

МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

На правах рукописи

МОИСЕЕНКО Александр Васильевич

**КОРРЕЛЯЦИИ И ФРАКТАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА
СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
В ЯДЕРНОЙ ФИЗИКЕ И ФИЗИКЕ ЧАСТИЦ**

**05.13.18 – Математическое моделирование, численные
методы и комплексы программ**

01.04.16 – Физика элементарных частиц и атомного ядра

А в т о р е ф е р а т

**диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук**

Автор:

Москва, 2007

Работа выполнена в Московском инженерно-физическом институте (государственном университете).

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор Ф.М. Сергеев

Официальные оппоненты: д.ф.-м.н., проф. каф. №32 МИФИ,
Яковлев В.П.

д.ф.-м.н., зав.лаб. ФГУП ВНИИАМ,
Встовский Г.В.

Ведущая организация: Лаборатория информационных технологий ОИЯИ (Объединенный Институт Ядерных Исследований, Дубна)

Защита состоится 23 мая 2007 г. в 16 часов 30 минут на заседании диссертационного совета Д212.130.09 в МИФИ по адресу: 115409, Москва, Каширское шоссе, дом 31, телефон 324-84-98.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МИФИ.

Автореферат разослан

Просим принять участие в работе совета или прислать отзыв в одном экземпляре, заверенный печатью организации.

Ученый секретарь диссертационного совета, доктор физико-математических наук, профессор

А.С.Леонов

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

1.1. Актуальность

В конце XX века получила широкое распространение относительно молодая и интенсивно развивающаяся в настоящее время теория фракталов. Основоположителем многих современных приложений фракталов, внесшим большой вклад в развитие этой теории является известный американский ученый Бенуа Мандельброт [1]. Именно он впервые ввел термин «фрактал», привлек внимание общественности к полузабытым идеям девятнадцатого века и провел трудную работу по поиску фракталов в природе, моделированию природных процессов с помощью прикладной фрактальной геометрии.

В некоторых современных работах показано, что фрактальность можно рассматривать как особый вид симметрии в природе [2-4], которая в свою очередь может нарушаться. Таким образом, мы видим что новая теория не нарушает гармонии общей физической картины природы.

В настоящее время теория фракталов применяется во многих областях физики, особенно активно – в физике твердого тела, диффузных систем, кластеров и фазовых переходов, во многих других областях макрофизики. Фрактальные структуры обнаружены в обобщенном фазовом пространстве конкретных физических процессов как в микроскопической физике, так и в макроскопической. Фракталы обнаруживаются на любых масштабах в совершенно различных областях науки – физике, химии, биологии, экономике, социологии. Вселенная как бы пронизана ими. Принимая во внимание это интуитивное предположение, нельзя не обратиться к теории фракталов при проведении фундаментальных исследований – в области физики ядра и элементарных частиц. И таких работ уже много – для процессов сильного взаимодействия и квантовой хромодинамики, в экспериментальной физике высоких энергий, в основном для взаимодействий ядер с ядрами. Однако вопрос о природе фракталов в физике частиц на сегодняшний день остается открытым.

Особую актуальность методы фрактального анализа процессов в микрофизике приобретают в свете того что в фундаментальной физике – как экспериментальной, так и теоретической – все большее внимание уделяется времени, как переменной, принципиально влияющей на формирование конечных результатов исследо-

вания. Появляются все новые данные о проявлении в процессах и объектах микрофизики перемежаемых фрактальных свойств, не сводящихся только к чисто статистическим, о возможно связанной с этим невозпроизводимостью результатов в экспериментах. Поставлена общая задача описания процессов в микрофизике в терминах наблюдаемых непосредственно в эксперименте вероятностей.

1.2. Цели работы

1. Поиск проявлений фрактальности, определение ее степени и, по возможности, причин в стохастических процессах на микроскопических масштабах, т.е. в физике ядра и частиц.
2. Установление математического класса анализируемых физических случайных рядов (марковский, стационарный, гауссовский).
3. Проверка свойства вероятностного самоподобия (автоподобности) исследуемых физических рядов.
4. Определение вида стохастических дифференциальных уравнений для распределений вероятности, описывающих исследуемые физические процессы.
5. Построение моделей для компьютерного воспроизведения изучаемых физических процессов.

1.3. Научная новизна

1. На основе метода нормированного размаха (метод Херста) проведен статистический анализ упорядоченных по времени рядов измерений кинематических переменных дифракционно-подобных реакций

$$\begin{aligned}\pi^+ + p &\rightarrow p + 2\pi^+\pi^-, \\ \pi^- + p &\rightarrow p + 2\pi^-\pi^+\end{aligned}$$

в области промежуточных энергий. Подобный анализ в экспериментальной физике ядра и частиц проведен впервые. С его помощью установлена фрактальная структура исследованных рядов, определены значения показателей Херста, свидетельствующие о наличии в рядах дальних корреляций.

