

539.1
8-85

93

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

**ВОПРОСЫ СТРУКТУРЫ ЯДРА
И МЕТОДЫ ЕЕ ИССЛЕДОВАНИЯ**

(Конспекты лекций)

А. И. БАЗЬ

**ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ
МНОГОНУКЛОННЫХ СИСТЕМ**

МОСКВА — 1973

539.7
B-85

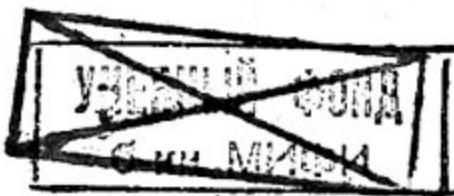
МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
СССР

Московский орденов Трудового Красного Знамени
инженерно-физический институт

Вопросы структуры ядра и методы ее исследования
(Конспекты лекций)

А.И.Базъ

ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ МНОГОНУКЛОННЫХ СИСТЕМ



МОСКВА-1973

Библиотечный
фонд
НИЯУ МИФИ
г. Москва



Метод К-гармоник, или как его иногда называют, метод гиперсферических функций (МГСФ) был разработан в 1964 г. для решения частной задачи о связанном состоянии в системе трех тел ($A = 3$) с сильным взаимодействием. Однако уже очень скоро стало ясным, что наиболее полно все преимущества математического аппарата метода проявляются, когда он используется для решения существенно многочастичных задач ($A > 3$).

МГСФ представляет собой математически корректную и практически удобную процедуру решения многочастичного уравнения Шредингера (УШ). Другой его привлекательной стороной является то, что при расчетах по МГСФ в задачу не приходится вводить ничего, кроме параметров элементарного нуклон-нуклонного взаимодействия. В период 1967-1970 г.г. метод широко применялся для расчета различных характеристик связанных состояний ядер (энергии, радиуса, распределение плотности, деформации, моменты /I/ инерции и др.). Все результаты этих лет можно найти в обзоре .

Все это время МГСФ не только применялся к чему-либо, но и развивался сам. Сравнительно недавно стало ясным, что аппарат МГСФ весьма удобен для решения многотельных задач не только дискретного, но и непрерывного спектров. Применение МГСФ к решению многонуклонного УШ в такой общей постановке (и дискретный и непрерывный спектры вместе) приводит к не очень сложной системе уравнений, которая пригодна для решения любых ядерно-физических задач: как задач, традиционно относимых к вопросам структуры ядра, так и проблем, относимых к теории ядерных реакций.

Ниже будет дан вывод этой системы уравнений, проведен ее анализ и исследованы некоторые частные случаи. Сначала, однако, запомним основные формулы МГСФ.

§ I. Основные формулы МСФ

Будем рассматривать УШ системы A нуклонов

$$(\hat{H} - E) \Psi \equiv (\hat{T} + \hat{V} - E) \Psi \equiv \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \sum_{i=1}^A \Delta_i + \sum_{i>j} V(ij) - E \right\} \Psi_{A,A} = 0 \quad (I.1)$$

Сюда входит полная энергия E всей системы, за исключением, конечно, массы покоя нуклонов.

Удобно с самого же начала отделить движение общего центра масс. Для этого переходим от координат \vec{r}_i отдельных нуклонов к новым переменным:

$$\vec{R} = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^A \vec{r}_i ; \quad \vec{\xi}_e = \frac{1}{\sqrt{e(e+1)}} \left[\sum_{i=1}^e \vec{r}_i - e \vec{r}_{e+1} \right] \quad (I.2)$$

Здесь \vec{R} — координата центра тяжести ядра, а $(A-1)$ координаты $\vec{\xi}_e$, трансляционно инвариантны и зависят лишь от относительного расположения наших A нуклонов. При этом имеем тождественно

$$\prod_{i=1}^A d\vec{r}_i = d\tau_{3A} = A^{3/2} d\vec{R} \prod_{i=1}^{A-1} d\vec{\xi}_i = A^{3/2} d\vec{R} d\tau_{3A-3} \quad (I.3)$$

$$\sum_{i=1}^A \Delta_i = \Delta_{3A} = \frac{1}{A} \frac{\partial^2}{\partial \vec{R}^2} + \sum_{j=1}^{A-1} \frac{\partial^2}{\partial \vec{\xi}_j^2} = \frac{1}{A} \frac{\partial^2}{\partial \vec{R}^2} + \Delta_{3A-3} \quad (I.4)$$

Совокупность 3(A-1) компонент векторов $\vec{\xi}_e$ можно рассматривать как компоненты одного вектора \vec{p} в 3(A-1)-мерном пространстве, вытянутом на реперы $\vec{\xi}_e / \xi_e$. Квадрат длины этого вектора

$$p^2 \equiv \sum_{i=1}^{A-1} \vec{\xi}_i^2 = \sum_{i=1}^A (\vec{r}_i - \vec{R})^2 \equiv A \vec{r}^2$$

где через \bar{r}^2 обозначен среднеквадратичный радиус нашей системы при фиксированном ρ .

