

538.1
388

93

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

(КОНСПЕКТЫ ЛЕКЦИЙ)

*Всесоюзная школа по теоретической
ядерной физике*

В. М. КОЛЫБАСОВ

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПИОНОВ С ЯДРАМИ

МОСКВА — 1972

к

539.1
985

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
С С С Р

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ
(Конспекты лекций)

В.М.КОЛЫБАСОВ

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПИОНОВ С ЯДРАМИ

НАУЧНО-
БИБЛИОТЕКА
М И

МОСКВА - 1972



I. Введение. Особенности пион-ядерного взаимодействия.

Настоящий курс посвящен взаимодействию π -мезонов с ядрами при низких и средних энергиях. Именно в этой области энергий проявляется специфика пионных взаимодействий. Поставленная тема весьма обширна, и даже кратко охватить в одном курсе все разнообразие явлений, которые здесь происходят, и различные теоретические подходы, невозможно. Мы ограничимся в основном упругим рассеянием π -мезонов на дейтронах и сложных ядрах, пионными атомами и немного поговорим о захвате отрицательных пионов. Некоторые из этих вопросов, а также ряд других аспектов пион-ядерных взаимодействий рассматривались в обзорах и лекционных курсах Т.Эриксона, К.Вилкина, Г.Бакенштосса и др. /1-10/. Совсем не будут затрагиваться прямые реакции под действием быстрых π -мезонов (см., например, /8,11,12/), т.к. этому посвящен курс Г.А.Лексина, и рассеяние при высоких энергиях /13,14/, о котором должен рассказывать М.С.Маринов.

Особенности пион-ядерных взаимодействий при низких и средних энергиях обусловлены следующими обстоятельствами:

а) относительной "слабостью" пион-нуклонного взаимодействия при низких энергиях. Под "слабостью" понимается малость длин рассеяния. Характерная величина длин πN рассеяния $\alpha_{\pi N}$ равна по порядку $0,1 \mu^{-1}$ ^{*}), в то время как для KN -рассеяния $\alpha_{KN} \sim \mu^{-1}$, а для нуклон-нуклонного рассеяния $\alpha_{NN} \sim$

^{*}) Эта величина выражена в длинах волны пиона $\lambda_{\pi} = \frac{h}{\mu c} = 1,41 \text{ фм}$. Здесь μ - масса пиона. В дальнейшем всегда считается, что $\hbar = c = 1$.

Всего - 1 мс
1150 - 1 мс

$\sim 10 \mu^{-1}$. Поэтому в ряде случаев можно надеяться на хорошую сходимость разложения по кратностям рассеяния;

б) малостью отношения массы пиона к массе нуклона μ/m . Отсюда появляется надежда на то, что при рассеянии пиона на ядре можно приближенно пренебрегать отдачей нуклонов в πN - рассеянии и рассматривать систему неподвижных нуклонов. Насколько точно такое приближение, мы обсудим позднее;

в) имеется три зарядовых состояния пиона: π^- , π^0 и π^+ , что позволяет сравнивать различные реакции, связанные определенными изотопическими соотношениями. Наличие отрицательного пиона приводит к возможности существования пионных атомов - систем, у которых π^- - мезон находится на атомной орбите в результате кулоновского притяжения к положительно заряженному ядру;

г) пионы могут не только рассеиваться, но и поглощаться ядрами. Однонуклонный захват сильно подавлен, т.к. вследствие законов сохранения энергии и импульса захват пиона может происходить лишь на нуклоне, который обладает импульсом внутриядерного движения 500 Мэв/с. Таким образом, в захвате пиона должна принимать участие группа из двух или большего числа нуклонов. Наличие поглощения влияет и на упругое рассеяние, приводя, например, к появлению дополнительной мнимой части у оптического потенциала;

д) в πN -рассеянии при энергии от 20-30 Мэв до нескольких сот Мэв доминирует P -волновой резонанс Δ (1236), имеющийся в канале с изоспином $3/2$ и полным моментом $3/2$. Масса резонанса 1230-1236 Мэв, а ширина 110-120 Мэв ^{/15/} . Это соответствует импульсу пиона в лаб.системе ~ 300 Мэв/с. Вследствие этого сечения упругого пион-ядерного рассеяния, полные сечения и т.д. имеют резонансный характер.

Напомним здесь же основные характеристики пионов. Наиболее точное измерение массы π^- -мезона выполнено при наблюдении переходов $5g-4f$ в мезоатоме $_{53}I$ и $6h-5g$ в мезоатоме $_{78}Te$ /16/ и дало значение $139,549 \pm 0,008$ Мэв.

π^- -мезон распадается на μ^- -мезон и нейтрино. Его время жизни $2,6 \cdot 10^{-8}$ сек. Это большое в ядерном масштабе время, и в ядерных реакциях всегда можно рассматривать пионы как стабильные частицы. Однако распад $\pi \rightarrow \mu \nu$ приводит к серьезным трудностям при создании пучков пионов низкой энергии. Так, при 70 Мэв/с (энергия ~ 20 Мэв) длина свободного пути составляет всего 4 метра. Масса нейтрального пиона $(134,972 \pm 0,012)$ Мэв /15/. Основная мода распада $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$. Время жизни $0,8 \cdot 10^{-16}$ сек. Спин пиона равен нулю, изотопический спин $t = 1$.

П. Амплитуда пион-нуклонного рассеяния

При энергиях ниже 300 Мэв в πN -рассеянии существенны только S и P -волны. Амплитуда рассеяния представляется в виде (см., например, /17/)

$$f = f_{1/2}^S + (f_{1/2}^P + 2f_{3/2}^P) \cos \theta - i \vec{\sigma} [\vec{k} \vec{k}'] (f_{1/2}^P - f_{3/2}^P), \quad (2.1)$$

где $\vec{\sigma}$ - оператор спина нуклона, $\vec{k}$ и $\vec{k}'$ - импульсы падающего и рассеянного пионов в с.ц.и., $\hat{k}$ - единичный вектор в соответствующем направлении, θ - угол рассеяния,

$$f_j^e = \frac{1}{k} e^{i\delta_{ej}} \sin \delta_{ej}, \quad (2.2)$$

δ_{ej} - фаза рассеяния в состоянии с определенными орбитальным и полным моментами. (Здесь пока нет изотопических перемен-

ных). При малых энергиях $\delta_{ej} \sim K^{2e+1}$ /18/. Введем длины рассеяния ж)

$$\alpha_j^e = \lim_{K \rightarrow 0} \left(\frac{f_j^e}{K^{2e+1}} \right) = \lim_{K \rightarrow 0} \frac{\delta_{ej}}{K^{2e+1}} \quad (2.3)$$

Тогда в пределе малых энергий, если учитывать лишь S и p -волны и явно выписать изотопические переменные, амплитуду πN -рассеяния можно представить следующим образом:

$$f = b_0 + b_1 \vec{t} \vec{t} + [c_0 + c_1 \vec{t} \vec{t}] (\vec{k} \vec{k}') - i [d_0 + d_1 \vec{t} \vec{t}] (\vec{\sigma} [\vec{k} \vec{k}']), \quad (2.4)$$

$\vec{t}$ и $\vec{t}$ - операторы изоспина пиона и нуклона, b_0 , b_1 , c_0 , c_1 , d_0 и d_1 - константы, выражающиеся через длины рассеяния в состояниях с определенным полным моментом j и изоспином T . Обозначим S -волновые длины символом α_{2T} , а p -волновые длины через $\alpha_{2T, 2j}$. При этом

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{1}{3} (\alpha_1 + 2\alpha_3), & b_1 &= -\frac{1}{3} (\alpha_1 - \alpha_3), \\ c_0 &= \frac{1}{3} (4\alpha_{33} + 2\alpha_{31} + 2\alpha_{13} + \alpha_{11}), \\ c_1 &= \frac{1}{3} (2\alpha_{33} + \alpha_{31} - 2\alpha_{13} - \alpha_{11}), \\ d_0 &= \frac{1}{3} (2\alpha_{31} - 2\alpha_{33} + \alpha_{11} - \alpha_{13}), \\ d_1 &= \frac{1}{3} (\alpha_{31} - \alpha_{33} - \alpha_{11} + \alpha_{13}) \end{aligned} \quad (2.5)$$

ж) В формуле (2.3) отсутствует знак "-", т.е. S -волновая длина рассеяния просто равна амплитуде рассеяния при нулевой энергии, в отличие от определения, например, в /18/. Заметим, что размерность "длины" рассеяния в состоянии с орбитальным моментом e есть (длина) $^{2e+1}$.

Численные значения констант таковы /2/:

$$\begin{aligned} b_0 &= -0,01 \pm 0,004 \mu^{-1}; & b_1 &= -0,097 \pm 0,007 \mu^{-1}; \\ c_0 &= 0,208 \pm 0,008 \mu^{-3}; & c_1 &= 0,180 \pm 0,005 \mu^{-3}; \\ a_0 &= -0,193 \pm 0,005 \mu^{-3}; & a_1 &= -0,060 \pm 0,004 \mu^{-3}. \end{aligned} \quad (2,6)$$

Заметим, что изоспинглетная S -волновая длина рассеяния b_0 , равная полусумме длин π^+p -рассеяния $(b_0 + b_1)$ и π^-n рассеяния $(b_0 - b_1)$, оказалась очень малой величиной. Т.к. b_0 получается как разность двух больших чисел, то ее значение известно плохо и в настоящее время нет уверенности даже в ее знаке. Интересно также, что p -волновая длина π^+p рассеяния $(c_0 - c_1)$ много меньше (примерно в 14 раз), чем p -волновая длина π^-n -рассеяния $(c_0 + c_1)$.

Представление (2.4) с постоянными коэффициентами неплохо работает до энергий в несколько десятков Мэв. При больших энергиях следует использовать выражение типа (2.1), но включающее изотопические переменные, которое выражает амплитуду через фазы. (Поведение фаз πN -рассеяния с энергией показано на рис.1, который взят из обзора /19/). Приведем эту формулу для частного случая, когда оставлена лишь резонансная фаза δ_{33} :

$$f = \frac{1}{K} e^{i\delta_{33}} \sin \delta_{33} \frac{2 + \vec{k} \vec{k}'}{3} (2 \vec{k} \vec{k}' + i \vec{\sigma} [\vec{k} \vec{k}']) \quad (2.7)$$

На рис.2 показано полное сечение π^+p -рассеяния в резо-

нансной области.

При расчете рассеяния на сложных ядрах зачастую пренебрегают теми членами в (2.4), которые содержат спиновые и изоспиновые переменные, т.к. они приводят, вообще говоря, лишь к поправкам $\sim 1/A$, A - число нуклонов в ядре. Понять это можно следующим образом. При рассеянии вперед в импульсном приближении член с C_0 дает $A C_0 K^2$, а член с C_1 дает $(\vec{\epsilon} \vec{T}) C_1 K^2$, где $\vec{T}$ - изоспин ядра. Так как $T \sim 1$, а $C_0 \sim C_1$, то видно, что второй член в $1/A$ раз меньше первого. Аналогична ситуация и со спиновыми членами. Необходимо помнить, однако, что отбрасывая члены, зависящие от спина и изоспина, мы отбрасываем тем самым ряд качественных эффектов, например разность сдвига уровней в пионных атомах двух изотопов или сверхтонкое расщепление уровней в мезоатомах.

III. Пион-дейтронное рассеяние.

В этом разделе будет рассмотрено упругое πd -рассеяние сначала при низких энергиях, где основной вклад дает S -волновое πN -взаимодействие, а затем в резонансной области энергий, где, наоборот, доминирует P -волна.

В области малых энергий в (2.4) остаются лишь S -волновые члены

$$f_{\pi N} = b_0 + b_1 \vec{\epsilon} \vec{\tau} \quad (3.1)$$

Несмотря на малость длин рассеяния b_0 и b_1 даже при расчете длины рассеяния на дейтроне нельзя ограничиться рассмотрением однократных рассеяний (импульсным приближением), а необходим точный учет эффектов многократного рассеяния. Дело в том, что т.к. $b_0 \ll b_1$, то амплитуда πd -рассеяния в импульсном приближении ($f_{\pi d}^{imp} = 2b_0$) оказывается малой и

сравнимой с вкладом многократного рассеяния, который имеет порядок b_1^2/R (R - величина, по порядку совпадающая со средним расстоянием между нуклонами в дейтроне).

Впервые задачу рассматривал К.Бракнер ^{/20,21/}. Пользуясь малостью отношения μ/m , он считал нуклоны неподвижными, т.е. решал задачу о рассеянии пиона на системе двух закрепленных центров. В работах ^{/20,21/} получено выражение для амплитуды πd -рассеяния, учитывающее перерассеяния π -мезона всех кратностей (использовалось S - и ρ -волновое πN -взаимодействие, но без спинного члена $\vec{\sigma} [\vec{k} \vec{k}']$)^{*}. Вопрос о точности результата Бракнер не обсуждал.

Дрелл и Верле показали, как те же самые результаты можно получить, исходя из ряда многократного рассеяния (^{/22/}, см. также ^{/23/}). Они же указали на важность учета фактора в πN -рассеянии, описывающего сход с энергетической поверхности. В дальнейшем были выписаны уравнения для рассеяния на системе двух неподвижных центров с включением спиновых переменных ^{/24/}. Правда, при этом πN -взаимодействие описывалось сепарабельным потенциалом. Система уравнений для рассеяния на системе любого числа закрепленных центров с учетом произвольного числа парциальных волн была получена в работах ^{/25,26/}.

Рядом авторов разрабатывался подход, который по существу сводился к учету, кроме импульсного приближения, также двукратного рассеяния ^{/27-29/}. При этом не учитывалась энергия связи дейтрона, виртуальное перерассеяние нуклонов и кинетическая энергия нуклонов в промежуточном состоянии, что приводит к довольно большим ($\sim 50\%$) ошибкам в определении ампли-

^{*}) Отметим, что в работах ^{/20/} и особенно ^{/21/} содержится большое количество опечаток.

туды. В тех же приближениях в работах /30,31/ исследовался ряд многократных рассеяний.

Бракнеровское выражение для амплитуды упругого πd -рассеяния было получено путем суммирования бесконечного ряда Фейнмановских диаграмм А.Е.Кудрявцевым /32/. На самом деле полученное им представление более точное, чем бракнеровское, т.к. учитывает энергию связи дейтрона. Оно является строгим в пределе $\mu/m \rightarrow 0$. Однако для вычисления длины πd -рассеяния с высокой точностью необходимо принять во внимание отдачу нуклонов при рассеянии (это приводит к существенным поправкам), кинематические поправки порядка μ/m , возникающие при переходах между различными системами отсчета, и примесь ρ - волнового πN -взаимодействия, которая из-за внутридейтронного движения нуклонов заметна даже при нулевой энергии падающих пионов. Такая программа проведена в работах /33,34/, а обобщение на резонансную область энергий - в /35/. В работах /32-35/, в отличие от предыдущих работ, удалось оценить точность использовавшихся приближений.

Основой дальнейшего изложения служат работы /20,21, 32-35/.

III. I. Рассеяние на системе двух закрепленных центров.

Рассмотрим рассеяние на двух центрах, находящихся в точках $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$. Пусть $ka \ll 1$, a - радиус потенциала, и рассеяние S - волновое. Амплитуды рассеяния обозначим через f_1 и f_2 . Волна, идущая от первого центра, есть

$$\psi_1(\vec{r}) = f_1 \frac{e^{i\kappa|\vec{r}-\vec{r}_1|}}{|\vec{r}-\vec{r}_1|} (e^{i\vec{k}\vec{r}_1} + \psi_2(\vec{r}_1)) \quad (3.1)$$

Аналогично

$$\varphi_2(\vec{r}) = f_2 \left(e^{i\vec{k}\vec{r}_2} + \varphi_1(\vec{r}_2) \right) \frac{e^{iK|\vec{r}-\vec{r}_2|}}{|\vec{r}-\vec{r}_2|} \quad (3.2)$$

Полная волна представляется как

$$\varphi(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r}} + \varphi_1(\vec{r}) + \varphi_2(\vec{r}) \quad (3.3)$$

Введем обозначения

$$\varphi_1(\vec{r}_2) = X, \quad \varphi_2(\vec{r}_1) = Y \quad (3.4)$$

X - это значение волны, рассеянной от первого центра, в той точке, где находится второй центр, и аналогично для Y . Легко видеть, что из (3.1) и (3.2) следует такая система уравнений для X и Y :

$$X = f_1 \frac{e^{iKz}}{z} \left(e^{i\vec{k}\vec{r}_1} + Y \right) \quad (3.5)$$

$$Y = f_2 \frac{e^{iKz}}{z} \left(e^{i\vec{k}\vec{r}_2} + X \right)$$

Здесь $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ - расстояние между рассеивающими центрами. Если принять за начало координат точку $\frac{1}{2}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2)$, то $\vec{r}_2 = \frac{1}{2}\vec{r}$, $\vec{r}_1 = -\frac{1}{2}\vec{r}$ и решение системы (3.5) имеет вид

$$X = f_1 \frac{e^{iKz}}{z} \frac{e^{-i\frac{\vec{k}\vec{r}}{2}} + f_2 \frac{e^{iKz}}{z} e^{i\frac{\vec{k}\vec{r}}{2}}}{1 - f_1 f_2 \frac{e^{2iKz}}{z^2}} \quad (3.6)$$

$$Y = f_2 \frac{e^{ikz}}{z} \frac{f_1 \frac{e^{ikz}}{z} e^{-\frac{i\vec{k}\vec{z}}{2}} + e^{\frac{i\vec{k}\vec{z}}{2}}}{1 - f_1 f_2 \frac{e^{2ikz}}{z^2}}$$

Обозначим через $\vec{k}'$ импульс рассеянной частицы, а через $\vec{\Delta}$ - переданный импульс ($\vec{\Delta} = \vec{k} - \vec{k}'$). Рассматривая асимптотику выражения (3.3) при больших z и учитывая (3.1), (3.2) и (3.6), получаем [20] амплитуду рассеяния

$$\begin{aligned} f(\vec{k}, \vec{k}') &= \left(\frac{e^{ikz}}{z} \right)^{-1} \left(e^{i\vec{k}'\frac{\vec{z}}{2}} X + e^{-i\vec{k}'\frac{\vec{z}}{2}} Y \right) = \\ &= \frac{f_1 e^{-i\frac{\vec{\Delta}\vec{z}}{2}} + f_2 e^{i\frac{\vec{\Delta}\vec{z}}{2}} + f_1 f_2 \frac{e^{ikz}}{z} \left(e^{i\vec{k}\vec{z} + i\frac{\vec{\Delta}\vec{z}}{2}} + e^{-i\vec{k}\vec{z} - i\frac{\vec{\Delta}\vec{z}}{2}} \right)}{1 - f_1 f_2 \frac{e^{2ikz}}{z^2}} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Усредняя (3.7) по волновой функции дейтрона $\psi_d(\vec{z})$ и учитывая симметрию $|\psi_d(\vec{z})|^2$ относительно пространственной инверсии, приходит к формуле

$$f_{pd}(\vec{k}, \vec{k}') = \int d\vec{z} |\psi_d(\vec{z})|^2 e^{i\frac{\vec{\Delta}\vec{z}}{2}} \left\{ \frac{f_1 + f_2 + 2 \frac{f_1 f_2}{z} e^{i\vec{k}\vec{z} + ikz}}{1 - \frac{f_1 f_2}{z^2} e^{2ikz}} \right\} \quad (3.8)$$

При выводе формул (3.7) и (3.8) легко учесть возможность перезарядки пиона, т.е. ввести изотопику. Мы это сделаем не здесь, а несколько ниже при рассмотрении суммы фейнмановских диаграмм.

Аналогичный вывод можно провести и для p -волновых рассеивателей. Пусть амплитуды рассеяния равны $C_1(\vec{k}, \vec{k}')$

и $C_2(\vec{k}, \vec{k}')$. В координатном представлении $\vec{k} \rightarrow -i \vec{\nabla}$, и волна, рассеянная, например, на первом центре, имеет вид

$$-C_1 \left(\vec{\nabla} \frac{e^{i\kappa|\vec{z}-\vec{z}_1|}}{|\vec{z}-\vec{z}_1|} \right) (\nabla \psi_{in})_{\vec{z}=\vec{z}_1} \quad (3.9)$$

если ψ_{in} - волна, падающая на первый центр (это формула для дипольного рассеивателя). Откуда вместо (3.1) и (3.2) получим

$$\begin{aligned} \varphi_1(\vec{z}) &= -C_1 \left(\vec{\nabla} \frac{e^{i\kappa|\vec{z}-\vec{z}_1|}}{|\vec{z}-\vec{z}_1|} \right) [\vec{\nabla} (e^{i\vec{k}\vec{z}} + \varphi_2(\vec{z}))]_{\vec{z}=\vec{z}_1} \\ \varphi_2(\vec{z}) &= -C_2 \left(\vec{\nabla} \frac{e^{i\kappa|\vec{z}-\vec{z}_2|}}{|\vec{z}-\vec{z}_2|} \right) [\vec{\nabla} (e^{i\vec{k}\vec{z}} + \varphi_1(\vec{z}))]_{\vec{z}=\vec{z}_2} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Введем обозначения

$$\begin{aligned} [\vec{\nabla} (e^{i\vec{k}\vec{z}} + \varphi_2(\vec{z}))]_{\vec{z}=\vec{z}_1} &= \vec{A} \\ [\vec{\nabla} (e^{i\vec{k}\vec{z}} + \varphi_1(\vec{z}))]_{\vec{z}=\vec{z}_2} &= \vec{B} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Рассматривая асимптотику выражений (3.10), легко видеть, что амплитуда рассеяния выражается через $\vec{A}$ и $\vec{B}$

$$f(\vec{k}, \vec{k}') = -iC_1(\vec{A}, \vec{k}') e^{i\vec{k}' \frac{\vec{z}}{2}} - iC_2(\vec{B}, \vec{k}') e^{-i\vec{k}' \frac{\vec{z}}{2}} \quad (3.12)$$

Сами величины $\vec{A}$ и $\vec{B}$ получаются как решения системы уравнений, аналогичной (3.5):

$$\vec{A} = i\vec{k} e^{-i\vec{k} \frac{\vec{z}}{2}} - C_2 \kappa^3 (m \vec{B} + g \vec{z} \frac{(\vec{B} \vec{z})}{z^2}),$$

$$\vec{B} = i\vec{k} e^{i\vec{k}\vec{z}} - c_1 K^3 (m\vec{A} + g\vec{z} \frac{(\vec{A}\vec{z})}{z^2}), \quad (3.13)$$

где

$$m(z) = \frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left(\frac{e^{ix}}{x} \right) \Big|_{x=Kz}, \quad g(z) = x \frac{dm}{dx} \Big|_{x=Kz} \quad (3.14)$$

Умножая скалярно оба уравнения (3.13) на $\vec{z}$, найдем систему относительно $(\vec{A}\vec{z})$ и $(\vec{B}\vec{z})$. Полученные отсюда $(\vec{A}\vec{z})$ и $(\vec{B}\vec{z})$ подставляем снова в (3.13), находим $\vec{A}$ и $\vec{B}$, а с помощью (3.12) и амплитуду рассеяния $|2I|$. Мы не будем выписывать здесь довольно громоздкий результат, т.к. получим его позднее в более общем виде.

Заметим, что для случая, когда центры не перекрываются и находятся на достаточно большом расстоянии ($Kz \gg 1$), нетрудно найти амплитуды рассеяния на системе двух центров при произвольном угловом распределении $f(\theta)$ каждого из рассеивателей (см. /23/, стр.188). Дело в том, что при условии

$Kz \gg 1$ каждый из рассеивателей находится в волновой зоне другого, и для волны, идущей от любого из рассеивателей, можно везде использовать простую форму $f(\theta) e^{iK|\vec{z}-\vec{z}_i|/|\vec{z}-\vec{z}_i|}$

Тогда

$$\varphi_1(\vec{z}) = \frac{e^{iK|\vec{z}-\vec{z}_1|}}{|\vec{z}-\vec{z}_1|} \left[e^{i\vec{k}\vec{z}_1} f_1(\hat{\vec{k}}, \vec{z}-\vec{z}_1) + \varphi_2(\vec{z}_1) f_1(\vec{z}_1-\vec{z}_2, \vec{z}-\vec{z}_1) \right], \quad (3.15)$$

$$\varphi_2(\vec{z}) = \frac{e^{iK|\vec{z}-\vec{z}_2|}}{|\vec{z}-\vec{z}_2|} \left[e^{i\vec{k}\vec{z}_2} f_2(\hat{\vec{k}}, \vec{z}-\vec{z}_2) + \varphi_1(\vec{z}_2) f_2(\vec{z}_2-\vec{z}_1, \vec{z}-\vec{z}_2) \right]$$

Отсюда таким же методом, как и выше, получаем результат

$$\begin{aligned}
 f(\vec{k}, \vec{k}') = & e^{i\frac{\vec{\Delta}\vec{z}}{2}} f_1(\vec{k}, \vec{k}') + e^{-i\frac{\vec{\Delta}\vec{z}}{2}} f_2(\vec{k}, \vec{k}') + \\
 & + \frac{e^{i\kappa z}}{z} \left[1 - \frac{e^{2i\kappa z}}{z^2} f_1(-\vec{z}, \vec{z}) f_2(\vec{z}, -\vec{z}) \right]^{-1} \times \\
 & \times \left\{ f_1(-\vec{z}, \vec{k}') f_2(\vec{k}, -\vec{z}) e^{i\vec{k}\vec{z} + i\frac{\vec{\Delta}\vec{z}}{2}} + f_1(\vec{k}, \vec{z}) f_2(\vec{z}, \vec{k}') \cdot \right. \\
 & \cdot e^{-i\vec{k}\vec{z} - i\frac{\vec{\Delta}\vec{z}}{2}} + \frac{e^{i\kappa z}}{z} \left[e^{i\frac{\vec{\Delta}\vec{z}}{2}} f_1(-\vec{z}, \vec{k}') f_2(\vec{z}, -\vec{z}) \cdot \right. \\
 & \cdot f_1(\vec{k}, \vec{z}) + e^{-i\frac{\vec{\Delta}\vec{z}}{2}} f_2(\vec{z}, \vec{k}') f_1(-\vec{z}, \vec{z}) f_2(\vec{k}, -\vec{z}) \left. \right] \left. \right\} \quad (3.16)
 \end{aligned}$$

III.2. Суммирование основного ряда диаграмм.

Просуммируем ряд диаграмм, которые дают основной вклад в амплитуду πd -рассеяния (рис.3). Кроме этих диаграмм, будут еще диаграммы типа рис. 4а, содержащие виртуальные перерасеяния нуклонов и абсорбтивные диаграммы типа рис. 4б, у которых в промежуточном состоянии отсутствует π -мезон. Их оценка будет проведена позднее.

Итак, вычислим амплитуду πd -рассеяния (пока для простоты на нулевой угол), считая πN -взаимодействие S -волновым, а его амплитуду - константой $/32/$. Пока не будем учитывать, что амплитуда πN -рассеяния является матрицей по изотопическим переменным.

По общим правилам нерелятивистской диаграммной техники /II,36/ диаграмме рис. За соответствует следующий элемент

M -матрицы *)

$$M_{\pi d}^{(1)} = \frac{i^2 (-2im)^3}{(2\pi)^4} \int \frac{M_1^2 F^2(\vec{q}_1) A_1 d\vec{q}_1 d\epsilon_1}{(\vec{q}_1^2 - 2m\epsilon_1 - i\eta)(\vec{q}_1^2 + 2m\epsilon_1 + 2m\epsilon_d - i\eta)(\vec{q}_1^2 - 2m\epsilon_1 - i\eta)}$$

Здесь M_1 - дейтронная вершина $M_1^2 = 8\pi\alpha/m^2$, (3.17)

($\alpha^2 = m\epsilon_d$, ϵ_d - энергия связи дейтрона, m - масса нуклона, через A_1 (A_2) обозначим инвариантную амплитуду рассеяния π -мезона на первом (втором) нуклонах; $F(\vec{q})$ - формфактор дейтрона

$$\frac{F(\vec{q})}{q^2 + \alpha^2} = \frac{1}{\sqrt{8\pi\alpha}} \int e^{i\vec{q}\vec{z}} \psi_d(\vec{z}) d\vec{z} \quad (3.18)$$

Заметим, что для волновой функции нулевого радиуса сил

$\sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} e^{-\alpha^2/2} / z$ формфактор $F(\vec{q})$ при всех q равен просто единице.

Интегрирование по энергии в (3.17) сводится просто к взятию вычета в полюсе, отвечающем нулю второго пропагатора, после чего, воспользовавшись фурье-преобразованием (3.18),

*) M - матричные элементы, которые мы будем называть также инвариантными амплитудами, связаны с элементами S -матрицы соответствующих процессов соотношениями

$$S_{if} = \delta_{if} + i(2\pi)^4 M_{if} \delta^4(\underline{p}_i - \underline{p}_f)$$

где $\underline{p}_i$ и $\underline{p}_f$ - 4-импульсы начального и конечного состояний. Для случая упругого рассеяния амплитуда рассеяния в обычной квантовомеханической нормировке $d\sigma/d\Omega = |f|^2$ связана с M равенством $f = \frac{m_{np}}{2\pi} M$, m_{np} - приведенная масса рассеивающихся частиц.