2. Показано что исследуемые процессы (последовательные независимые взаимодействия пи-мезонов с протонами) могут

быть представлены как результат случайных блужданий в пространстве выбранных переменных и воспроизведены моделью фрактального броуновского движения. Процессы оказываются аналогичными диффузии и описываются уравнением Фоккера-Планка, где коэффициент Херста полностью определяет характер диффузии.

3. Прделанная работа впервые дает экспериментальное подтверждение открытости систем взаимодействующих в исследованных реакциях частиц (π^+p , π^-p), возникающей очевидно из-за воздействия окружения, т.е. условий в которых протекают процессы, а возможно, и информационных влияний, которые появляются в процессе переработки исходных экспериментальных данных.

1.4. Практическая значимость

1. Показано что информация о зависимости коэффициента Херста от условий протекания для конкретных физических процессов открывает возможности предсказания их поведения, а также выявления и изучения источников воздействия на эти процессы.
2. Разработанная методика определения нормированного размаха для случайных рядов может быть использована для точного определения степени и типа корреляций в рядах физических данных различного объема и характера.
3. Результаты исследования компьютерных генераторов случайных чисел методом Херста помогут выявить их влияние на результаты моделирования при использовании моделирующих физические процессы программ.

1.5. Автор защищает

1. Результаты анализа методом Херста временных рядов для динамических параметров последовательных независимых π^+p и π^-p -взаимодействий в области промежуточных энергий, а также их компьютерных моделей и компьютерной модели многократного рассеяния заряженной частицы в веществе.

2. Фрактальный характер и наличие корреляций во временных рядах для динамических параметров последовательных независимых π^+p и π^-p -взаимодействий в области промежуточных энергий.
3. Статистические свойства (стационарность, негауссовость, немарковость) и свойство вероятностного самоподобия обозначенных выше рядов.
4. Вид дифференциального уравнения для описания обозначенных выше стохастических процессов с учетом их фрактальности.

1.6. Структура диссертации

Диссертация состоит из введения, восьми глав, заключения и списка литературы из 120 наименований, содержит 135 страниц, в том числе 89 рисунков и 63 таблиц.

2. КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во Введении обосновывается актуальность применения фрактальной математики и хаотической динамики для описания физических объектов и процессов, приводятся результаты исследований, подчеркивающие важность поиска и исследований проявлений фрактальности природы на микроскопическом уровне, в физике частиц. Дается краткое введение в фрактальную математику – приводятся ее основные формулы и определения, примеры классических фракталов. Обсуждается тесная связь теории стохастических процессов и фрактального анализа временных рядов с микроскопической физикой. Ставятся основные и вспомогательные задачи. Обозначается структура диссертации, научная новизна и практическая значимость работы.

В первой главе дается обзор методам обработки данных, используемым в работе. Приводится алгоритм и формулы для определения фрактальной размерности (размерности Хаусдорфа) физических объектов.

Подробно рассматривается центральный в работе метод нормированного размаха (метод Херста, R/S -метод). Нормированным

размахом для случайного ряда $\{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_\tau\}$ называется величина:

$$\varphi(\tau) = \frac{R(\tau)}{S(\tau)},$$

где $R(\tau) = \max_t X(t, \tau) - \min_t X(t, \tau)$, $(1 \leq t \leq \tau)$,

$$X(t, \tau) = \sum_{n=1}^t (\xi_n - \bar{\xi}_\tau), \quad \bar{\xi}_\tau = \frac{1}{\tau} \sum_{n=1}^{\tau} \xi_n, \quad S(\tau) = \left(\frac{1}{\tau} \sum_{n=1}^{\tau} (\xi_n - \bar{\xi}_\tau)^2 \right)^{1/2}.$$

Законом Херста называется соотношение

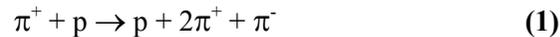
$$\varphi(\tau) = (a\tau)^H,$$

где параметры a и H характеризуют исследуемый фрактальный процесс, а τ – длина промежутка усреднения (*запаздывание*). Фрактальная размерность графика накопленного отклонения $X(t)$ равна $2-H$. Если показатель H отличается от 0,5, то в процессе присутствуют корреляции между случайными величинами. Самоподдерживающиеся (*персистентность*) при $H > 0,5$ и антиподдерживающиеся (*антиперсистентность*) при $H < 0,5$.

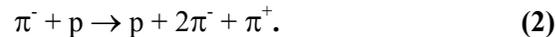
Необходимо отметить, что метод Херста выдает приемлимую погрешность фрактальной характеристики H лишь для больших объемов статистики (больше нескольких тысяч элементов). Для малых же объемов недавно был разработан аналогичный и не менее эффективный метод [5-7].

Приводится описание стандартного метода выявления корреляций в случайных рядах – расчет коэффициента корреляции.

