

На правах рукописи



Сергеева Дарья Юрьевна

ЭФФЕКТЫ КОГЕРЕНТНОСТИ В ДИФРАКЦИОННОМ ИЗЛУЧЕНИИ
СГУСТКОВ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ

01.04.02 – теоретическая физика

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2018

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

- Научный руководитель: *Стриханов Михаил Николаевич,
д.ф.-м.н., профессор, ректор Национального
исследовательского ядерного университета
«МИФИ»*
- Научный консультант: *Тищенко Алексей Александрович,
к.ф.-м.н., доцент Национального
исследовательского ядерного университета
«МИФИ»*
- Официальные оппоненты: *Кубанкин Александр Сергеевич,
д.ф.-м.н., профессор кафедры теоретической и
математической физики Белгородского
государственного национального
исследовательского университета (НИУ
«БелГУ»)*
- Карловец Дмитрий Валерьевич,
к.ф.-м.н., старший научный сотрудник
лаборатории Теоретической и математической
физики физического факультета Томского
государственного университета*
- Ведущая организация: *Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего
образования «Московский физико-технический
институт (государственный университет)»*

Защита состоится «28» ноября 2018 года в 15 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д 212.130.06 на базе НИЯУ МИФИ по адресу: 115409, Москва, Каширское шоссе, д.31, тел. (499) 324-84-98.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НИЯУ МИФИ и на сайте НИЯУ МИФИ <http://ods.mephi.ru>.

Автореферат разослан «__» _____ 2018 г.

Просим принять участие в работе совета или прислать отзыв в двух экземплярах, заверенных печатью организации, по адресу НИЯУ МИФИ.

Учёный секретарь диссертационного совета Д 212.130.06,
доктор физико-математических наук, профессор И.А. Руднев



ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования обусловлена быстрым развитием технических возможностей современных ускорителей заряженных частиц и коллайдеров, в частности, повышением рабочих энергий пучков заряженных частиц, и, следовательно, растущей необходимостью описания характеристик возбуждаемого ими излучения, а также собственно диагностики таких пучков.

Современные установки имеют тенденцию увеличивать энергию пучка, при этом уменьшая его размеры. Сейчас достижимые размеры пучков составляют порядка нескольких микрон, однако активно ведутся как теоретические исследования, так и технические разработки по генерации аттосекундных сгустков. На данный момент самыми используемыми схемами диагностики сгустков заряженных частиц являются схемы, основанные на возбуждении и регистрации переходного излучения. Однако для требуемых пучков такие схемы работать перестают, так как пучки могут разрушать мишень или изменить свои характеристики при непосредственном взаимодействии с ней. Именно поэтому все активнее развиваются невозмущающие схемы диагностики, основанные на возбуждении и регистрации дифракционного излучения (ДИ) и излучения Смита-Парселла (ИСП). Диагностика сверхкоротких сгустков даже с помощью невозмущающих схем затруднена наличием дифракционного предела, который не позволяет осуществлять диагностику с необходимо малым разрешением. Одним из решений данной проблемы являются возбуждение и регистрация излучения в области малых частот: рентгеновских и частот из области вакуумного ультрафиолета. Несмотря на то, что и ДИ, и ИСП кажутся довольно хорошо изученными и экспериментально, и теоретически, оказывается, что не существует последовательной теории, описывающей свойства высокочастотного излучения от сгустков заряженных частиц. Таким образом, одновременно с техническим развитием схем диагностики коротких сгустков оказывается необходимым развитие теории ДИ в высокочастотных областях с учетом эффектов когерентности, обусловленными как наличием периодической структуры в качестве мишени (ИСП), так и наличием целого сгустка заряженных частиц.

Цель работы

Основной целью диссертационной работы являлся теоретический расчет эффектов когерентности в дифракционном излучении, обусловленных как наличием периодичности мишени, так и возбуждением излучения сгустками заряженных релятивистских частиц.

Задачи работы

Для достижения цели решены следующие задачи:

1. Получены выражения для поля и спектрально-углового распределения рентгеновского дифракционного излучения от периодической мишени, т.е. рентгеновского излучения Смита-Парселла, возбуждаемого при нормальном пролете одной зараженной частицы вблизи поверхности решетки.
2. Получены выражения для поля и спектрально-углового распределения рентгеновского излучения Смита-Парселла, возбуждаемого при косом пролете одной зараженной частицы вблизи поверхности решетки.
3. Проведен сравнительный анализ характеристик излучения, возбуждаемого в двух указанных геометриях.
4. Обобщен метод расчета форм-фактора сгустка на случай поляризационного излучения при наличии края мишени на примере дифракционного излучения. Получены выражения для форм-фактора сгустка с равномерным распределением частиц, возбуждающего дифракционное излучение и переходное излучение.
5. Получены выражения для спектрально-угловых характеристик рентгеновского излучения, возбуждаемого при скользящем падении сгустка заряженных частиц с нормальным распределением на мишень.
6. Проведен анализ спектрально-угловых характеристик рентгеновского некогерентного дифракционного излучения от сгустка ультрарелятивистских заряженных частиц.

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем:

1. Впервые построена теория излучения Смита-Парселла в рентгеновском диапазоне частот при нормальном пролете одной заряженной частицы над мишенью, основанная на непосредственном решении уравнений Максвелла. Получены выражения для поля излучения, а также для спектрально-углового распределения излучения.
2. Впервые дано полное аналитическое описание конического эффекта в излучении Смита-Парселла, который возникает при косом пролете заряженной частицы над дифракционной решеткой и проявляется в пространственном перераспределении излучения на конической поверхности. Показано, что эффект не зависит от частотной области.
3. Впервые построена теория рентгеновского дифракционного излучения от сгустка заряженных частиц, учитывающая влияние края мишени на форм-фактор сгустка.

4. Впервые вычислен некогерентный форм-фактор в дифракционном излучении и переходном излучении. Получены условия, при которых отличием некогерентного форм-фактора от единицы пренебречь нельзя.

5. Впервые построена общая теория рентгеновского дифракционного излучения от сгустка заряженных частиц при скользящем пролете вблизи мишени, учитывающая произвольность расстояния между центром сгустка и поверхностью мишени.

Теоретическая и практическая значимость работы

В рамках выполнения диссертационной работы метод поляризационных токов был обобщен на случай излучения от сгустков заряженных частиц, что открывает возможность решения широкого круга задач о взаимодействии заряженных частиц с веществом. Полученные результаты могут быть использованы при диагностике сверхкоротких пучков заряженных частиц. В частности, результаты показывают возможность диагностики поперечных размеров пучка по некогерентному излучению, а конический эффект в излучении Смита-Парселла может использоваться для диагностики положения пучка, а также для диагностики угловой расходимости сгустков, а, следовательно, и эмиттанса пучка.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Теория излучения Смита-Парселла в рентгеновском диапазоне частот и частотах из диапазона вакуумного ультрафиолета при нормальном и косом пролете релятивистской заряженной частицы над дифракционной решеткой.

2. При пролете релятивистской заряженной частицы параллельно поверхности периодической мишени, но под ненулевым углом α к направлению периодичности происходит пространственное перераспределение возбуждаемого излучения по сравнению с нормальным пролетом. Пространственное распределение излучения с максимальной спектрально-угловой плотностью энергии представляет собой коническую поверхность, с осью перпендикулярной направлению периодичности и углом раствора, зависящим от скорости частицы v и угла α как $\theta_m = \arccos(\beta^{-1} \sin \alpha)$, где $\beta = v/c$, c – скорость света в вакууме. Максимальное значение угла пролета частицы α , при котором еще наблюдается излучение Смита-Парселла, определяется минимальной из двух величин:

$\arccos\left[\frac{d}{2\lambda\beta} \frac{1}{\gamma^2} + \frac{\beta\lambda}{2d}\right]$ и $\arcsin \beta$, где d – период решетки, λ – длина волны излучения, γ –

Лоренц-фактор частицы.

3. Некогерентный форм-фактор сгустка заряженных частиц в поляризованном излучении при пролете вблизи края мишени превышает единицу и вносит наиболее значительный вклад в интенсивность дифракционного излучения, когда поперечный размер сгустка $r_0 \geq \gamma\beta\lambda/2\pi$.

4. Теория некогерентного и когерентного излучения, генерируемого при скользящем пролете сгустка электронов вблизи мишени, обобщающая механизмы дифракционного и переходного излучения.

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием хорошо апробированных методов решения задач, для которых такие методы существуют, а также совпадением полученных результатов с известными результатами в тех предельных случаях, исследование которых проводилось ранее другими авторами.

Личный вклад автора состоит в выполнении основной части расчетов спектрально-угловых характеристик дифракционного излучения от периодических структур в рентгеновском диапазоне частот; расчетов спектрально-угловых характеристик дифракционного излучения от сгустков частиц и форм-факторов сгустков частиц различной формы.