приходим к следующему выражению

$$M_{\pi d}^{(1)} = A_1 \int \psi_d^2(\vec{z}) d\vec{z} = A_1. \quad (3.19)$$

Перейдем к двукратному рассеянию. Записав фейнмановский интеграл, отвечающий диаграмме рис.3б и выполнив интегрирования по энергетическим переменным (они снова сводятся к взятию вычетов в соответствующих полюсах), получаем

$$M_{\pi d}^{(2)} = \frac{\mu A_1 A_2}{4\pi^5} \int \frac{F(\vec{q}_1) F(\vec{q}_2) d\vec{q}_1 d\vec{q}_2}{(q_1^2 + \alpha^2) [(\vec{K} + \vec{q}_1 - \vec{q}_2)^2 + 2\mu(\epsilon_d - E) + \frac{\mu}{m}(q_1^2 + q_2^2) - i\eta](q_2^2 + \alpha^2)} \quad (3.20)$$

Так как $\mu/m \ll 1$, давайте сначала опустим член $\mu/m (q_1^2 + q_2^2)$ в пионном пропагаторе. Позднее мы исследуем, какая при этом совершается ошибка. Пусть для определенности $E < \epsilon_d$. Воспользовавшись (3.18) и формулой

$$\frac{1}{\vec{s}^2 + \alpha^2} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{e^{i\vec{s}\vec{z} - \alpha z}}{z} d\vec{z} \quad (3.21)$$

приходим к окончательному результату для $M_{\pi d}^{(2)}$:

$$M_{\pi d}^{(2)} = \frac{\mu}{2\pi} A_1 A_2 \int \psi_d^2(\vec{z}) \frac{e^{i\vec{K}\vec{z} - \alpha z}}{z} d\vec{z}, \quad (3.22)$$

где $\alpha^2 = 2\mu(\epsilon_d - E)$, E и $\vec{K}$ - энергия и импульс налетающего π -мезона.

Если бы было $E > \epsilon_d$, то введя величину $\rho^2 = 2\mu(E - \epsilon_d)$ и используя равенство

$$\frac{1}{\vec{s}^2 - \rho^2 - i\eta} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{e^{i\vec{s}\vec{z} + i\rho z}}{z} d\vec{z} \quad (3.23)$$

вместо (3.22) получилось бы

$$M_{\pi d}^{(2)} = \frac{\mu}{2\pi} A_1 A_2 \int \psi_d^2(\vec{r}) \frac{e^{i\vec{k}\vec{r} + i p z}}{r} d\vec{r} \quad (3.24)$$

Поступая аналогично, т.е. всюду опуская члены вида $\frac{\mu}{m} q^2$ в пионных пропагаторах, можно вычислить произвольный член ряда рис.3. Для нечетной кратности перерассеяния N

$$M_{\pi d}^{(N)} = A_1 \left(\frac{\mu A_1}{2\pi} \right)^{\frac{N-1}{2}} \left(\frac{\mu A_2}{2\pi} \right)^{\frac{N-1}{2}} \int \psi_d^2(\vec{r}) \frac{e^{-(N-1)xz}}{r^{N-1}} d\vec{r}, \quad (3.25)$$

для четного N

$$M_{\pi d}^{(N)} = A_1 \left(\frac{\mu A_1}{2\pi} \right)^{\frac{N}{2}-1} \left(\frac{\mu A_2}{2\pi} \right)^{\frac{N}{2}} \int \psi_d^2(\vec{r}) \frac{e^{i\vec{k}\vec{r} - (N-1)xz}}{r^{N-1}} d\vec{r} \quad (3.26)$$

Перейдем от инвариантных амплитуд к обычным

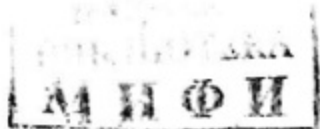
$$f_{\pi d} = \frac{\mu m_d}{2\pi(\mu + m_d)} M_{\pi d}, \quad f_i = \frac{\mu m}{2\pi(m + \mu)} A_i \quad (3.27)$$

Если ввести еще величины

$$\tilde{f}_i = \frac{m + \mu}{m} f_i \quad (3.28)$$

то амплитуда $f_{\pi d} = \sum_{n=1}^{\infty} f_{\pi d}^{(n)}$ будет определяться выражением, содержащим под знаком интеграла геометрическую прогрессию

$$f_{\pi d} = \frac{1}{1 + \frac{\mu}{m_d}} \int d\vec{r} \psi_d^2(\vec{r}) \left\{ (\tilde{f}_1 + \tilde{f}_2 + \frac{2\tilde{f}_1\tilde{f}_2}{r} e^{i\vec{k}\vec{r} - xz}) + \right.$$



$$+ \frac{f_1 f_2}{z^2} e^{-2\alpha z} \left(\tilde{f}_1 + \tilde{f}_2 + 2 \frac{\tilde{f}_1 \tilde{f}_2}{z} e^{i\vec{k}\vec{z} - \alpha z} \right) +$$

$$+ \left(\frac{f_1 f_2}{z^2} e^{-2\alpha z} \right)^2 \left(\tilde{f}_1 + \tilde{f}_2 + 2 \frac{\tilde{f}_1 \tilde{f}_2}{z} e^{i\vec{k}\vec{z} - \alpha z} \right) + \dots \} \quad (3.29)$$

Выполнив суммирование, окончательно получим

$$f_{\pi d} = \frac{1}{1 + \frac{\mu}{m_d}} \int d\vec{r} \psi_d^2(\vec{r}) \left\{ \frac{\tilde{f}_1 + \tilde{f}_2 + 2 \frac{\tilde{f}_1 \tilde{f}_2}{z} e^{i\vec{k}\vec{z} - \alpha z}}{1 - \frac{\tilde{f}_1 \tilde{f}_2}{z^2} e^{-2\alpha z}} \right\} \quad (3.30)$$

При $E > E_d$ было бы

$$f_{\pi d} = \frac{1}{1 + \frac{\mu}{m_d}} \int d\vec{r} \psi_d^2(\vec{r}) \left\{ \frac{\tilde{f}_1 + \tilde{f}_2 + 2 \frac{\tilde{f}_1 \tilde{f}_2}{z} e^{i\vec{k}\vec{z} + i\rho z}}{1 - \frac{\tilde{f}_1 \tilde{f}_2}{z^2} e^{2i\rho z}} \right\} \quad (3.31)$$

Формулы для рассеяния на ненулевой угол отличаются от (3.30) и (3.31) только наличием множителя $\exp\left(\frac{1}{2} i\vec{\Delta}\vec{z}\right)$ в подынтегральном выражении, где $\vec{\Delta}$ — переданный импульс.

Соотношения (3.30) и (3.31) являются обобщением формулы Бракнера (3.8), учитывая энергию связи дейтрона, а также кинематические поправки $\sim \frac{\mu}{m}$ и $\frac{\mu}{2m}$, возникающие при переходе от лаб. системы к системам ц.и. пион-дейтрон и пион-нуклон.

Содержащийся в (3.30) и (3.31) интеграл сходится в принципе даже с волновой функцией нулевого радиуса действия сил, хотя каждый из членов ряда (3.25), (3.26) расходится при

$N \geq 2$ ж). Сходимость в нуле обеспечивается членом $\sim \tilde{f}_1 \tilde{f}_2 / r^2$ в знаменателе. Этот член, однако, становится существенным лишь на очень малых расстояниях порядка $f_{\pi N} = (0,1 \div 0,2)$ фм. Поэтому реально интегралы сходятся за счет волновой функции дейтрона на гораздо больших расстояниях $\sim \frac{1}{\mu}$. По той же причине оказывается мал вклад членов трех, четырех и т.д. кратных рассеяний. Действительно, если отбросить $\tilde{f}_1 \tilde{f}_2 e^{-2\mu r} / r^2$ в знаменателе формулы (3.30), то останутся лишь одно- и двукратные рассеяния. Таким образом, в многократное рассеяние вносит вклад только малая область пространственного интегрирования с размерами $\sim 0,1$ фм. Члены в амплитуде $f_{\pi d}$ от рассеяний кратности выше двух чувствительны к поведению волновой функции на малых расстояниях, но составляют не более 8-10% от всей амплитуды.

Перейдем к диаграммам рис.4. Как показано в работе /32/, вклад диаграмм, содержащих перерассеяние нуклонов в промежуточном состоянии, оказывается малым. Во-первых, любая диаграмма с перерассеянием нуклонов, например диаграмма рис.4а, содержит дополнительный множитель $\sqrt{\frac{\mu}{m}}$. Во-вторых, такая диаграмма имеет малость порядка $(v_0/v_1)^2$ по сравнению с диаграммой рис.3б. Дело в том, что после перерассеяния нуклонов π -мезон может рассеяться как на нейтроне, так и на протоне. Входит

ж) Эта расходимость, впрочем, носит формальный характер и связана с тем, что мы считаем f_1 и f_2 константами даже далеко вне энергетической поверхности. Если ввести в них обрезакющий множитель, учитывающий сход с энергетической поверхности, то интегралы типа (3.25) будут сходиться на расстояниях $\sim [(3 \div 4)\mu]^{-1}$. Подробнее мы обсудим это в разделе III.6.

сумма диаграмм, которая при низких энергиях, когда $n\rho$ -рассеяние S -волновое, дает величину b_0 . Действительно, если два нуклона рассеиваются в S -волне, находясь в триплетном состоянии (выражение (3.1) не содержит спиновых членов, и поэтому суммарный спин нуклонов не может меняться при πN -рассеяниях при небольших энергиях), то при перестановке конечных нейтрона и протона вершина $n\rho \rightarrow n\rho$ меняет знак. Но одновременно изменит знак и нижняя правая вершина $n+p \rightarrow d$ диаграммы рис.4а. Поэтому амплитуды рассеяния пиона на нейтроне и протоне просто складываются. То же самое можно сказать и про первое рассеяние π -мезона. Все вместе приводит к тому, что вклад диаграмм с перерассеянием нуклонов не превышает 2-3% от вклада ряда рис.3.

Диаграммы типа рис.4б приводят, как следует из экспериментальных данных по реакции $\pi^+ + d \rightarrow 2p$ [37], к появлению мнимой части у амплитуды πd -рассеяния $\text{Im} f_{\pi d} = 0,006$ фм. Имеются основания считать, что таков же примерно будет их вклад и в $\text{Re} f_{\pi d}$ [38,28]. Как мы увидим ниже, это составит лишь небольшую долю от величины, определяемой диаграммами рис.3. Вопрос, правда, нельзя считать окончательно выясненным, и здесь есть область для исследования (например, в работе [39] приводится гораздо большее значение для $\text{Re} f_{\pi d}^{\text{abs}}$. Повидимому использование дисперсионных соотношений без вычитаний для $f_{\pi d}$, на которых основывался автор этой работы, незаконно).

III.3. Учет изотопических переменных.

Вершины диаграмм рис.3 могут содержать не только упругое рассеяние, но и перезарядку. Это можно учесть, представив амплитуду πN -рассеяния как оператор в изоспиновом пространстве. Соответственно и каждое выражение (4), (6)-(8) следует рассматривать как оператор:

$$f_{\pi d}^{(1)} = \frac{\hat{P}_1}{1 + \frac{\mu}{m_d}} \int \psi_d^2(\vec{r}) d\vec{r}, \quad (3.32)$$

$$f_{\pi d}^{(2)} = \frac{\hat{P}_2}{1 + \frac{\mu}{m_d}} \int \psi_d^2(\vec{r}) e^{\frac{i\vec{k}\vec{r} - \alpha r}{r}} d\vec{r} \quad (3.33)$$

и т.д., где

$$\hat{P}_1 = (\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 \vec{t} \vec{\tau}_1) + (\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 \vec{t} \vec{\tau}_2) \quad (3.34)$$

$$\hat{P}_2 = (\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 \vec{t} \vec{\tau}_1)(\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 \vec{t} \vec{\tau}_2) + (\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 \vec{t} \vec{\tau}_2)(\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 \vec{t} \vec{\tau}_1)$$

и т.д. Здесь введены обозначения

$$\tilde{b}_0 = (1 + \frac{\mu}{m}) b_0, \quad \tilde{b}_1 = (1 + \frac{\mu}{m}) b_1 \quad (3.35)$$

Учитывая, что изоспин дейтрона равен нулю, каждый из операторов (3.34) легко усреднить по зарядовым состояниям пиона: *)

*) Связь между P_{n+2} и P_n , полученная в [27], не совсем верна. В силу этого не совсем верны и формулы (38)-(40) работы [32]. На численных результатах это, однако, не сказывается, т.к. главные члены (однократное и двукратное рассеяния) передаются ими правильно.

$$\begin{aligned}\hat{p}_1 &= 2\tilde{b}_0, \quad \hat{p}_2 = 2(\tilde{b}_0^2 - 2\tilde{b}_1^2), \\ \hat{p}_3 &= 2\tilde{b}_0(\tilde{b}_0^2 - 2\tilde{b}_1^2) - 4\tilde{b}_1^3, \\ \hat{p}_4 &= 2(\tilde{b}_0^2 - 2\tilde{b}_1^2) - 4\tilde{b}_1^4\end{aligned}\tag{3.36}$$

и т.д. На диаграммном языке такое усреднение, например, в двукратном рассеянии отвечает тому, что берется сумма диаграмм с упругими πp и πn -рассеяниями и диаграммы, где порядок рассеяний поменян местами, а затем вычитается диаграмма с перекрестком. Знак минус у последней диаграммы объясняется тем, что в одной из дейтронных вершин протон и нейтрон меняются местами, вследствие чего эта вершина меняет знак /40/.

Вычисление ряда рис.3, однако, удобнее выполнять, проводя усреднение не каждого члена по отдельности, а всей суммы. Нас интересуют только переходы в состоянии с полным изоспином системы пион + 2 нуклона, равным 1. Такое состояние можно образовать двумя способами: складывая изоспин пиона 1 с нулем для двух нуклонов в изосинглетном состоянии (обозначим соответствующую функцию через ψ_1) или с изоспином 1, если два нуклона находятся в изотриплетном состоянии (ψ_2). Рассмотрим для определенности π^+d -рассеяние. Тогда базисная система функций имеет вид

$$\psi_1 = \omega^1 \chi_0^0; \quad \psi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\omega^1 \chi_1^0 - \omega^0 \chi_1^1)\tag{3.37}$$

где ω^{-1} , ω^0 , ω^1 - различные зарядовые состояния пиона, χ_0^0 - изосинглетная, а χ_1^{-1} , χ_1^0 , χ_1^1 - изотриплетные функции системы двух нуклонов.

В пространстве функций ψ_1, ψ_2 операторы $(\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 \vec{\tau}_1)$ и $(\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 \vec{\tau}_2)$ являются двурядными матрицами:

$$\begin{aligned}\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 \vec{t} \vec{\tau}_1 &= \begin{pmatrix} \tilde{b}_0 & \sqrt{2} \tilde{b}_1 \\ \sqrt{2} \tilde{b}_1 & \tilde{b}_0 - \tilde{b}_1 \end{pmatrix}, \\ \tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 \vec{t} \vec{\tau}_2 &= \begin{pmatrix} \tilde{b}_0 & -\sqrt{2} \tilde{b}_1 \\ -\sqrt{2} \tilde{b}_1 & \tilde{b}_0 - \tilde{b}_1 \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (3.38)$$

Обозначим через S_1 сумму членов, стоящих в подинтегральном выражении формулы, аналогичной (3.29), в которых рассеяние начинается на первой частице. Легко видеть, что

$$S_1 = [(\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 \vec{t} \vec{\tau}_1) + (\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 \vec{t} \vec{\tau}_2)(\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 \vec{t} \vec{\tau}_1) \frac{e^{i\vec{k}\vec{r} - \kappa z}}{z}] \Sigma_1 \quad (3.39)$$

где

$$\begin{aligned}\Sigma_1 &= 1 + \frac{e^{-2\kappa z}}{z^2} (\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 \vec{t} \vec{\tau}_2)(\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 \vec{t} \vec{\tau}_1) + \frac{e^{-4\kappa z}}{z^4} [(\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 \vec{t} \vec{\tau}_2)(\tilde{b}_0 + \\ &+ \tilde{b}_1 \vec{t} \vec{\tau}_1)]^2 + \dots\end{aligned}\quad (3.40)$$

Величина Σ_1 удовлетворяет матричному уравнению

$$\Sigma_1 = 1 + \frac{e^{-2\kappa z}}{z^2} (\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 \vec{t} \vec{\tau}_2)(\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 \vec{t} \vec{\tau}_1) \Sigma_1, \quad (3.41)$$

или

$$\begin{pmatrix} 1 - \rho(\tilde{b}_0^2 - 2\tilde{b}_1^2) & -\sqrt{2} \rho \tilde{b}_1^2 \\ \sqrt{2} \rho \tilde{b}_1^2 & 1 - \rho(\tilde{b}_0^2 - 2\tilde{b}_0 \tilde{b}_1 - \tilde{b}_1^2) \end{pmatrix} \Sigma_1 = 1 \quad (3.42)$$

Здесь введено обозначение $\rho = e^{-2x^2}/\tau^2$. Задача свелась к обращению матрицы 2-го порядка

$$\Sigma_1 = \frac{1}{\delta} \begin{pmatrix} 1 - \rho(\tilde{b}_0^2 - 2\tilde{b}_0\tilde{b}_1 - \tilde{b}_1^2) & \sqrt{2}\rho\tilde{b}_1^2 \\ -\sqrt{2}\rho\tilde{b}_1^2 & 1 - \rho(\tilde{b}_0^2 - 2\tilde{b}_1^2) \end{pmatrix}, \quad (3.43)$$

где

$$\delta = 1 - \rho(2\tilde{b}_0^2 - 2\tilde{b}_0\tilde{b}_1 - 3\tilde{b}_1^2) + \rho^2[(\tilde{b}_0^2 - 2\tilde{b}_1^2)(\tilde{b}_0^2 - 2\tilde{b}_0\tilde{b}_1 - \tilde{b}_1^2) + 2\tilde{b}_1^4]$$

Отсюда легко находится и S_1 . При рассмотрении упругого пион-дейтронного рассеяния нам требуется лишь матричный элемент $(S_1)_{11}$, отвечающий изосинглетному состоянию двух нуклонов как в начале, так и в конце. Аналогичным образом находим S_2 - сумму членов, в которых рассеяние начинается на второй частице, причем получается, что $(S_2)_{11} = (S_1)_{11}$

Окончательно получаем сумму ряда диаграмм рис. 3 с учетом возможности виртуальной перезарядки пиона (для $E < E_d$):

$$\begin{aligned} f_{\pi d} = & \frac{1}{1 + \frac{\mu}{m_d}} \int d\vec{r} \psi^2(\vec{r}) \frac{1}{\delta} \left\{ 2\tilde{b}_0 - 2 \frac{e^{-2x^2}}{\tau^2} (\tilde{b}_0^3 - 2\tilde{b}_0^2\tilde{b}_1 - \right. \\ & - \tilde{b}_0\tilde{b}_1^2 + 2\tilde{b}_1^3) + 2 \frac{e^{i\vec{k}\vec{r} - 2x^2}}{\tau} [(\tilde{b}_0^2 - 2\tilde{b}_1^2) - \\ & \left. - \frac{e^{-2x^2}}{\tau^2} ((\tilde{b}_0^2 - 2\tilde{b}_1^2)(\tilde{b}_0^2 - 2\tilde{b}_0\tilde{b}_1 - \tilde{b}_1^2) + 2\tilde{b}_1^4)] \right\} \end{aligned}$$

(3.44)

Ш.4. Учет членов, отвечающих кинетической энергии нуклонов в промежуточном состоянии

Отбрасывая диаграммы с перерассеянием нуклонов, мы совершаем ошибку порядка нескольких процентов. С такой же точностью имеет смысл вычислять ряд диаграмм рис.3. Ошибки в формулах (3.30) и (3.31) гораздо больше, т.к. при их выводе использовались два приближения: а) отбрасывались члены вида $\frac{\mu}{m} q^2$ в пионных пропагаторах (эти члены отвечают кинетической энергии нуклонов в промежуточных состояниях); б) пренебрегалось p -волновым пион-нуклонным взаимодействием. Сейчас мы избавимся от первого предположения, а в следующем разделе учтем p -волновую часть πN -рассеяния. При этом будет использовано то обстоятельство, что главный вклад в амплитуду πd -рассеяния дают диаграммы с однократным и двукратным рассеянием. Именно им будет уделено основное внимание.

Пусть $\vec{K} = 0$. Вводя обозначение $\varphi(\vec{q}) = F(\vec{q})/(q^2 + \alpha^2)$ для величины, пропорциональной волновой функции дейтрона в импульсном представлении, перепишем формулу (3.20) для диаграммы рис. 3б

$$M^{(2)} = C \int \frac{\varphi(\vec{q}_1) \varphi(\vec{q}_2) d\vec{q}_1 d\vec{q}_2}{(\vec{q}_1 - \vec{q}_2)^2 + \frac{\mu}{m} (q_1^2 + q_2^2) + 2\mu \epsilon d} \quad (3.45)$$

где $C = \mu \alpha A_1 A_2 / 4\pi^5$. Раньше мы пренебрегали членом $\frac{\mu}{m} (q_1^2 + q_2^2)$ в знаменателе. Ошибка от этого имеет порядок не μ/m , как могло бы показаться, а $\sqrt{\mu/m}$. Это можно проследить явно [33,34], если воспользоваться гауссовской формой волновой функции дейтрона

$$\psi_d(\vec{r}) = \frac{1}{(\pi\gamma)^{3/4}} e^{-r^2/2\gamma}, \quad \varphi(\vec{p}) \sim e^{-\gamma p^2/2} \quad (3.46)$$

$\gamma = 1/(86 \text{ МэВ/с})^2 \cdot 1/41$. Мы сейчас проверим, что производная от $M^{(2)}$ по параметру $\gamma = \mu/m$ обращается при $\gamma = 0$ в бесконечность, если $\epsilon_d \rightarrow 0$. Это доказывает, что соответствующая поправка не может быть пропорциональна μ/m . Введя новые переменные

$$\vec{q} = \vec{q}_1 - \vec{q}_2, \quad \vec{Q} = \frac{1}{2}(\vec{q}_1 + \vec{q}_2), \quad (3.47)$$

перепишем (3.45) в виде

$$M^{(2)} = C \int \frac{\varphi(\vec{Q} + \frac{\vec{q}}{2}) \varphi(\vec{Q} - \frac{\vec{q}}{2}) d\vec{q} d\vec{Q}}{(1 + \frac{\mu}{2m})q^2 + 2\frac{\mu}{m}Q^2 + 2\mu\epsilon_d} \quad (3.48)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \frac{\partial M^{(2)}}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma=0} &= 2C \int \varphi(\vec{Q} + \frac{\vec{q}}{2}) \varphi(\vec{Q} - \frac{\vec{q}}{2}) \frac{Q^2 d\vec{q} d\vec{Q}}{(q^2 + 2\mu\epsilon_d)^2} + \\ &+ \frac{C}{2} \int \varphi(\vec{Q} + \frac{\vec{q}}{2}) \varphi(\vec{Q} - \frac{\vec{q}}{2}) \frac{q^2 d\vec{q} d\vec{Q}}{(q^2 + 2\mu\epsilon_d)^2} \end{aligned} \quad (3.49)$$

Первый интеграл сосредоточен на малых $q \sim \sqrt{2\mu\epsilon_d}$. Поэтому в аргументах функций φ можно приближенно положить $\vec{q} = 0$. Во втором интеграле полезно сначала выполнить интегрирование по $d\vec{Q}$, введя величину

$$S(\vec{q}) = \int \varphi(\vec{q} + \frac{\vec{q}}{2}) \varphi(\vec{q} - \frac{\vec{q}}{2}) d\vec{q} \sim \int \psi_d^2(\vec{z}) e^{i\vec{q}\vec{z}} d\vec{z} \quad (3.50)$$

Тогда

$$\frac{\partial M_2}{\partial \beta} \Big|_{\beta=0} \approx \frac{16\pi^3 C}{\sqrt{2\mu\epsilon_d}} \int_0^\infty \varphi^2(q) q^4 dq + 2\pi C \int_0^\infty \frac{S(q) q^4 dq}{(q^2 + 2\mu\epsilon_d)^2} \quad (3.51)$$

Первый член оказывается большой величиной вследствие малости $\sqrt{2\mu\epsilon_d}$ и мы видим, что все выражение (3.51) действительно стремится к бесконечности при $\epsilon_d \rightarrow 0$.

Таким образом, поправка, учитывающая движение нуклонов в промежуточном состоянии (отдачу нуклонов), должна быть велика. Для ее точного вычисления был проведен численный расчет^{/33,34/} по формуле (3.48) с двумя видами волновой функции дейтрона: гауссовской (3.46) и хильтеновской

$$\psi_d(\vec{z}) = \sqrt{\frac{\alpha\beta(\alpha+\beta)}{2\pi(\beta-\alpha)^2}} \frac{e^{-\alpha^2 z} - e^{-\beta^2 z}}{z}, \quad \varphi(\vec{p}) \sim \frac{1}{(p^2 + \alpha^2)(p^2 + \beta^2)} \quad (3.52)$$

с параметром $\beta = 240$ Мэв/с. Отметим, что для обеих волновых функций $\langle \frac{1}{z} \rangle = 0,5 \text{ фм}^{-1}$.

Оставим за точным значением интеграла (3.45) обозначение $M^{(2)}$ и будем понимать под $\tilde{M}^{(2)}$ тот же интеграл, но вычисленный без члена $\frac{\mu}{m}(q_1^2 + q_2^2)$, т.е. фактически выражение (3.22), а под $M_{\text{бр}}^{(2)}$ — бракнеровское значение амплитуды двукратного рассеяния, т.е. величину, полученную из (3.45) пренебрежением в знаменателе как членом $\frac{\mu}{m}(q_1^2 + q_2^2)$, так

и членом $2\mu E_d$, содержащим энергию связи дейтрона. Введем обозначения

$$\alpha_1 = \frac{M_{\delta p}^{(2)} - M^{(2)}}{M^{(2)}}; \quad \alpha_2 = \frac{\tilde{M}^{(2)} - M^{(2)}}{M^{(2)}}; \quad \alpha_3 = \frac{M_{\delta p}^{(2)} - \tilde{M}^{(2)}}{\tilde{M}^{(2)}} \quad (3.53)$$

Результаты расчета /33,34/ таковы

	α_1	α_2	α_3
Хильтеновская функция	0,71	0,37	0,25
Гауссовская функция	0,82	0,42	0,29

Мы видим, что формула (3.22) дает результат, завышенный примерно на 40%. Это поправка не ко всей амплитуде, а только к двукратному рассею, но в некотором смысле именно она и интересна. Член однократного рассеяния (импульсное приближение) всегда присутствует и очень просто вычисляется. Поэтому интересно сравнивать с расчетом разность экспериментальной длины πd -рассеяния и импульсного приближения.

Ш.5. Вклад ρ -волнового πN -взаимодействия и численная оценка длины πd -рассеяния

Перейдем к учету ρ -волновой части πN -взаимодействия в диаграммах рис. 3а и 3б. Даже при нулевой энергии падающего π -мезона его импульс относительно нуклонов дейтрона отличен от нуля за счет внутриядерного движения последних. Это приводит, как мы увидим ниже, к заметным, но не очень большим поправкам (порядка 20%). Поэтому при вычислении таких поправок мы будем в ряде случаев пренебрегать членами $\sim \frac{\mu}{m}$.

Рассмотрим диаграмму рис.3а. При рассеянии вперед члены с $(\vec{\sigma} [\vec{k} \vec{k}'])$ в амплитуде πN -взаимодействия (2.4) не дают вклада, т.к. нет выделенного псевдовектора, по которому могло бы быть направлено среднее значение оператора $\vec{\sigma}$. Если импульс налетающего пиона равен $\vec{K}$ в лаб.системе, то в с.ц.и. мезона и нуклона он есть

$$\vec{\tilde{K}} = \frac{m}{m+\mu} \vec{K} - \frac{\mu}{m+\mu} \vec{q}_1 \quad (3.54)$$

С S -волновым членом $M_S^{(1)} = 2\epsilon_0$ мы должны сравнивать p -волновый (N -нормировочный множитель):

$$\begin{aligned} M_p^{(1)} &= 2\epsilon_0 N^2 \int |\varphi(\vec{q}_1)|^2 \left(\frac{m}{m+\mu} \vec{K} - \frac{\mu}{m+\mu} \vec{q}_1 \right)^2 d\vec{q}_1 = \\ &= 2\epsilon_0 \left\{ K^2 \left(\frac{m}{m+\mu} \right)^2 + \overline{q^2} \left(\frac{\mu}{m+\mu} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (3.55)$$

При $\vec{K} = 0$ отношение p -волнового члена к S -волновому

$$\frac{M_p^{(1)}}{M_S^{(1)}} = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_0} \left(\frac{\mu}{m+\mu} \right)^2 \overline{q^2} = -0,17 \quad (3.56)$$

При этом учитывалось, что как для хильтеновской, так и для гауссовской волновых функций $\overline{q^2} = (105 \text{ Мэв/с})^2$. Если $\vec{K} \neq 0$, вносит вклад и слагаемое с K^2 в (3.55). Его отношение к $M_S^{(1)}$ есть $\frac{\epsilon_0}{\epsilon_0} \left(\frac{m}{m+\mu} \right)^2 K^2$. При $K = 20 \text{ Мэв/с}$ это $-0,27$, при $K = 30 \text{ Мэв/с}$ $-0,62$.