Во второй главе выбираются процессы физики частиц для поиска в них фрактальных свойств. А именно - реакции дифракционного неупругого рассеяния пи-мезонов на протонах при промежуточных энергиях с невысокой множественностью рождения:



и



Экспериментальный материал по этим взаимодействиям был получен на пузырьковых камерах ИТЭФ и CERN, экспонированных в пучках π^+ и π^- -мезонов с импульсами 4,2 ГэВ/с и 3,91 ГэВ/с, соответственно. Обработка экспериментального материала проводилась на ЭВМ с помощью программы Matlab 6.1.

В данной работе в качестве характеристики каждого события (функции номера) были выбраны следующие величины, которые, как представляется, наилучшим образом отражают динамику процесса:

1. разность наибольшего и наименьшего значений кумулятивного числа для частиц определенного сорта в событии $\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}$; в данном случае $\alpha = (E - p_{\parallel})/m_p$, где E , p_{\parallel} – энергия, продольный импульс частицы, m_p – масса протона;

2. максимальное значение поперечного импульса для частиц данного сорта в событии P_t^{\max} ;

3. квадрат разности наибольшего и наименьшего значений четырехмерных скоростей $U = P/m$ частиц в событии $b_{\min}^{\max} = -(U_{\max} - U_{\min})^2$;

4. разность наибольшего и наименьшего значений быстрот для частиц определенного сорта в событии: $\Delta y = y_{\max} - y_{\min}$, $y = 1/2 \cdot \ln((E + p_{\parallel})/(E - p_{\parallel}))$.

Предлагаются два метода расчета постоянной Херста: с усреднением и без усреднения по исследуемой статистике.

Приводятся результаты расчета постоянной Херста для исследуемой статистики первым и вторым методом (таблица 1) и логарифмические графики нормированного размаха от запаздывания. Приводятся значения χ^2 и вероятностей с которыми можно принять гипотезы о наличии и отсутствии ($H=0,5$) корреляций. Первые в большинстве случаев оказываются больше 90%, а последние < 1%.

Таблица 1. Значения постоянных Херста и χ^2/N для реакций (1) – 13412 события и (2) – 35972 события.

Р-ия	Метод	Вел.	$\Delta\alpha$	P_t^{\max}	b_{\min}^{\max}	Δy
(1)	<i>с уср.</i>	$H \pm \Delta H$	$0,580 \pm 0,002$	$0,575 \pm 0,001$	$0,585 \pm 0,002$	$0,600 \pm 0,003$
		χ^2/N	1,0	1,0	0,8	1,0
	<i>без уср.</i>	$H \pm \Delta H$	$0,651 \pm 0,048$	$0,556 \pm 0,037$	$0,728 \pm 0,080$	$0,782 \pm 0,075$
		χ^2/N	0,7	0,9	0,7	0,7
(2)	<i>с уср.</i>	$H \pm \Delta H$	$0,657 \pm 0,007$	$0,708 \pm 0,009$	$0,621 \pm 0,003$	$0,670 \pm 0,007$
		χ^2/N	0,9	1,0	1,0	0,9
	<i>без уср.</i>	$H \pm \Delta H$	$0,702 \pm 0,084$	$0,697 \pm 0,091$	$0,744 \pm 0,089$	$0,680 \pm 0,071$
		χ^2/N	1,0	0,8	0,7	0,8

Затем, для расширения общности искомой фрактальности приводятся результаты аналогичных исследований для других адрон-адронных взаимодействий:

$$\pi^+ + p \rightarrow p + 2\pi^+ + \pi^- + \pi^0, \quad (3)$$

$$\pi^+ + p \rightarrow p + 3\pi^+ + 2\pi^-, \quad (4)$$

$$p + p \rightarrow n + p + 3\pi^+ + 2\pi^-, \quad (5)$$

$$p + p \rightarrow p + p + 2\pi^+ + 2\pi^- + \pi^0, \quad (6)$$

и других переменных:

1. $\max_{i \in \Omega}(\alpha_i) - \min_{i \in \Omega}(\alpha_i)$, где Ω – множество частиц какого-либо сорта, а α_i - кумулятивное число i -й частицы
2. $\max_{i \in \Omega}(p_i) - \min_{i \in \Omega}(p_i)$, p_i - модуль поперечного импульса i -й частицы
3. $\max_{i \in \Omega}(y_i) - \min_{i \in \Omega}(y_i)$, y_i - быстрота i -й частицы

Значения постоянной Херста, рассчитанные методом с усреднением приводятся в таблице 2.

Таблица 2. Значения постоянных H и a для вышеуказанных реакций. Объем статистики от 2000 до 9000 событий.

