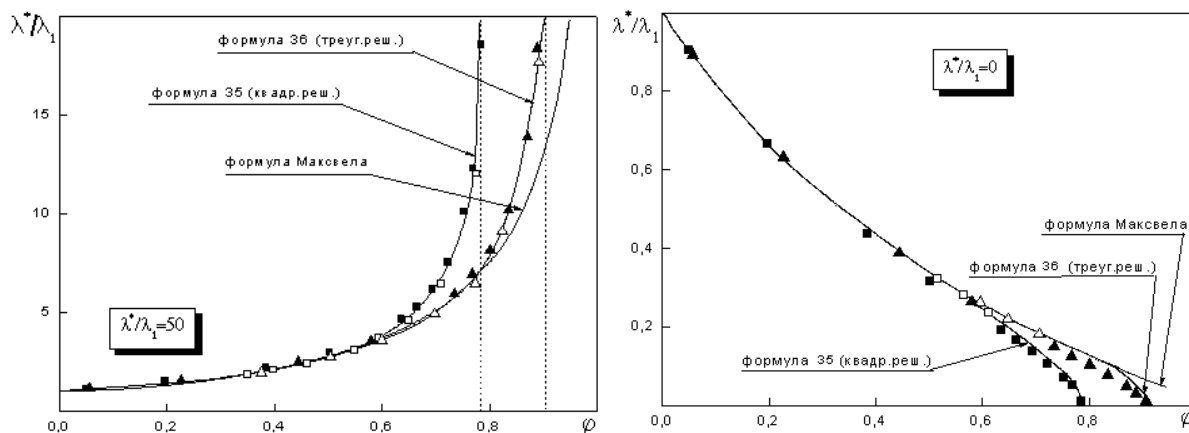


Рис. 17. Сравнение результатов: ■ - квадратная решетка, численные решения автора; ▲ - треугольная решетка, численные решения автора; □ - квадратная решетка, численные решения Шмида; △ - треугольная решетка, численные решения Шмида

Из графиков на рис. 17 видно, что при малых и умеренных концентрациях включений эффективная теплопроводность неплохо описывается формулой Максвелла, хорошо согласуется с результатами численных расчетов Шмида и нашими численными расчетами. С увеличением концентрации включений численные рас-

четы уточняют формулы (35, 36) для эффективной теплопроводности в случае гетерогенного материала с достаточно высокой концентрацией цилиндрических включений, образующих правильную треугольную или квадратную решетку:

$$\frac{\lambda^*}{\lambda} = \frac{X_2 \sqrt{X-1}}{6} \left[\operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{2}{X-1}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{12} \right) \right]^{-1}, \quad (35)$$

или

$$\frac{\lambda^*}{\lambda} = \frac{X_2 \sqrt{X-1}}{4} \left[\operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{2}{X-1}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} \right) \right]^{-1}. \quad (36)$$

Влияние случайных отклонения цилиндрических стержней в квадратной упаковке на эффективную теплопроводность

Для определения влияния случайных отклонений цилиндров от своего нормально положения в правильной квадратной решетке на эффективную теплопроводность был произведен комплекс расчетов псевдослучайно сгенерированных решеток для ряда выбранных значений концентрации.

Построение решеток с псевдослучайно расположенными стержнями осуществлялось путем задания двухкомпонентного случайного смещения стержня от узла правильной решетки. Каждая из компонент смещения вычислялась с помощью программного генератора равномерно распределенных случайных чисел с условием не пересечения границ цилиндров.

Для каждой из выбранных концентраций включений $\varphi = 0,2; 0,39; 0,5; 0,64; 0,73$ генерировалось по 20 случайных матриц смещений, производилось построение двумерной модели и расчет её эффективной теплопроводности.