Перейдем к диаграмме рис.3б. Импульс пиона в промежуточном состоянии равен $\vec{K} + \vec{q}_1 - \vec{q}_2$. При первом рассеянии (левая верхняя вершина) относительный импульс пиона и нуклона равен

$$\vec{k}_{отн}^i = \frac{m}{m+\mu} \vec{k} - \frac{\mu}{m+\mu} \vec{q}_1 \quad (3.57)$$

до рассеяния и

$$\vec{k}_{отн}^f = \vec{k} + \vec{q}_1 - \vec{q}_2 - \frac{\mu}{m+\mu} (\vec{k} + \vec{q}_1) \quad (3.58)$$

после рассеяния. Соответствующие величины для правой нижней вершины диаграммы

$$\vec{k}_{отн}^i = \vec{k} + \vec{q}_1 - \vec{q}_2 - \frac{\mu}{m+\mu} (\vec{k} - \vec{q}_2); \quad \vec{k}_{отн}^f = \frac{m}{m+\mu} \vec{k} + \frac{\mu}{m+\mu} \vec{q}_2 \quad (3.59)$$

В амплитуду πN -рассеяния (2.4) входит произведение типа $(\vec{k}_{отн}^i \vec{k}_{отн}^f)$. С точностью до членов $(\frac{\mu}{m})^2$

$$(\vec{k}_{отн}^i \vec{k}_{отн}^f)_1 = -\frac{\mu}{m+\mu} \vec{q}_1 (\vec{q}_1 - \vec{q}_2) \quad (3.60)$$

$$(\vec{k}_{отн}^i \vec{k}_{отн}^f)_2 = -\frac{\mu}{m+\mu} \vec{q}_2 (\vec{q}_1 - \vec{q}_2) \quad (3.61)$$

Если воспользоваться гауссовской волновой функцией дейтрона, не трудно понять, что учет ρ -волнового рассеяния в каждой вершине вносит малость порядка $\frac{\mu}{m} (\frac{q^2}{\mu^2})$. Поэтому следует учитывать лишь такие комбинации, когда в одной из вершин S -волновое рассеяние, а в другой - ρ -волновое. (Обозначим соответствующее выражение через $M_{Sp}^{(2)}$). По той же причине можно не учитывать слагаемое с коэффициентами d_0 и d_1 в (2.4). Действительно, вследствие отсутствия выделенного псевдовекторного направления это слагаемое не может интерфери-

ровать с S -волновыми членами в другой вершине.

Если выписать выражения вида (2.4) (без спинных членов) для обеих вершин диаграммы рис.3б и прибавить диаграмму с переставленным порядком нуклонов, получим, что произведение вершин дает

$$[(b_0 + b_1 \vec{t} \vec{t}_2)(c_0 + c_1 \vec{t} \vec{t}_2) + (b_0 + b_1 \vec{t} \vec{t}_2)(c_0 + c_1 \vec{t} \vec{t}_1)] \times \\ \times [(\vec{K}_{отн}^i \vec{K}_{отн}^f)_1 + (\vec{K}_{отн}^i \vec{K}_{отн}^f)_2] \quad (3.62)$$

После усреднения по зарядовым состояниям пиона с учетом (3.60) и (3.61) получим

$$-2(b_0 c_0 - 2b_1 c_1) \frac{\mu}{m+\mu} q^2, \quad \text{где } \vec{q} = \vec{q}_2 - \vec{q}_1$$

Таким образом выражение (3.48) для $M_{SS}^{(2)}$ с константой $C = 2(b_0^2 - 2b_1^2)$ следует сравнивать со следующей формулой для $M_{SP}^{(2)}$

$$M_{SP}^{(2)} = -2(b_0 c_0 - 2b_1 c_1) \frac{\mu}{m+\mu} \int \varphi(\vec{q} + \frac{\vec{q}}{2}) \varphi(\vec{q} - \frac{\vec{q}}{2}) \times \\ \times \frac{q^2 d\vec{q} d\vec{Q}}{q^2 + \frac{\mu}{m}(2q^2 + \frac{q^2}{2}) + 2\mu\epsilon} \quad (3.63)$$

Их отношение легко вычисляется, если использовать гауссовскую волновую функцию:

$$M_{SP}^{(2)} / M_{SS}^{(2)} = -0.29 \quad (3.64)$$

Мы видим, что учет P -волновой части пион-нуклонного взаимодействия заметно влияет на величину амплитуды двукратного рассеяния.

Численный расчет по формуле (3.44) с хильтензовской функ-

цией дает для длины пион-дейтронного рассеяния $f_{\pi d} = -0,070$ фм, причем вклад однократного рассеяния - 0,036 фм, двукратного рассеяния - 0,037 фм, рассеяний высшей кратности 0,003 фм.

Если затем учесть все рассмотренные выше поправки, то получится

$$f_{\pi d} = -0,047 \text{ фм} \quad (3.65)$$

С гауссовской волновой функцией получается практически тот же результат.

Изложенный метод позволяет вычислить неабсорбтивную часть длины рассеяния с точностью несколько процентов. Реальная точность величины (3.65), однако, невысока вследствие неопределенности информации об S -волновых длинах πN -рассеяния.

Суммированием цепочки диаграмм можно вычислить также амплитуду рассеяния с развалом дейтрона $\pi d \rightarrow \pi NN$ [42] и амплитуду захвата пиона $\pi^- d \rightarrow 2n$ [43]. Интересно, что амплитуда реакции $\pi d \rightarrow \pi p n$ имеет вид, очень похожий на (3.44), только величина $\psi_d^2(\vec{z})$ в подинтегральном выражении заменяется на $\psi_d(\vec{z})\psi_q^+(\vec{z})$, где $\psi_q^+(\vec{z})$ - волновая функция двух конечных нуклонов с относительным импульсом $\vec{q}$, т.е. точное решение уравнения Шредингера для протона и нейтрона с граничным условием на бесконечности

$$\psi_q^+(\vec{z}) \rightarrow e^{i\vec{q}\vec{z}} + \frac{f_{NN}(\theta)}{z} e^{i q z} \quad (3.66)$$

Ш.6. Пион-дейтронное рассеяние в резонансной области.

В резонансной области доминирующий вклад дает ρ -волновое рассеяние. Возьмем амплитуду πN -рассеяния в виде

$$(C_0 + C_1 \vec{t} \vec{t}) \vec{n}_k \vec{n}_{k'}, \quad (3.67)$$

где C_0 и C_1 являются функциями энергии. Будем считать, что такая форма справедлива и вне энергетической поверхности. (Более общий случай будет разобран ниже). Мы не рассматриваем спиновые члены. Их учет не связан с принципиальными трудностями, но приводит к громоздким соотношениям, за которыми трудно следить [24]. В дальнейшем для простоты везде будут опускаться кинематические поправки $\sim \frac{\mu}{m}$, проявляющиеся при переходе между различными системами отсчета. Кроме того, будет считаться, что $K \gg \frac{\mu}{m} q$ (q - среднее значение импульса нуклона), и с точностью $\sim \frac{\mu}{m}$ в выражениях для относительных импульсов вида (3.57)-(3.59) можно пренебрегать членами $\frac{\mu}{m+\mu} \vec{q}$ и $\frac{\mu}{m+\mu} \vec{k}$. Таким образом для левой верхней вершины диаграммы рис. 3б

$$\vec{k}_{\text{отн}}^i \approx \vec{k}, \quad \vec{k}_{\text{отн}}^f \approx \vec{k} + \vec{q}_1 - \vec{q}_2 \quad (3.68)$$

Обратим внимание на физический смысл этих равенств: импульс относительного движения нуклона и пиона приблизительно равен импульсу пиона. Так будет для всех вершин в диаграммах рис.3. (Реально нам понадобится такое приближенное равенство не для импульсов, а для соответствующих единичных векторов). Указанное обстоятельство существенно облегчает суммирование ряда рис. 3. При расчете диаграмм, так же как в разделе Ш.2, мы можем опускать члены вида $\frac{\mu}{m} q^2$

в пионных пропагаторах ^{*}), после чего выражение для каждой диаграммы рис.3 в импульсном представлении становится очень похожим на выражение для S -волнового рассеяния. Разница в том, что от каждой вершины в подинтегральном выражении появляется лишний множитель вида $(\vec{n}_k \vec{n}_{k'})$. Легко видеть, что единичный вектор от направления какого-либо виртуального пиона входит два раза: один раз в той вершине, из которой идет линия пиона, а второй раз - в вершине, где линия заканчивается. Для перехода в координатное представление вместо преобразования (3.23) используем

$$\frac{\hat{S}_i \hat{S}_f}{\hat{S}^2 - K^2 - i\epsilon} = \frac{1}{4\pi} \int d\vec{z} e^{i\vec{S}\vec{z}} (f_1(z) \hat{z}_i \hat{z}_f + f_2(z) \delta_{ij}) \quad (3.69)$$

Обратным фурье-преобразованием нетрудно убедиться, что

$$f_1(z) = e^{iKz} \left(\frac{1}{z} + \frac{3i}{Kz^2} - \frac{3}{K^2 z^3} \right) + \frac{3}{K^2 z^3} = -iK h_2^{(1)}(Kz) + \frac{3}{K^2 z^3},$$

$$f_2(z) = e^{iKz} \left(\frac{1}{K^2 z^3} - \frac{i}{Kz^2} \right) - \frac{1}{K^2 z^3} = \frac{iK}{3} [h_0^{(1)}(Kz) + h_2^{(1)}(Kz)] - \frac{1}{K^2 z^3} \quad (3.70)$$

^{*}) Если учесть релятивизм пиона, то отброшенные члены имеют порядок $\frac{E_\pi}{m} q^2$, E_π - полная энергия пиона. Так как в резонансной области импульс пионов велик (~ 300 Мэв/с) и $\frac{v_\pi}{c} \sim 1$, то можно думать, что аналогично ситуации в глауберовской теории, погрешность от отбрасывания указанных членов, а также из-за диаграмм с перерассеянием нуклонов имеет порядок μ/m (см. курс М.С.Марина и работу /44/).

Если не учитывать перезарядку и обозначить амплитуды рассеяния на двух центрах как $a_1(\vec{n}\vec{k}\vec{n}\vec{k}_1)$ и $a_2(\vec{n}\vec{k}\vec{n}\vec{k}_1)$, то полная амплитуда рассеяния представится в виде

$$f_{\pi\alpha} = \hat{\chi}_i \hat{\chi}_j \int d\vec{z} \psi^2(\vec{z}) e^{-i \frac{\Delta \vec{z}}{2}} (\chi_{ij}^{(1)} + \chi_{ij}^{(2)}) \quad (3.71)$$

$\chi_{ij}^{(1)} (\chi_{ij}^{(2)})$ соответствует совокупности диаграмм, у которых рассеяние заканчивается на первом (на втором) центре:

$$\begin{aligned} \chi_{ij}^{(1)} = & a_1 \delta_{ij} + a_1 a_2 (f_1 \hat{z}_i \hat{z}_j + f_2 \delta_{ij}) e^{i \vec{k} \vec{z}} + \\ & + a_1 a_2 a_3 (f_1 \hat{z}_i \hat{z}_e + f_2 \delta_{ie}) (f_1 \hat{z}_e \hat{z}_j + f_2 \delta_{ej}) + \\ & + a_1 a_2 a_1 a_2 (f_1 \hat{z}_i \hat{z}_e + f_2 \delta_{ie}) (f_1 \hat{z}_e \hat{z}_m + f_2 \delta_{em}) \cdot \\ & \cdot (f_1 \hat{z}_m \hat{z}_j + f_2 \delta_{mj}) e^{i \vec{k} \vec{z}} + \dots = \\ = & a_1 \delta_{ij} + a_1 a_2 e^{i \vec{k} \vec{z}} (f_1 \hat{z}_i \hat{z}_j + f_2 \delta_{ij}) + a_1 a_2 T_{ik} \chi_{kj}^{(1)}, \end{aligned} \quad (3.72)$$

где

$$\begin{aligned} T_{ik} = & (f_1 \hat{z}_i \hat{z}_e + f_2 \delta_{ie}) (f_1 \hat{z}_e \hat{z}_k + f_2 \delta_{ek}) = A \hat{z}_i \hat{z}_k + B \delta_{ik}; \\ A = & (f_1 + f_2)^2 - f_2^2; \quad B = f_2^2 \end{aligned} \quad (3.73)$$

Представим $\chi_{kj}^{(1)}$ как

$$\chi_{kj}^{(1)} = Y \hat{z}_k \hat{z}_j + Z \delta_{kj} \quad (3.74)$$

Из уравнения (3.72) получается система двух уравнений относительно Y и Z :

$$Y = a_1 a_2 f_1 e^{i\vec{k}\vec{z}} + a_1 a_2 (A+B) Y + a_1 a_2 A Z,$$

$$Z = a_1 + a_1 a_2 f_2 e^{i\vec{k}\vec{z}} + a_1 a_2 B Z \quad (3.75)$$

Она легко решается, приводя к результату для $\chi^{(1)}$. Совершенно также находится $\chi^{(2)}$, после чего формула (3.71) дает

$$f_{\pi d} = \int d\vec{z} \psi^2(\vec{z}) e^{-\frac{i\Delta\vec{z}}{2}} \frac{1}{1 - a_1 a_2 f_2^2} \left\{ (a_1 + a_2 + 2a_1 a_2 f_2 e^{i\vec{k}\vec{z}}) \cdot (\vec{k}\vec{k}') + \frac{f_1 a_1 a_2 (\hat{\vec{k}}\hat{\vec{z}})(\hat{\vec{k}}'\hat{\vec{z}})}{1 - a_1 a_2 (f_1 + f_2)^2} \left[(a_1 + a_2)(f_1 + 2f_2) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + 2(1 + a_1 a_2 f_2 (f_1 + f_2)) e^{i\vec{k}\vec{z}} \right] \right\} \quad (3.76)$$

Учет изотопики проводится аналогично тому, как это делалось в разделе III.3. Амплитуда $f_{\pi d}$ будет представляться матричным элементом (I, I) уравнения (3.71), где теперь уже $\chi_{ij}^{(1)}$ и $\chi_{ij}^{(2)}$ - матрицы 2 x 2 в пространстве функций (3.77)

$$\chi_{ij}^{(1)} = \delta_{ij} (c_0 + c_1 \vec{t}\vec{\tau}_1) + T_{ij} (c_0 + c_1 \vec{t}\vec{\tau}_1)(c_0 + c_1 \vec{t}\vec{\tau}_2) \cdot$$

$$(c_0 + c_1 \vec{t}\vec{\tau}_1) + T_{ik} T_{kj} (c_0 + c_1 \vec{t}\vec{\tau}_1)(c_0 + c_1 \vec{t}\vec{\tau}_2)(c_0 + c_1 \vec{t}\vec{\tau}_1) \cdot$$

$$(c_0 + c_1 \vec{t}\vec{\tau}_2)(c_0 + c_1 \vec{t}\vec{\tau}_1) + \dots +$$

$$+ e^{i\vec{k}\vec{z}} \left[(f_1 \hat{z}_i \hat{z}_j + f_2 \delta_{ij})(c_0 + c_1 \vec{t}\vec{\tau}_1)(c_0 + c_1 \vec{t}\vec{\tau}_2) + \right. \quad (3.77)$$

$$\left. + T_{ik} (f_2 \hat{z}_k \hat{z}_j + f_2 \delta_{kj})(c_0 + c_1 \vec{t}\vec{\tau}_1)(c_0 + c_1 \vec{t}\vec{\tau}_2) \cdot \right.$$

$$\left. \cdot (c_0 + c_1 \vec{t}\vec{\tau}_1)(c_0 + c_1 \vec{t}\vec{\tau}_2) + \dots \right].$$

Уравнение для $\chi_{ij}^{(1)}$ похоже на (3.72):

$$\chi_{ij}^{(1)} = \delta_{ij} (c_0 + c_1 \vec{t} \vec{t}_1) + e^{i\vec{k}\vec{z}} (c_0 + c_1 \vec{t} \vec{t}_1) (c_0 + c_1 \vec{t} \vec{t}_2) \\ (f_1 \hat{z}_i \hat{z}_j + f_2 \delta_{ij}) + (c_0 + c_1 \vec{t} \vec{t}_1) (c_0 + c_1 \vec{t} \vec{t}_2) T_{ik} \chi_{kj}^{(1)} \quad (3.78)$$

Представив $\chi^{(1)}$ в виде (3.74), где теперь Y и Z двурядные матрицы, из (3.78) получаем систему двух матричных уравнений, которая довольно просто решается. Мы не будем приводить общий вид громоздкого ответа, ограничившись случаем, когда в амплитуде πN -рассеяния оставлена только волна (3/2, 3/2). При этом $c_0 = 2c_1$ (см. (2.7)) и

$$f_{\pi d} = 2 \int d\vec{z} \psi^2(\vec{z}) e^{-i\frac{\Delta\vec{z}}{2}} \frac{2c_1}{1-f_2^2 c_1^2} \left\{ (1 + c_1 f_2 e^{i\vec{k}\vec{z}}) (\vec{R}\vec{K}') + \right. \\ \left. + \frac{c_1 f_1}{1-(f_1+f_2)^2 c_1^2} [c_1(f_1+2f_2) + (1+c_1^2 f_2(f_1+f_2))] e^{i\vec{k}\vec{z}} \right\} (\hat{\vec{R}}\hat{\vec{z}})(\hat{\vec{R}}\hat{\vec{z}}) \quad (3.79)$$

Если бы мы исходили не из представления (3.67) для амплитуды ρ -волнового πN -рассеяния, а брали ее в виде $(c_0' + c_1' \vec{t} \vec{t}) (\vec{R}\vec{K}')$ (см. раздел III.1), то снова пришли бы к формулам (3.76) и (3.79). Единственное различие было бы в виде функций $f_1(z)$ и $f_2(z)$. Они отличались бы от (3.70) отсутствием членов $\frac{3}{K^2} z^3$, $-\frac{1}{K^2} z^3$, которые в нашем случае уменьшают степень расходимости f_1 и f_2 в начале координат. В таком виде (с точностью до опечаток) результат был получен Бракнером [21].

В общем виде амплитуду в резонансной волне можно записать

$$C g(k) g(k') (\vec{k} \vec{k}'), \quad (3.80)$$

где $g(k)$ - формфактор, относящийся к вершине $\Delta \rightarrow \pi N$ /45/, который падает при импульсах $k \sim (3 + 4)\mu$. Учет формфакторов не меняет вида формул (3.76) и (3.79), но приводит к изменению функций f_1 и f_2 . Они определяются теперь соотношением

$$g^2(s) \frac{\hat{s}_i \hat{s}_k}{\hat{s}^2 - k^2 - i\eta} = \frac{1}{4\pi} \int d\vec{r} e^{i\vec{s} \cdot \vec{r}} (f_1(r) \hat{r}_i \hat{r}_j + f_2(r) \delta_{ij}) \quad (3.81)$$

Режущий формфактор приводит к тому, что функции f_1 и f_2 перестают быть сингулярными в нуле, и выражение для каждой из диаграмм рис.3 будет сходиться при $r \sim 1/(3 + 4)\mu$ /24/.

Выше все делалось так, как будто пион в резонансной области являлся нерелятивистской частицей. Нетрудно видеть, что изменения, происходящие при учете того, что это релятивистская частица, невелики. Действительно, пионный пропагатор, например в диаграмме рис. 3б будет теперь:

$$(\vec{k} + \vec{q}_1 - \vec{q}_2)^2 - k^2 + \frac{E_\pi}{m} (\vec{q}_1^2 + \vec{q}_2^2)^2 + 2E_\pi \epsilon_d - i\eta$$

т.е. в двух последних членах масса пиона μ заменяется на E_π - полную энергию пиона. Так как мы этими членами пренебрегали, то пропагатор пиона по существу записывался в релятивистском виде. Правила написания дейнмановских диаграмм также не изменятся, если под инвариантными амплитудами M понимать релятивистски-инвариантные величины, связанные с обычными квантовомеханическими амплитудами соотношением

$$f = \frac{m_1 m_2}{2\pi(\epsilon_1 + \epsilon_2)} M, \quad (3.82)$$

ϵ_1 и ϵ_2 - полные энергии частиц 1 и 2 в с.ц.и. Поэтому все ограничится кинематическими поправками вида $(E_\pi + m)/(\mu + m)$ и $(E_\pi + m_d)/(\mu + m_d)$

IV. Рассеяние пионов сложными ядрами

Перейдем к рассеянию пионов на ядрах, у которых $A \gg 1$, так что можно пренебрегать поправками $\sim 1/A$. Основная часть теоретических работ здесь сводилась к построению и усовершенствованию оптического потенциала, который, вообще говоря, является нелокальным и зависит от энергии.

Начнем с небольшой исторической справки. Вскоре после открытия отрицательных пионов Ферми и Теллер, а также Уилер (1947 г.) указали на возможность существования пионных атомов, которые были обнаружены в 1952 г. в Рочестере. Затем в работе Дезера, Гольдберга и др. /46/ было отмечено, что сдвиги уровней энергии пионных атомов по сравнению с кулоновскими должны быть связаны с длиной пион-ядерного рассеяния, которая в борновском приближении выражается через пион-нуклонные длины. В работе Бракнера /47/ отмечалось, что ширина уровня определяется двунуклонным (или многонуклонным) захватом пиона.

В серии работ Ватсона показывалось как при определенных предположениях оптический потенциал получается из теории многократного рассеяния /48, 49/ (см. также /50, 51/). Кисслингер заметил, что ρ -волновая часть πN -взаимодействия может

приводить к нелокальному виду оптического потенциала /52/.
Обобщив идеи, содержащиеся в предыдущих работах, М.Эрикссон и Т.Эрикссон получили тот вид оптического потенциала для пион-ядерного рассеяния /53, I, 2/, который широко используется сейчас при обработке данных по пионным атомам /54, 4/.

С 1965 г. начался современный этап в изучении пионных атомов (ЦЕРН, Беркли, Вирджиния).

Появилась возможность точного измерения сдвигов и ширины уровней (см. обзор 4). В последние годы стали изучаться и другие адронные атомы ($K^-, \Sigma^-, \bar{p}$). Соответствующие данные собраны в докладах /55, 56/.

Недавно появилась работа /57/, авторы которой пытаются обосновать оптический потенциал, исходя из теории бесконечного ферми-газа, рассматривая динамическую систему из нуклонов и пионов и проводя разложение по степеням плотности нуклонов. Качественно выводы этой работы совпадают с результатами, полученными из теории многократного рассеяния.

К настоящему времени проведен также анализ экспериментальной информации по упругому пион-ядерному рассеянию (см. например, /58-63/).

IV. I. Исходные экспериментальные данные.

При построении теории исходными являются данные по упругому рассеянию и по пионным атомам.

а) Сейчас изучено рассеяние пионов при энергиях от 24 Мэв до 150 Мэв на ядрах He, Li, C, Al, Cu . Больше всего данных при энергии около 80 Мэв. Имеются также хорошие данные по рассеянию в резонансной области /64/. Основной вывод: локальный оптический потенциал, пропорциональный ядерной

плотности $\rho(\vec{r})$, не согласуется с экспериментом. Он может описать дифференциальные сечения лишь при малых углах. Качественно причина расхождения понятна: как мы увидим ниже, при получении такого потенциала нужно пренебречь угловой зависимостью амплитуды πN рассеяния, что заведомо плохо, если рассеяние p -волновое. Повидимому, согласие можно улучшить, используя локальный потенциал более общего вида (например, допуская в нем производные от плотности $\rho(\vec{r})$). Как правило, анализ проводился с использованием нелокального потенциала Кисслингера, и удавалось получить неплохое согласие (см. раздел 3).

б) Пионный атом-всдорородоподобная система, характеризуемая следующими значениями боровского радиуса r_B и боровской энергии E_B :

$$r_B = \frac{1}{\mu 2\alpha} \simeq \frac{200}{2} \text{ фм} ; E_B = \frac{(2\alpha)^2}{2} \simeq 3,7 \cdot 2^2 \text{ КэВ} \quad (4.1)$$

α - постоянная тонкой структуры. Сдвиги и ширины уровней дают информацию о взаимодействии с ядрами пионов нулевой энергии. Пользуясь малостью области сильного взаимодействия по сравнению с радиусом орбиты, их легко связать с действительной и мнимой частями длин пион-ядерного рассеяния. Проще всего это сделать, вводя короткодействующий псевдопотенциал $V(\vec{r})$, для которого

$$f(\theta) = -\frac{\mu}{2\pi} \int V(\vec{r}) e^{-i(\vec{k}-\vec{k}')\vec{r}} d\vec{r} \quad (4.2)$$

$$\Delta E_{ne} = \int V(\vec{r}) |\psi_{ne}(\vec{r})|^2 d\vec{r} \quad (4.3)$$

Для $\ell = 0$ отсюда получим

$$\Delta E_{n0} = -\frac{2E}{\mu} \alpha_0 |\psi_{n0}(0)|^2 \quad (4.4)$$

α_0 - длина рассеяния. Более строго этот результат выводится с использованием теории возмущений по радиусу сильного взаимодействия /65/. Подставляя вместо $\psi(r)$ кулоновскую функцию, получаем

$$\Delta E_{n,e=0} = -E_{n,0} \cdot \frac{4}{n} \frac{\alpha_0}{r_B} \quad (4.5)$$

Для произвольного ℓ аналогично

$$\frac{\Delta E_{n\ell}}{E_{n\ell}} = -\frac{2}{n} \frac{\alpha_\ell}{\left(\frac{1}{2} n r_B\right)^{2\ell+1}} \frac{1}{(2\ell!!)^2} \frac{(n+\ell)!}{(n-\ell-1)!} \quad (4.6)$$

Сдвиги и ширины уровней сильно зависят от заряда ядра Z . Однако основная часть этой зависимости весьма проста и связана с изменением размеров ядра и кулоновской волновой функции. Ее можно грубо оценить, заменяя ядро прямоугольной комплексной потенциальной ямой с радиусом $R \sim Z^{1/3}$ и пользуясь теорией возмущений. Из соображений размерности на малых расстояниях

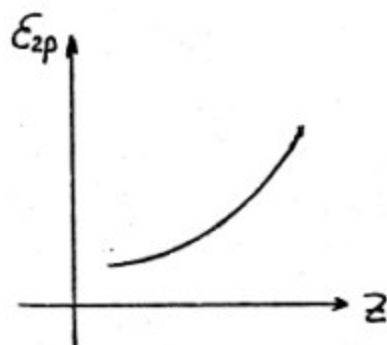
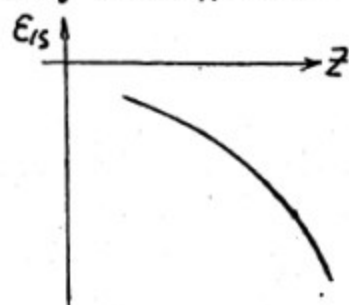
$$\psi_{n\ell} \sim \frac{1}{r_B^{3/2}} \left(\frac{r}{r_B}\right)^\ell$$

При этом комплексный сдвиг энергии $\Delta E_{n\ell} = E_{n\ell} + i \Gamma_{n\ell}$ выражается как

$$\begin{aligned} \Delta E_{n\ell} &\approx \int V(r) \psi_{n\ell}^2 dr \sim \frac{1}{r_B^{2\ell+3}} \int_0^\infty r^{2\ell+2} V(r) dr \sim \\ &\sim V_0 r_B^{-(2\ell+3)} \int_0^R r^{2\ell+2} dr \sim Z^{2\ell+3} R^{2\ell+3} \sim Z^{\frac{4}{3}(2\ell+3)} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Зависимость от Z получается, действительно, очень сильной. Если мы смотрим за переходами между определенными атомными состояниями (например $3d-2p$), то при малых Z соответствующие сдвиги энергий и ширины трудно измерить, т.к. они очень малы. При больших же Z данная серия вымирает, т.к. пион не успевает спуститься до верхнего уровня перехода (у нас $3d$), а поглощается за счет сильного взаимодействия с более высокой орбиты.

В настоящее время имеются данные по сдвигам уровней и ширинам нескольких десятков переходов $2p-1s$, $3d-2p$, $4f-3d$, $5g-4f$ в ядрах от He^4 до Pu^{239} (подробнее мы рассмотрим такие данные в разделе V). Основная качественная особенность: сдвиги уровней ϵ_{1s} отрицательны, т.е. отвечают отталкиванию, сдвиги всех более высоких уровней (ϵ_{2p} , ϵ_{3d} , ϵ_{4f}) положительны, т.е. соответствуют притягивательному взаимодействию



Такое поведение нельзя объяснить, пользуясь локальным потенциалом $\sim \rho(\vec{r})$. Необходимо вводить либо более сложный локальный потенциал, либо нелокальный.

IV.2. Основные предположения теории. Ожидаемая точность расчетов.

Теория многократного рассеяния, излагаемая ниже, направлена на вывод оптического потенциала, который затем вставляется в уравнение Клейна-Гордона

$$\vec{\nabla}^2 + [(E - V_c(\vec{r}))^2 - \mu^2] = 2\mu V(\vec{r}) \quad (4.8)$$

Здесь V_c - кулоновский потенциал, V - потенциал сильного взаимодействия. *) С помощью оптического потенциала можно не только упростить задачу многих тел, но и автоматически учесть искажение кулоновской волновой функции пиона в районе ядра, что оказывается весьма существенным.

Отметим сразу же, что во многих моментах построение похоже на глауберовскую теорию, хотя и относится к области низких энергий (см. также /63/).

Перечислим основные предположения, закладываемые в теорию:

а) $A \gg 1$. Мы будем пренебрегать поправками $\sim \frac{1}{A}$, в частности спин-флипными членами в амплитуде пион-нуклонного рассеяния, кинематическими множителями, появляющимися при переходе от лаб. системы к с.ц.и., поправками, связанными с учетом отдачи ядра как целого (т.е. с движением центра масс ядра).