Р-ия	i	Вел.	$\max(\alpha_i) - \min(\alpha_i)$	$\max(p_i) - \min(p_i)$	$\max(y_i) - \min(y_i)$
(3)	π_1^+, π_2^+	$H \pm \Delta H$	0,65±0,01	0,61±0,01	0,60±0,02
		$a \pm \Delta a$	0,48±0,05	0,55±0,04	0,54±0,11
(4)	$\pi_1^+, \pi_2^+, \pi_3^+$	$H \pm \Delta H$	0,62±0,02	0,58±0,01	0,57±0,02
		$a \pm \Delta a$	0,56±0,07	0,61±0,05	0,67±0,10
(5)	$\pi_1^+, \pi_2^+, \pi_3^+$	$H \pm \Delta H$	0,65±0,02	0,54±0,02	0,55±0,01
		$a \pm \Delta a$	0,53±0,08	0,78±0,12	0,69±0,07
(6)	π_1^-, π_2^-	$H \pm \Delta H$	0,61±0,01	0,58±0,01	0,52±0,02
		$a \pm \Delta a$	0,58±0,06	0,66±0,05	0,82±0,16

Необходимо отметить, что при случайном перемешивании исследуемой статистики корреляции пропадают, и постоянная H становится близкой к 0,5.

Делаются предварительные выводы исходя из полученных результатов – в исследуемых экспериментах наблюдается фрактальность и определяемые ей корреляции, а именно – персистентность. Тот факт, что коэффициент H в нашем случае оказывается

больше 0,5, подтверждает идею, высказанную самим Херстом о том, что в природе не существует абсолютно случайных процессов и закрытых систем. Механизм же потери закрытости и случайности еще предстоит выяснить.

В третьей главе с целью попытки выяснения причины обнаруженных ранее корреляций происходит обращение к профессиональным компьютерным программам, способным моделировать адрон-адронные взаимодействия: «Fritiof», «MSDM» и модификация первой программы В.Ужинским (далее «Uzhinsky»). Эти программы используются для моделирования процессов (1) и (2) с теми же начальными импульсами. Поскольку алгоритмы применяемых программ намеренно не рассматриваются, цель которая преследуется в данной главе – определить не могут ли наблюдающиеся в эксперименте корреляции быть следствием способа формирования рядов данных (отбор нужных событий, искусственное ограничение объема статистики), или же следствием естественных ограничений фазового объема, вносимых законами сохранения энергии, импульса, а также заряда, барионного числа и др..

Проводится анализ полученной статистики методом нормированного размаха, аналогичный главе 2 и приводятся соответствующие графики нормированного размаха и таблицы (таблица 3).

Таблица 3. Значения H , полученные методом с усреднением для модельных данных. Объем статистики порядка 100000 событий.

Р.	Модель	Величина	Δa	p_t^{\max}	b_{\min}^{\max}	Δy
(1)	Fritiof	$H \pm \Delta H$	0,491±0,001	0,511±0,001	0,537±0,001	0,522±0,002
		χ^2/N	0,8	1,0	1,2	1,0
	MSDM	$H \pm \Delta H$	0,528±0,001	0,492±0,002	0,515±0,001	0,532±0,001
		χ^2/N	0,9	0,7	0,9	0,9
	Uzhinsky	$H \pm \Delta H$	0,507±0,002	0,525±0,001	0,518±0,001	0,506±0,003
		χ^2/N	0,8	1,0	0,8	0,8
(2)	Fritiof	$H \pm \Delta H$	0,494±0,003	0,518±0,002	0,508±0,001	0,505±0,001
		χ^2/N	0,7	0,8	0,8	0,7
	MSDM	$H \pm \Delta H$	0,514±0,001	0,541±0,001	0,529±0,001	0,541±0,001
		χ^2/N	0,7	0,9	0,7	0,9
	Uzhinsky	$H \pm \Delta H$	0,487±0,003	0,513±0,001	0,515±0,001	0,508±0,001
		χ^2/N	0,9	0,9	0,7	0,7

Приводятся основные выводы по полученным результатам – значительные корреляции отсутствуют, вышеназванные причины не оправдывают себя в качестве источников корреляций в экспериментальной статистике.

В четвертой главе проводится проверка полученных ранее результатов на достоверность («верификация») путем исследования возможных источников ложных корреляций. Проводится поиск корреляций в статистике, выдаваемой компьютерными генераторами случайных чисел. Как известно, эти программы выдают всего лишь псевдослучайные ряды чисел. Чтобы отличить настоящие корреляции в моделях, обусловленные физикой или технологией процесса, от влияния генератора случайных величин, необходимо исследовать чистую *gandom*-статистику. Приводятся таблицы с результатами анализа такой статистики методом Херста, а также стандартным методом (таблица 4).

Таблица 4. H , полученные методами с усреднением и без него, χ^2/N и коэффициент автокорреляции для *gandom*-статистики объема L .