Объем и структура работы

Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. Общий объем диссертации составляет 87 страниц. Диссертация содержит 32 рисунка, 1 таблицу и 104 наименования цитируемой литературы.

Апробация результатов работы

Основные результаты диссертационной работы были представлены на следующих конференциях: Международная конференция «Charged & Neutral Particles Channeling Phenomena» (Италия, Альгеро, 2012; Италия, Капри, 2014; Италия, Сирмионе, 2016); Международный симпозиум «Radiation from Relativistic Electrons in Periodic Structures» (Армения, Севан, 2013; Россия, Санкт-Петербург, 2015); 36-ая Международная конференция «Free Electron Laser» (Швейцария, Базель, 2014); Международная конференция SPIE Optics + Optoelectronics (Чехия Прага, 2015); Международная конференция «International Beam Instrumentation Conference» (Испания, Барселона, 2016); а также на международных семинарах «Advance Generation of THz and X-ray» (Япония, Цукуба, 2013; Россия, Москва, 2014; Великобритания, Оксфорд, 2015; Россия, Москва, 2016; Италия, Сирмионе, 2017).

Публикации

Материалы диссертации изложены в 6 публикациях в научных рецензируемых журналах, а также в материалах трех международных конференций. Полный список публикаций приведен в конце автореферата. Все указанные публикации входят в базы данных Scopus и/или Web of Science.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулированы цель и задачи, указаны научная новизна результатов, теоретическая и практическая значимость исследований, представлены основные положения, выносимые на защиту, а также введены основные понятия.

В первой главе исследуются и рассчитываются свойства рентгеновского излучения Смита-Парселла при нормальном пролете частицы над поверхностью дифракционной решетки. Схема возбуждения излучения изображена на Рисунке 1. Частица с зарядом e пролетает параллельно поверхности решетки на постоянном расстоянии h (импакт-параметр) с постоянной скоростью v в направлении периодичности мишени. Мишень состоит из N_{st} пластин размерами a , бесконечность и b в направлениях x , y и z , соответственно. Период решетки – d .

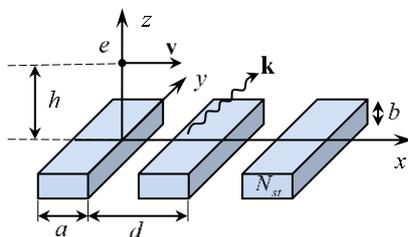


Рисунок 1 Схема возбуждения излучения Смита-Парселла при нормальном пролете частицы над решеткой.

Для расчета используется подход, развитый Дьюрандом (Durand) [1] для вычисления рентгеновского переходного излучения. Основная идея метода заключается в отдельном рассмотрении распространения излучения внутри мишени в виде плоской волны и затем отдельном анализе процессов преломления излучения на поверхности. Отметим, что преломлением автор работы [1] пренебрег, что, вообще говоря, корректно для рентгеновского излучения только от одной частицы и одной границы раздела. Для излучения от сгустка или от периодической структуры явление преломления должно быть учтено.

В первом параграфе посредством решения уравнений Максвелла в бесконечной среде с последующим переходом к ограниченному объему излучающего вещества, было найдено выражение для поля рентгеновского ИСП в веществе в виде:

$$\mathbf{E}'(\mathbf{r}, \omega) = -i \frac{e^{ik'r}}{r} \frac{e}{4\pi} \frac{\varepsilon(\omega) - 1}{v} e^{-h\rho'} \frac{\omega^2}{c^2} (1 - e^{-b\rho' + ik'_z b}) \times \frac{[\mathbf{n}', [\mathbf{n}', \mathbf{A}' \rho'^{-1} - i\mathbf{e}_z]]}{\rho' - ik'_z} \frac{e^{ia\varphi'} - 1}{i\varphi'} \sum_{s=0}^{N_{st}-1} e^{isd\varphi'}, \quad (1)$$

$$\mathbf{A}' = \frac{\omega}{c\beta\gamma^2} \mathbf{e}_x + k'_y \mathbf{e}_y, \quad (2)$$

$$\varphi' = \frac{\omega}{c\beta} \left(1 - \beta n'_x \sqrt{\varepsilon(\omega)}\right), \quad (3)$$

$$\rho' = \frac{\omega}{c\beta\gamma} \sqrt{1 + \beta^2 \gamma^2 n_y'^2 \varepsilon(\omega)}, \quad (4)$$

где введены обозначения: ω – частота излучения, γ – Лоренц-фактор заряженной частицы, c – скорость света в вакууме, $\beta = v/c$, r – расстояние до точки наблюдения, $\mathbf{k}' = \mathbf{n}' \sqrt{\varepsilon(\omega)} \omega/c$ – волновой вектор излучения в среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega)$, $\mathbf{n}' = (n'_x, n'_y, n'_z)$ – единичный волновой вектор в среде, $\mathbf{e}_{x,y,z}$ – орты.

Во *втором параграфе* было учтено преломление излучения на границе раздела мишень-вакуум. В рамках данной работы рассматривается только излучение, распространяющееся после выхода в вакуум в полупространстве $z > 0$. Так как характерные углы ИСП довольно велики, можно считать, что все излучение выходит в вакуум через верхнюю грань мишени, что справедливо когда выполнено условие

$$n'_z \gg n'_x \frac{b^*}{a}, \quad b^* = \min \left\{ \frac{\gamma\beta\lambda}{2\pi} - h, b \right\}, \quad (5)$$

где b^* – толщина эффективного слоя мишени, который возбуждается собственным полем пролетающего заряда, λ – длина волны излучения.

Применяя закон преломления плоских волн на верхней грани, можно получить соотношение, связывающее компоненты единичного волнового вектора излучения в веществе \mathbf{n}' с единичным волновым вектором излучения в вакууме \mathbf{n} :

$$\mathbf{n}' = \varepsilon^{-1/2}(\omega) \left(n_x, n_y, \sqrt{\varepsilon(\omega) - 1 + n_z^2} \right). \quad (6)$$

Применение (6) к в выражению (1) дает выражение для поля рентгеновского ИСП в вакууме:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = -i \frac{e}{4\pi} \frac{\varepsilon(\omega) - 1}{v} e^{-\rho h} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{e^{ik'r}}{r} \frac{[\mathbf{n}', [\mathbf{n}', \mathbf{A}/\rho - i\mathbf{e}_z]]}{\rho - i \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon(\omega) - 1 + n_z^2}} \times \left[1 - \exp \left(-b\rho + ib \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon(\omega) - 1 + n_z^2} \right) \right] \frac{e^{i\varphi a} - 1}{i\varphi} \sum_{s=0}^{N_{st}-1} e^{i\varphi s d}, \quad (7)$$

где введены обозначения:

$$\varphi = \frac{\omega}{c} \frac{1}{\beta} (1 - n_x \beta), \quad (8)$$

$$\rho = \frac{\omega}{c \beta \gamma} \sqrt{1 + \gamma^2 \beta^2 n_y^2}, \quad (9)$$

$$\mathbf{A} = \frac{\omega}{\beta c \gamma^2} \mathbf{e}_x + \frac{\omega}{c} n_y \mathbf{e}_y, \quad (10)$$

$\mathbf{k} = \mathbf{n} \omega / c$ – волновой вектор излучения в вакууме, \mathbf{n} – единичный волновой вектор в вакууме, а \mathbf{n}' берется из правой части соотношения (6).

В *третьем параграфе*, с учетом известной формулы для спектрально-углового распределения энергии излучения [2, 3] и полученных выше результатов, было получено выражение:

$$\frac{d^2 W(\mathbf{n}, \omega)}{d\Omega d\omega} = \frac{d^2 W_0(\mathbf{n}, \omega)}{d\Omega d\omega} 4 \sin^2 \left(\frac{a\varphi}{2} \right) \frac{\sin^2(N_{st} d\varphi/2)}{\sin^2(d\varphi/2)}, \quad (11)$$

где величина

$$\frac{d^2 W_0(\mathbf{n}, \omega)}{d\Omega d\omega} = \frac{e^2}{c} \left(\frac{\varepsilon(\omega) - 1}{4\pi\beta\varphi} \right)^2 e^{-2\rho b} F_b \frac{\omega^4}{c^4} \left| \frac{[\mathbf{n}', [\mathbf{n}', \mathbf{A}/\rho - i\mathbf{e}_z]]}{\rho - i(\omega/c)\sqrt{\varepsilon(\omega) - 1 + n_z^2}} \right|^2 \quad (12)$$

описывает излучение от полубесконечной пластинки, а фактор F_b описывает зависимость распределения излучения от толщины пластины b :

$$F_b = \left| 1 - \exp \left(-b\rho + ib \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon(\omega) - 1 + n_z^2} \right) \right|^2. \quad (13)$$

Выражение (11) в частном случае $N_{st} = 1$ совпадает с результатами работы [4] при $\beta_y = 0$, если пренебречь в [4] членами порядка $(\omega_p/\omega)^2 \ll 1$ и $\gamma^{-2} \ll 1$.