*) Такой вид получается в предположении, что потенциал сильного взаимодействия является скаляром относительно преобразований Лоренца. Делаем в свободном уравнении замену $\mu \rightarrow \mu - V$ и пренебрегаем квадратичными по V членами. Если V - четвертая компонента вектора, уравнение имеет такой же вид, но в правой части стоит $2EV$.

Кроме того, при сравнении теории многократного рассеяния и оптического потенциала, например, во втором порядке, получается, что число пар нуклонов, на которых происходит рассеяние пионов, в первом случае $A(A-1)$ (нельзя рассеяться два раза на одном и том же нуклоне), а оптический потенциал фактически дает A^2 пар. Относительная ошибка $\sim \frac{1}{A}$ и также не будет учитываться.

б) Статичность ("замороженность") нуклонов. Это, повидимому, ключевое предположение. Считаем, что рассеяние происходит на системе неподвижных нуклонов, и полученную так амплитуду рассеяния усредняем по волновой функции ядра. Тем самым делается пренебрежение энергией связи нуклонов в ядре, энергией возбуждений ядра в промежуточных состояниях, отдачей нуклонов при виртуальных πN -рассеяниях, а также эффектами перерассеяния нуклонов. Не учитывается также влияние внутриядерного движения нуклонов на параметры взаимодействия.

Что можно сказать о точности такого приближения? Будет ли она, как обычно неявно предполагается, порядка $\frac{\mu}{m}$? Вспомним разобранный выше случай пион-дейтронного рассеяния. Мы видели там, что теоретическая точность статического приближения равна $\sqrt{\frac{\mu}{m}}$. Вообще говоря, то же самое следует ожидать и для рассеяния на сложных ядрах. В случае дейтрона у эффектов перерассеяния появлялась дополнительная малость $(\epsilon_0/\epsilon_1)^2$. У сложных ядер, когда в промежуточном состоянии могут быть ядерные системы, квантовые числа которых отличны от квантовых чисел основного состояния, можно предполагать лишь частичную компенсацию.

Тот же параметр $\sqrt{\frac{\mu}{m}}$ можно получить, обосновывая статическое приближение путем применения некоторого вида

"closure approximation" (замкнутого приближения, или приближения полноты) /58,26/. При этом нужно пренебрегать отличием $e^{-\alpha_n r}$ от единицы. Здесь $\alpha_n = \sqrt{2\mu \epsilon_n}$, ϵ_n - энергия возбуждения n -ного состояния ядра. Такие множители возникают в функции распространения пиона. Учитывая, что обычно $\frac{1}{R} \sim \sqrt{2m\epsilon^*}$, где R - среднее расстояние между нуклонами, ϵ^* - средняя энергия возбуждения, имеем $\alpha R \sim \sqrt{\frac{\mu}{m}}$, $e^{-\alpha_n r} \sim 1 - \sqrt{\frac{\mu}{m}}$.

При высоких энергиях ситуация лучше. Поправки имеют порядок $\frac{\mu}{m}$ и к тому же могут частично компенсировать друг друга /44/. Хуже всего положение при энергиях $(20 + 40)$ Мэв, когда пионы еще медленные, но уже не может быть компенсации, связанной с малостью изосинглетной S -волновой длины. Как будет видно ниже, именно в этой области энергий теория хуже всего согласуется с экспериментом.

в) Считается, что при небольших энергиях амплитуда πN -рассеяния как на энергетической поверхности, так и вне ее дается выражением

$$f = b_0 + b_1 \vec{t} \vec{t} + (c_0 + c_1 \vec{t} \vec{t}) (\vec{k} \vec{k}') \quad (2.4a)$$

где b_0, b_1, c_0, c_1 - константы. Если описываются данные вблизи резонанса, то в величины c_0 и c_1 вводится соответствующая зависимость от энергии. Ниже будет обсуждаться и альтернативный способ описания p -волновой части.

Кроме перечисленных предположений, далее будут вводиться и другие. Они, однако, не носят принципиального характера и ценой усложнения формул от них можно избавиться.

IV.3. Локальный оптический потенциал.

Импульсное приближение для пион-ядерного рассеяния (или приближение однократного рассеяния) отвечает сумме диаграмм рис.5, где суммирование проводится по всем промежуточным состояниям системы (A-I) нуклонов. Если при интегрировании по импульсу в треугольных диаграммах вынести амплитуду пион-нуклонного рассеяния $f(\vec{q})$ за знак интеграла, то для амплитуды пион-ядерного рассеяния с переданным импульсом $\vec{q}$ получим

$$F(\vec{q}) = f(\vec{q}) \rho(\vec{q}), \quad (4.9)$$

причем

$$\rho(\vec{q}) = \int e^{i\vec{q}\vec{r}} \rho(\vec{r}) d^3r \quad (4.10)$$

$\rho(\vec{r})$ - плотность нуклонов. Амплитуды $F(\vec{q})$ и $f(\vec{q})$ определены здесь в лаб. системе, т.е. например $|f(\vec{q})|^2 = (d\sigma_{\pi N}/d\Omega)_{\text{lab}}$

Объявим блок рис.5 потенциалом, т.е. потребуем, чтобы первое борновское приближение по потенциалу совпало с импульсным приближением для рассеяния пиона на ядре. В борновском приближении

$$F(\vec{q}) = -\frac{\mu}{2\pi} \int e^{i\vec{q}\vec{r}} V(\vec{r}) d^3r \quad (4.11)$$

Отсюда

$$V(\vec{r}) = -\frac{2\pi}{\mu} \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{-i\vec{q}\vec{r}} F(\vec{q}) d^3q =$$

$$= -\frac{1}{(2\pi)^3} \mu \int e^{-i\vec{q}\vec{r}} f(\vec{q}) \rho(\vec{q}) d^3q \quad (4.12)$$

Если, как это часто бывает, амплитуда f меняется с переданным импульсом гораздо медленнее импульсного распределения нуклонов в ядре, то можно вынести $f(0)$ за знак интеграла. Тогда

$$V(\vec{r}) = -\frac{2\pi}{\mu} f(0) \rho(\vec{r}) \quad (4.13)$$

Это хорошо известный простой локальный оптический потенциал, пропорциональный плотности нуклонов и амплитуде рассеяния вперед. Он был "получен" здесь из весьма простого требования. Известно, что такой вид потенциала более или менее строго получается в теории многократного рассеяния Ватсона (см. ниже), а при высоких энергиях также в глауберовском приближении.

Заметим, что потенциал (4.12) получился локальным (вообще говоря, зависящим от энергии), или, что то же самое, зависящим в импульсном представлении только от переданного импульса (4.9), т.к. при выводе формулы (4.9) фактически предполагался определенный вид амплитуды πN -рассеяния вне энергетической поверхности. Считалось, что она зависит лишь от энергии начальной частицы и от переданного импульса. В случае, когда остается только S -волновое πN -взаимодействие,

$$f(\vec{q}) = f(0) = b \quad .$$

IV.4. Связь оптического готенциала с рядом многократного рассеяния.

Сейчас наша задача - понять, какое отношение потенциал (4.13) имеет к действительности. Выясним это, рассматривая для примера вторую итерацию по этому потенциалу и проводя сравнение с членом двукратного рассеяния в строгой теории. (Ниже мы ограничиваемся S -волновой частью AN -рассеяния).

Вторая итерация соответствует диаграмме рис.6, где заштрихованный блок отвечает потенциалу. Если пренебречь зависимостью заштрихованного блока от масс, то интегрирование по четвертой компоненте импульса виртуальной частицы сводится к взятию вычета в полюсе, отвечающем обращению в нуль пропагатора, например, нижней частицы. После этого получаем обычную квантовомеханическую формулу

$$F^{(2)}(\vec{k}, \vec{k}') \approx \int \frac{F(\vec{k} - \vec{k}'') F(\vec{k}'' - \vec{k}')}{\vec{k}''^2 - k_0^2 - i\eta} d\vec{k}''$$

$$\sim \int e^{i\vec{k}\vec{r} - i\vec{k}'\vec{r}'} \frac{e^{ik_0|\vec{r} - \vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} V(\vec{r}) V(\vec{r}') d\vec{r} d\vec{r}' \quad (4.14)$$

Рассмотрим член, отвечающий рассеянию сначала на I-ом нулоне, затем на 2-ом:

$$F_{opt}^{(2)}(\vec{k}, \vec{k}') = \frac{\mu}{2\pi} b^2 \int e^{i\vec{k}\vec{r}_1 - i\vec{k}'\vec{r}_2} \frac{e^{ik_0|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \rho(\vec{r}_1) \rho(\vec{r}_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2$$

$$(4.15)$$

Диаграмма двукратного рассеяния рис.7 (подразумевается суммирование по всем состояниям промежуточной ядерной системы

A-2 нуклонов) даст

$$F^{(2)}(\vec{k}, \vec{k}') = \frac{\mu}{2\pi} \theta^2 \int e^{i\vec{k}\vec{z}_1 - i\vec{k}'\vec{z}_2} \frac{e^{i\kappa_0(\vec{z}_1 - \vec{z}_2)}}{|\vec{z}_1 - \vec{z}_2|} \rho(\vec{z}_1, \vec{z}_2) d\vec{z}_1 d\vec{z}_2, \quad (4.16)$$

$$\rho(\vec{z}_1, \vec{z}_2) = \int |\Psi(\vec{z}_1, \vec{z}_2, \dots, \vec{z}_A)|^2 d\vec{z}_3 \dots d\vec{z}_A \quad (4.17)$$

Строгий вывод выражения (4.16) в импульсном представлении проведен в работе /66/. Мы пренебрегли движением центра масс ядра, что, как хорошо известно (см., например, /67/), в случае осцилляторной волновой функции приводит к потере множителя $\exp(q^2 R^2 / 4A)$, q - переданный импульс. При больших A это несущественно.

Как легко видеть, в случае факторизующейся плотности, т.е. при $\rho(\vec{z}_1, \vec{z}_2) = \rho(\vec{z}_1) \rho(\vec{z}_2)$, выражение для $F_{opt}^{(2)}$ совпадает с $F^{(2)}$.

Во избежание недоразумений отметим, что фейнмановская диаграмма рис.8 не соответствует второй итерации потенциала (4.12). Дело в том, что входящие в нее треугольные блоки сильно зависят от массы виртуального ядра 5, и при интегрировании по четвертой компоненте недостаточно ограничиться вычетом в полюсе, отвечающем пропагатору этой частицы, а одновременно нужно прибавлять вычеты в полюсах, отвечающих пропагаторам частиц 2 и 6.

В общем случае оптический потенциал дает выражение, совпадающее с суммой ряда многократного рассеяния, если плотность полностью факторизована, т.е. сделано пренебрежение всеми нуклон-нуклонными корреляциями:

$$|\psi(\vec{z}_1, \dots, \vec{z}_A)|^2 = \rho(\vec{z}_1) \rho(\vec{z}_2) \dots \rho(\vec{z}_A) \quad (4.18)$$

При выводе оптического потенциала в ватсоновской теории многократного рассеяния делается эквивалентное предположение: в квантовомеханических формулах, схожих по структуре с формулами теории возмущений, выбрасывают все промежуточные состояния, кроме основного состояния ядра. Это равносильно (4.18), что можно понять следующим образом: пусть имеется модель полностью независимых частиц, где выполняется (4.18). Тогда пион при соударении с одним из нуклонов не должен переводить его в возбужденное состояние, т.к. затем, столкнувшись с другим нуклоном, он уже не может повлиять на состояние первого. Мы же рассматриваем упругое рассеяние, когда в конце ядро остается невозбужденным.

К обсуждению предположения (4.18) мы еще вернемся несколько позже (см. также /50, 51/).

IV.5. Введение парных корреляций.

Попробуем до известной степени избавиться от предположения (4.18). Введем парную корреляционную функцию $C(\vec{z}_1, \vec{z}_2)$ посредством соотношения

$$\rho(\vec{z}, \vec{z}') = \rho(\vec{z}) \rho(\vec{z}') [1 + C(\vec{z}, \vec{z}')] \quad (4.19)$$

Ее свойства таковы:

$$\begin{aligned} C(\vec{z}, \vec{z}') &= -1 \quad \text{при} \quad |\vec{z} - \vec{z}'| \rightarrow 0 \\ &= 0, \quad \text{если} \quad |\vec{z} - \vec{z}'| \text{ велико,} \\ \int \rho(\vec{z}') C(\vec{z}, \vec{z}') d\vec{z}' &= -1 \end{aligned} \quad (4.20)$$

Тогда

$$F^{(2)} - F_{opt}^{(2)} = \frac{\mu}{2\pi} b^2 \int C(\vec{z}, \vec{z}') \rho(\vec{z}) \rho(\vec{z}') e^{i\vec{k}\vec{z} - i\vec{k}'\vec{z}'} \times \frac{e^{iK_0|\vec{z} - \vec{z}'|}}{|\vec{z} - \vec{z}'|} d\vec{z} d\vec{z}' \quad (4.21)$$

Можно ввести соответствующую добавку $V^{(2)}$ к оптическому потенциалу (вообще говоря, нелокальную), отождествив (4.21) с $-\frac{2\pi}{\mu} V^{(2)}(\vec{k}, \vec{k}')$. Совершив фурье-преобразование, получим

$$V^{(2)}\psi(\vec{z}) = -\frac{2\pi}{\mu} b^2 \rho(\vec{z}) \int C(\vec{z}, \vec{z}') \rho(\vec{z}') \frac{e^{iK_0|\vec{z} - \vec{z}'|}}{|\vec{z} - \vec{z}'|} \psi(\vec{z}') d\vec{z}' \quad (4.22)$$

В длинноволновом пределе, когда $\psi(\vec{z})$ мало меняется на длине корреляций, можно вынести $\psi(\vec{z}')$ в точке $\vec{z}' = \vec{z}$ за знак интеграла. Тогда $V^{(2)}$ становится локальным потенциалом:

$$V^{(2)}(\vec{z}) = \frac{2\pi}{\mu} b^2 \rho(\vec{z}) \left\langle \frac{1}{z} \right\rangle_{corr} \quad (4.23)$$

Это на самом деле второй член в разложении по степеням в выражении, которое получилось бы при учете парных корреляций во всех кратностях рассеяния (но корреляции тройные, четверные и т.д. не учитываются):

$$V = -\frac{2\pi}{\mu} \rho(\vec{z}) \frac{b}{1 + b \left\langle \frac{1}{z} \right\rangle_{corr}} \quad (4.24)$$

Физический смысл соответствующей поправки весьма прост, и сводится к отличию пионного поля, действующего на данное ядро (ψ^{eff}) от среднего поля ψ

$$\varphi^{\text{eff}} = \frac{1}{1 + b \langle \frac{1}{z} \rangle_{\text{corr}}} \varphi \quad (4.25)$$

(См. ниже). Для ядер с нулевым изоспином, учитывая изотопику в πN -взаимодействии, с точностью до 2-го порядка получим

$$V = -\frac{2\pi}{\mu} \rho(\vec{r}) [b_0 - (2b_0^2 + b_1^2) \langle \frac{1}{z} \rangle_{\text{corr}}] \quad (4.26)$$

Вследствие малости величины b_0 добавка с $\langle \frac{1}{z} \rangle_{\text{corr}}$ оказывается существенной.

Корреляции, описываемые функцией $C(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ обязаны трем причинам:

- а) движению ядра как целого; об этом уже упоминалось;
- б) антисимметризации волновой функции (учет принципа Паули).

В бесконечной ферми-системе $C(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = C(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$, причем

$$\begin{aligned} C(z) &= -\frac{9\pi}{2} \frac{1}{(K_F z)^3} [J_{3/2}(K_F z)]^2 = \\ &= -9 \left\{ \frac{\sin K_F z - K_F z \cos K_F z}{K_F^3 z^3} \right\}^2 \end{aligned} \quad (4.27)$$

K_F - фермиевский импульс. Соответственно $\langle \frac{1}{z} \rangle_{\text{corr}} = \frac{3}{2\pi} K_F \approx 0,6 \text{ фм}^{-1}$. Оценки $C(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ в легких ядрах с использованием осцилляторного базиса [51] приводят к примерно такой же величине $\langle \frac{1}{z} \rangle_{\text{corr}}$.

в) динамические корреляции. О них известно очень мало. Все попытки численно оценить их эффект (правда, для рассеяния при высоких энергиях) феноменологически или с помощью уравнения Бете-Голдстоуна приводили только к малым поправкам.

IV.6. Уравнения многократного рассеяния.

Выражение (4.24) проще всего получить, исходя из уравнений многократного рассеяния в координатном представлении [1, 2, 54]. Пусть имеется система неподвижных рассеивателей, причем амплитуда рассеяния волны с импульсом K равна $f_K(\vec{z}, \vec{z}')$ (это фурье-преобразование амплитуды $f(\vec{k}, \vec{k}')$), описывающей в общем случае нелокальный рассеиватель). По распределению рассеивателей затем проводится усреднение. Рассеянная волна имеет вид

$$\varphi(\vec{z}) = e^{i\vec{k}\vec{z}} + \int \rho(\vec{z}_1) d\vec{z}_1 \iint \frac{e^{i\vec{k}(\vec{z}-\vec{z}')}}{|\vec{z}-\vec{z}'|} f_K(\vec{z}-\vec{z}_1; \vec{z}''-\vec{z}_1) \varphi_{\vec{z}_1}(\vec{z}'') d\vec{z}' d\vec{z}'' \quad (4.28)$$

Здесь $\varphi_{\vec{z}_1}$ - волна, падающая на рассеиватель, находящийся в точке $\vec{z}_1$. Для нее можно написать уравнение

$$\begin{aligned} \varphi_{\vec{z}_1}(\vec{z}) = & e^{i\vec{k}\vec{z}} + \int \rho(\vec{z}_2) [1 + C(\vec{z}_1, \vec{z}_2)] d\vec{z}_2 \times \\ & \times \iint \frac{e^{i\vec{k}(\vec{z}-\vec{z}')}}{|\vec{z}-\vec{z}'|} f_K(\vec{z}-\vec{z}_2; \vec{z}''-\vec{z}_2) \varphi_{\vec{z}_2, \vec{z}_1}(\vec{z}'') d\vec{z}' d\vec{z}'' \end{aligned} \quad (4.29)$$

где $\varphi_{\vec{z}_2, \vec{z}_1}$ - волна, падающая на рассеиватель, расположенный в точке $\vec{z}_2$ при условии, что в точке $\vec{z}_1$ находится другой рассеиватель. Цепочку уравнений можно было бы продолжить. В уравнение для $\varphi_{\vec{z}_2, \vec{z}_1}$ вошла бы тройная корреляционная функция и т.д. Для практического решения цепочку необходимо где-то оборвать. Если считать $\varphi_{\vec{z}_1}(\vec{z}) \approx e^{i\vec{k}\vec{z}}$, получится импульсное приближение. Если считать $\varphi_{\vec{z}_1}(\vec{z}) = \varphi(\vec{z})$, приходим к простому оптическому потенциалу. Следующее приближение состоит в

замене

$$\varphi(\vec{z}_2; \vec{z}_1 | \vec{z}) \simeq \varphi_{\vec{z}_1}(\vec{z}) = \varphi^{eff}(\vec{z}) \quad (4.30)$$

В случае S -волнового рассеяния $f_K(\vec{z}'-\vec{z}, \vec{z}''-\vec{z}) =$
 $= b \delta(\vec{z}'-\vec{z}) \delta(\vec{z}''-\vec{z})$ и уравнения (4.28), (4.29) с учетом
 (4.30) принимают вид

$$\varphi(\vec{z}) = e^{i\vec{k}\vec{z}} + \int \frac{e^{i\vec{k}(\vec{z}-\vec{z}_1)}}{|\vec{z}-\vec{z}_1|} b \rho(\vec{z}_1) \varphi^{eff}(\vec{z}_1) d\vec{z}_1 \quad (4.31)$$

$$\varphi^{eff}(\vec{z}_1) = \varphi(\vec{z}_1) + \int \frac{e^{i\vec{k}(\vec{z}_1-\vec{z}_2)}}{|\vec{z}_1-\vec{z}_2|} \rho(\vec{z}_2) C(\vec{z}_1, \vec{z}_2) b \varphi^{eff}(\vec{z}_2) d\vec{z}_2 \quad (4.32)$$

Из (4.31) получим

$$(\vec{\nabla}^2 + k^2) \varphi = -4\pi b \rho(\vec{z}) \varphi^{eff}(\vec{z}) \quad (4.33)$$

а из (4.32) в длинноволновом пределе

$$\varphi^{eff} = \varphi - b \langle \frac{1}{z} \rangle_{corr} \varphi^{eff} \quad (4.34)$$

Отсюда следует (4.25). Вспоминая, что $(\vec{\nabla}^2 + k^2) \varphi = 2mV \varphi$,
 получаем для потенциала формулу (4.24).

IV.7. Нелокальный потенциал.

Если учитывать p -волновую часть πN -рассеяния, то
 при малых энергиях получить локальный оптический потенциал,
 пропорциональный ядерной плотности, не удастся. Теперь нельзя
 вынести $f(0)$ за знак интеграла (4.12), т.к.

$$f = c \vec{k} \vec{k}' = \quad (4.35)$$

$$= c(2\mu E - \frac{1}{2} q^2) \quad (4.36)$$

сильно зависит от переданного импульса. Обе формы (4.35) и (4.36) на энергетической поверхности эквивалентны. (Более того, можно придумать много других представлений, эквивалентных им на энергетической поверхности). Ситуация меняется при сходе с нее. Если воспользоваться видом (4.36), то из (4.12) получится локальный потенциал, но более сложный, чем (4.13):

$$V(\vec{r}) = -\frac{2\pi}{\mu} c \left[2\mu E \rho(\vec{r}) + \frac{1}{2} \nabla^2 \rho(\vec{r}) \right] \quad (4.37)$$

Если же исходить из формулы (4.35), то приходим к нелокальному потенциалу [52]. Поступаем так же, как в разделе IV.3. Диаграмма рис. 5 дает

$$F(\vec{k}, \vec{k}') = c(\vec{k} \vec{k}') \rho(\vec{k} - \vec{k}') \quad (4.38)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} (V\psi)(\vec{r}) &= \int V(\vec{r}, \vec{r}') \psi(\vec{r}') d\vec{r}' = \\ &= -\frac{2\pi}{\mu} \int d\vec{r}' \psi(\vec{r}') \frac{1}{(2\pi)^6} \int e^{-i\vec{k}\vec{r} + i\vec{k}'\vec{r}'} F(\vec{k}, \vec{k}') d\vec{k} d\vec{k}' = \\ &= -\frac{2\pi}{\mu} \frac{c}{(2\pi)^6} \int d\vec{r}' d\vec{r}'' d\vec{k} d\vec{k}' (\vec{\nabla}_{\vec{r}} e^{-i\vec{k}(\vec{r}' - \vec{r}'')}) \cdot \\ &\quad \times (\vec{\nabla}_{\vec{r}'} e^{i\vec{k}'(\vec{r}' - \vec{r}'')}) \psi(\vec{r}') \rho(\vec{r}'') = \\ &= -\frac{2\pi}{\mu} c \vec{\nabla}_{\vec{r}} (\rho \vec{\nabla}_{\vec{r}} \psi(\vec{r})) \end{aligned} \quad (4.39)$$

Запишем это символически как

$$V = \frac{2\pi}{\mu} c \vec{\nabla} (\rho \vec{\nabla}). \quad (4.40)$$

Это выражение можно получить и из уравнений (4.28), (4.29), полагая $\varphi_{\vec{z}_i}(\vec{z}) = \varphi(\vec{z})$ и учитывая, что волна, рассеянная на ρ -волновом центре, расположенном в точке $\vec{z}_i$, имеет вид

$$-c \left(\vec{\nabla} \frac{e^{ik|\vec{z}-\vec{z}_i|}}{|\vec{z}-\vec{z}_i|} \right) \vec{E}^{eff}(\vec{z}_i), \quad (4.41)$$

где $\vec{E}^{eff} = \vec{\nabla} \varphi^{eff}$

Тогда с учетом и S -волны

$$\begin{aligned} \varphi(\vec{z}) &= e^{ik\vec{z}} + \int \frac{e^{ik|\vec{z}-\vec{z}_i|}}{|\vec{z}-\vec{z}_i|} b\rho(\vec{z}_i) \varphi^{eff}(\vec{z}_i) d\vec{z}_i - \\ &- \int \left(\vec{\nabla} \frac{e^{ik|\vec{z}-\vec{z}_i|}}{|\vec{z}-\vec{z}_i|} \right) c\rho(\vec{z}_i) \vec{E}^{eff}(\vec{z}_i) d\vec{z}_i = \quad (4.42) \\ &= e^{ik\vec{z}} + \int \frac{e^{ik|\vec{z}-\vec{z}_i|}}{|\vec{z}-\vec{z}_i|} [b\rho\varphi^{eff} - c(\vec{\nabla}_{\vec{z}_i} \rho \vec{E}^{eff}(\vec{z}_i))] d\vec{z}_i \end{aligned}$$

Соответственно

$$(\vec{\nabla}^2 + k^2)\varphi = -4\pi(b\rho\varphi^{eff} - c\vec{\nabla}(\rho\vec{\nabla}\varphi^{eff})) \quad (4.43)$$

Если считать $\varphi^{eff} = \varphi$, то

$$V = -\frac{2\pi}{\mu} [b\rho - \vec{\nabla}(c\rho\vec{\nabla})] \quad (4.44)$$

Интересно отметить, что сдвиги уровня мезоатома в теории возмущений

$$\mathcal{E} = \int \psi_c^* V \psi_c d^3z \quad (4.45)$$

(ψ_c - кулоновская функция), даваемые потенциалами (4.44) и (4.37), весьма похожи друг на друга. С потенциалом Кисслингера (4.44)

$$\mathcal{E}_K = -\frac{2\pi}{\mu} \int [v\rho \psi_c^* \psi_c + c\rho (\vec{\nabla} \psi_c^*)(\vec{\nabla} \psi_c)] d^3z, \quad (4.46)$$

а с локальным потенциалом (4.37)

$$\mathcal{E}_{\text{лок}} = -\frac{2\pi}{\mu} \int [(v\rho + 2\rho\mu V_c) \psi_c^* \psi_c + c\rho (\vec{\nabla} \psi_c^*)(\vec{\nabla} \psi_c)] d^3z \quad (4.47)$$

V_c - кулоновский потенциал. Таким образом, как бы происходит просто перенормировка константы "в", причем численно эффект невелик. Положение, однако, такое простое лишь в теории возмущений. Вопрос о том, необходимо ли для объяснения существующих экспериментальных данных вводить нелокальный потенциал, нельзя считать до конца выясненным /5/.

IV.8. Эффект Лоренц-Лорентца для р-волнового рассеяния.

Учет нуклон-нуклонных корреляций в случае p -волнового рассеяния приводит к перенормировке константы C за счет эффекта, аналогичного эффекту Лоренц-Лорентца в макроскопической электродинамике. Суть эффекта в том, что поле, действующее на данную молекулу, отлично от среднего макроскопического поля

(действие антикорреляций).

Если оставить в уравнениях (4.42) и (4.43) только р-волновую часть, они становятся аналогичными уравнениям для распространения электромагнитной волны через среду, причем $\vec{\nabla} \varphi$ соответствует электрическому полю, а $C \rightarrow -\gamma$, γ - поляризуемость молекулы. Мы знаем закон, по которому перенормируется γ [68]:

$$\gamma \rightarrow \gamma / (1 - \frac{4\pi}{3} \gamma \rho) \quad (4.41)$$

Соответственно перенормируется C , что эквивалентно

$$\vec{E}^{eff} = \frac{1}{1 + \frac{4\pi}{3} C \rho(\vec{r})} \vec{E} = \frac{1}{1 + \frac{4\pi}{3} C \rho(\vec{r})} \vec{\nabla} \varphi, \quad (4.42)$$

и

$$V(\vec{r}) = \frac{2\pi}{\mu} \vec{\nabla} \left(\frac{C \rho(\vec{r})}{1 + \frac{4\pi}{3} C \rho(\vec{r})} \vec{\nabla} \right) \quad (4.43)$$

Уравнение (4.42) получается в длинноволновом пределе, когда длина волны пиона внутри ядра много больше радиуса антикорреляций (~ 1 фм), так что можно считать $\vec{E}(\vec{r})$ константой в интересующей нас области.

Обсуждаемый эффект (точнее второй член разложения (4.43) по степеням C) можно получить, рассматривая, как в IV.5, разность диаграммы рис.7 и второй итерации потенциала (4.40). При этом существенно, что $C(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ отлична от нуля. Если можно считать, что расстояние, на котором $C(\vec{r})$ возрастает от

-1 до 0, много меньше других характерных расстояний (длины волны пиона и длины, на которой заметно меняется ядерная плотность), то важны лишь свойства (4.20), а явный вид функции $C(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ не входит.

Оценим величину поправки в знаменателе формулы (4.43).

Т.к. $C \sim 0,2 \mu^{-3}$, а в центре ядра $\rho \sim A / \frac{4\pi}{3} A r_0^3$, то

$$\frac{4\pi}{3} C \rho \sim 0,2 \frac{1}{(\mu r_0)^3} \sim (0,4 \div 0,5) \quad (4.44)$$

Это в центре ядра. Реально градиентный член в потенциале работает на границе ядра, где плотность, а соответственно и величина (4.44), гораздо меньше.