Вел.	$L=1000000$	$L=100000$	$L=10000$
$H_{с\ уcp.} \pm \Delta H$	$0,49 \pm 0,01$	$0,52 \pm 0,02$	$0,56 \pm 0,05$
χ^2/N	0,7	0,9	0,9
$H_{без\ уcp.} \pm \Delta H$	$0,44 \pm 0,01$	$0,45 \pm 0,10$	$0,5 \pm 0,1$
χ^2/N	0,8	0,9	0,7
$C \pm \Delta C$	$0,0008 \pm 0,0007$	$0,002 \pm 0,001$	$0,008 \pm 0,006$

Проводится исследование генератора случайных чисел на предмет скрытых периодичностей. Кратко излагается теория Шустера анализа временных рядов. Строятся периодограммы Шустера для *gandom*-статистики. Проводится изучение зависимости постоянной Херста от объема исследуемой выборки. Строятся соответствующие графики для *gandom*-статистики, а также для экспериментальных данных. Рассчитываются коэффициенты автокорреляции с различным смещением для *gandom*-статистики а также для экспериментальных данных. Последние оказываются больше первых в пределах погрешностей.

Приводятся основные выводы на основе проведенных исследований – полученные во второй главе с помощью метода Херста результаты действительно свидетельствуют о наличии корреля-

ций, а отклонения H от 0,5 в четвертой главе можно объяснить особенностями генератора случайных чисел.

В пятой главе проводится доказательство математических свойств исследуемых рядов для перехода к описанию их как математических объектов, а именно – установление их автомодельности (самоподобия), их математического класса и фрактальной размерности графиков накопленного отклонения. Фрактальная размерность графиков рассчитывается в соответствии с описанным и первой главе методом. Для выявления степени вероятностного самоподобия определяется различие между экспериментальными распределениями для одной и той же статистики на различных масштабах. Для этого из основной статистики отбираются M -е члены и из них формируются ряды объемом в N элементов. Затем строятся гistogramмы получившихся рядов, которые сравниваются между собой.

Приводятся соответствующие таблицы и графики (некоторые из них – таблицы 5-6).

Таблица 5. Значения размерностей Минковского для графиков накопленного отклонения. Реакция (1).

Величина	$\Delta\alpha$	P_t^{\max}	b_{\min}^{\max}	Δy
$M=1$	$1,41 \pm 0,04$	$1,42 \pm 0,05$	$1,42 \pm 0,05$	$1,40 \pm 0,04$
$M=10$	$1,45 \pm 0,04$	$1,46 \pm 0,04$	$1,45 \pm 0,03$	$1,44 \pm 0,04$
$M=100$	$1,46 \pm 0,04$	$1,48 \pm 0,05$	$1,44 \pm 0,03$	$1,46 \pm 0,04$
$2-H$	$1,420 \pm 0,002$	$1,425 \pm 0,001$	$1,415 \pm 0,002$	$1,400 \pm 0,003$

Таблица 6. Значения размерностей Минковского для графиков накопленного отклонения. Реакция (2).

Величина	$\Delta\alpha$	P_t^{\max}	b_{\min}^{\max}	Δy
$M=1$	$1,29 \pm 0,05$	$1,27 \pm 0,05$	$1,35 \pm 0,04$	$1,37 \pm 0,05$
$M=10$	$1,21 \pm 0,03$	$1,20 \pm 0,02$	$1,33 \pm 0,04$	$1,43 \pm 0,03$
$M=100$	$1,19 \pm 0,02$	$1,17 \pm 0,01$	$1,31 \pm 0,02$	$1,44 \pm 0,03$
$2-H$	$1,343 \pm 0,007$	$1,292 \pm 0,009$	$1,379 \pm 0,003$	$1,330 \pm 0,007$

Приводятся основные выводы из полученных результатов – в общем, исследуемые процессы являются негауссовскими, немарковскими, стационарными, фрактальными и обладающими вероятностным самоподобием. Определяется общий вид формул для распределений $\Delta\alpha$, P_t^{\max} , b_{\min}^{\max} , Δy .

В шестой главе с попыткой обнаружить возможный механизм возникновения корреляций обнаруженных в Главе 2 или хотя бы пролить свет на физический смысл параметра H , рассматривается модель хорошо изученного классического процесса – многократного рассеяния заряженной частицы в веществе.

Обсуждается насколько данный процесс соответствует нашей задаче, приводятся формулы описывающих его распределений.

Выполняется численное решение обратной задачи – определения траектории частицы и ее характеристик в каждой точке по заранее известным вероятностным распределениям. Массив статистических данных для этого готовился с помощью компьютерного моделирования процесса многократного рассеяния методом Монте-Карло с использованием известных законов взаимодействия и распределений кинематических величин. Использовались только первые приближения этих законов.