При большом числе элементов решетки, т.е. при $N_{st} \gg 1$, справедлива формула:

$$\frac{\sin^2(N_{st} d\varphi/2)}{\sin^2(d\varphi/2)} \approx 2\pi N_{st} \sum_m \delta(d\varphi - 2\pi m), \quad (14)$$

где $\delta(d\varphi - 2\pi m)$ – дельта-функция Дирака. Из (14) следует хорошо известное дисперсионное соотношение Смита-Парселла:

$$m\lambda = d(\beta^{-1} - n_x), m = 1, 2, \dots \quad (15)$$

На Рисунке 2 приведены зависимости спектрально-углового распределения энергии рентгеновского ИСП от одного электрона в зависимости от полярного угла θ (Рисунок 2а) и

в зависимости от длины волны излучения (Рисунок 2б). Зависимости представляют собой характерные наборы пиков ИСП, соответствующих дисперсионному соотношению (15).

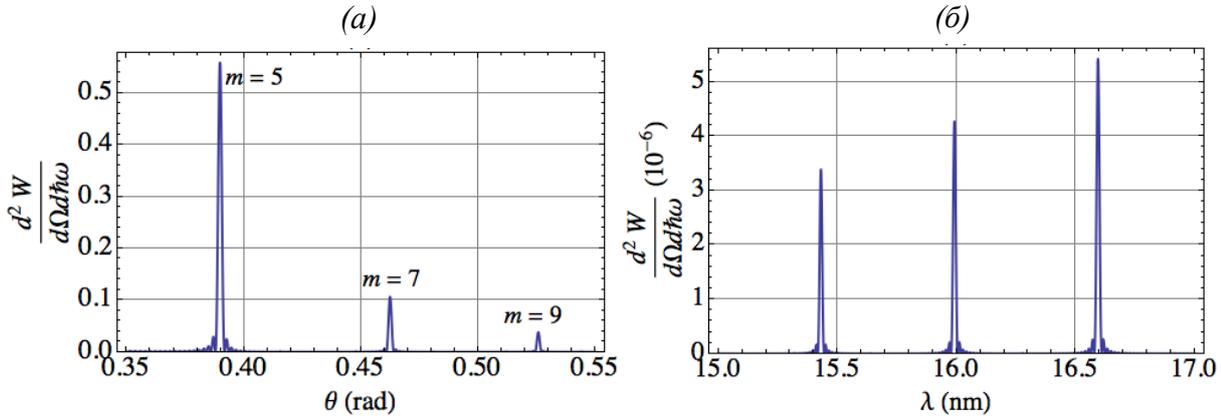


Рисунок 2 Зависимость функции $d^2W(\mathbf{n}, \omega)/d\Omega d\omega$ для рентгеновского ИСП одного электрона (а) от полярного угла θ ; (б) от длины волны излучения. Здесь $\gamma = 2.6 \cdot 10^4$, ($E_e = 13$ ГэВ, энергия LCLS, SLAC, США), $\omega_p = 4 \cdot 10^{16}$ ($\hbar\omega_p = 26.1$ эВ, бериллий [5]), $d = 1$ мкм, $N_{st} = 20$, $h = 62$ мкм, $\phi = 0$, (а) $\lambda = 15$ нм, (б) $\theta = 1.45$ радиан. Здесь $n_x = \cos\theta \cos\phi$, $n_y = \cos\theta \sin\phi$, $n_z = \sin\theta$.

Во **второй главе** исследованы эффекты когерентности в излучении, обусловленные косым пролетом заряда над периодической мишенью. Рассмотрим характеристики излучения Смита-Парселла, возникающего при равномерном и прямолинейном движении частицы с зарядом e со скоростью $\mathbf{v} = v_x \mathbf{e}_x + v_y \mathbf{e}_y$, ($v_x = v \cos \alpha$, $v_y = v \sin \alpha$) на постоянном расстоянии h над поверхностью решетки, α – угол между траекторией частицы и направлением периодичности мишени. Схема изображена на Рисунке 3. Дифракционная решетка состоит из N_{st} пластинок с периодом d и вакуумом между пластинами. Размер одной пластинки в направлениях x -, z - равны a и b , соответственно. В направлении y - пластинка предполагается бесконечной.

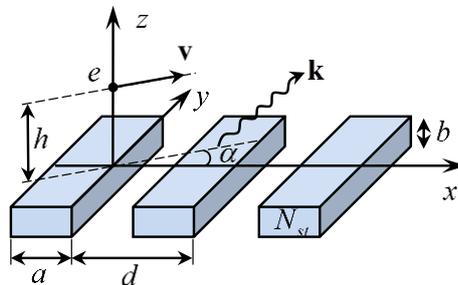


Рисунок 3 Схема возбуждения излучения Смита-Парселла при косом пролете частицы над решеткой

В *первом параграфе* получено выражение для поля ИСП в вакууме при косом пролете частицы над решеткой:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{e}{4\pi} \frac{\varepsilon(\omega) - 1}{v_x} e^{-\rho h} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{e^{ikr}}{r} \frac{[\mathbf{n}', [\mathbf{n}', \mathbf{A}/\rho - i\mathbf{e}_z]]}{\rho - i\frac{\omega}{c} n'_z \sqrt{\varepsilon(\omega)}} \left[1 - e^{-b\rho + ib\frac{\omega}{c} n'_z \sqrt{\varepsilon(\omega)}} \right] \frac{e^{i\varphi a} - 1}{i\varphi} \sum_{s=0}^{N_{st}-1} e^{i\varphi s d} \quad (16)$$

где \mathbf{n}' берется из правой части соотношения (6) и введены обозначения:

$$\varphi = \frac{\omega}{c} \frac{1}{\beta_x} (1 - n_x \beta_x - n_y \beta_y), \quad (17)$$

$$\rho = \frac{\omega}{c\beta\gamma} \sqrt{1 + \gamma^2 \beta_x^{-2} (n_y \beta^2 - \beta_y)^2}, \quad (18)$$

$$\mathbf{A} = \frac{\omega}{\beta_x c} \left((1 - n_y \beta_y - \beta_x^2) \mathbf{e}_x + (n_y \beta_x - \beta_x \beta_y) \mathbf{e}_y \right). \quad (19)$$

Зная выражение для поля излучения, можно получить выражение для спектрально-углового распределения ИСП при косом пролете частицы, которое имеет вид (11) с обозначениями (17)-(19) и заменой β на β_x ($\beta_{x,y} = v_{x,y}/c$) в знаменателе выражения (12).

Во *втором параграфе* получено выражение для спектрально-углового распределения ИСП в оптическом и терагерцовом диапазонах частот от N_{st} тонких пластин шириной a , формирующих дифракционную решетку с периодом d (толщина пластин $b \rightarrow 0$). Формула выведена исходя из результатов работы [6], где авторы с помощью метода Винера-Хопфа обобщили теорию ДИ для бесконечно тонкой идеально проводящей полуплоскости – теорию, созданную А. Казанцевым и Г. Сурдутовичем [7].

Выражение имеет вид (11) с обозначениями (17), (18) и

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W_0(\mathbf{n}, \omega)}{d\omega d\Omega} &= \frac{e^2}{4\pi^2 c} \frac{\beta_x (1 - \beta_y n_y)}{\sqrt{1 - n_y^2}} \left(\frac{\omega}{c\beta_x} \right)^4 \frac{1}{\rho^2 \varphi^2} \exp(-2\rho h) \times \\ &\times \left[(1 - 2\beta_y n_y - \beta_x^2 + \beta_y^2 n_y^2) \left(1 + \frac{\beta_x \sqrt{1 - n_y^2}}{1 - \beta_y n_y} \right) \left(1 - \frac{n_x}{\sqrt{1 - n_y^2}} \right) + \right. \\ &\left. + (\beta_y - n_y)^2 \left(1 - \frac{\beta_x \sqrt{1 - n_y^2}}{1 - \beta_y n_y} \right) \left(1 + \frac{n_x}{\sqrt{1 - n_y^2}} \right) \right]. \quad (20) \end{aligned}$$

Полученное выражение при $\alpha = 0$ совпадает с выражением, полученным ранее в [8], а для случая одной пластинки, т.е. при $N_{st} = 1$, совпадает с результатами работ [4, 9].