IV.9. Влияние поглощения пионов на оптический потенциал

Мнимая часть оптического потенциала при низких энергиях определяется в основном многонуклонным захватом пионов.^{*)}

Удовлетворительной теории, которая давала бы полную вероятность поглощения пиона, сейчас нет. Мы очень коротко остановимся на том, как учитывается захват в оптическом потенциале, используемом в большинстве работ по анализу π -мезоатомных данных [1, 2, 53, 54, 4].

Считаем, что основной вклад дается двухнуклонным механизмом поглощения. Запишем вероятность захвата на дейтроне как

$$\Lambda = \beta |\varphi(0)|^2 \quad (4.45)$$

*) При энергиях несколько десятков Мэв и выше положение меняется. Там мнимая часть оптического потенциала обязана в основном мнимой части амплитуды πN -рассеяния.

где $\psi(0)$ - значение "long-range" части волновой функции дейтрона в нуле, β - феноменологическая константа, учитывающая нуклон-нуклонные корреляции. Затем считаем, что эти корреляции такие же и в ядрах, и выражение для вероятности захвата на $n\rho$ -паре в ядре имеет также вид (4.45), но теперь ψ - функция относительного движения двух нуклонов. Далее предполагаем, что двухнуклонные пары как бы образуют отдельный вид рассеивателей с плотностью $\tilde{\rho}(\vec{r})$, причем комбинация, требующаяся для описания мнимой части соответствующего члена, выражается через плотность $\rho(\vec{r})$ (считаем $\rho_n = \rho_p = \frac{1}{2} \rho$):

$$\beta |\psi(0)|^2 \tilde{\rho}(\vec{r}) \rightarrow \beta \frac{3}{4} \rho_n(\vec{r}) \rho_p(\vec{r}) = \beta \frac{3}{16} \rho^2(\vec{r}) \quad (4.46)$$

Множитель $3/4$ появился при пересчете спиновых состояний: три состояния из четырех - триплетные. Константы β для S и ρ -волнового захвата определяются из реакций $\pi^+ + d \rightarrow 2p$ и $N + N \rightarrow N + N + \pi$ [6]. Имеется очень много вопросов к такой процедуре (правильный учет корреляций, многонуклонные механизмы захвата и т.п.). В дальнейшем важно то, что мнимая часть оптического потенциала считается пропорциональной не $\rho(\vec{r})$, а $\rho^2(\vec{r})$. Не приходится удивляться расхождению экспериментальных и "теоретических" значений констант при этом члене для S' -волнового поглощения (см. ниже). Скорее удивительно то, что оно не такое большое (два раза), а для ρ -волнового поглощения расхождение отсутствует.

Наконец, выпишем полный вид оптического потенциала, который используется при подгонке данных по сдвигам и ширинам уровней пионных атомов:

$$V = -\frac{2\pi}{\mu} \{ b_0 \rho(\vec{r}) + b_1 [\rho_n(\vec{r}) - \rho_p(\vec{r})] + i \cdot \text{Im } b_0 \cdot \rho^2(\vec{r}) + \\ + \vec{\nabla} \frac{1}{f} (c_0 \rho(\vec{r}) + c_1 [\rho_n(\vec{r}) - \rho_p(\vec{r})] + i \cdot \text{Im } c_0 \cdot \rho^2(\vec{r})) \vec{\nabla} \} \quad (4.47)$$

где

$$f = 1 + \zeta \cdot \frac{4\pi}{3} \{ c_0 \rho(\vec{r}) + c_1 [\rho_n(\vec{r}) - \rho_p(\vec{r})] + i \cdot \text{Im } c_0 \cdot \rho^2(\vec{r}) \}, \quad (4.48)$$

ζ - некоторый параметр, вводимый руками. $\zeta = 0$ соответствует отсутствию эффекта Лоренц-Лорентца, $\zeta = 1$ - наличию такого эффекта при короткодействующих антикорреляциях.

У. Экспериментальный материал по пионным атомам и рассеянию пионов ядрами (сравнение с теорией)

У.1. Пионные атомы.

Кулоновские уровни энергии для уравнения Клейна-Гордона в случае точечного ядра имеют вид

$$E_{nc} = -\frac{\mu c^2}{2} \left(\frac{\alpha Z}{n} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{\alpha Z}{n} \right)^2 \left(\frac{n}{e + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4} \right) - \dots \right] \quad (5.1)$$

где опущены члены порядка $(\alpha Z)^6$ и выше (α - постоянная тонкой структуры). Для вычисления электромагнитных уровней нужно учесть поправки на конечность размеров ядра, поляризацию вакуума и экранирование поля ядра электронами ^{/4/}. Нас интересует разность экспериментальных величин энергий переходов и электромагнитных, которая возникает за счет сильного пион-ядерного

взаимодействия.

Известно, что заселяются преимущественно круговые орбиты мезоатомов ($\ell = n-1$). Сейчас имеются данные по сдвигам уровней и ширинам $2p-1s$ переходом от He^4 до Mg^{24} , $3d-2p$ переходов от Al^{27} до Zn^{64} , $4f-3d$ переходов от Ce^{90} до Pr^{141} и $5g-4f$ переходов от Ta^{181} до U^{238} .

Ширины уровней известны для большего числа переходов, т.к. могут определяться не только по ширинам, но и по интенсивностям линий. Характерный масштаб величин: для перехода $2p-1s$ в Na^{23} $E = 276,2 \pm 1,0$ кэв; $\mathcal{E} = -64,7 \pm 1,0$ кэв; $\Gamma = 10,3 \pm 4,0$ кэв. Для перехода $3d-2p$ в Al^{27} $E = 87,40 \pm 10$ кэв; $\mathcal{E} = 0,20 \pm 0,10$ кэв; $\Gamma = 0,36 \pm 0,15$ кэв.

Возможности эксперимента таковы: в районе энергий ~ 200 кэв разрешение по энергии 10^{-2} , т.е. 2 кэв. На самом деле, если имеется большая статистика, положение максимума линии определяется еще на два порядка лучше, т.е. с точностью 20 эв. Ширины $\Gamma \gtrsim 100$ эв могут определяться по уширению экспериментальных δ -линий, а ширины от 10^{-1} до 10 эв определяются из соотношения интенсивностей различных линий.

В разделе IV.I мы видели, что большая часть сильной зависимости сдвигов и ширин от Z имеет тривиальную природу (4.7). Поэтому в дальнейшем на ряде рисунков эти величины будут отложены в "приведенной" шкале, где фактически просто выделена эта тривиальная зависимость.

Экспериментальные данные будут сравниваться с "теоретическими" результатами, полученными путем решения уравнения (4.8) с потенциалом Кисслингера-Эриксона (4.47) ^{154,4/}. Параметры $b_0, b_1, Im b_0, c_0, c_1, Im c_0$ считаются при этом подгоночными. Их подгонка проводилась по

переходам $2p-1s$ и $3d-2p$, а затем с полученными параметрами смотрелись переходы $4f-3d$ и $5g-4f$. Параметр ζ обычно кладется равным 1. Подгонка, в которой ζ считался варьирующимся параметром, дала $\zeta = 0,99$ ^{/56/}.

Отметим универсальность параметров по всей периодической системе. Процедура подгонки параметров облегчалась тем, что к каждому из них оказывалась чувствительной лишь одна экспериментальная величина. Картина качественно такая же, как в теории возмущений. Например, сдвиги уровней $2p$ в основном чувствительны к C_0 , а ширины - к $Im C_0$ *)

Уравнение Клейна-Гордона с нелокальным потенциалом (4.47) путем некоторой подстановки ^{/54/} сводится к уравнению с эквивалентным локальным потенциалом. На рис.9 показан вид этого потенциала для ядра Ca^{40} . На рис.10 приведены волновые функции пиона в $1s$ -состоянии мезоатома кислорода и в $2p$ -состоянии мезоатома кальция. Хорошо видно, что на малых расстояниях они сильно искажаются действительной частью сильновзаимодействующего потенциала и слабо зависят от мнимой части потенциала.

На рис. 11-17 изображены сдвиги и ширины различных уровней в функции от A (на рис. 12,14,16 в приведенном масштабе). С помощью шести параметров удается хорошо описать экспериментальные данные. Хуже остальных величин подгоняются ширины $1s$ -уровней. Обратим внимание на пунктирную кривую рис.16. Теория предсказывает, что эффективное взаимодействие в $2p$ -состоянии должно менять знак при Z^2 в районе 36 и становиться

*) Так дело обстоит только в пионных атомах. В случае каонных атомов положение резко меняется ^{/56,69,70/}.

отталкивательным. Причиной является то, что при большом радиусе ядра пион, находящийся в P -состоянии относительно центра ядра, может с заметной вероятностью быть в S -состоянии относительно отдельных нуклонов. При достаточно большом Z S -взаимодействие становится преобладающим.

Значение параметров, при которых достигается наилучшая подгонка экспериментальных данных, приведены в таблице в столбце "Экспер". Они сравниваются с оценками, полученными из теоретического подхода, описанного в разделе IV. b_0 - изосинглетная длина πN -рассеяния. Везде, кроме параметра S -волнового поглощения $Im B_0$, согласие достаточно хорошее.

Параметр	Единица измерения	Экспер.	Теоретич.
b_0	μ^{-1}	-0,030	-0,025 + b_0
b_1	μ^{-1}	-0,08	-0,09
c_0	μ^{-3}	0,22	0,12
c_1	μ^{-3}	0,18	0,18
$Im B_0$	μ^{-4}	0,040	0,017
$Im C_0$	μ^{-6}	0,08	0,07

У. Упругое рассеяние при низких энергиях

Наиболее подробный анализ экспериментальных данных по рассеянию проведен с использованием потенциала Кисслингера /59,60/. Брался простейший вариант этого потенциала (4.44), т.е. делалось пренебрежение нуклон-нуклонными корреляциями, много-нуклонным захватом, эффектом Лоренц-Лорентца и т.д. Точность пренебрежения отдачей нуклонов и их перерассеянием при достаточно больших энергиях имеет порядок σ_N/σ_π , как это отмечалось в разделе III. Точность остальных допущений оценить трудно.

Мы уже обсуждали в разделе IV.6 причины, по которым в той области, где существенно ρ -волновое рассеяние, плох простой оптический потенциал (4.18). Расчеты с ним действительно как будет видно из последующих рисунков, не передают экспериментальную картину. Вычисления с усложненным локальным оптическим потенциалом (4.37) проводились только в одной работе /71/ (точнее там были весьма близкие к этому вычисления) и результаты оказываются гораздо ближе к эксперименту.

На рис.18-22 проведено сравнение экспериментальных данных с теорией. В подписях к рис. 18-21 b_0 и b_1 обозначают S -волновый и ρ -волновый параметр (не путать с обозначениями раздела I!). Они связаны с введенными ранее величинами простыми кинематическими множителями. Потенциал в работах /59,60/ имел следующий вид

$$U = -b_0 \rho_0^2 \rho + b_1 \vec{\nabla}(\rho \vec{\nabla}), \quad (5.2)$$

если ρ - плотность, нормированная на полное число нуклонов, ρ_0 - импульс пиона в лаб.системе; b_0 и b_1 могут быть выражены через амплитуду πN -рассеяния

$$b_e = \frac{4\pi}{\rho_0^3} \left(\frac{\mu^2 + m^2 + 2E\mu}{m^2} \right) [K f^{(0)}]_{c.c.}, \quad (5.3)$$

где E - полная энергия пиона в лаб.системе, K - импульс в с.ц.и. Для энергии 120 Мэв значения параметров таковы: теоретические значения $b_0 = -0,95 + i \cdot 10,40$; $b_1 = 8,13 + i \cdot 5,59$ (все в фм³). Теоретические значения, усредненные с учетом фермиевского движения нуклонов $b_0 = -0,87 + i \cdot 0,42$;

$b_1 = 7,34 + i \cdot 7,15$. Кривые слабо чувствительны к параметру b_0 . Поэтому подгонялся только b_1 . Наилучшее согласие

кривой с экспериментом получается при $b_1 = 9,24 + i \cdot 3,14$. Как видно из рис. 18, "теоретические" и подгоночные значения параметров для πHe^4 -рассеяния (при 48 Мэв и 66 Мэв) весьма сильно отличаются. Плохо подгоняются экспериментальные точки при малых энергиях для πC^{12} (рис. 20). Ситуация гораздо лучше для πC^{12} рассеяния при энергиях 70-90 Мэв и рассеяния на O^{16} , Ar , Ca вблизи 80 Мэв.

В работах /62/ проводился расчет пион-ядерного рассеяния также с потенциалом Кисслингера, но без предположения $A \gg 1$ и с учетом движения центра масс ядра. Во всех случаях, кроме гелия, отличие от старых расчетов невелико.

VI. Захват пионов легкими ядрами ^{ж)}

Как показывают энергетические спектры и угловые корреляции частиц, образующихся при поглощении медленных π^- -мезонов, мы имеем дело с прямым процессом, в котором участвует небольшое число нуклонов.

Однонуклонный захват медленного π^- -мезона маловероятен (см. Введение). Следующий по сложности механизм захвата - двухнуклонный /38,72/. В большинстве теоретических работ использовался именно этот механизм захвата (см. обзоры /3,73/). На языке фейнмановских диаграмм ему (в простейшем варианте, с плоскими волнами) отвечают графики рис. 23. Действительно, двухнуклонный захват вносит значительный вклад, по крайней мере в области малых переданных остаточному ядру импульсов. Такая область для реакции (π^-, nn) отвечает углу разлета двух

^{ж)} В связи с ограниченностью объема лекций здесь будет рассмотрен лишь один вопрос (да и то очень кратко) - о механизме захвата покоящихся π^- -мезонов.

нейтронов, близкому к 180° . Экспериментальное исследование реакции $Li(\pi^-, nn)$ убедительно показало резкую корреляцию двух нейтронов вблизи 180° ^{/74/}. Столь же острый максимум наблюдается в реакции $C^{12}(\pi^-, np)B^{10}$ ^{/75/}, что видно из рис. 25. Несколько нижних кривых – расчеты по различным вариантам модели двухнуклонного поглощения. Верхняя кривая – частичный захват. Экспериментальная картина может быть объяснена либо захватом на дейтроне с последующей перезарядкой одного из нейтронов, либо захватом на бипротонной паре. В последнем случае также возникает резкая корреляция ^{/76/}.

До недавнего времени не удавалось наблюдать пика в спектре нуклонов при энергии $\sim (50-60)$ Мэв, который должен иметь место, если происходит захват на двух нуклонах ^{/77/}. Однако в последней работе ^{/75/} было показано, что этот пик наблюдается, если рассматривать только такие события в реакции $C^{12}(\pi^-, np)B^{10}$, которые отвечают образованию основного состояния ядра B^{10} .

Вместе с тем могут вносить большой вклад и многонуклонные механизмы захвата, например α -частичный (рис. 24). Сравнительно давно ^{/78/} было обнаружено, что при поглощении медленных пионов легкими ядрами фотоэмульсии образуется много дейтронов и ядер трития. На рис. 26 показаны относительные выходы p , d и t , измеренные недавно с помощью электроники ^{/79/}. На легких ядрах в районе C^{12} относительные выходы изотопов водорода примерно такие же, как при захвате на He^4 . Спектры p , d и t , полученные в ^{/78/}, также согласовывались с α -частичной моделью ^{/77/}.

Теоретически α -частичная модель захвата была предложена в работе ^{/81/}, и детально разрабатывалась в работах ^{/77, 82, 76/}. В работе ^{/76/} показано, что качественно все имеющиеся данные

по угловым корреляциям, спектрам и абсолютным вероятностям захвата объясняются, если учесть как двухнуклонный, так и α -частичный механизмы. Конечно, надо помнить, что сравнение глобальных характеристик с расчетами по диаграммам рис.23 и 24 является весьма грубым, т.к. эти диаграммы выделены только в области малых переданных (соответствующим остаточным ядрам) импульсов.

Эксперименты, которые позволяют проводить количественное сравнение с α -частичной моделью, начали выполняться лишь недавно /79,83/ (1971г.). На рис.27 показан спектр ядер трития, образующихся при захвате π^- на углероде /79/. Теоретические кривые из работы /77/. Пунктирная кривая - фазовый объем. Сплошная и штрих пунктирная кривые - расчеты по диаграмме рис. 24 без учета и с учетом ядерного формфактора. Спектр дейтронов, полученный в /79/, также неплохо согласуется с α -частичным.

Рис.28 содержит спектры протонов, дейтронов и ядер трития, которые получены в другой работе /83/. Заряженные частицы регистрировались по совпадению с нейтронами при захвате π^- на углероде. Пунктирные кривые - расчет по α -частичной модели /77/. На рис.29 приведена угловая корреляция (n,t) и (n,d) пар, полученная в /83/. Снова теоретические кривые, взятые из работы /82/, рассчитаны по α -частичной модели. Картина (n,d) корреляции наводит на мысль о вкладе диаграммы с передачей He^3 .

Наконец, на рис.30 показана еще одна весьма интересная величина, полученная в работе /83/ - спектр возбуждения остаточных ядер из реакций $C^{12}(\pi, nt)$, $C^{12}(\pi, nd)$ и $C^{12}(\pi, np)$ для событий с углом разлета от 170° до 180° . Если в спектре ядер трития наблюдается четкий максимум, соот-

ветствующий основному состоянию ядра Be^8 , то в спектрах дейтронов и протонов такого нет. Это снова указывает на значительный вклад многонуклонного захвата. Например, α -частичный механизм имитирует широкий спектр возбуждений, если регистрировать пары нуклонов /84/.

Здесь требуется дальнейшая теоретическая и экспериментальная работа. Теоретически пока плохо исследован вопрос о роли перераспределения частиц после процесса захвата пиона (и вообще о роли вторичных процессов). Важным вопросом является следующий: происходит ли захват виртуальным дейтроном, α -частицей и другой виртуально испущенной ядром группой нуклонов (реакция описывается соответствующей полюсной диаграммой или простейшими диаграммами, учитывающими взаимодействие вторичных частиц), либо в процессе захвата имеет место динамическая корреляция нуклонов. Под последней понимается корреляция, возникающая в ходе реакции типа $N+N \rightarrow N+N+\pi$ и т.п. (см. также диаграмму рис.236).

Экспериментально для исследования α -частичного механизма захвата особенно ценно дальнейшее изучение реакции $(\pi^-, t\eta)$, а также реакции $(\pi^+, He^3 p)$ при небольших энергиях. При захвате пионов на лету появляется дополнительная возможность проверки механизма: можно построить распределение по углу Треймана-Янга /85/. Более подробно желательные эксперименты обсуждаются в обзоре /86/.

При исследованиях, проводимых с большой точностью, нужно будет учитывать, конечно, то обстоятельство, что пионы захватываются с различных орбит мезоатома, и это влияет на характеристики процесса.

УП. Открытые вопросы и проблемы

По ходу лекций уже был указан ряд вопросов и задач, ожидающих своего решения. Сейчас будет перечислен еще ряд открытых проблем.

1. В разделе IУ было показано, что исходные предположения, заложенные в теоретическом подходе, приводящем к потенциалу Кисслингера-Эрикоона, не позволяют надеяться на высокую точность. Тем не менее теория очень хорошо описывает сдвиги и ширины нескольких десятков уровней пионных атомов. Хотелось бы понять, случайно ли это. Вопрос упирается в построение более последовательной теории пион-ядерного рассеяния, учитывающей нуклон-нуклонные корреляции и нестатичность нуклонов.

Один из путей - перенос методов, развитых в разделе III для πd -рассеяния. В самом πd -рассеянии остаются вопросы учета абсорбтивных эффектов и роли диаграмм с перерассеянием нуклонов в процессах с большой передачей импульса.

2. Плохо исследовано рассеяние пионов при низких энергиях. Интересно также рассеяние пионов на ядрах в резонансном районе энергий. Первый вопрос здесь - соотношение наблюдаемых сечений и теоретических. Останется ли место для "изоядер"? Второй вопрос - природа смещения максимума в сечении, которая сейчас выяснена не до конца: оказалось, что полное сечение рассеяния π^- на C^{12} имеет максимум при более низкой энергии налетающего пиона в л.с., чем сечение πp -рассеяния /64/.

3. Экспериментальной проблемой в изучении пионных атомов остается измерение сдвигов и ширин протонного и дейтронного мезоатома (речь идет о регистрации сдвига ~ 7 эв при энергии перехода 2,5 кэв), а также повышение энергетического разрешения и увеличение числа изученных переходов. Это позволит,

во-первых, более тщательно сравниваться с теорией, и, во-вторых, улучшить точность в массе Λ^- -мезона.

Здесь возможен интересный выход в физику элементарных частиц, связанный с измерением поляризуемости пиона (а также других адронов). На пион, находящийся на атомной орбите, действует сильное электрическое поле. В ядрах с большим Z на расстояниях ~ 20 фм поле может достигать величины $2 \cdot 10^{18}$ в/см, т.е. перепад потенциала на комптоновской длине волны пиона составляет ~ 300 кэв. Это дает возможность изучения поляризуемости пиона, у которого может появиться наведенный дипольный момент $\vec{d} = \alpha \vec{E}$, что приводит к сдвигу уровня энергии. Для обнаружения эффекта необходимо на порядок поднять точность измерения энергии перехода.

Коэффициент α в некотором варианте кварковой модели есть $\frac{2}{3} \alpha_{\mu} a_{\pi}^4$ (α - постоянная тонкой структуры, $a_{\pi} = (1+1,4 \text{ фм})$ /87/. Оценка поляризуемости, проведенная Эриксоном и Хюфнером /55/ с использованием дипольного правила сумм (характерная дипольная частота элементарной частицы считалась ~ 1 Гэв), дало значение α , примерно в 60 раз меньше, чем в работе /87/. Расчеты М.В.Терентьева /88/, основанные на использовании гипотезы частично сохраняющегося аксиального тока, приводят к значению $\alpha = 0,1 \alpha / \mu^3$.

4. Кроме пионных атомов, могут существовать и другие адронные атомы. За счет кулоновского притяжения положительно заряженное ядро способно удерживать такие частицы, как K^- , $\bar{p}$, Σ^- , Ξ^- , Ω^- и даже более сложные системы типа $\bar{D}$, $\bar{T}$, $\bar{He}$. К настоящему времени уже наблюдались K^- -мезонные, антипротонные и Σ^- -гиперонные атомы /56,69,89,90/. Их исследование позволит получить информацию о взаимодействии

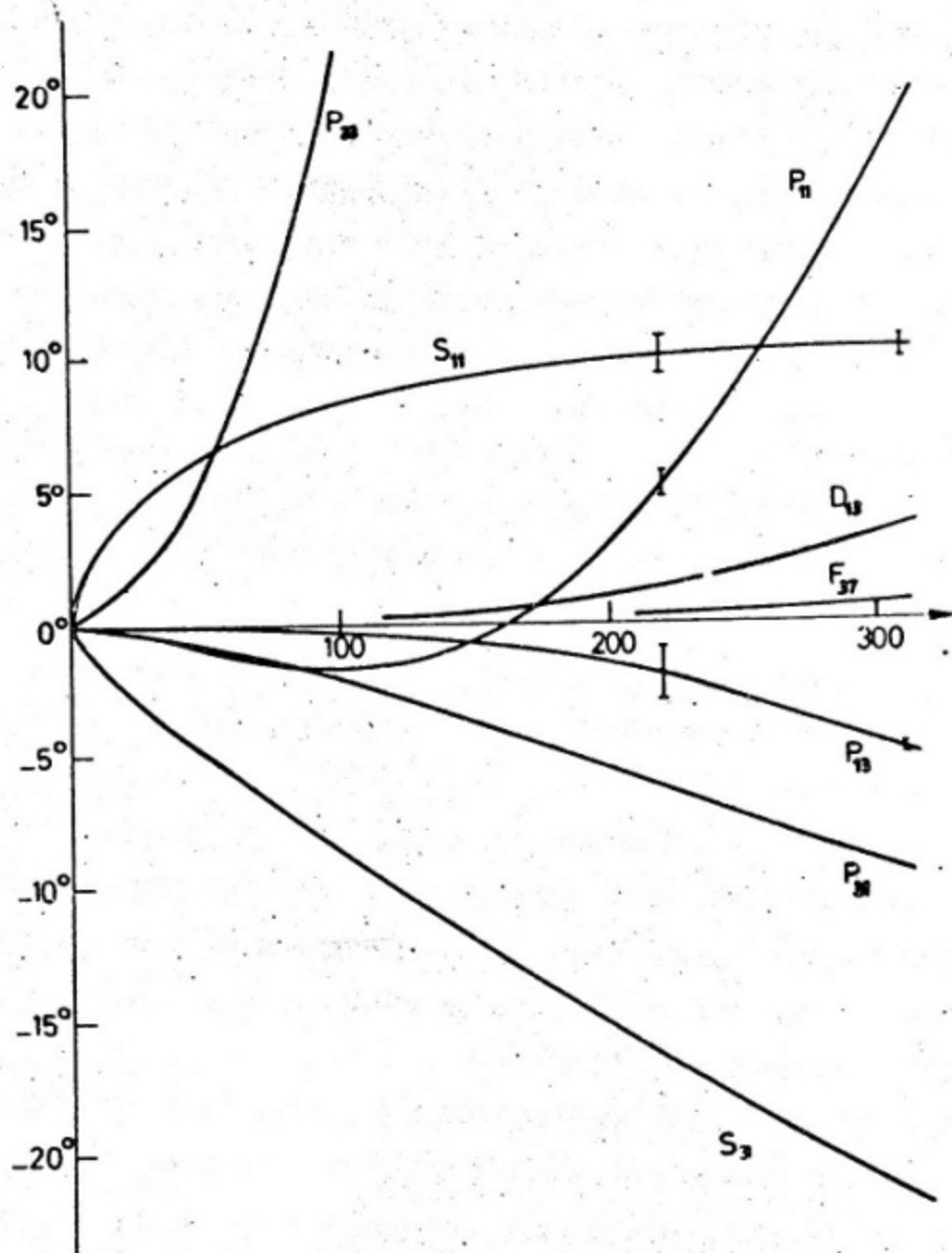
K^- , $\bar{p}$, Σ^- с ядрами. Кроме того, откроется возможность более точного измерения масс адронов и магнитных моментов Σ^- -гиперона и антипротона (по тонкой структуре линий).

Сдвиги и ширины уровней $\bar{p}$ и Σ^- -атомов пока не измерены. Для K^- -атомов такая информация имеется, хотя и для небольшого числа переходов /56,69/. Сравнение с теорией, построенной так же, как в разделе IV для пионных атомов, показывает, что сдвиги уровней описываются хорошо, а ширины экспериментально в 2-3 больше, чем предсказывается теорией. Предложено два возможных объяснения: а) влияние многоуклонного захвата каонов; б) сильная зависимость параметров KN -рассеяния от энергии, связанная с тем, что в канале $K\bar{p}$ имеется подпороговый резонанс Λ (1405), масса которого всего на 27 Мэв меньше суммы масс K^- и протона. Приближенный учет этого обстоятельства /70/ значительно улучшает согласие теории с экспериментом. Однако вопрос о корректном учете влияния резонанса Λ (1405) является открытым.

5. Наконец, имеются другие подходы к описанию рассеяния пионов на ядрах, основанные на применении дисперсионных соотношений /6,91/, гипотезы частично сохраняющегося аксиального тока и алгебры токов /6,92/ и на использовании теории бесконечных ферми-систем /57/.

Этим подходом присущи свои трудности. Хотя пока они не привели к существенно новым результатам, не исключено, что в дальнейшем здесь могут быть значительные продвижения.

РИСУНКИ



Phase shifts for πp scattering in the energy region 0 to 300 MeV.

Рис. I. Фазы πp -рассеяния при энергиях от 0 до 300 Мэв /19/

$\pi^+ p$ Total Cross-Sections.