При моделировании предполагается что частица движется в бесконечном и однородном по своим свойствам блоке вещества с заданными массовым числом, зарядом ядра и плотностью. Также в начале программы задаются параметры исследуемой частицы – ее заряд, масса и кинетическая энергия. Потерями энергии частицы в веществе пренебрегаем. Строятся две модели – микроскопическая и макроскопическая. В первом случае разыгрываются последовательные столкновения частицы с ядрами вещества. Учитывается только электромагнитное взаимодействие. Во втором случае разыгрывается последовательное прохождение частицей заданного числа слоев вещества определенной толщины. Угол рассеяния рассчитывается исходя из теории Мольера в первом приближении. В работе осознанно не ставится цель достичь согласия компьютерной модели с экспериментом, поскольку модель создается исключительно для приблизительного определения («нащупывания») источника возможных корреляций и иллюстрации связи параметра H с физическими характеристиками процесса.

В качестве характеристики частицы, подвергаемой анализу методом Херста используются угол Ψ отклонения траектории от оси вдоль которой направлена начальная скорость частицы и координата X . Разыгрывается по 10000 событий (актов рассеяния или прохождений через тонкий слой вещества, в зависимости от типа модели) для четырех различных углов рассеяния θ частицы в диапазоне $[0; \pi/2]$.

Приводятся таблицы значений постоянных Херста для обоих типов модели, а также графики для траекторий частицы (табл. 7 и рис. 1 – 2).

Таблица 7. Значения постоянных Херста, рассчитанных для Ψ и X , в зависимости от средних углов рассеяния.

Вел.	H	$\langle\theta\rangle=0,030\pm 0,005$	$\langle\theta\rangle=0,080\pm 0,005$	$\langle\theta\rangle=0,25\pm 0,01$	$\langle\theta\rangle=0,75\pm 0,01$
Ψ	$H_{\text{микро}}$	$0,99\pm 0,01$	$0,92\pm 0,01$	$0,82\pm 0,02$	$0,61\pm 0,02$
	$H_{\text{макро}}$	$0,99\pm 0,01$	$0,92\pm 0,01$	$0,77\pm 0,02$	$0,59\pm 0,02$
X	$H_{\text{микро}}$	$0,99\pm 0,02$	$0,93\pm 0,01$	$0,80\pm 0,02$	$0,62\pm 0,02$
	$H_{\text{макро}}$	$0,99\pm 0,01$	$0,94\pm 0,01$	$0,78\pm 0,02$	$0,58\pm 0,02$

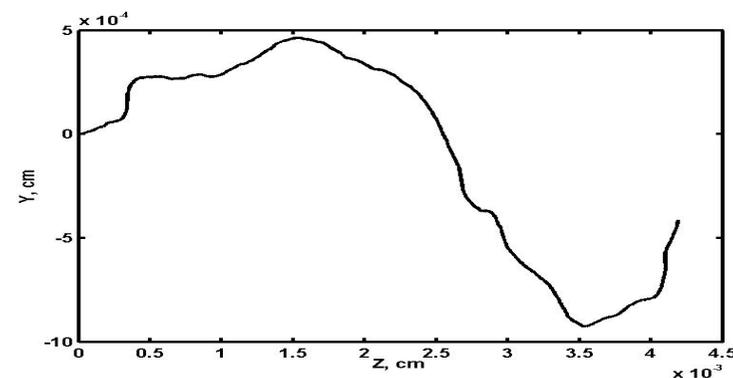


Рис. 2. Траектория частицы в веществе, плоскость $Y-Z$, $\langle\theta\rangle=0,03$.

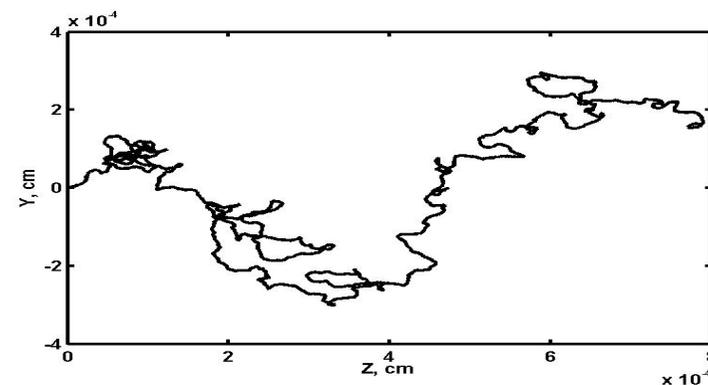


Рис. 4. Траектория частицы в веществе, плоскость $Y-Z$, $\langle\theta\rangle=0,25$.

Делаются обобщения полученных результатов – в исследуемой модельной статистике наблюдается фрактальность и присутствует значительная персистентность, степень которой зависит от среднего угла рассеяния частицы $\langle\theta\rangle$, то есть фрактальная характеристика процесса H оказывается функцией от физических характеристик системы (энергии частицы, заряда ядер вещества и др.).