В *третьем параграфе* из формулы (14) с учетом (17) получено дисперсионное соотношение Смита-Парселла при косом пролете частицы:

$$\lambda = \frac{d}{m\beta_x} (1 - n_x \beta_x - n_y \beta_y), \quad m = 1, 2, \dots \quad (21)$$

Множитель $\exp(-2\rho h)$ в выражении (20) имеет максимум, когда величина $\rho = \frac{\omega}{c\beta\gamma} \sqrt{1 + \gamma^2 \beta_x^{-2} (n_y \beta^2 - \beta_y)^2}$ минимальна. Из условия минимальности ρ следует условие:

$$n_y^{\max} = \beta_y / \beta^2, \quad (22)$$

определяющее направления, в которых интенсивность ИСП наибольшая. Из (22) видно, что в случае нормального пролета частицы над решеткой, т.е. при $\alpha = 0$ ($\beta_y = \beta \sin \alpha$), ИСП сосредоточено вблизи плоскости перпендикулярной поверхности решетки $n_y = 0$.

Схематично пространственные распределения ИСП в случае косоуго и нормального пролета частицы над решеткой показаны на Рисунке 4. Выбирая систему координат таким образом, что $\beta_x = \beta \cos \alpha$, $\beta_y = \beta \sin \alpha$ из (22) и соотношения $n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1$ можно найти каноническое уравнение конической поверхности при $\sin \alpha < \beta$:

$$\frac{x^2}{1 - \beta^{-2} \sin^2 \alpha} + \frac{z^2}{1 - \beta^{-2} \sin^2 \alpha} - \frac{y^2}{\beta^{-2} \sin^2 \alpha} = 0. \quad (23)$$

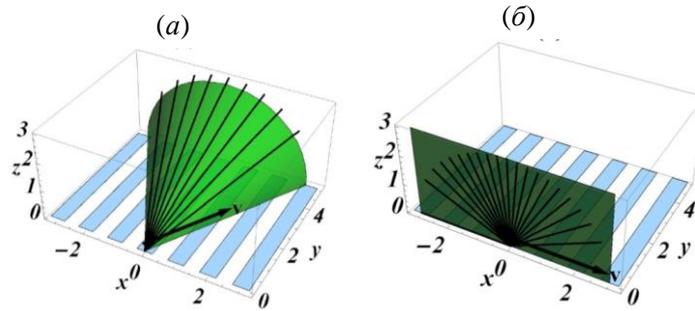


Рисунок 4 (а) Конический эффект в излучении Смита-Парселла; (б) Коническая дифракция: вырождение конической поверхности в плоскость в случае нормального пролета частицы над решеткой.

Из выражений (21) и (22) можно получить набор значений углов (θ_m, ϕ_m) , определяющих положение максимума интенсивности излучения для порядка дифракции m :

$$\begin{cases} \theta_m = \arccos(\beta^{-1} \sin \alpha), \\ \phi_m = \arccos\left(\beta^{-1} (\cos \alpha - \lambda m \beta / d) \left(1 - (\beta^{-1} \sin \alpha)^2\right)^{-1/2}\right), \end{cases} \quad m = 1, 2, \dots, \quad (24)$$

где введены обозначения $n_x = \sin \theta \cos \phi$, $n_y = \cos \theta$, $n_z = \sin \theta \sin \phi$.

В четвертом параграфе проведен анализ спектрально-угловых характеристик ИСП при косом пролете частицы. В частности, из ограниченности $\cos \phi$ в выражении (21) следуют максимальный и минимальный наблюдаемые дифракционные порядки, т.е. наблюдаемые дифракционные порядки определяются неравенством:

$$\frac{d}{\lambda} \left(\frac{\cos \alpha}{\beta} - \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{\beta^2}} \right) \leq m \leq \frac{d}{\lambda} \left(\frac{\cos \alpha}{\beta} + \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{\beta^2}} \right). \quad (25)$$

Это неравенство аналогично хорошо известному в оптике неравенству [10]. В отличие от случая нормального пролета частицы над мишенью, число порядков m в рассматриваемом случае зависит от направления скорости частицы.

На Рисунке 5 приведены спектрально-угловые распределения ИСП в рентгеновском, оптическом и терагерцовом диапазонах частот в зависимости от значения угла α , из которых видно, что зависимости также содержат набор максимумов излучения.

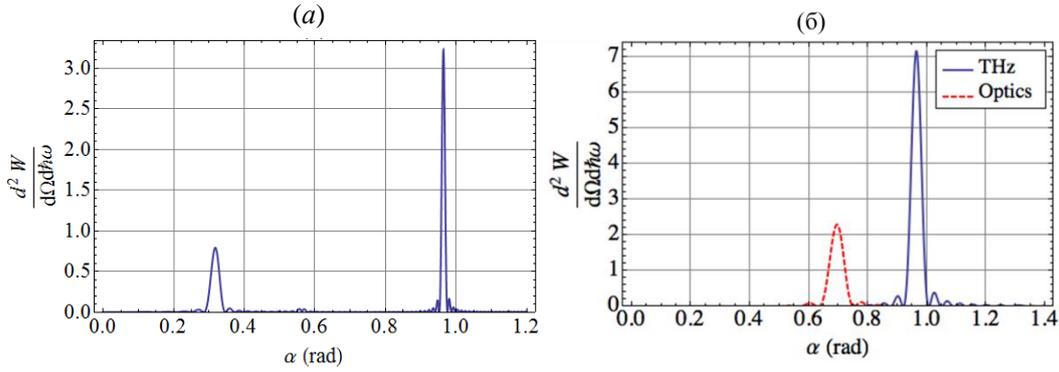


Рисунок 5 Зависимость функции $d^2W(\mathbf{n}, \omega)/d\Omega d\phi d\omega$ ИСП от значения α (а) в рентгеновском диапазоне частот; (б) в оптическом и терагерцовом диапазонах частот. Здесь $\phi = 0.4$ радиан, θ определяется из (24), для (а) $\gamma = 2.6 \cdot 10^4$ ($E_e = 13$ ГэВ, энергия LCLS, SLAC, США), $\omega_p = 4 \cdot 10^{16}$ ($\hbar\omega_p = 26.1$ эВ, бериллий [5]), $d = 1$ мкм, $N_{st} = 20$, $h = 62$ мкм, $\lambda = 15$ нм, для (б) $N_{st} = 20$. Для синей кривой $\gamma = 13$, $d = 10$ мм, $\lambda = 0.5$ мм, $h = 0.5$ мм. Для красной кривой $\gamma = 1710$ (энергия Mainz Microtron, MAMI $E_e = 855$ МэВ), $d = 9$ мкм, $\lambda = 546$ нм, $h = 127$ мкм.

Также получено значение максимально допустимого угла пролета частицы, при котором наблюдается ИСП, – α_{\max} и который определяется параметрами задачи как:

$$\alpha_{\max} = \min \left\{ \arccos \left[\frac{d\beta}{2m\lambda} \left(\frac{1}{\beta^2\gamma^2} + \frac{\lambda^2 m^2}{d^2} \right) \right], \arcsin \beta \right\}. \quad (26)$$

Это ограничение получено из формулы (24) при условии ограниченности косинуса. Величина α_{\max} зависит от энергии частиц. Для $\gamma = 7$, $d/\lambda = 2$ это значение составляет $\alpha_{\max} = 81.8^\circ$. Авторы статьи [11], рассматривая отражение света от решетки при скользющем падении, также отмечают, что существует некоторый предельный угол и оценивают его около 80° и более, что согласуется с нашими оценками.

Также получено выражение для угловых полуширин пика ИСП $\delta\phi$ и $\Delta\theta$:

$$\delta\phi = \arcsin\left(\frac{\cos\alpha - m\lambda\beta/d}{\sqrt{\beta^2 - \sin^2\alpha}}\right) - \arcsin\left(\frac{\cos\alpha - m\lambda\beta/d}{\sqrt{\beta^2 - \sin^2\alpha}} - \frac{\lambda\beta}{dN} \frac{1}{\sqrt{\beta^2 - \sin^2\alpha}}\right), \quad (27)$$

$$\Delta\theta = \frac{\gamma^{-1}}{\sqrt{1 - \gamma^{-2}/\cos^2\alpha}}. \quad (28)$$

Отметим, что при нормальном пролете частицы, т.е. когда $\alpha = 0$, формула (28) дает обычную угловую ширину распределения ИСП и ДИ: $\Delta\theta = (\beta\gamma)^{-1}$.

В *пятом параграфе* получены выражения для углового распределения ИСП при косом пролете частицы над решеткой для фиксированных порядков, как в рентгеновском, так и в оптическом и терагерцовом диапазонах частот.