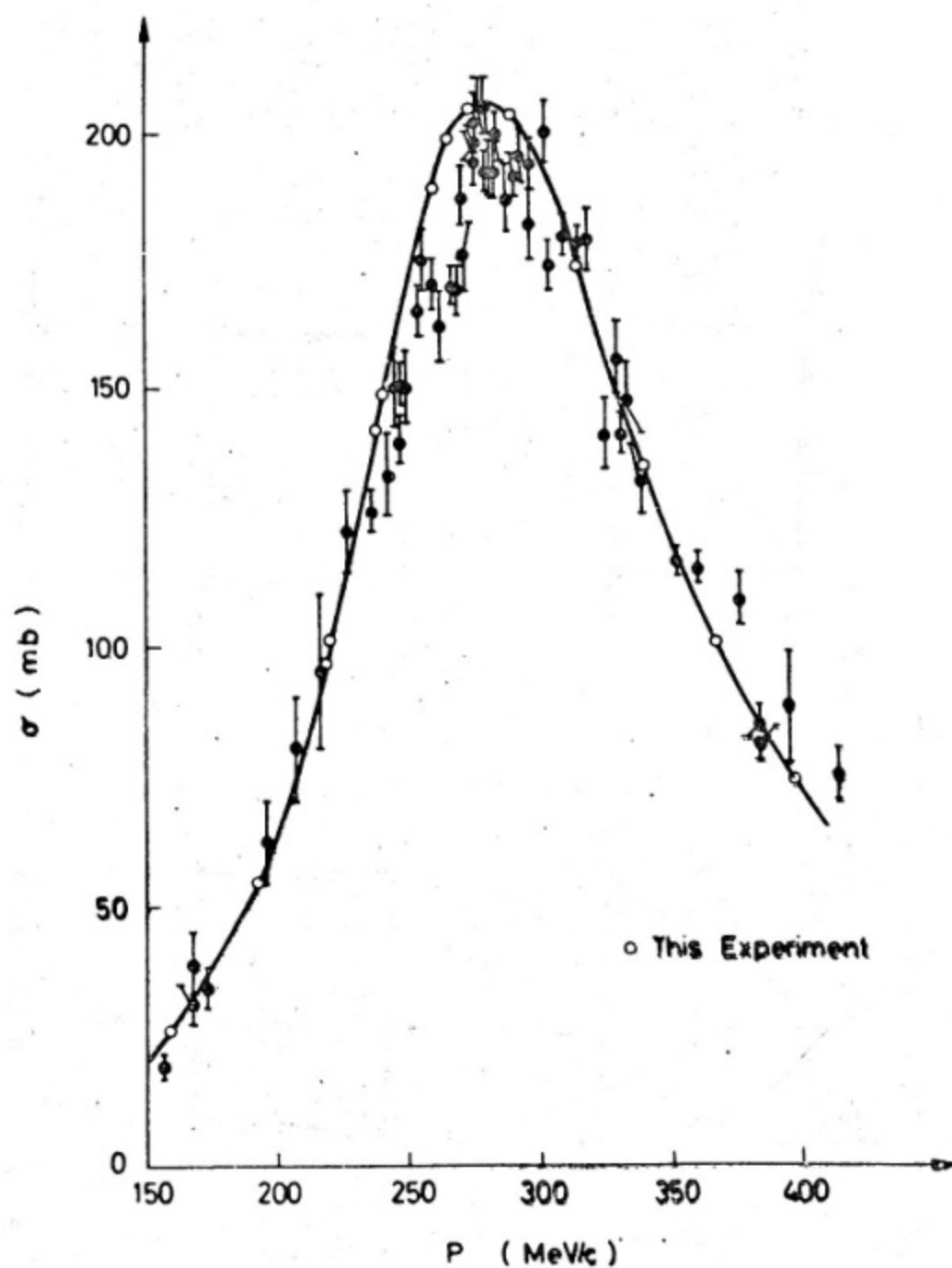


Рис.2. Полное сечение $\pi^+ p$ -рассеяния при импульсах π -мезона в лаб.системе от 150 до 400 Мэв/с [19]

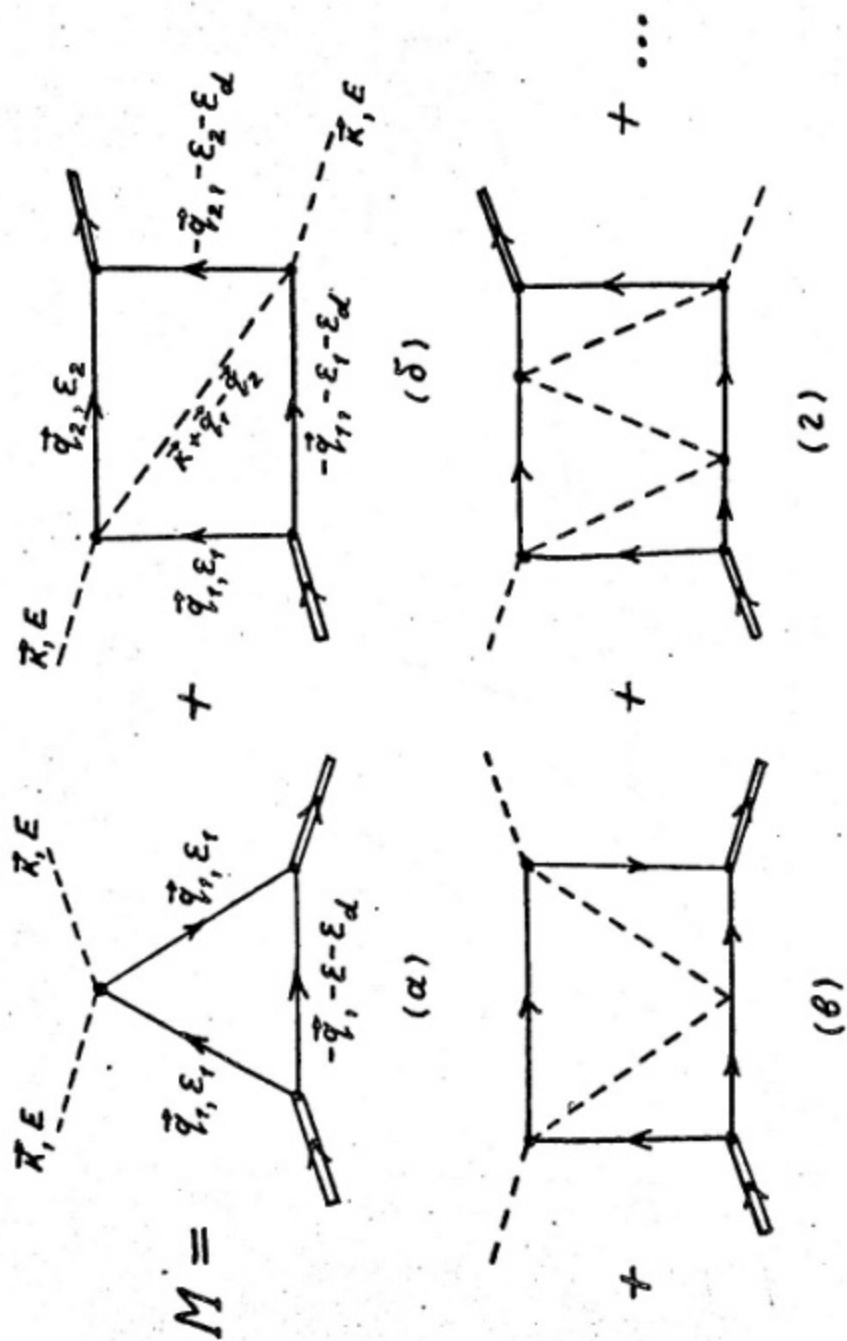


Рис. 3. Фейнмановские диаграммы для упругого πd -рассеяния. Проставлены импульсы и энергии частиц в лаб. системе

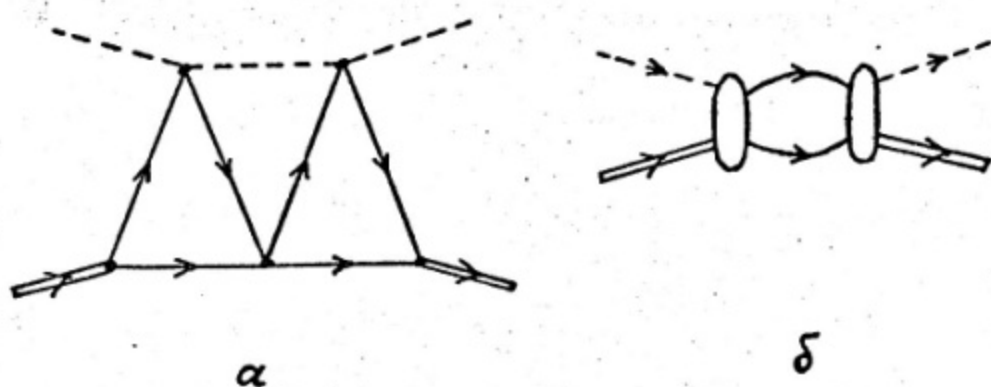


Рис.4. Фейнмановские диаграммы для упругого $\pi\alpha$ -
рассеяния

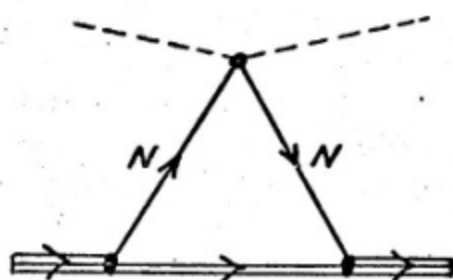


Рис.5. Диаграмма, соответствующая импульсному приближе-
нию для упругого рассеяния

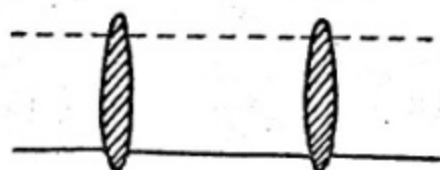


Рис.6

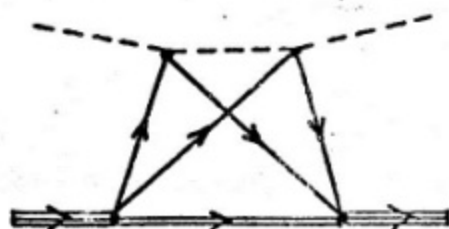


Рис. 7. Диаграмма двукратного рассеяния

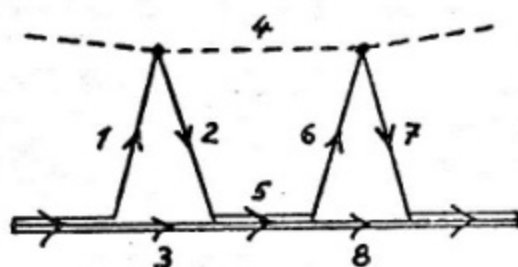


Рис. 8.

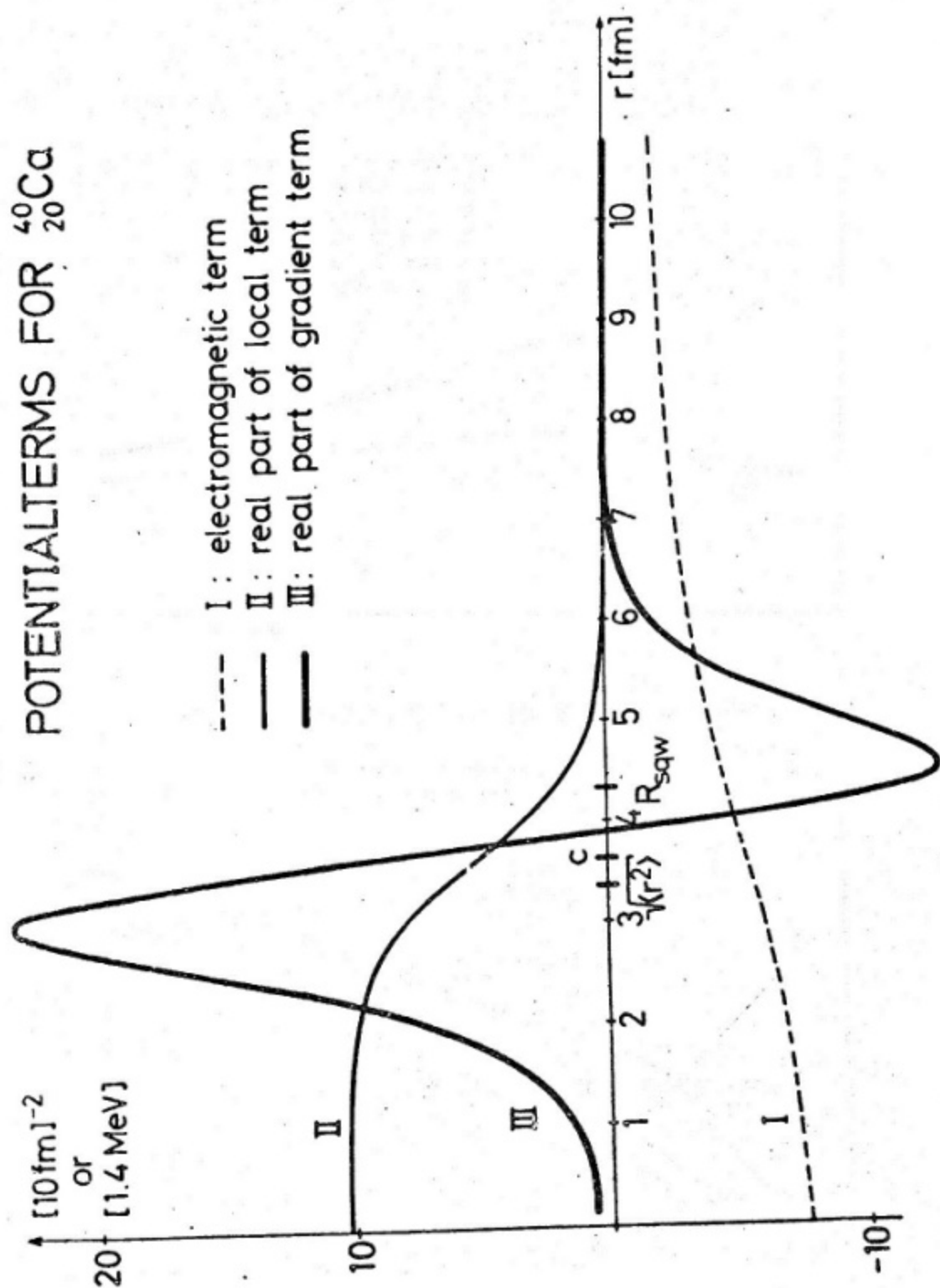
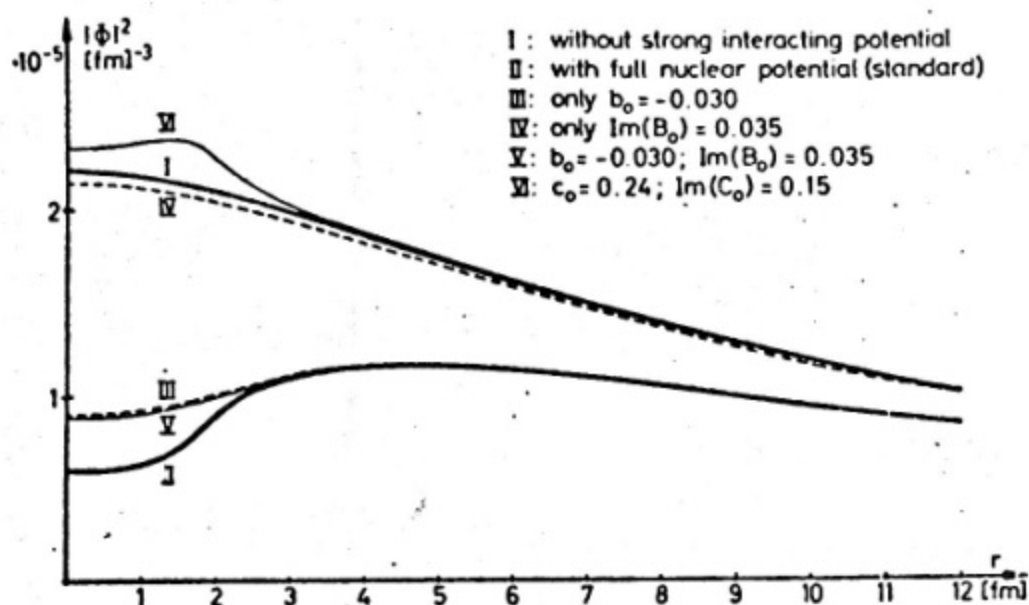


Рис.9. Эквивалентный локальный потенциал для ядра Ca^{40}

PION DENSITY IN THE 1s STATE OF ${}^8_0\text{O}$



PION DENSITY IN THE 2p STATE OF ${}^{40}_{20}\text{Ca}$

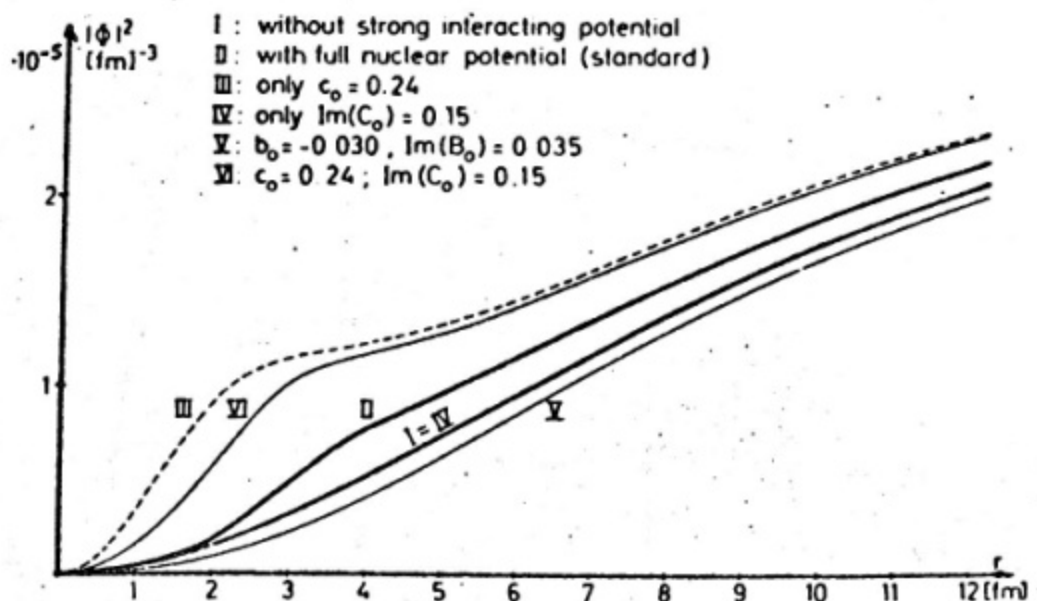


Рис. 10

SHIFTS OF 2p-1s TRANSITIONS

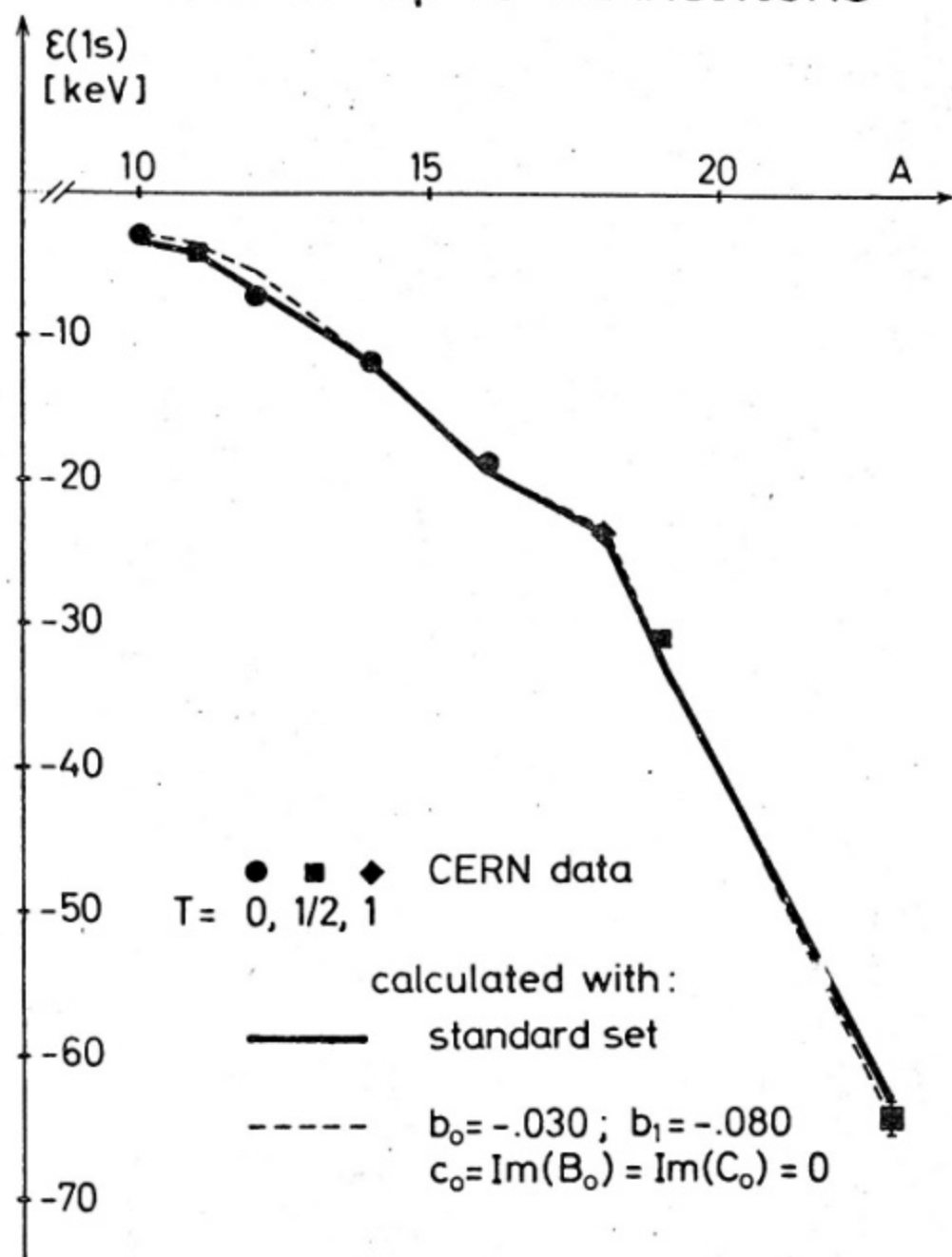


Рис. II Сдвиги энергий $1s$ -уровней

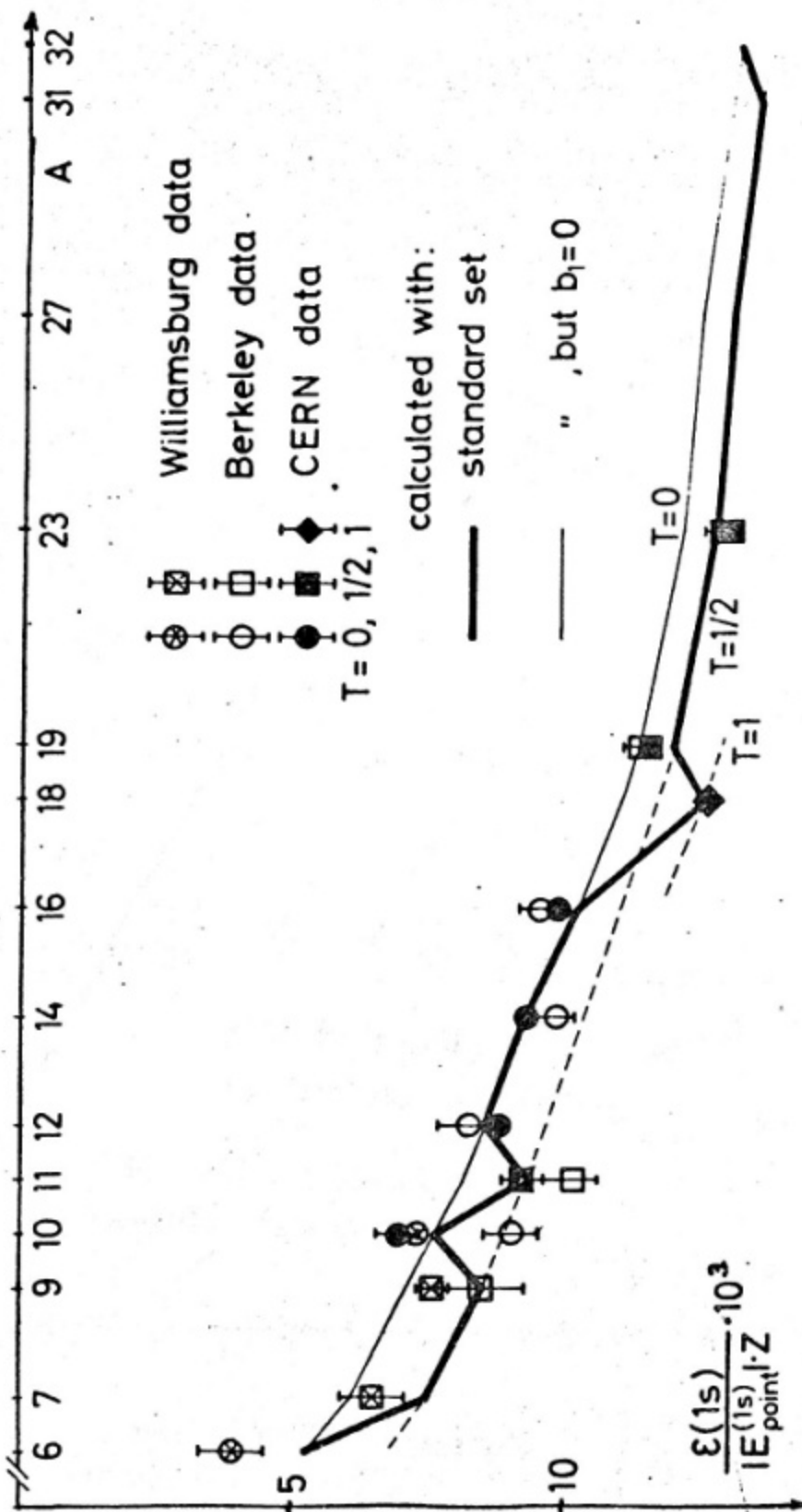


Рис.12. Сдвиги энергий $1S$ -уровней в приведенном масштабе.

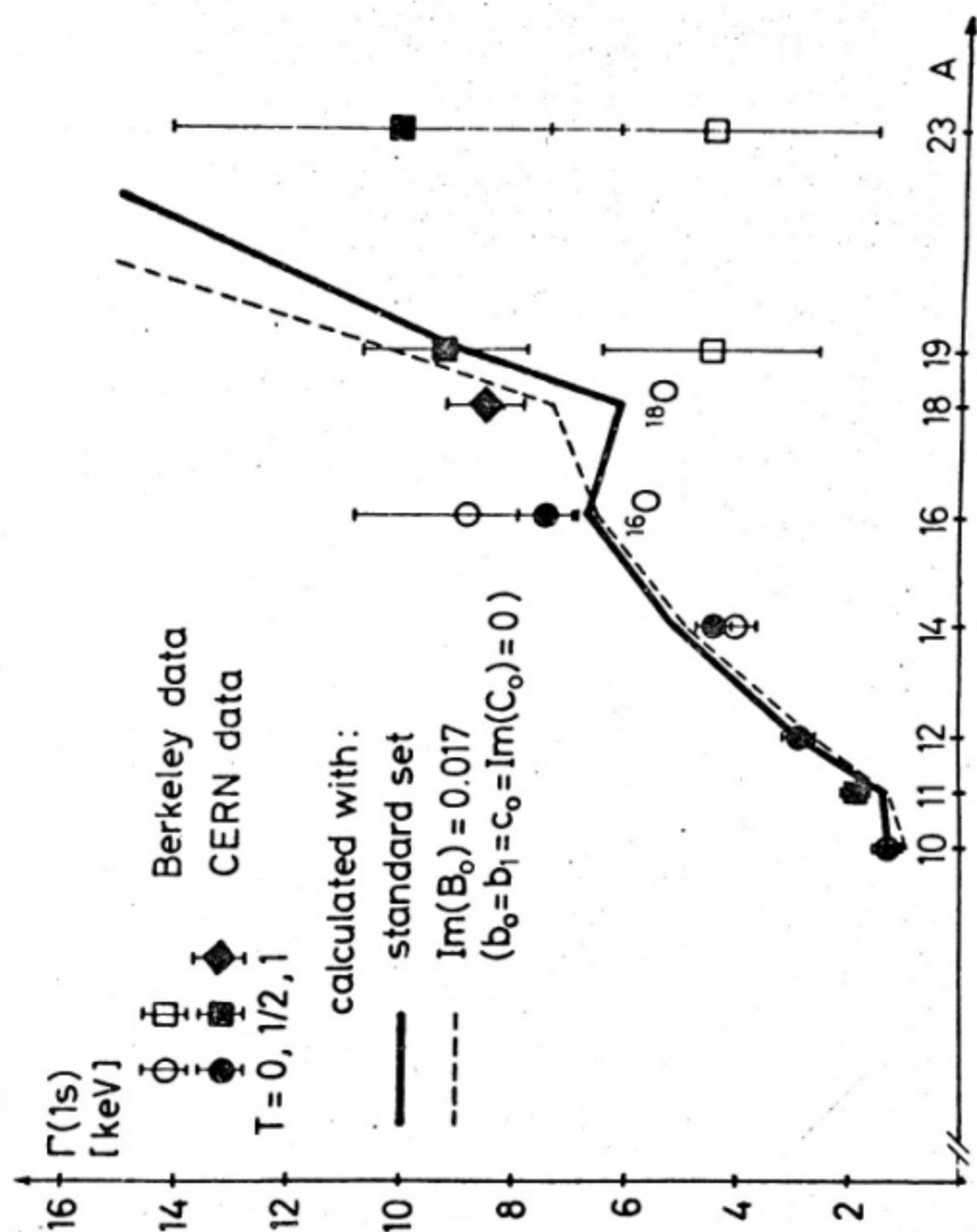


Рис.13 Ширины $1s$ -уровней.