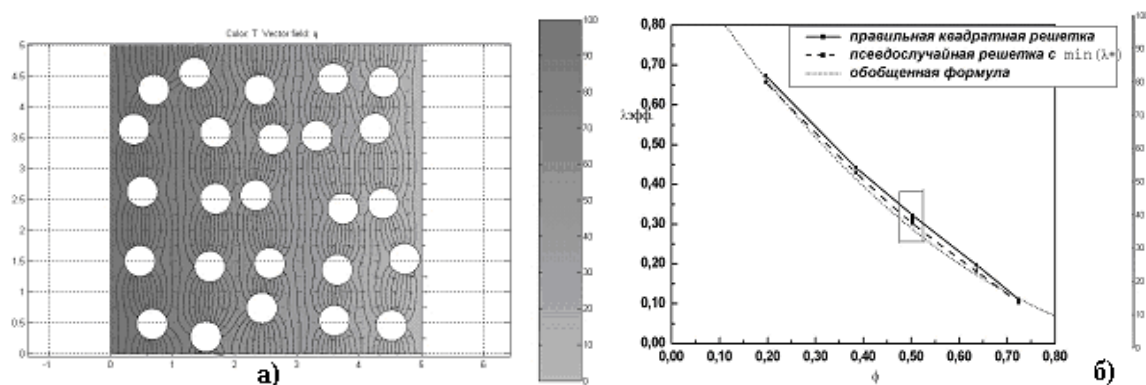


Рис. 18. Изотермы в среде со смещенными цилиндрами (а), влияние смещений на эффективную теплопроводность (б).

На рис. 18, б сплошной линией показаны значения эффективной теплопроводности для правильной квадратной упаковки цилиндров, штриховой линией – минимальные значения эффективной теплопроводности для всей выборки, пунктирной

линией – обобщенная формула (5). Как показали численные расчеты, наибольшее отклонение эффективной теплопроводности пучков с псевдослучайным расположением стержней от теплопроводности пучков с регулярной решеткой, имеет место при концентрации включений 0,5-0,65 и составляет 6-7% .

В пятой главе исследуется динамика полидисперсной и трехфазной гетерогенной среды, образованной сплошной средой и включениями существенно различных размеров (полидисперсные среды) с различными физическими свойствами (трехфазные среды). Рассмотрены частные случаи сред с цилиндрическими и сферическими включениями различной плотности и теплопроводности, дающими определенное представление о степени влияния немонодисперсности, многофазности или кластеризации на динамическую плотность и эффективную теплопроводность (обобщенную проводимость) гетерогенных сред.

Для полидисперсной или трехкомпонентной среды, состоящей из крупных и мелких частиц с плотностью ρ_0 и несущей жидкости с плотностью ρ , получена формула для эффективной плотности:

$$\rho^{**} = \rho_2^* \frac{(2 + \varphi_1) \frac{\rho_0}{\rho_2^*} + (1 - \varphi_1)}{2(1 - \varphi_1) \frac{\rho_0}{\rho_2^*} + (1 + 2\varphi_1)}, \quad (37)$$

где ρ_2^* - эффективная плотность гетерогенной среды, образованной жидкостью и мелкодисперсными включениями. Формула (37) в точности соответствует формуле для динамической плотности однородных дисперсных сред со сферическими включениями, в которой, однако, вместо плотности сферических включений стоит динамическая плотность дисперсной среды в сферических кластерах, а вместо плотности жидкости – динамическая плотность окружающей кластеры дисперсной среды.

Из ТМА следует, что аналогичная зависимость имеет место и для эффективной теплопроводности (удельного термического сопротивления) ячеисто-неоднородных сред. Таким образом, эффективная теплопроводность ячеисто-неоднородной (кластерной) гетерогенной среды определяется по формуле

$$\frac{\lambda_{кл}^*}{\lambda_2^*} = \frac{2(1 - \varphi_{кл}) \frac{\lambda_2^*}{\lambda_1^*} + (1 + 2\varphi_{кл})}{(2 + \varphi_{кл}) \frac{\lambda_2^*}{\lambda_1^*} + (1 - \varphi_{кл})}, \quad (38)$$

где λ_1^* – эффективная теплопроводность сферического объема сплошной среды, который находится в сплошной жидкой среде с эффективной теплопроводностью λ_2^* .

Согласно термомеханической аналогии, такой же формулой определяется эффективное удельное термическое сопротивление (обобщенная проводимость) трехфазной среды при замене в ней плотностей на соответствующие удельные термические сопротивления компонентов.