В *шестом параграфе* приводятся результаты экспериментального подтверждения конического эффекта в ИСП при косом пролете частицы над решеткой. Эксперимент проводился на выведенном пучке электронов с энергией 6.1 МэВ микротрона ТПУ, г. Томск, в миллиметровом диапазоне длин волн, результаты чего опубликованы в работе [12].

На Рисунке 6 приведен пример полученных экспериментально (а) и теоретически (б) угловых распределений излучения. Для построения теоретических зависимостей были выбраны следующие параметры: $\gamma = 12$, $d = 12$ мм, $a = 6$ мм, $h = 15$ мм, число периодов решетки $N_{st} = 12$, число электронов в сгустке $N_e = 6 \cdot 10^8 N_b$, число микросгустков $N_b = 10^4$, период следования микросгустков $\lambda_0 = 114$ мм, характерные размеры сгустка $\sigma_x = 2.2$ мм, $\sigma_y = 2.5$ мм, $\sigma_z = 2.1$ мм. Полученные распределения показывают наличие сдвига максимумов излучения при изменении угла между траекторией электронного сгустка и периодичностью решетки α : более сильного по азимутальному углу ϕ' и более медленного по полярному углу θ' . Также, из рисунков видно, что верхний и нижний пики на каждом из рисунков сдвигаются на разное значение по углу ϕ' . Углы определены следующим образом: $n_x = \cos\theta'$, $n_y = \sin\theta' \sin\phi'$, $n_z = \sin\theta' \cos\phi'$. В целом, положения и сдвиги пиков на теоретических и экспериментальных рисунках совпадают. Штрихи означают углы, определенные в системе координат, связанной со сгустком.

Дисперсионная зависимость $\phi'_m(\alpha)$ показана на Рисунке 7. Можно видеть, что точки, представляющие экспериментальные результаты, в пределах погрешности ложатся на линии, соответствующие теоретическим расчетам, для обоих пиков ИСП.

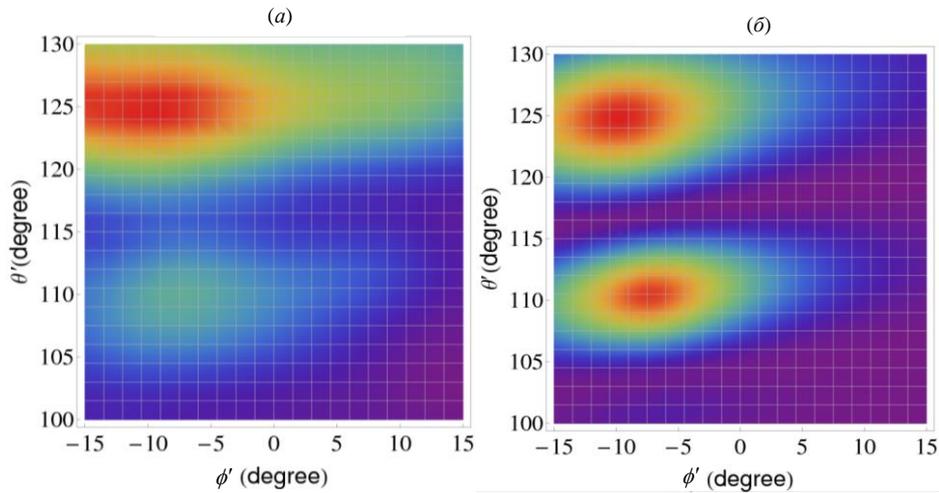


Рисунок 6 Угловое распределение энергии ИСП в зависимости от полярного и азимутального углов для $\alpha = 5^\circ$.
 (а) экспериментальные зависимости; (б) теоретические зависимости.

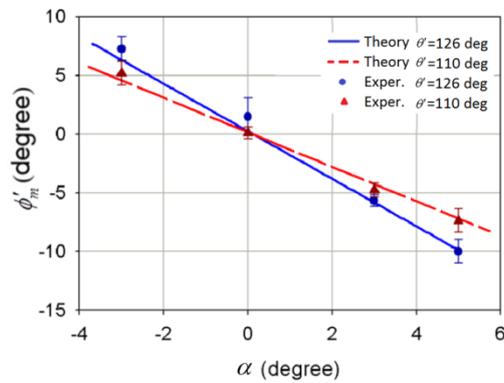


Рисунок 7 Зависимость углового положения максимума излучения ϕ'_m от угла α для двух значений полярного угла $\theta' = 110^\circ$ и $\theta' = 126^\circ$. Точками представлены экспериментальные данные, а линии соответствуют теоретическим распределениям

В *первом параграфе третьей главы* исследовалось рентгеновское ДИ, возбуждаемое сгустком, состоящим из N заряженных ультрарелятивистских частиц с зарядом e каждая. Каждый электрон движется с постоянной скоростью $\mathbf{v} = v\mathbf{e}_x$ таким образом, что центр сгустка всегда находится на постоянном расстоянии h от поверхности мишени, которая представляет собой пластинку шириной a (см. Рисунок 8).

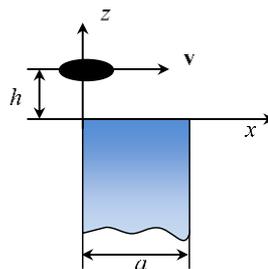


Рисунок 8 Схема возбуждения ДИ сгустком заряженных частиц

Получено выражение для спектрально-углового распределения рентгеновского ДИ от электронного сгустка:

$$\frac{d^2 W_{N_e}(\mathbf{n}, \omega)}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{c} \left(\frac{\varepsilon(\omega) - 1}{4\pi\beta\varphi} \right)^2 e^{-2\rho h} \frac{\omega^4}{c^4} \left| \frac{[\mathbf{n}', [\mathbf{n}', \mathbf{A}\rho^{-1} - i\mathbf{e}_z]]}{\rho - ik_z} \right|^2 4 \sin^2 \left(\frac{a\varphi}{2} \right) G_{N_e}, \quad (29)$$

где величина

$$G_{N_e} = \left| \sum_{s=1}^N e^{-i\frac{\omega}{v}x_s} e^{-ik_y y_s} e^{-\rho z_s} \right|^2 \quad (30)$$

содержит информацию о сгустке, x_s, y_s, z_s – соответствующие координаты s -ой частицы, все остальные величины определены под формулой (16).

Во *втором параграфе* изложен корректный способ вычисления форм-фактора сгустка для поляризационного излучения при наличии края мишени, который заключается в усреднении выражения (30) по положению всех электронов в сгустке с некоторой функцией распределения $f(\mathbf{r}_s)$. Для сгустка, положения частиц которого являются независимыми величинами, усредненное выражение (30) может быть переписано в виде:

$$G = N \int d\mathbf{r}_s f(\mathbf{r}_s) e^{-2\rho z_s} + N(N-1) \left| \int d\mathbf{r}_s f(\mathbf{r}_s) e^{-i\frac{\omega}{v}x_s} e^{-ik_y y_s} e^{-\rho z_s} \right|^2. \quad (31)$$

Из выражения (31) видно, что форм-фактор сгустка имеет общий вид:

$$G = N G_{inc} + N(N-1) G_{coh}. \quad (32)$$

Здесь G_{coh} и G_{inc} – когерентный и некогерентный форм-факторы соответственно. Из выражения (31) видно, что, вообще говоря, фактор G_{inc} отличен от единицы. Обычно, форм-фактор записывают в виде (32), но изначально полагают $G_{inc} = 1$, что некорректно для задач поляризационного излучения при наличии края мишени (ДИ, ИСП, излучение Вавилова-Черенкова в условиях ДИ, переходное излучение при наличие края мишени и т.д.).

Кроме того, видно, что форм-фактор сгустка не зависит от свойств вещества мишени. Некогерентный форм-фактор зависит только от поперечных размеров сгустка и не зависит от продольных.

Стоит отметить, что о существовании некогерентной части форм-фактора упоминалось в некоторых работах (см., например, [13, 14]), но конкретных вычислений и анализа не было. В работах [15, 16] некогерентная часть форм-фактора появлялась из-за теплового движения рассеивающихся атомов. Мы же рассматриваем эффекты когерентности от сгустка частиц. Кроме этого, в данной задаче имеют место краевые эффекты, которые и отвечают за появление некогерентного форм-фактора, отличного от единицы.

В *третьем параграфе* производилось вычисление форм-фактора сгустка цилиндрической формы с радиусом r_0 и длиной l , частицы в котором распределены равномерно. Такие равномерно заполненные сгустки исследовались в течение долгого времени [17] и недавно наблюдались на эксперименте [18].