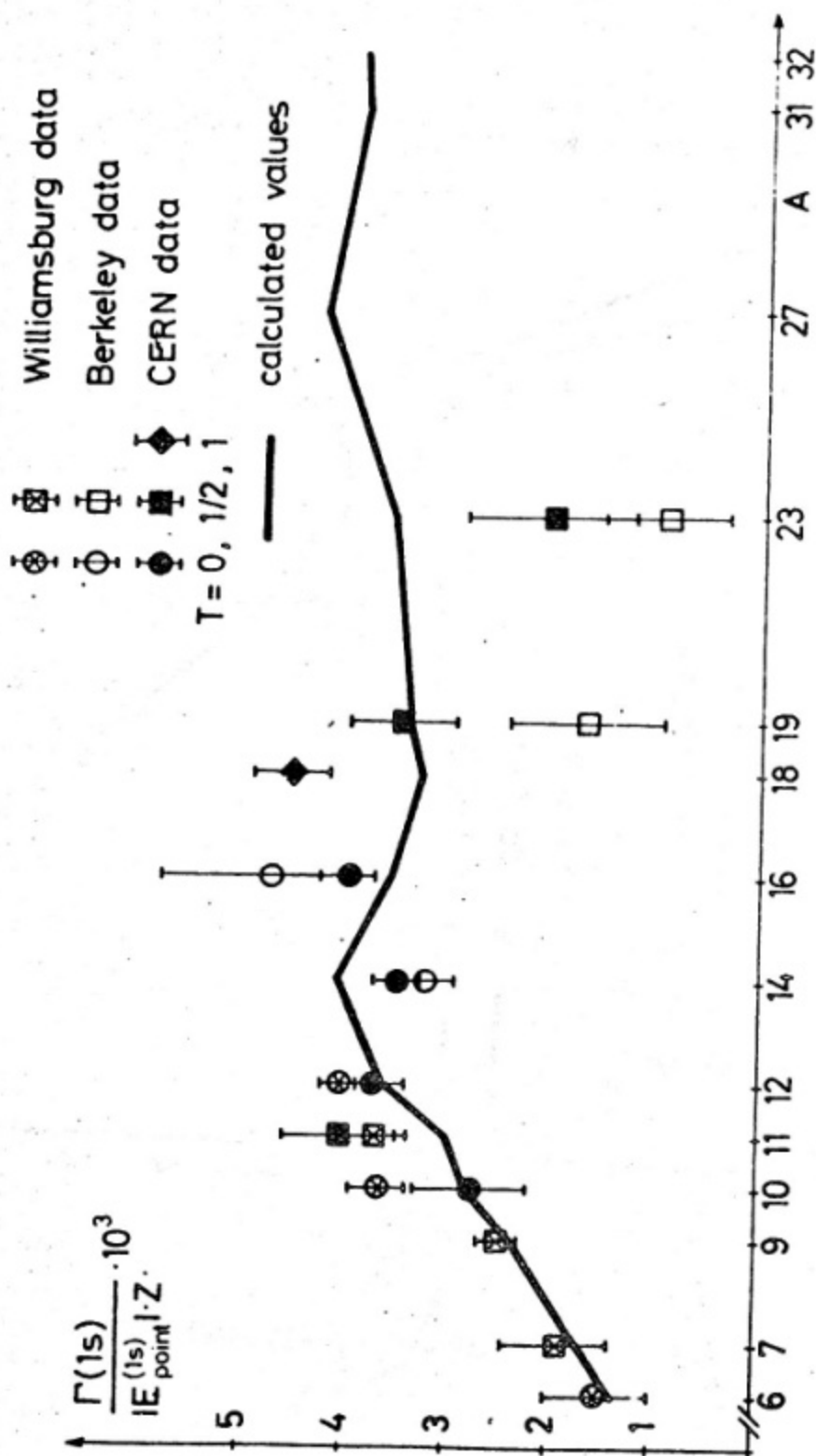


рис.14 Ширины $1S$ -уровней в приведенном масштабе.

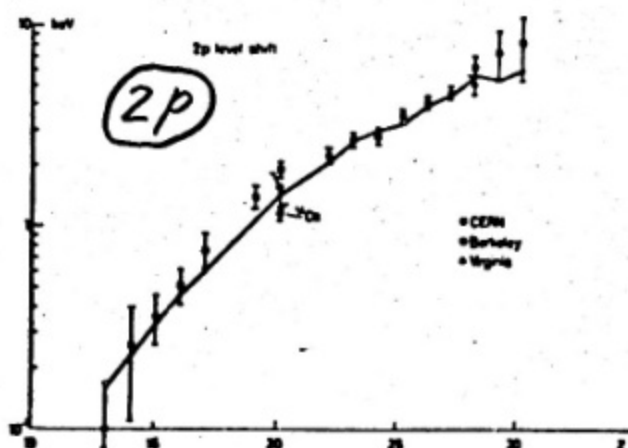


FIGURE 5. 2p level shift versus atomic number Z . The solid line is calculated with the parameters of Table 6, col. 3.

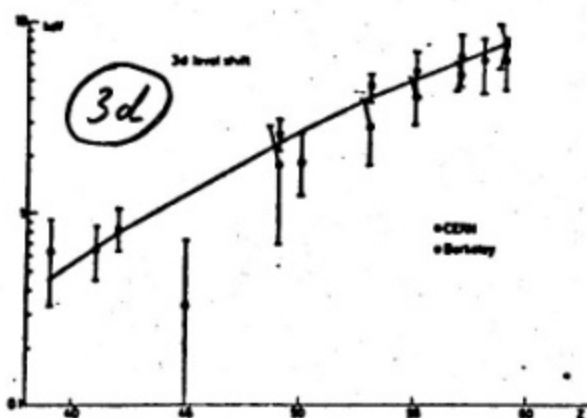


FIGURE 6. 3d level shifts versus atomic number Z . The solid line is calculated with the parameters of Table 6, col. 3.

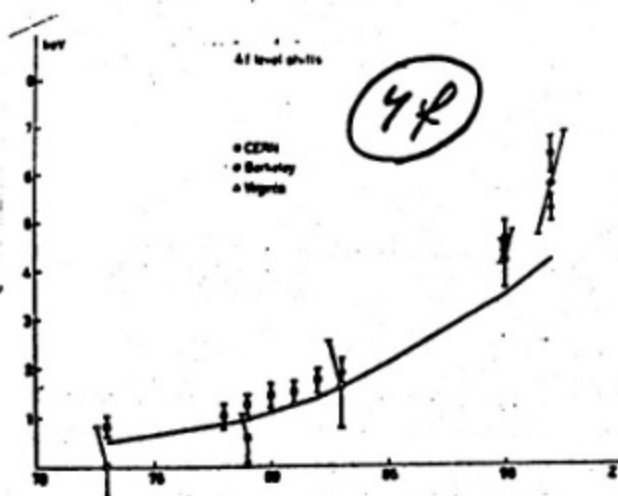


FIGURE 7. 4f level shifts versus atomic number Z . The solid line is calculated with the parameters of Table 6, col. 3.

Рис.15 Сдвиги энергий уровней 2p, 3d и 4f.

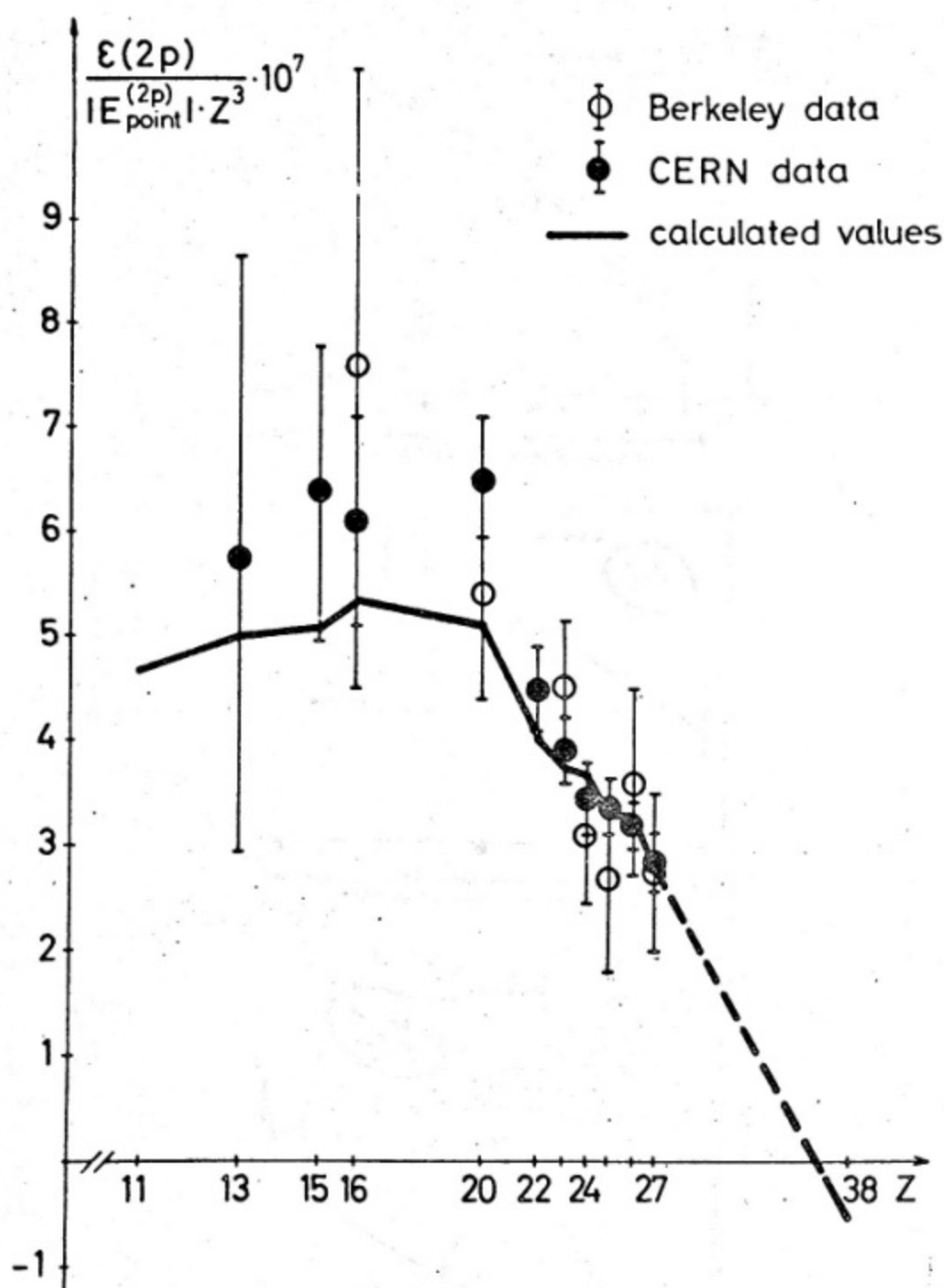


Рис.16 Сдвиги энергий 2p-уровней в приведенном масштабе как функции

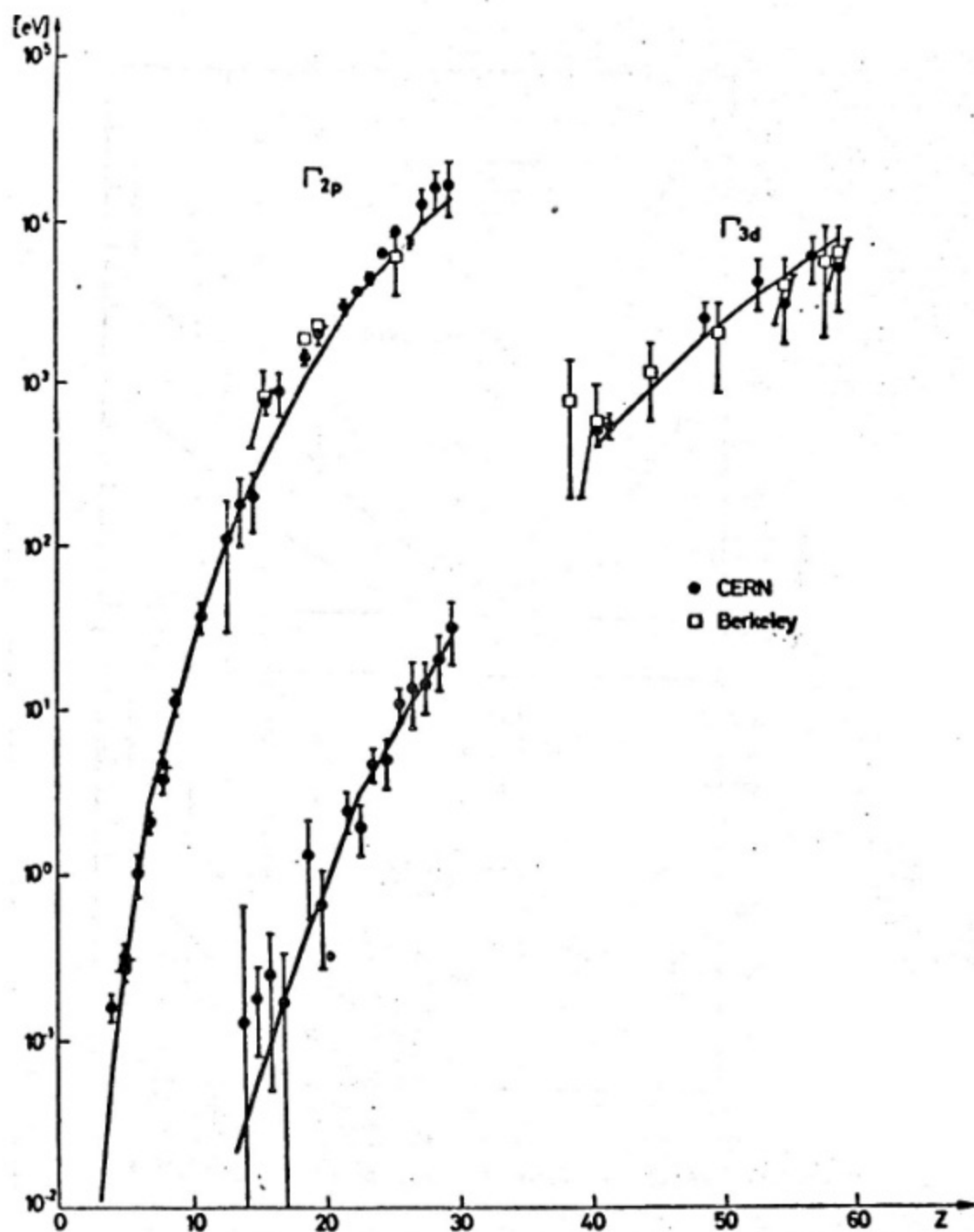
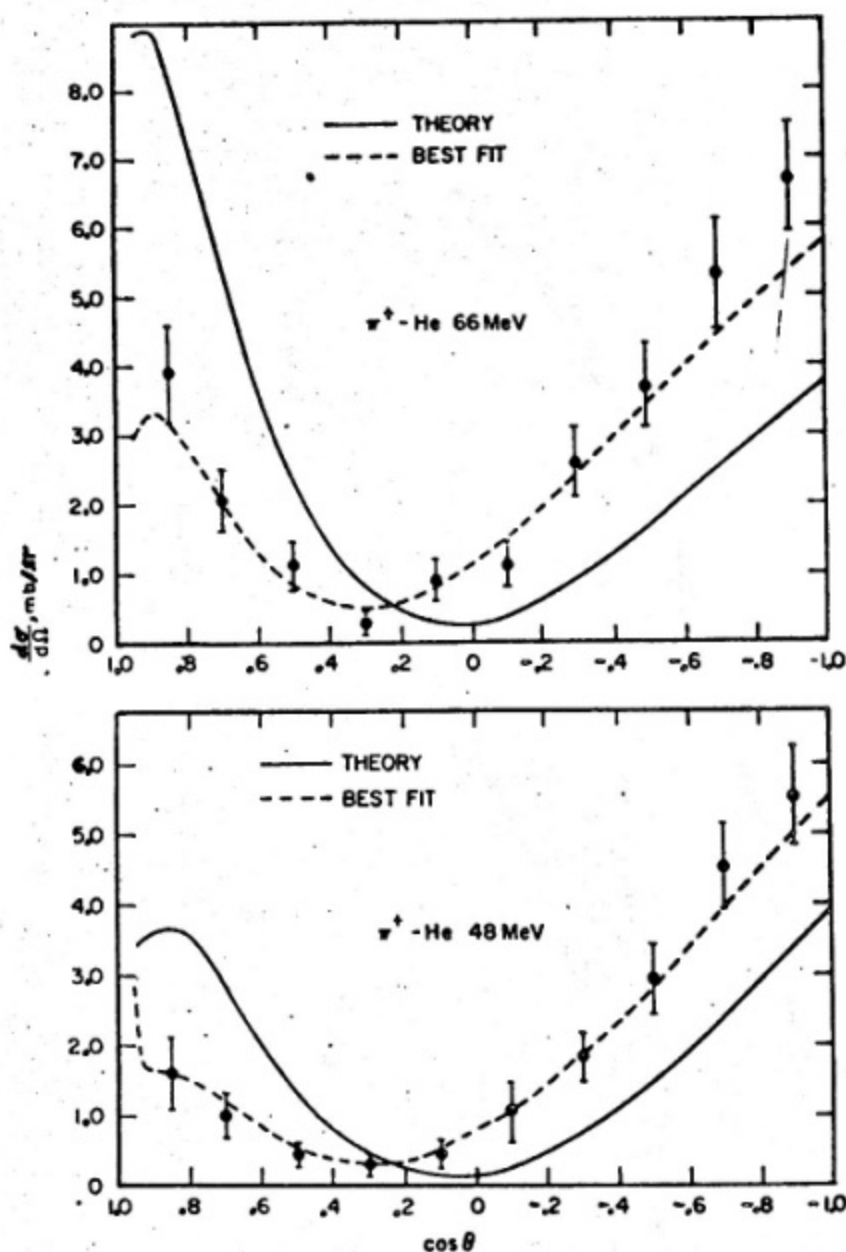


Рис.17 Ширины 2p и 3 d -уровней. Γ_{2p} для $Z \leq 11$ и Γ_{3d} для $Z \leq 30$ определены по интенсивностям линий; Γ_{2p} для $Z \geq 13$ и Γ_{3d} для $Z \geq 39$ определены по форме линий



π^+ -helium elastic scattering at 48 and 66 MeV. Experimental data are those of Block *et al.* (Ref. 28). Theoretical parameters used are $b_0 = -0.80 + 0.48i$, $b_1 = 6.30 + 0.71i$ for 48 MeV, and $b_0 = -0.70 + 0.40i$, $b_1 = 6.30 + 1.20i$ for 66 MeV; best-fit parameters are $b_0 = -2.81 + 0.12i$, $b_1 = 5.94 + 0.24i$ for 48 MeV, and $b_0 = -2.57 + 0.09i$, $b_1 = 5.53 + 0.19i$ for 66 MeV. Gaussian densities with $a = 1.22$ and $a_c = 1.45$ were used.

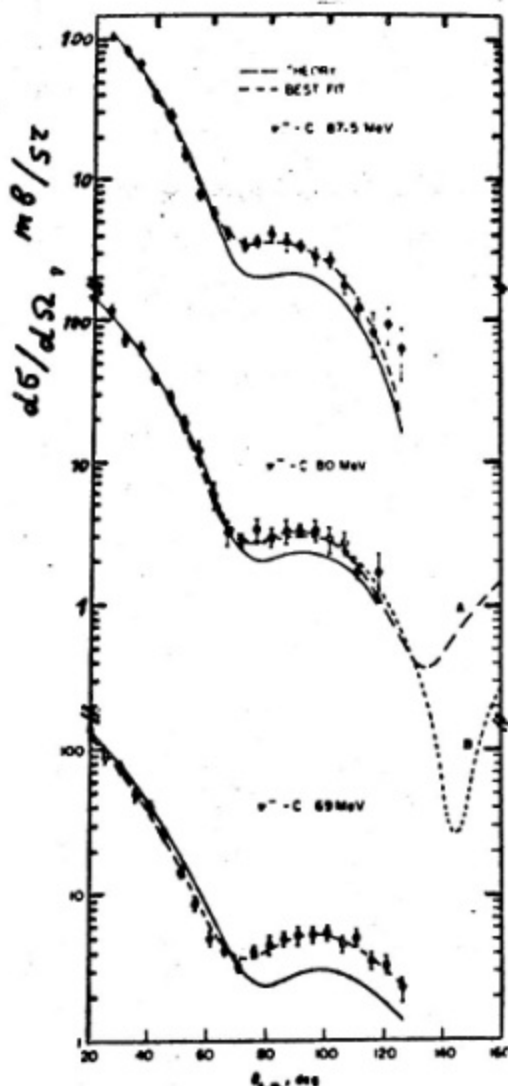


FIG. 4. ν^- -carbon elastic scattering at 69.5, 80, and 87.5 MeV. The 80-MeV experimental data are those of Baker *et al.* (Ref. 13) and the others were obtained by Edelstein *et al.* (Ref. 14). The solid curves give our cross sections calculated with theoretical parameters which in some cases differ by amounts which are not significant from those of Fig. 1-3; these are $b_0 = -0.66 + 0.41i$, $b_1 = 6.30 + 1.30i$ for 69.5 MeV, $b_0 = -0.62 + 0.39i$, $b_1 = 6.30 + 1.70i$ for 80 MeV, and $b_0 = -0.63 + 0.36i$, $b_1 = 6.30 + 1.85i$ for 87.5 MeV. The dashed curves give the best fits obtained by varying both well depths and nuclear-density parameters. The best-fit b 's are $b_0 = -0.66 + 0.73i$, $b_1 = 6.81 + 0.93i$ for 69.5 MeV, (A) $b_0 = -0.75 + 0.28i$, $b_1 = 5.91 + 1.94i$ and (B) $b_0 = -1.24 + 0.23i$, $b_1 = 6.41 + 1.44i$ for 80 MeV, and $b_0 = -1.83 + 0.16i$, $b_1 = 6.83 + 1.11i$ for 87.5 MeV. All the theoretical curves are computed using modified Gaussian nuclear densities with the same radii as in the best modified Gaussian fits, i.e., 1.47, 1.47, and 1.49 at 69.5, 80, and 87.5 MeV, respectively. The best-fit modified Gaussian 80-MeV cross section is omitted, since it is very much like the plotted Saxon-Woods curve (B) which has $R = 1.97$, $c = 0.45$. Both of these differ considerably at large angles from the curve (A) obtained with $R = 2.45$, $c = 0.25$. The nuclear charge density used in all cases is a modified Gaussian with $\alpha_c = 1.0$.

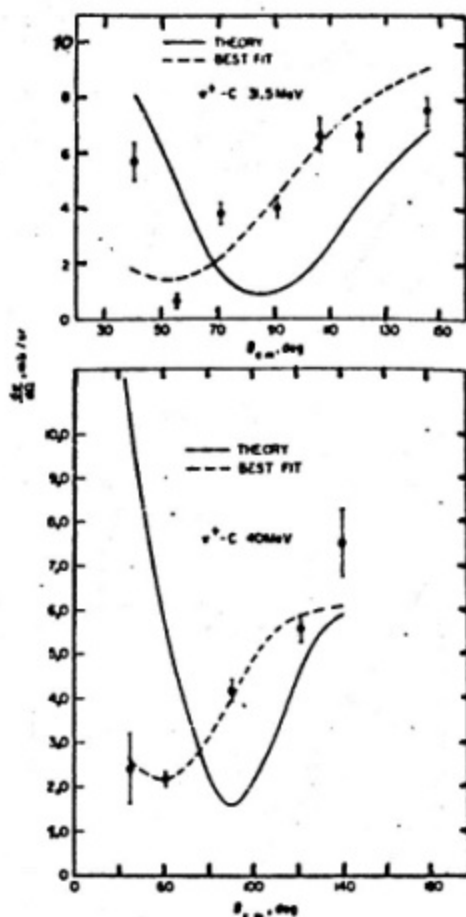
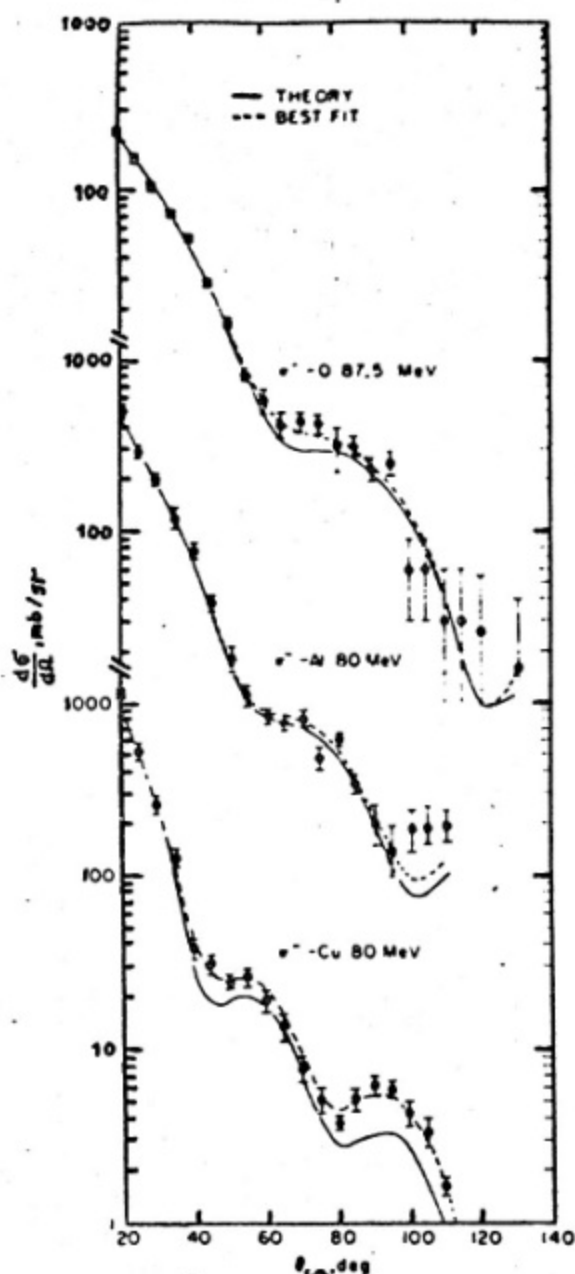


FIG. 5. μ^+ -carbon elastic scattering at 31.5 and 40 MeV. The experimental data are those of Kane (Ref. 25) and Perry (Ref. 26) respectively. Theoretical parameters used are $b_0 = -0.50 + 0.53i$, $b_1 = 6.30 + 0.40i$ for 31.5 MeV, and $b_0 = -0.80 + 0.50i$, $b_1 = 6.3 + 0.55i$ for 40 MeV. Best-fit parameters are $b_0 = -3.71 + 0.13i$, $b_1 = 5.90 + 0.16i$ for 31.5 MeV, and $b_0 = -3.20 + 0.35i$, $b_1 = 5.2 + 0.55i$ for 40 MeV. The nuclear density and charge distribution used are modified Gaussians with $a = a_c = 1.6$; these radii were varied.



e^- elastic scattering by copper and aluminum at 80 MeV, and by oxygen at 87.5 MeV. The 80-MeV experimental data are those of Baker *et al.* (Ref. 13), and contain some inelastic events; the oxygen data are those of Edelstein *et al.* (Ref. 14) and are pure elastic scattering. The theoretical parameters used were not adjusted for $A \neq 2Z$. They are $b_0 = -0.60 + 0.40i$, $b_1 = 6.30 + 1.80i$ for Cu and Al, and $b_0 = -0.60 + 0.38i$, $b_1 = 6.30 + 1.85i$ for O. Best-fit parameters are $b_0 = -0.64 + 0.15i$, $b_1 = 5.69 + 1.02i$ for Cu, $b_0 = -0.60 + 0.39i$, $b_1 = 6.26 + 1.44i$ for Al, and $b_0 = -1.12 + 0.28i$, $b_1 = 6.49 + 1.46i$ for O. Corresponding best-fit densities are Saxon-Woods densities with $R = 4.29$, $c = 0.50$ for Cu and $R = 3.12$, $c = 0.54$ for Al; for oxygen, the best density is a modified Gaussian with $a = 1.63$. The cross sections with theoretical parameters were evaluated with the same densities. The charge distributions used were uniform spheres with $R_c = 5.6$ for Cu and 4.2 for Al, and a modified Gaussian with $a_c = 1.6$ for O.

Рис. 21

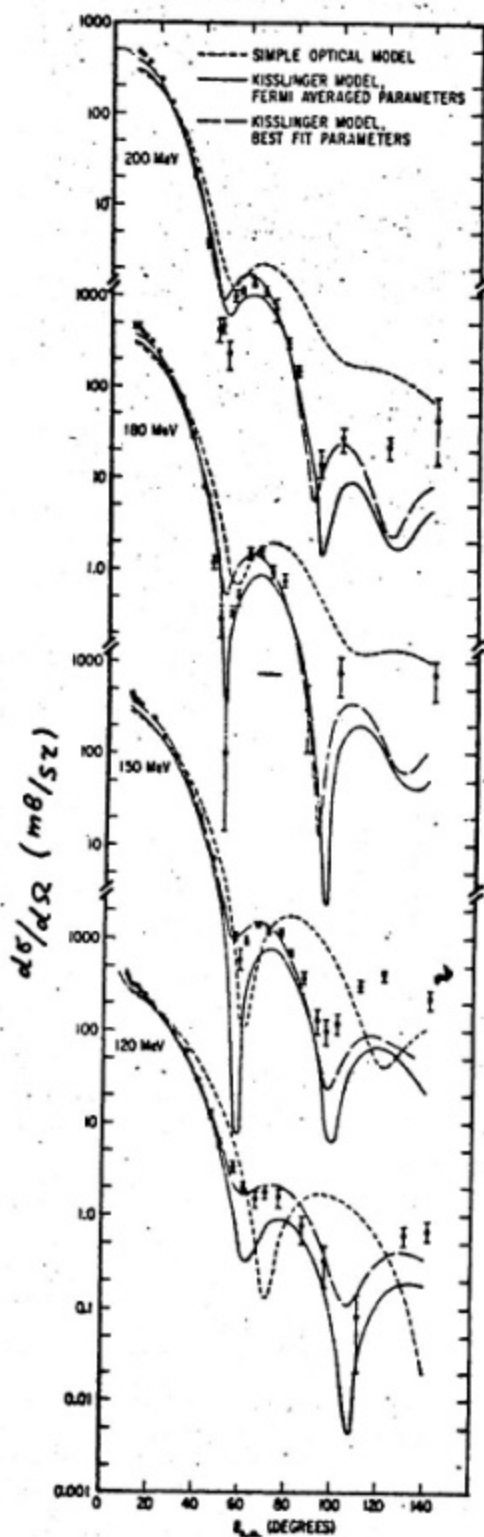


Рис.22 Упругое $\pi^- C^{12}$ рассеяние от 120 до 200 Мэв.
Экспериментальные данные из работы /64/.