ОСНОВНЫЕ ВЫВООДЫ

По материалам проведенного исследования обобщенной проводимости гетерогенных сред сформулированы следующие основные выводы.

1. На основании анализа известных моделей проводимости и динамики гетерогенных сред, а также результатов собственных исследований, обосновано введение инерционной проводимости (динамической плотности) в понятие обобщенной проводимости гетерогенных сред. Установлена аналогия между инерционной проводимостью (динамической плотностью) жидких дисперсных сред и эффективной теплопроводностью (удельным термическим сопротивлением) и другими свойствами обобщенной проводимости гетерогенных сред.

2. Результаты численного моделирования подтвердили термомеханическую аналогию и эквивалентность формул для инерционной проводимости (динамической проводимости) и эффективной теплопроводности (термического сопротивления) сред с цилиндрическими включениями.

3. На основе результатов численных расчетов получены замыкающие соотношения для форм-фактора, определяющего обобщенную проводимость гетерогенных сред различной структуры.

- Показано, что аналогия между динамической плотностью и термическим сопротивлением гетерогенных сред является точной только в случае, когда отношение плотностей включений и сплошной среды много больше единицы, а отношение теплопроводностей соответственно много меньше единицы.

- В общем случае произвольных свойств включений термомеханическая аналогия имеет ограничения.

4. В результате численного моделирования установлена граница области применимости термомеханической аналогии между эффективной теплопроводностью и инерционной проводимостью дисперсных сред с цилиндрическими включениями.

5. На основании численных расчетов показано, что случайные отклонения цилиндрических стержней в квадратной упаковке приводят не более чем к 6% изменению обобщенной проводимости (теплопроводности).

6. На основании термомеханической аналогии получена зависимость, позволяющая вычислять обобщенную проводимость полидисперсной и трехфазной гетерогенной среды.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Федотовский В.С., Орлов А.И. Эффективная теплопроводность transversально анизотропных стержневых и трубных пучков. – В сб.: Тез. докл. межотраслевой тематической конференции «Теплофизика-2005», Обнинск, 2005, с. 196.
2. Федотовский В.С., Орлов А.И. Эффективная теплопроводность transversально анизотропных стержневых и трубных пучков. – В сб.: Теплопроводность, теплоизоляция. Труды 4-й Российской национальной конференции по теплообмену "РНКТ-4", Москва, 2006, т. 7, с. 344.
3. Федотовский В.С., Орлов А.И., Матюхин Н.М. Эффективная теплопроводность пучков стержней и труб при их случайных отклонениях от правильной решетки. – В сб.: Труды ФГУП ОКБ «ГИДРОПРЕСС», Подольск, Россия, 2007, т. 3, с. 63-69.
4. Федотовский В.С., Орлов А.И. Эффективная теплопроводность дисперсной среды с псевдослучайным пространственным распределением включений в материале матрицы. – В сб.: Труды XVI школы-семинара молодых ученых и специалистов «Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках», М.: МЭИ, 2007, т.2, с. 320-323.
5. Fedotovskiy V., Orlov A. Effective heat conductivity of fuel element bundles and steam generator tube bundles. – J. of Nucl. Mater. 2008, v. 376, p. 415-417.
6. Федотовский В.С., Орлов А.И. Эффективная теплопроводность пучков стержней при их случайных отклонениях от правильных квадратных и треугольных решеток. – В сб.: Тез. докл. межведомственного семинара «Теплофизика-2007», г. Обнинск: ГНЦ РФ - ФЭИ, 2007, с. 98.
7. Федотовский В.С., Орлов А.И. Эффективная теплопроводность пучков стержней при их случайном отклонении от правильных квадратных и треугольных решеток. – В сб.: Тез. докл. X Международной конференции «Безопасность АЭС и подготовка кадров - 2007», г. Обнинск, 2007, с. 9.
8. Федотовский В.С., Орлов А.И. Эффективная теплопроводность пучков стержней и труб при их случайных отклонениях от правильной решетки. – Известия вузов. Ядерная энергетика, 2008, №4, с. 113-120.