Выражения для когерентного и некогерентного форм-факторов принимают вид:

$$G_{inc} = 2 \frac{I_1 \left(2r_0 \frac{\omega}{c\beta\gamma} \sqrt{1 + \beta^2 \gamma^2 n_y^2} \right)}{2r_0 \frac{\omega}{c\beta\gamma} \sqrt{1 + \beta^2 \gamma^2 n_y^2}}, \quad G_{coh} = \frac{4 \sin^2 \left(\frac{\omega}{2v} l \right) I_1^2 \left(\frac{\omega}{c\beta\gamma} r_0 \right)}{\left(\frac{\omega}{2v} l \right)^2 \left(\frac{\omega}{c\beta\gamma} r_0 \right)^2}, \quad (33)$$

где I_1 – модифицированная функция Бесселя первого порядка.

На Рисунке 9 показаны когерентная и некогерентная части форм-фактора сгустка в зависимости от длины волны излучения.

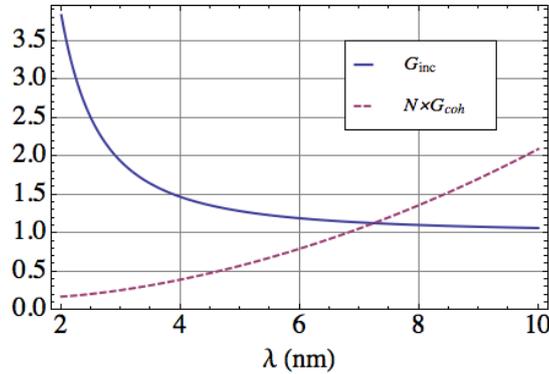


Рисунок 9 Форм-фактор цилиндрического электронного сгустка с равномерным распределением частиц в ДИ. Здесь $\gamma = 2.6 \cdot 10^4$ ($E_e = 13$ ГэВ, энергия LCLS, SLAC, США), $r_0 = 15$ мкм, $l = 50$ мкм, $N = 10^9$ (плотность электронов в сгустке $\rho_0 = 2.8 \cdot 10^{16}$ электронов/см³ или полный заряд порядка 160 пКл), $n_y = 0$.

Из Рисунка 9 видно, что некогерентный форм-фактор превалирует над когерентным начиная с длин волн излучения много меньших, чем длина сгустка.

В *четвертом параграфе* проведен анализ некогерентного форм-фактора сгустка для рентгеновского ДИ на примере цилиндрического сгустка с равномерным распределением частиц. Анализ проводился для двух случаев: 1) число частиц в сгустке N постоянно; 2) плотность сгустка ρ_0 постоянна. Первый случай широко реализуем на практике: на ускорителях и коллайдерах источник электронов формирует электронный сгусток с конечной населенностью, после чего системы магнитов и полей изменяют размеры сгустка, и, соответственно, его плотность. Во втором случае число частиц зависит от размеров сгустка. На Рисунке 10 показан пример зависимости функции $g = NG_{inc} e^{-2\rho h}$ от радиуса сгустка когда $G_{inc} \neq 1$ и определяется формулой (33) (синие сплошные кривые), и когда

$G_{inc} = 1$ (розовые пунктирные кривые). Рисунки показывают, что существование некогерентного форм-фактора, отличного от единицы, увеличивает интенсивность излучения. Различие интенсивности излучения при некорректном и корректном определении форм-фактора возрастает с ростом радиуса сгустка r_0 или частоты излучения ω .

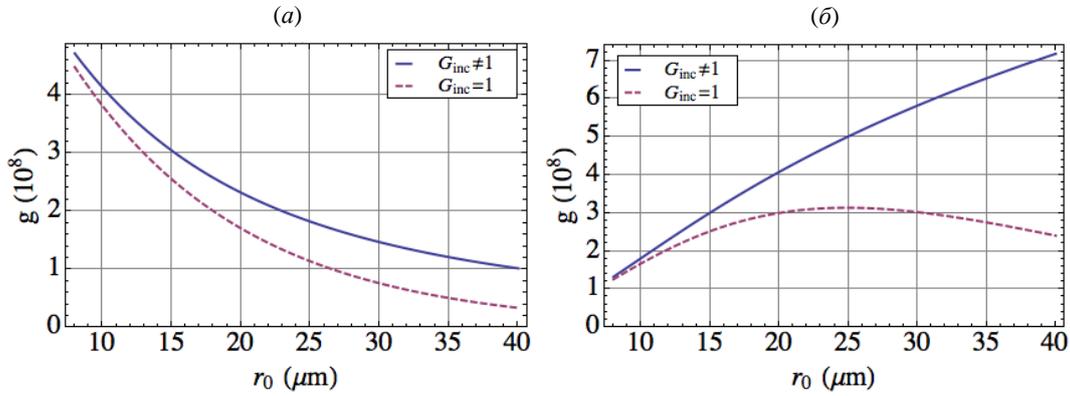


Рисунок 10 Зависимость функции g , характеризующей некогерентное ДИ от цилиндрического сгустка, от радиуса сгустка. Здесь $\gamma = 2.6 \cdot 10^4$, $h\omega = 200$ эВ ($\omega = 3 \cdot 10^{17}$ с $^{-1}$), $l = 50$ мкм, $h = (r_0 + 5)$ мкм, $n_y = 0$, (а) $N = 10^9$; (б) $N = \rho_0 \pi r_0^2 l$, $\rho_0 = 2.8 \cdot 10^{16}$ электронов/см 3 .

В *пятом параграфе* построенная теория обобщена на случай скользящего падения сгустка на мишени. При этом часть сгустка движется над мишенью, не задевая ее, а другая часть пересекает мишень (см. Рисунок 11). Импакт параметр h может быть как положительным, так и отрицательным или вообще равным нулю: $h \geq 0$ или $h \leq 0$.

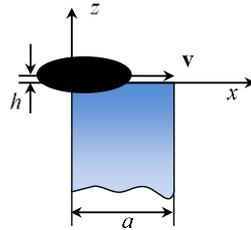


Рисунок 11 Схема возбуждения излучения от сгустка заряженных частиц, скользящего вдоль мишени на расстоянии h от поверхности, $h \geq 0$ или $h \leq 0$.

Некогерентный форм-фактор сгустка электронов с нормальным распределением частиц при скользящем пролете не выделяется в виде отдельного множителя, поэтому приведем выражения для спектрально-углового распределения ДИ в этом случае:

$$\frac{d^2W(\mathbf{n}, \omega)}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{c} \left(\frac{\varepsilon(\omega) - 1}{4\pi\beta\varphi} \right)^2 \frac{\omega^2}{c^2} 4 \sin^2 \left(\frac{a\varphi}{2} \right) \left\langle \left| \sum_{s=1}^N e^{-i\frac{\omega}{v}x_s} e^{-ik_y y_s} e^{-ik'_z z_s} [\mathbf{n}', [\mathbf{n}', \mathbf{L}_s]] \right|^2 \right\rangle, \quad (34)$$

где суммирование ведется по всем частицам, и введены обозначения

$$\mathbf{L}_s = \frac{\omega}{c} \frac{\mathbf{A}\rho^{-1} - i\mathbf{e}_z}{\rho - ik'_z} + \frac{\omega}{c} \frac{e^{-z_s(\rho \operatorname{sgn}(z_s) - ik'_z)} - 1}{\rho \operatorname{sgn}(z_s) - ik'_z} (\mathbf{A}\rho^{-1}\rho - i\mathbf{e}_z \operatorname{sgn}(z_s)), \quad (35)$$

$$\mathbf{A} = \frac{\omega}{c\beta\gamma^2} \mathbf{e}_x + k_y \mathbf{e}_y, \quad (36)$$

$$\varphi = \frac{\omega}{c\beta} \left(1 - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega) - 1 + n_x^2}\right), \quad (37)$$

$$\rho = \frac{\omega}{c\beta\gamma} \sqrt{1 + \beta^2 \gamma^2 n_y^2}. \quad (38)$$