В седьмой главе проводится поиск вида стохастических дифференциальных уравнений для распределений вероятности, описывающих исследуемые процессы (1) и (2) и для модели многократного рассеяния. Согласно всем предыдущим исследованиям, естественным шагом на пути поиска способа теоретического описания этого эффекта может послужить обращение к обобщенной центральной предельной теореме. Согласно ней, распределение суммы независимых, но коррелированных случайных величин со временем приближается к распределению для фрактального броуновского движения (ФБД). Для подтверждения этого исследуется зависимость вида распределения суммы соответствующих процессу случайных величин от времени, а также вид зависимости дисперсии от времени. Как известно, для ФБД

$$D = \sigma^2 (t - t_0)^{2H},$$

и соответственно,

$$\ln(D) = a + b \ln(t - t_0),$$

где $a = 2 \ln(\sigma)$ и $b = 2H$.

Приводятся соответствующие графики и таблицы для накопленного отклонения – сумм параметров $\Delta\alpha$, P_t^{\max} , b_{\min}^{\max} , Δy для реакций (1) и (2) (некоторые из них – таблицы 8-9).

Таблица 8. Значения коэффициентов достоверности для проверки соответствия экспериментальных распределений (2) нормальному.

N	2	4	8	16
$\Delta\alpha$	67±3	17±2	3,6±0,5	1,3±0,5
P_t^{\max}	13±1	3,0±0,6	1,5±0,5	2,0±0,5
b_{\min}^{\max}	113±12	19±2	4,3±0,8	1,7±0,4
Δy	26±2	6,0±1,0	2,3±0,5	1,7±0,3

Таблица 9. Значения коэффициентов a и b . Реакция (2).

Р-ия	Величина	$\Delta\alpha$	P_t^{\max}	b_{\min}^{\max}	Δy
(2)	a	-4,5±0,2	-3,6±0,1	9,85±0,05	-0,14±0,03
	b	1,35±0,05	1,50±0,10	1,28±0,06	1,31±0,04
	$2H$	1,31±0,01	1,42±0,02	1,24±0,01	1,34±0,01

Приводятся основные выводы из полученных результатов – исследуемые случайные процессы (для реакций (1) и (2) - искусственно сконструированные фиктивные процессы) на больших временах ($t \rightarrow \infty$) имеют плотность распределения

$$\rho(x_0, x, t - t_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}(t - t_0)^H} e^{-\frac{(x - x_0 - M(t - t_0))^2}{2\sigma^2(t - t_0)^{2H}}},$$

где x – исследуемая случайная величина, M – ее математическое ожидание, а σ и H – зависящие от физических характеристик системы параметры. ρ является решением уравнения диффузии Фоккера-Планка:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \sigma^2 H (t - t_0)^{2H-1} \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} - M \frac{\partial \rho}{\partial x},$$

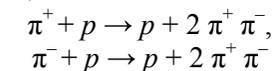
где M – имеет смысл коэффициент сноса, а $\sigma^2 H (t - t_0)^{2H-1}$ – коэффициент диффузии по соответствующей переменной.

В восьмой главе подробно анализируются и обобщаются результаты, полученные в каждой из предыдущих глав.

В заключении перечислены основные результаты работы и высказаны благодарности.

3. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Проведен статистический анализ методом нормированного размаха (метод Херста) упорядоченных по времени рядов измерений кинематических переменных дифракционно-подобных реакций:



в области промежуточных энергий. Подобный анализ в экспериментальной физике ядра и частиц проведен впервые.

2. Установлена фрактальная структура исследованных рядов, определены значения показателей Херста, свидетельствующие о наличии в рядах дальних корреляций (персистентность).
3. Было выполнено моделирование исследуемых процессов с помощью генераторов *Fritiof*, *MSDM*, *Uzhinsky*. Установлено что в модельных рядах данных корреляции не проявляются.
4. Проведено моделирование процесса многократного рассеяния заряженной частицы в веществе. Установлено наличие фрактальности и корреляций в рядах данных, описывающих траекторию такой частицы. Показано что в данном случае степень фрактальности определенным образом зависит от физических характеристик исследуемой системы.
5. Проведено исследование влияния используемых компьютерных генераторов псевдослучайных чисел на полученные результаты. Установлено что оно является несущественным.
6. Определены статистические свойства рядов измерений, рассматриваемых как стохастические процессы. Установлено, что они являются стационарными, негауссовыми и немарковскими. Определен вид распределений для исследуемых случайных величин.
7. Проведено математическое доказательство фрактальности исследуемой статистики. Результаты метода Херста проверены с помощью расчета размерностей Хаусдорфа. Установлено свойство вероятностного самоподобия изученных рядов измерений.
8. Результаты метода Херста проверены с помощью стандартного метода – расчета коэффициентов корреляции. Демонстрирована более высокая точность первого метода определения корреляций в рядах данных по отношению к последнему.
9. Показано что анализируемые данные могут быть представлены как результат случайных блужданий в пространстве выбранных переменных и воспроизведены моделью фрактального броуновского движения. Процессы оказываются аналогичными диффузии и описываются уравнением Фоккера-Планка, где коэффициент Херста полностью определяет характер диффузии. Информация о зависимости этого па-

раметра от условий протекания для конкретных физических процессов открывает возможности предсказания их поведения.