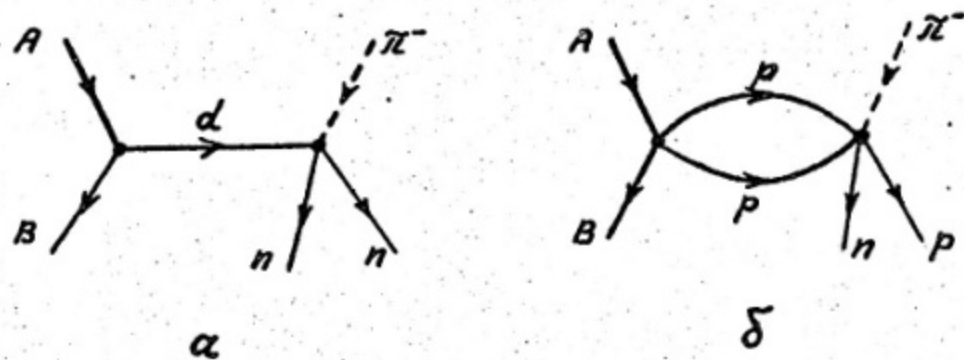


Рис.23 Диаграммы, соответствующие двухнуклонному механизму захвата пиона

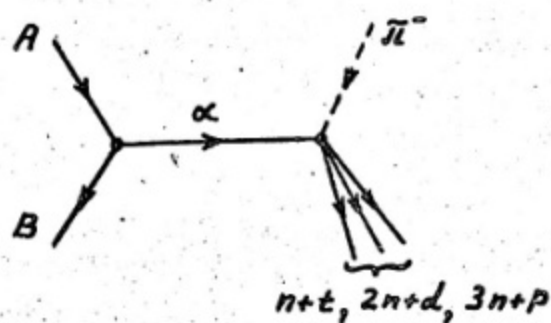
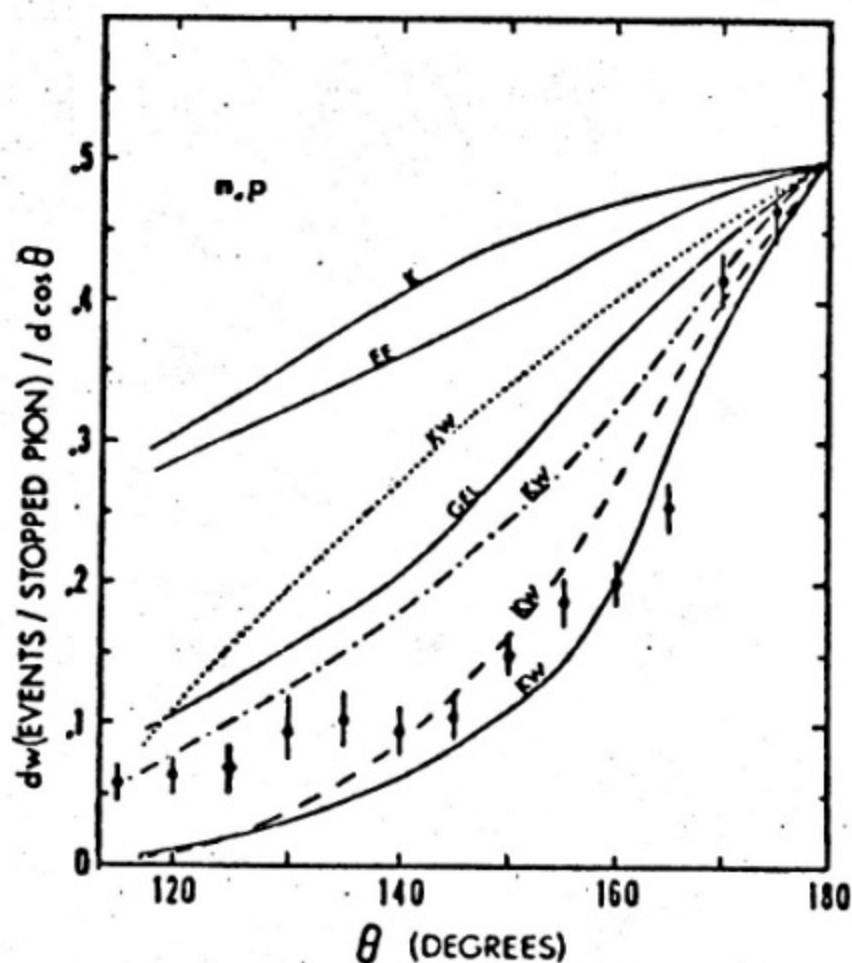


Рис.24 Диаграмма α -частичного механизма захвата



Angular distribution
in ψ for n, p from $^{12}\text{C}(\pi^-, np)^{10}\text{B}$

Рис. 25 Распределение по углу разлета нейтрона и
протона из реакции $\text{C}^{12}(\pi^-, np)\text{B}^{10}$.

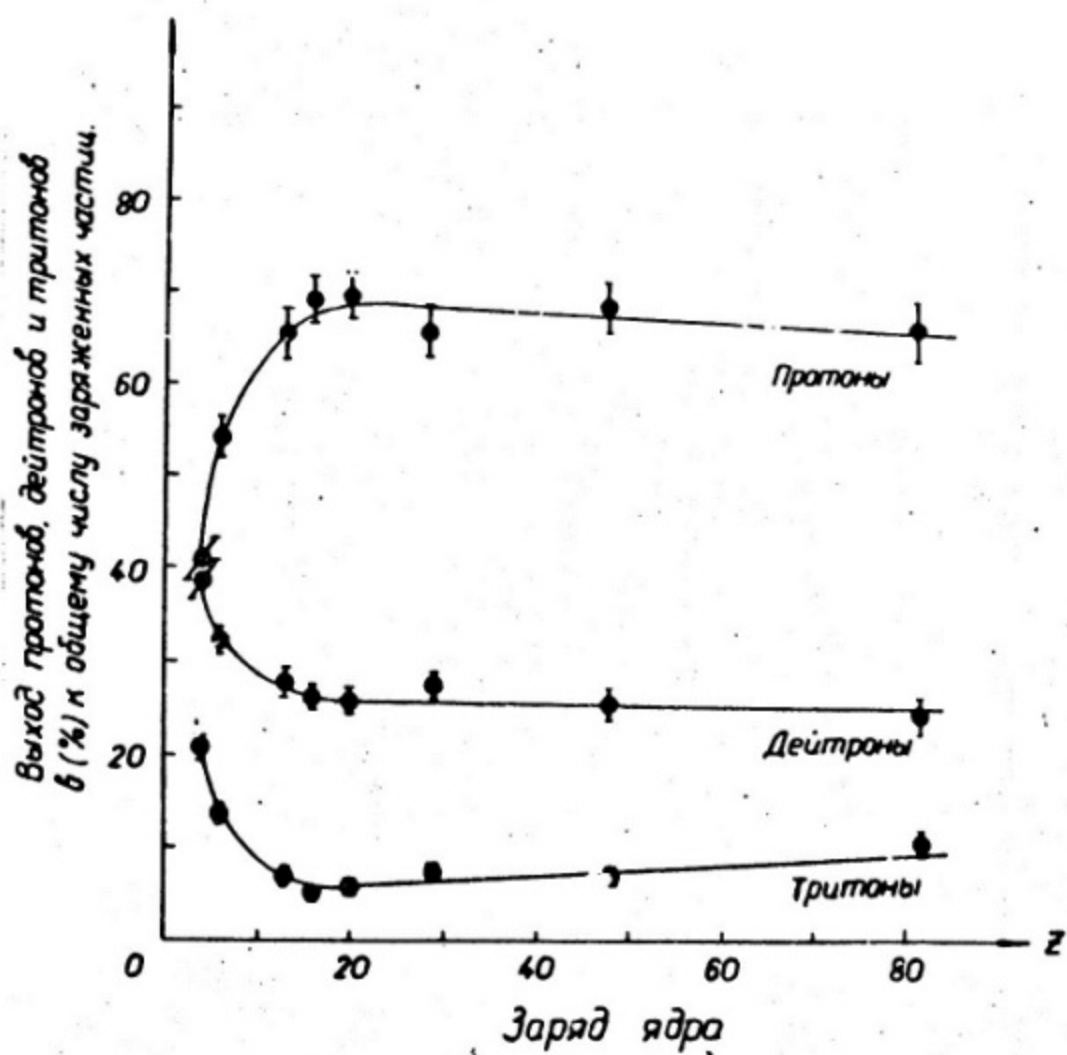


Рис.26 Относительные выходы протонов, дейтронов и ядер трития при энергиях выше 24 Мэв.

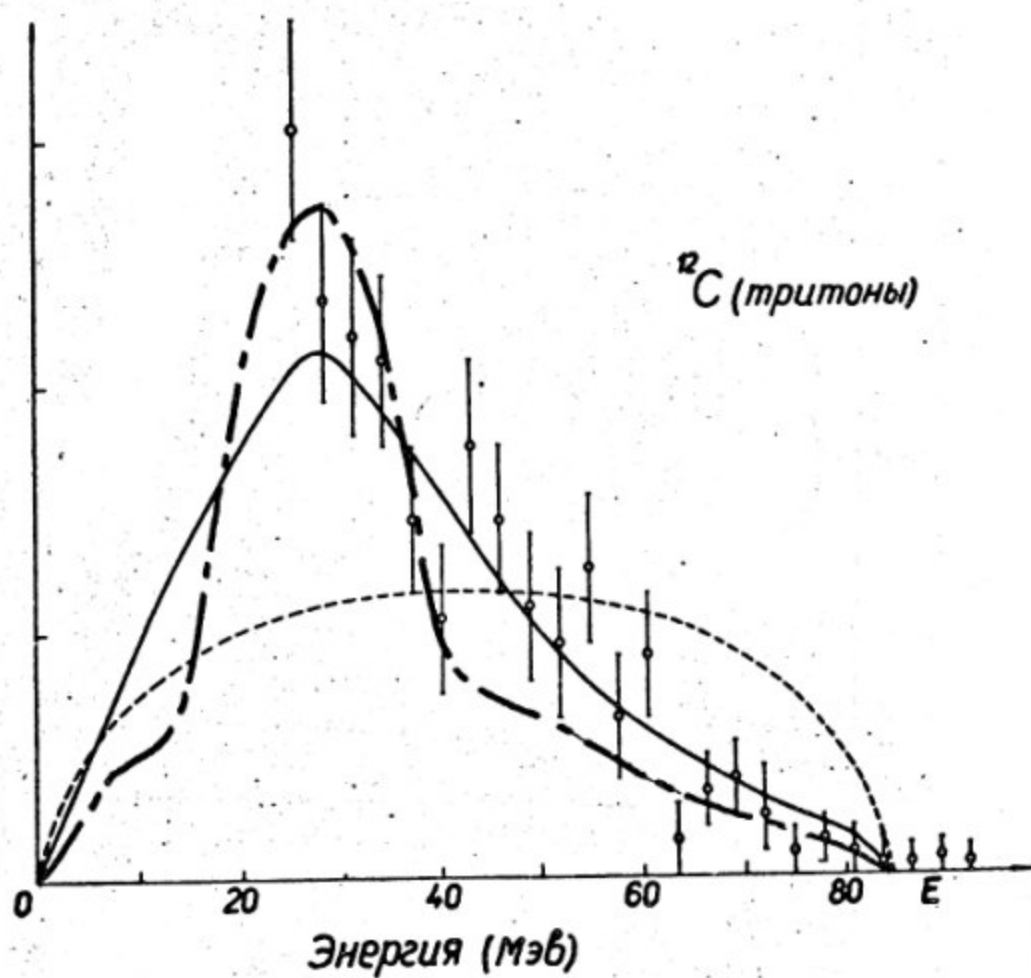


Рис.27 Спектр ядер трития из захвата π^- на углероде [79]

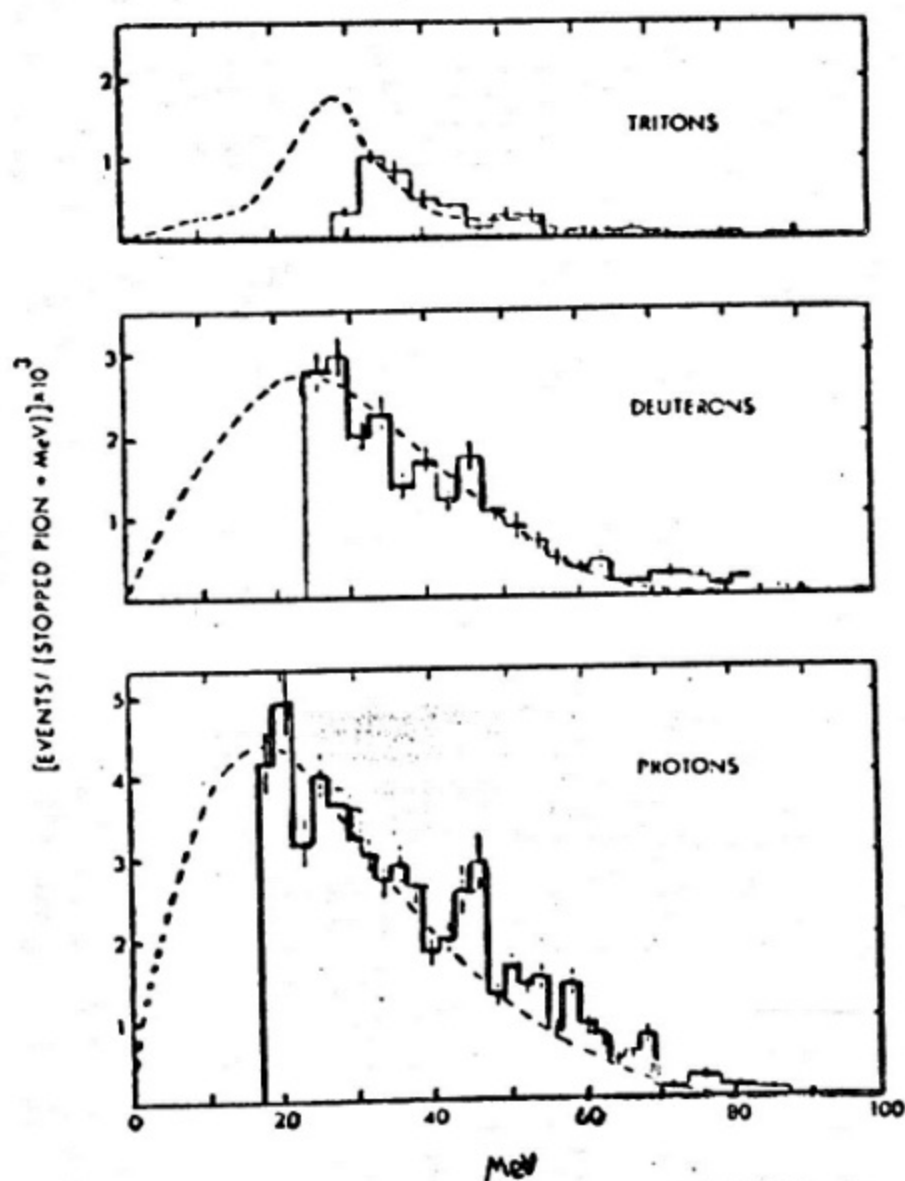


Рис.28 Спектры протонов, дейтронов и ядер трития из захвата π^- на углероде /83/

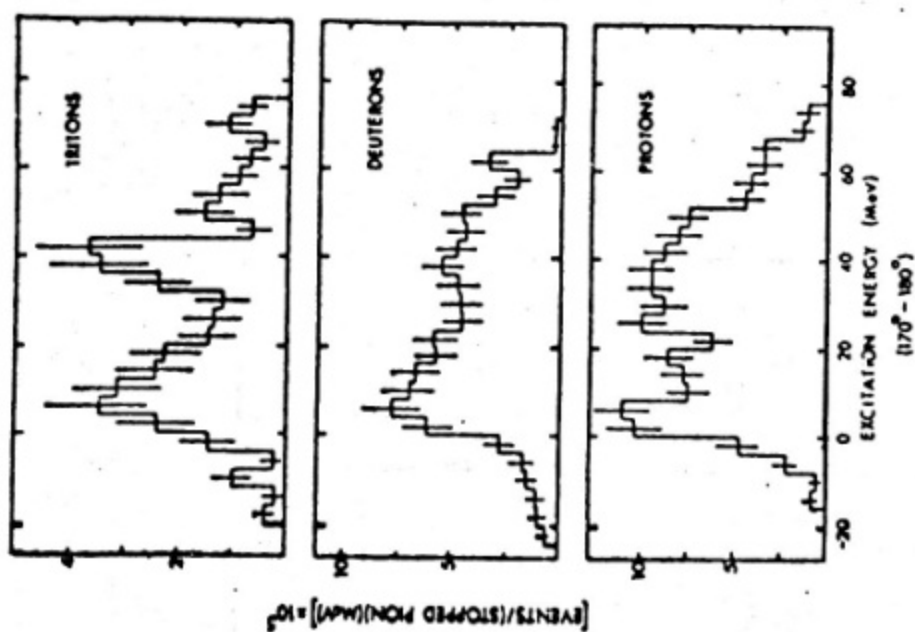


Рис.30 Распределение по энергии возбуждения остаточных ядер из реакций $C^{12}(\pi^-, n\alpha)$, $C^{12}(\pi^-, p\alpha)$ и $C^{12}(\pi^-, d\alpha)$ /83/ для событий с углом разлета от 170° до 180°

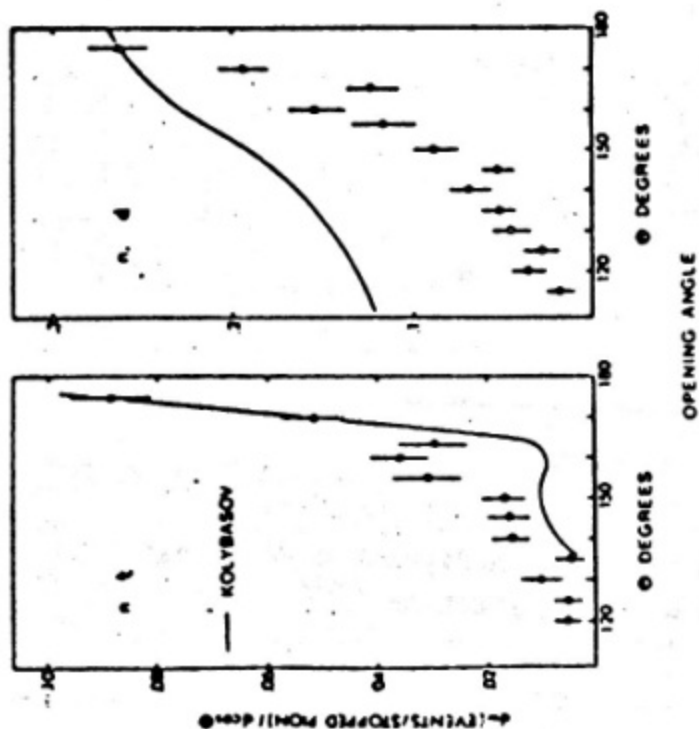


Рис.29 Распределение по углу разлета (n, α) и (n, α) после захвата π на углероде /83/.

Л и т е р а т у р а

1. T.E.O.Ericson. Intern.School of Physics, "E.Fermi", Course 38, p.253, Academic Press, N.Y. (1967)
2. T.E.O.Ericson. Preprint CERN TH-1093 (1969)
3. D.S.Koltun. Adv.Nucl.Phys., 3, 71, Plenum Press, N.Y. (1969)
4. G.Backenstoss. Ann.Rev.Nucl.Sci., 20, 467 (1970)
5. C.Wilkin. Spring school on pion interactions at low and medium energies, Lyceum Alpinum, Switzerland, 1971 (CERN Yellow report 71-14, 1971, p.289)
6. M.P.Locher, там же, стр.155
7. M.Ericson, там же, стр.1
8. В.М.Колюбасов, в сб. "Проблемы современной ядерной физики" изд-во "Наука", 1971 г., стр.391
9. D.S.Koltun. Review talk at IV Intern.Conf.high energy phys. and nucl. structure, Dubna, 1971 (Preprint UR-875-360, Univ. of Rochester, 1971)
10. N.W.Tanner, in "High energy physics and nucl.structure", ed. Devons S., Plenum Press, N.Y., 1970, p.346
11. И.С.Шапиро. Теория прямых ядерных реакций, Атомиздат, 1963; И.С.Шапиро. УФН, 92, 549 (1967)
12. Г.А.Лексин. Обзорный доклад на IУ Международной конференции по физике высоких энергий и структуре ядра, Дубна, 1971 г.
13. Р.Глаубер. УФН, 103, 641 (1971)
14. В.М.Колюбасов, М.С.Маринов. Препринт ИТЭФ № 900 (1971)
15. N.Barash-Schmidt, A.Barbaro-Galtieri et al., Particle properties tables. Rev.Mod.Phys., 43, No.2, Pat.II (1971)

16. G.Backenstoss, H.Daniel, H.Koch et al., Phys.Lett.,
36B, 403 (1971)
17. С.Газиорович. Физика элементарных частиц, изд-во "Наука",
1969
18. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика, Физматгиз,
1963
19. D.Bugg. Spring school on pion interactions .. (CERN Yellow report 71-14, 1971, p.379)
20. K.A.Brueckner. Phys.Rev., 89, 934 (1953)
21. K.A.Brueckner. Phys.Rev., 90, 715 (1953)
22. S.D.Drell, L.Verlet. Phys.Rev., 99, 849 (1955)
23. Н.Мотт, Г.Мессии. Теория атомных столкновений, "Мир", 1969
24. V.De Alfaro, R.Soffolini. Nuovo Cim., 11, 447 (1959)
25. И.Амирханов, В.Ф.Демин и др. ЯФ, 6, 194 (1967)
26. L.L.Foldy, J.D.Walecka. Ann.of Phys., 54, 447 (1969)
27. L.R.Moyer, D.S.Koltun. Phys.Rev., 182, 999 (1969)
28. G.Fäldt. Nucl.Phys. C2, 1224 (1970)
29. C.Carlson. Phys.Rev., C2, 1224 (1970)
30. W.R.Gibbs. Phys.Rev., C3, 1127 (1971)
31. R.Seki. Phys.Rev., C3, 454 (1971)
32. А.Е.Кудрявцев. ЖЭТФ, 61, 490 (1971)
33. V.M.Kolybasov, A.E.Kudryavtsev. Nucl.Phys., B37 (1972)
34. В.М.Колыбасов, А.Е.Кудрявцев. ЖЭТФ, 63, № I (1972)
35. В.М.Колыбасов, А.Е.Кудрявцев. Тезисы докладов 22-го Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра (Киев, январь 1972 г.), часть 2, стр.134
36. Л.Д.Блохинцев. Диаграммные методы в теории прямых ядерных реакций (конспекты лекций), Изд-во МИФИ, Москва 1971 г.

37. C.M.Rose. *Phys.Rev.*, 154, 1305 (1967)
38. K.A.Brueckner et al., *Phys.Rev.*, 84, 258 (1951)
39. D.Beder. *Nucl. Phys.* B14, 586 (1969)
40. C.Wilkin. *Phys.Rev.Lett.*, 17, 561 (1966)
41. F.Verde. *Helv.Phys.Acta*, 22, 339 (1949)
42. А.Е.Кудрявцев. *ЖЭТФ*, 63, (1972)
43. В.М.Колыбасов, В.А.Цепов. Тезисы докладов 22-го Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра (Киев, январь 1972 г.), часть 2, стр.134
44. V.M.Kolybasov, L.A.Kondratyuk. *Phys.Lett.*, 38B (1972)
45. К.Нишиджима. *Фундаментальные частицы*, изд-во "Мир", 1965
46. S.Deser, M.L.Goldberger, K.Baumann, W.Thirring. *Phys. Rev.*, 96, 774 (1954)
47. K.A.Brueckner. *Phys. Rev.*, 98, 761 (1955)
48. K.M.Watson. *Phys.Rev.*, 89, 575 (1953);
N.C.Francis, K.M.Watson. *Phys.Rev.*, 92, 291 (1953);
K.M.Watson. *Phys.Rev.*, 105, 1388 (1957)
49. М.Гольдбергер, К.Ватсон. *Теория столкновений*, изд-во "Мир", 1967
50. R.J.Glauber, in "Lectures in theoretical physics",
vol. 1, p.315 (Interscience Publ., N.-Y., 1959)
51. H.Feshbach, A.Gal, J.Hüfner. *Ann.Phys.*, 66, 20 (1971)
52. L.S.Kisslinger, *Phys.Rev.*, 98, 761 (1955)
53. M.Ericson, T.E.O.Ericson. *Ann.Phys.*, 36, 323 (1966)
54. M.Krell, T.E.O.Ericson. *Nucl.Phys.*, B11, 521 (1969)
55. T.E.O.Ericson. Preprint CERN TH-1410 (1971)
56. G.Backenstoss. Rapporteur's talk at the IV Int.conf.
High energy physics and nucl.structure (Dubna, Sept.1971)

57. C.B.Dover, J.Hüfner, R.H.Lemmer. Ann.Phys., 66, 248 (1971)
58. W.E.Baker, H.Byfield, J.Raunwater. Phys.Rev., 112, 1773
(1958)
59. E.H.Auerbach, D.M.Fleming, M.M.Sternheim. Phys.Rev., 162
1683 (1967)
60. M.Sternheim, E.Auerbach. Phys.Rev.Lett., 25, 1500 (1970)
61. M.Krell, S.Barmo. Nucl.Phys., B20, 461 (1970)
62. J.P.Dedonder. Nucl.Phys., A174, 251 (1971);
Nucl.Phys., A180, 472 (1972)
63. J.P.Mailett, C.Schmit, J.P.Dedonder. Lett.Nuovo Cim.,
1, 191 (1971)
64. F.Binon, P.Dutiel, J.P.Garron et al., Nucl.Phys., B17,
168 (1970)
65. А.М.Бадалян, Ю.А.Симонов. ЯФ II, III2 (1970)
66. С.С.Гурвиц, М.С.Маринов. ЯФ I4, I20 (1971)
67. R.H.Bassel, C.Wilkin. Phys.Rev., 174, 1179 (1968)
68. И.Е.Тамм. Основные теории электричества. Гостехтеориздат,
Москва, 1957
69. G.Backenstoss, A.Bambarger et al., Phys.Lett., 38B,
181 (1972)
70. W.A.Bardeen, E.W.Torigoe. Phys.Lett., 38B, 135 (1972)
71. H.K.Lee, H.Mc Manus. Nucl.Phys., A167, 257 (1971)
72. T.Ericson. Phys.Lett., 2, 278 (1962)
73. Т.Копалейшвили. ЭЧАЯ, 2, 439 (1971)
74. H.Davis, H.Muirhead, J.N.Woulds. Nucl.Phys., 78,
667 (1966)
75. D.M.Lee, R.C.Minehart, S.E.Sobottka, K.Ziock. Nucl.
Phys., A182, 20 (1972)

76. В.М.Колыбасов, В.А.Цепов. ЯФ 14, 744 (1971)
77. В.М.Колыбасов. ЯФ 3, 729 (1966)
78. А.О.Вайсенберг, Э.Д.Колганова, Н.В.Рабин. ЖЭТФ, 47, 1262 (1964)
79. Ю.Г.Будяшов, В.Г.Зинов и др. ЖЭТФ 62, 21 (1972)
80. F.Calligaris, C.Cernogoi et al., In "High energy physics and nucl.structure", ed.S.Devons. Plenum Press, N.Y., 1970, p.367
81. И.С.Шапиро, В.М.Колыбасов. ЖЭТФ, 44, 270 (1963)
82. В.М.Колыбасов. ЯФ, 3, 964 (1966)
83. D.M.Lee, S.E.Soborrka et al., (unpublished)
Результаты приведены в докладе [9]
84. В.М.Колыбасов, Т.А.Ломоносова. ЯФ 11, 589 (1970)
85. I.S.Shapiro, V.M.Kolybasov, G.R.Augst.Nucl.Phys., 61, 353 (1965)
86. В.М.Колыбасов, И.С.Шапиро. Ядерные исследования на релятивистских ускорителях. Препринт ИТЭФ № 785 (1970)
87. F.Iachello, A.Lande. Phys.Lett., 35B, 205 (1971)
88. М.В.Терентьев. Письма ЖЭТФ 15, ²⁹⁰ (1972)
89. A.Bambarger, U.Lynen, H.Piekarz et al., Phys.Lett., 33B, 233 (1970)
90. G.Backenstoss, T.Bunacin, S.Charalambus et al., Phys.Lett., 33B, 230 (1970)
91. T.E.O.Ericson, M.P.Locher. Nucl.Phys., A148, 1 (1970)
92. M.Ericson. In "High energy physics and nuclear structure" ed. S.Devons, Plenum Press, N.Y., 1970, p.825.

Л-89021 Подп.к печати 12.IV.72 г. Заказ 623 Тираж 250.

Типография МИФИ, М.Пионерская, 12