Выражение в угловых скобках в (34) является аналогом форм-фактора и имеет вид:

$$F = NF_{inc} + N(N-1)F_{coh}, \quad (39)$$

некогерентное и когерентное слагаемые которого имеет вид:

$$\begin{aligned} F_{inc} = & [C_1 - \operatorname{Re} C_2] \left[1 - \Phi\left(\frac{h}{\sigma_z}\right) \right] + \\ & + \frac{C_1}{2} e^{2h\rho} e^{\rho^2 \sigma_z^2} \left[1 - \Phi\left(\frac{h}{\sigma_z} + \rho\sigma_z\right) \right] + \frac{C_1}{2} e^{-2h\rho} e^{\rho^2 \sigma_z^2} \left[1 + \Phi\left(\frac{h}{\sigma_z} - \rho\sigma_z\right) \right] - \\ & - \operatorname{Re} \left[(C_1 - C_2) \left[1 - \Phi\left(\frac{h}{\sigma_z} + (\rho - ik'_z) \frac{\sigma_z}{2}\right) \right] \exp\left(h(\rho - ik'_z) + (\rho - ik'_z)^2 \frac{\sigma_z^2}{4}\right) \right], \\ F_{coh} = & \frac{1}{4} e^{-\frac{\sigma_x^2 \omega^2}{2v^2}} e^{-\frac{\sigma_y^2 k_y^2}{2}} e^{-\frac{\sigma_z^2 \rho^2}{2}} \left| C_3 e^{-\rho h} \left(1 + \Phi\left(\frac{h}{\sigma_z} - \frac{\sigma_z \rho}{2}\right) \right) - C_3^* e^{\rho h} \left(1 - \Phi\left[\frac{h}{\sigma_z} + \frac{\sigma_z \rho}{2}\right] \right) \right| + \\ & + 2\operatorname{Re}(C_3) e^{-ik'_z h} e^{-\frac{\sigma_z^2 (\rho^2 + k_z'^2)}{4}} \left(1 - \Phi\left[\frac{h}{\sigma_z} - i \frac{\sigma_z k'_z}{2}\right] \right)^2, \end{aligned} \quad (40)$$

где введены обозначения:

$$C_1 = \frac{\omega^2}{c^2 \rho^2} \frac{\mathbf{A}^2 + \rho^2 - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{n}')^2 - \rho^2 n_z'^2}{\rho^2 + k_z'^2}, \quad (42)$$

$$C_2 = -\frac{\omega^2}{c^2 \rho^2} \frac{\mathbf{A}^2 - \rho^2 - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{n}')^2 + n_z'^2 \rho^2 + 2i(\mathbf{A} \cdot \mathbf{n}') \mathbf{n}'_z \rho}{\rho^2 - k_z'^2 - 2i\rho k'_z}, \quad (43)$$

$$C_3 = \frac{\omega}{c\rho} \frac{(\mathbf{A} \cdot \mathbf{n}') \mathbf{n}' - i\rho n_z' \mathbf{n}' - \mathbf{A} + i\rho \mathbf{e}_z}{\rho - ik'_z}, \quad (44)$$

$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ – функция ошибок; индекс * обозначает комплексное сопряжение,

$\mathbf{n}' = \varepsilon(\omega)^{-\frac{1}{2}} (n_x, n_y, \sqrt{\varepsilon(\omega) - 1 + n_z^2})$ – единичный волновой вектор излучения в среде.

Зависимость спектрально-углового распределения некогерентного излучения от импакт-параметра представлена на Рисунке 12. Черная кривая построена для некогерентного форм-фактора, учтенного в (40); красная кривая соответствует ДИ (справа) и ПИ (слева) от сгустка при некогерентном форм-факторе равном единице, то есть представляет собой спектрально-угловое распределение энергии излучения от одной частицы, умноженное на число частиц в сгустке. Из графиков видно, что для $h \geq \sigma_z$ кривые близки друг к другу, а для небольших отрицательных h такое поведение меняется.

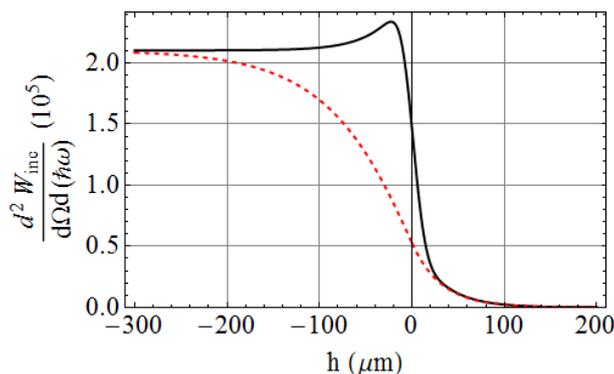


Рисунок 12 Зависимость функции $d^2 W(\mathbf{n}, \omega) / d\Omega d\omega$ некогерентного излучения от импакт-параметра. Черная кривая построена для некогерентного форм-фактора, учтенного в (3.40); красная кривая соответствует ДИ (справа, $h > 0$) и ПИ (слева, $h < 0$) от сгустка при некогерентном форм-факторе равном единице. Здесь $a = 0.25$ мкм, $\phi = 0$, $\theta = 20^\circ$, $\omega = 3\omega_p$, т.е. $\lambda \ll \sigma_x = 20$ мкм, что соответствует некогерентному излучению; $\sigma_y, \sigma_z = 15$ мкм, $\hbar\omega_p = 26.3$ эВ (бериллий), $\gamma = 2.6 \cdot 10^4$, $N = 10^9$.

Пик интенсивности на Рисунке 12 может быть объяснен следующим образом. Начнем сдвигать центр сгустка из вакуума (из области $h \gg \sigma_z$) в сторону мишени (в область отрицательных h). Тогда имеют место два механизма, влияющих на интенсивность излучения. Первый, «механизм ПИ» повышает интенсивность излучения, когда сгусток приближается к поверхности мишени, так как увеличивается область эффективного взаимодействия собственного поля частиц с веществом мишени. Второй, «механизм ДИ», уменьшает интенсивность, когда центр сгустка уходит далеко внутрь мишени. Таким образом, оба этих противоположных эффекта ведут к возникновению пика в распределении интенсивности излучения в момент, когда вест сгусток находится под поверхностью мишени. Высота этого пика уменьшается с увеличением размера сгустка σ_z .

В *шестом параграфе* получены выражения для аналога форм-фактора сгустка электронов с равномерным распределением частиц в переходном излучении при наличии

края мишени. В этом случае, как и в случае скользящего падения, форм-фактор сгустка не выделяется в виде отдельного множителя.

Спектрально-угловое распределение переходного излучения имеет вид:

$$\frac{d^2W(\mathbf{n}, \omega)}{d\Omega d\omega} = \frac{ce^2}{(4\pi)^2} \left(\frac{\varepsilon(\omega) - 1}{v\varphi} \right)^2 \frac{\omega^6}{c^6} 4 \sin^2 \left(\frac{a\varphi}{2} \right) \frac{1}{(\rho^2 + k_z^2)^2} B. \quad (45)$$

Для цилиндрического сгустка с равномерным распределением частиц с длиной l и радиусом r_0 величина B имеет вид:

$$\begin{aligned} B = & N |\mathbf{Q}_1|^2 + N 2e^{-2\rho h} |\mathbf{Q}_2|^2 \frac{I_1(2\rho r_0)}{2\rho r_0} - 4N \operatorname{Re} \left[\mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_2^* e^{-(\rho - ik_z)h} \frac{I_1(r_0(\rho - ik_z))}{r_0(\rho - ik_z)} \right] + \\ & + N(N-1) \frac{4 \sin^2(\omega l / 2v)}{(\omega l / 2v)^2} \left\{ |\mathbf{Q}_1|^2 \frac{J_1^2(r_0 \sqrt{k_y^2 + k_z^2})}{(r_0 \sqrt{k_y^2 + k_z^2})^2} + e^{-2\rho h} |\mathbf{Q}_2|^2 \frac{I_1^2(r_0 \omega / c \beta \gamma)}{(r_0 \omega / c \beta \gamma)^2} - \right. \\ & \left. - 2 \operatorname{Re} \left[\mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_2^* e^{-(\rho - ik_z)h} \frac{J_1(r_0 \sqrt{k_y^2 + k_z^2})}{r_0 \sqrt{k_y^2 + k_z^2}} \frac{I_1(r_0 \omega / c \beta \gamma)}{r_0 \omega / c \beta \gamma} \right] \right\}, \quad (46) \end{aligned}$$

где J_1 и I_1 – функция Бесселя и модифицированная функция Бесселя первого рода первого порядка, верхний индекс * означает комплексное сопряжение, и введены обозначения:

$$\mathbf{Q}_1 = 2 \frac{c}{\omega} [\mathbf{n}', [\mathbf{n}', \mathbf{A} + k_z \mathbf{e}_z]], \quad \mathbf{Q}_2 = \frac{c}{\omega} [\mathbf{n}', [\mathbf{n}', \mathbf{A} + k_z \mathbf{e}_z + i(\rho \mathbf{e}_z - \mathbf{A} \rho^{-1} k_z)]]]. \quad (47)$$

Выражение (46), как и форм-фактор, содержит слагаемые пропорциональные как N , так и N^2 . Однако оно содержит множители из одночастичного спектрально-углового распределения энергии излучения. В предельном случае бесконечной пластинки, т.е. при $h \rightarrow +\infty$, выражение (46) переходит в $B = |\mathbf{Q}_1|^2 G$, где G – форм-фактор электронного сгустка в геометрии переходного излучения от бесконечной пластинки:

$$G = N + N(N-1) \frac{J_1^2(r_0 \sqrt{k_y^2 + k_z^2})}{(r_0 \sqrt{k_y^2 + k_z^2})^2} \frac{4 \sin^2(\omega l / 2v)}{(\omega l / 2v)^2}. \quad (48)$$

Выражение (48) совпадает с форм-фактором полученным в монографии [19]. Для случая одной частицы, т.е. при $N = 1$ и $r_0 \rightarrow 0$, выражение (45) переходит в аналогичное выражение, приведенное в статье [20], для переходного излучения от электрона,двигающегося вблизи поверхности мишени.