10. Прделанная работа впервые дает экспериментальное подтверждение открытости систем взаимодействующих в исследованных реакциях частиц (π^+p , π^-p), которые очевидно испытывают воздействие окружения, т.е. условий в которых протекает процесс. Также не могут быть исключены и влияния информации, которые появляются в процессе переработки первоначальных экспериментальных данных.

4. ПУБЛИКАЦИИ И ССЫЛКИ

Основные результаты, вошедшие в диссертацию, отражены в тезисах докладов на конференциях, в том числе международных, в двух препринтах и трех статьях.

Основные работы, опубликованные по теме диссертации:

1. Борчиков А.С., Булеков О.В., Моисеенко А.В., Поносов А.К., Сергеев Ф.М. «Фрактальные свойства траекторий частиц при многократном рассеянии». Препринт 005-2003/МИФИ, М., 2003.
2. Борчиков А.С., Булеков О.В., Моисеенко А.В., Поносов А.К., Сергеев Ф.М. «Фрактальные свойства траекторий частиц испытывающих многократное рассеяние». LIII Международное совещание по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра, Тезисы докладов, СПбУ., 2003, С.227.
3. Борчиков А.С., Булеков О.В., Моисеенко А.В., Поносов А.К., Сергеев Ф.М. «Наблюдение фрактальности процесса многократного рассеяния». II конференция научно-образовательного центра CRDF, Сборник научных трудов, М., 2004, С.12-13.
4. Булеков О.В., Моисеенко А.В., Поносов А.К., Сергеев Ф.М. «Новый подход к исследованию глубоконеупругих ядерных реакций». II конференция научно-образовательного центра CRDF, Сборник научных трудов, М., 2004, С.14-15.
5. Моисеенко А.В., Сергеев Ф.М. «Многократное рассеяние как фрактальный диффузионный процесс». III конференция

- научно-образовательного центра CRDF, Сборник научных трудов, М., 2005, С.9-11.
6. Моисеенко А.В., Сергеев Ф.М. «Фрактальные диффузионные процессы в физике частиц». III конференция научно-образовательного центра CRDF, Сборник научных трудов, М., 2005, С.11-13.
 7. Моисеенко А.В. «Исследование генераторов случайных чисел на наличие корреляций методом Херста». Препринт 009-2005/ МИФИ, М., 2005.
 8. Булеков О.В, Моисеенко А.В., Поносов А.К., Сергеев Ф.М. «Фрактальность в адрон-адронных взаимодействиях». Научная сессия МИФИ-2006, Сборник научных трудов, Том 7, М., 2006, С.148-149.
 9. Булеков О.В, Моисеенко А.В., Поносов А.К., Сергеев Ф.М. «Фрактальные свойства многократного рассеяния заряженной частицы в веществе» // Инженерная физика, 2006, №1, С.2-6.
 10. Моисеенко А.В. «R/S-анализ компьютерных генераторов случайных чисел» // Инженерная физика, 2006, №1, С.56-59.
 11. Моисеенко А.В., Сергеев Ф.М. «Фрактальные диффузионные процессы в физике частиц» // Письма в ЭЧАЯ, 2007, т.4, №3(139), С.371-381.

Ссылки:

- [1] Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. New York: W.H. Freeman, 1982.
- [2] Встовский Г.В., Колмаков А.Г., Бунин И.Ж. Введение в мультифрактальную параметризацию структур материалов. Монография. Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2001. 105 с.
- [3] Встовский Г.В. Элементы информационной физики. Москва: РИЦ МГИУ, 2002. 257 с.
- [4] Vstovsky G.V. Foundations of Physics, 1997, 27, N10, p.1413-1444.
- [5] Дубовиков М. М., Крянев А. В., Старченко Н. В. Размерность минимального покрытия и локальный анализ фрак-

- тальных временных рядов // Вестник РУДН, серия «Прикладная и компьютерная математика». — Т.3, №1. — 2004. — С. 30–44.
- [6] Dubovikov M. M., Starchenko N. V., Dubovikov M. S. Dimension of the minimal cover and fractal analysis of natural time series // Physica A. — 2004.
 - [7] Дубовиков М. М., Старченко Н. В.. Индекс вариации и его приложение к анализу фрактальных структур// Научный альманах Гордон — № 1. — 2003. — С. 5–33.

Подписано в печать

Заказ

Тираж 100 экз.

Типография МИФИ, Каширское шоссе, 31