В заключении сформулированы основные выводы и результаты диссертации.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Построена полностью аналитическая теория ИСП в рентгеновском диапазоне частот и частотах из диапазона вакуумного ультрафиолета в для двух геометрий пролета заряженной частицы над поверхностью мишени: а) угол между направлением скоростью частицы и направлением периодичности мишени равен нулю; б) угол между направлением скоростью частицы и направлением периодичности мишени отличен от нуля.

2. Показано, что при пролете релятивистской заряженной частицы параллельно поверхности периодической мишени под углом $\alpha \neq 0$ к направлению периодичности происходит пространственное перераспределение возбуждаемого излучения по сравнению с нормальным пролетом. Показано, что распределение излучения с максимальной спектрально-угловой плотностью энергии представляет собой коническую поверхность, с осью перпендикулярной периодичности и углом раствора, зависящим от скорости частицы v и угла α как $\theta_m = \arccos(\beta^{-1} \sin \alpha)$, где $\beta = v/c$, c – скорость света в вакууме. В пределе $\alpha = 0$ коническая поверхность вырождается в плоскость. Получено максимальное значение угла пролета частицы α , при котором еще наблюдается излучение Смита-Парселла. Это значение определяется минимальной из двух величин $\arccos\left[\frac{d}{2\lambda\beta} \frac{1}{\gamma^2} + \frac{\beta\lambda}{2d}\right]$ и $\arcsin \beta$, где d – период решетки, λ – длина волны излучения, γ – Лоренц-фактор частицы.

3. Приведен аналитический расчёт форм-фактора сгустка для случая поляризационного излучения при наличии края мишени. Показано, что некогерентный форм-фактор сгустка заряженных релятивистских частиц в поляризационном излучении в случае наличия в геометрии задачи края мишени превышает единицу. Показано, что наиболее значительный вклад в интенсивность дифракционного излучения некогерентный форм-фактор вносит, когда поперечный размер сгустка $r_0 \geq \gamma\beta\lambda/2\pi$.

4. Выполнен расчет спектрально-угловых характеристик излучения от сгустка электронов с нормальным распределением частиц при скользящем пролете вблизи мишени. Показано, что ввиду касания частиц сгустка мишени, свойства такого излучения содержат характеристики как ДИ, так и ПИ. Рассчитан форм-фактор сгустка для такой геометрии.

Публикации автора по теме диссертации

1. Sergeeva D.Yu., Tishchenko A.A., Strikhanov M.N. UV and X-ray diffraction and transition radiation from charged particles Bunches // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B. 2013. Vol. 309. Pp. 189-193.

2. Sergeeva D.Yu., Tishchenko A.A., Strikhanov M.N. Conical diffraction effect in optical and x-ray Smith-Purcell radiation // *Physical Review STAB*. 2015. Vol. 18. P. 052801.
3. Sergeeva D.Yu., Tishchenko A.A., Strikhanov M.N. Influence of beam divergence on form-factor in x-ray diffraction radiation // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B*. 2015. Vol. 355. Pp. 175-179.
4. Sergeeva D.Yu., Tishchenko A.A., Strikhanov M.N. Conical effect in diffraction radiation // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B*. 2015. Vol. 355. Pp. 155-159.
5. Tishchenko A.A., Sergeeva D.Yu., Strikhanov M.N. Properties of polarization radiation from charged particles beam brushing surface of a solid // *Vacuum*. 2016. Vol. 129. Pp. 157-160.
6. Naumenko G.A., Potylitsyn A.P., Sergeeva D.Yu., Tishchenko A.A., Strikhanov M.N., Bleko V.V. First experimental observation of the conical effect in Smith-Purcell radiation // *JETP Letters*. 2017. Vol. 105, № 9. Pp. 553-560.
7. XUV Cherenkov and Diffraction radiation from femtosecond electron bunch / Sergeeva D.Yu., Tishchenko A.A., Strikhanov M.N. // *Proceedings of SPIE Optics & Optoelectronics; Prague, Czech Republic*. 2015.
8. UV and X-ray diffraction radiation for submicron noninvasive diagnostics / Sergeeva D.Yu., Strikhanov M.N., Tishchenko A.A. // *Proceedings of IPAC 2013; Shanghai, China*. 2013. Pp. 616-618.
9. X-Ray Smith-Purcell Radiation from a Beam Skimming a Grating Surface / Sergeeva D.Yu., Tishchenko A.A. // *Proceedings of FEL2014; Basel, Switzerland*. 2015. Pp. 378- 383.

Список литературы

- [1] Durand L. Transition radiation from ultrarelativistic particles // *Physical Review D*. 1975. Vol. 11. Pp. 89-105.
- [2] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Электродинамика сплошных сред*. – Москва: Наука, 1982.
- [3] Рязанов М.И. *Электродинамика конденсированного вещества*. – Москва: Наука, 1984.
- [4] Tishchenko A.A., Potylitsyn A.P., Strikhanov M.N. Diffraction radiation from an ultrarelativistic charge in the plasma frequency limit // *Physical Review E*. 2004. Vol. 70. P. 066501.
- [5] Dolgoshein B. Transition radiation detectors // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*. 1993. Vol. 326. Pp. 434-469.
- [6] Potylitsina-Kube N., Artru X. Diffraction radiation from ultrarelativistic particles passing through a slit. Determination of the electron beam divergence // *Nuclear Instruments and*

Methods in Physics Research B. 2003. Vol. 201. Pp. 172-183.

- [7] Казанцев А.П., Сурдутович Г.И. Излучение заряженной частицы, пролетающей вблизи металлического экрана // ДАН СССР. – 1962. – Т. 147, № 1. – С. 74.
- [8] Potylitsyn A.P., Ryazanov M.I., Strikhanov M.N., Tishchenko A.A. Diffraction Radiation from Relativistic Particles. – Berlin: Springer-Verlag, 2011.
- [9] Potylitsyn A.P. Smith-Purcell effect as resonant diffraction radiation // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B. 1998. Vol. 145. Pp. 60-66.
- [10] Hogert E.N., Rebollo M.A., Gaggioli N.G. Alignment and/or tilting measurement by means of conical diffraction phenomena // Optics & Laser Technology. 1991. Vol. 23. Pp. 341-344.
- [11] Neviere M., Maystre D., Hunter W.R. On the use of classical and conical diffraction mountings for xuv gratings // Journal of the Optical Society of America. 1978. Vol. 68. Pp. 1106-1113.
- [12] Naumenko G.A., et al. First experimental observation of the conical effect in Smith–Purcell radiation // JETP Letters. 2017. Vol. 105, № 9. Pp. 553-560.
- [13] Brownell J.H., Walsh J., Doucas G. Spontaneous Smith-Purcell radiation described through induced surface currents // Physical Review E. 1998. Vol. 57. P. 1075.
- [14] Doucas G., et al. Determination of longitudinal bunch shape by means of coherent Smith-Purcell radiation // Physical Review ST AB. 2002. Vol. 5. Pp. 072802.
- [15] Ахиезер А.И., Шульга Н.Ф. Электродинамика высоких энергий в веществе. – Москва: Наука, 1993.
- [16] Платонов К.Ю., Топтыгин И.Н., Флейшман Г.Д. Излучение частиц в средах с неоднородностями и когерентное тормозное излучение // Успехи Физических Наук. – 1990. – Т. 160, № 4. – С. 59-69.
- [17] Ideal waterbag electron bunches from an RF photogun / Luiten O.J. [et al.] // Proceedings of EPAC 2004; Lucerne, Switzerland. 2004. Pp. 725-727.
- [18] Musumeci P., et al. Experimental Generation and Characterization of Uniformly Filled Ellipsoidal Electron-Beam Distributions // Physical Review Letters. 2008. Vol. 100. P. 244801.
- [19] Гарибян Г.М., Ши Я. Рентгеновское переходное излучение. – Ереван: АН АрмССР, 1983.
- [20] Tishchenko A.A., Strikhanov M.N., Potylitsyn A.P. X-ray transition radiation from an ultrarelativistic charge passing near the edge of a target or through a thin wire // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B. 2005. Vol. 227. Pp. 63-69.