Элемент объема в этом $3(A-1)$ -мерном пространстве может быть записан как

$$d\tau_{3A-3} = \rho^\Lambda d\rho d\Omega_{\vec{r}} ; \quad \Lambda \geq 3A-4 \quad (1.5)$$

Здесь $\Omega_{\vec{r}}$ обозначает совокупность $3A-4$ углов, определяющих направление вектора \vec{r} в $3(A-1)$ -мерном пространстве. Переход к переменным ρ и $\Omega_{\vec{r}}$ в исходном уравнении Шредингера (I) осуществляется с помощью формулы

$$\Delta_{3A-3} = \frac{1}{\rho^\Lambda} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho^\Lambda \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \Delta_{\Omega_{\vec{r}}} \quad (1.6)$$

где $\Delta_{\Omega_{\vec{r}}}$ - угловая часть многомерного лапласиана. $(3A-4)$ угла можно вводить разными способами, но конкретный их вид нам сейчас не важен.

Волновая функция Ψ в системе ц.и. зависит от совокупности $\Omega_{\vec{r}}$, $2A$ спин-изоспиновых переменных и от длины ρ и направления $\Omega_{\vec{r}}$ $3(A-1)$ -мерного вектора \vec{r} . В методе К-гармоник Ψ -функция ищется в виде разложения

$$\Psi(1, 2, \dots, A) = \sum_{k\gamma} \rho^{-\frac{\Lambda}{2}} \chi_{k\gamma}(\rho) u_{k\gamma}(\Omega); \quad \Omega = \{\Omega_\varphi, \Omega_\pi\} \quad (1.7)$$

где $u_{k\gamma}$ - полный набор ортонормированных функций в пространстве $(3A-4)$ угловых и $2A$ -спин-изоспиновых переменных:

$$\int d\Omega u_{k\gamma}^+ u_{k'\gamma'}^-; \quad u_{k\gamma} = \delta_{kk'} \delta_{\gamma\gamma'}, \quad (1.8)$$

И в этой формуле и везде ниже мы не выписываем явно знака суммирования по спин-изоспиновым переменным; оно всегда подразу-

мевается выполненным при вычислении любых матричных элементов.

В качестве обобщенных угловых функций $\psi_{K\gamma}$ (К-гармоник) удобно пользоваться угловыми частями (ЗА-3)-мерных однородных гармонических полиномов $P_{K\gamma}(\vec{p})$, составленных из компонент вектора \vec{p} .

$$\Delta_{3A-3} P_{K\gamma} = 0 ; \quad P_{K\gamma} = p^k \psi_{K\gamma}(\Omega) \quad (I.9)$$

Здесь K - целые положительные числа (степени полинома), а индекс γ обозначает набор всех остальных чисел, характеризующих К-гармонику. В силу принципа Паули величина K ограничена снизу неким минимальным значением K_m , своим для каждого ядра.

Подставляя разложение (I.7) в исходное УШ, получаем следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений для входящих в (I.7) функций X

$$\left\{ \frac{d^2}{dp^2} - \frac{\mathcal{L}_K(\mathcal{L}_K+1)}{p^2} + \frac{2mE}{h^2} \right\} X_{K\gamma} = \frac{2m}{h^2} \sum_{K'\gamma'} W_{K\gamma}^{K'\gamma'}(p) X_{K'\gamma'} \quad (I.10)$$

Здесь $\mathcal{L}_K = K + \frac{1}{2}(3A-6)$, а матричные элементы W , играющие роль эффективных взаимодействий, равны:

$$W_{K\gamma}^{K'\gamma'}(p) \equiv \int d\Omega \psi_{K\gamma}^* \hat{V} \psi_{K'\gamma'} \quad (I.II)$$

Система уравнений (I.10) и формулы (I.7), (I.II) являются точными и составляют фундамент метода К-гармоник.

Разложение (I.7) в ряд по К-гармоникам оказывается не-равномерно сходящимся; чем больше величина p , тем более высокие значения K надо учитывать в разложении. Однако, если p конечно, то практически всегда можно ограничиться конеч-

ным числом членов в (I.7) с K в интервале $K_m \leq K \leq K_n < \infty$.
Например, для связанных состояний ядер (см. (I.4)):

$$\rho < \rho_A ; \quad \rho_A = (A \bar{r}^2)^{1/2} \approx \sqrt{A} R_A ; \quad R_A = 1.3 A^{1/3} fm \quad (I.12)$$

и можно пользоваться усеченным разложением:

$$\Psi(1, 2, \dots, A) \equiv \Psi(\vec{p}) = \sum_{K_m}^{K_n} \rho^{-\frac{A}{2}} X_K(\rho) u_K(\Omega) \quad (I.13)$$

(для краткости будем везде ниже опускать индекс γ). Переход от полного разложения (I.7) к усеченному (I.13) означает, что в уравнениях (I.10) надо также опустить все члены с $K, K' > K_n$. Это эквивалентно переходу от полного гамильтониана $\hat{H} = \hat{T} + \hat{V}$ в (I.1) к усеченному гамильтониану

$$\hat{H} \rightarrow \tilde{H} = \hat{T} + \tilde{V}$$

где \tilde{V} — оператор со свойствами:

$$\tilde{V} u_K = \sum_{K'=K_m}^{K_n} W_K^{K'} u_{K'} ; \quad K \leq K_m \quad (I.14)$$

$$\tilde{V} u_K = 0 ; \quad K > K_m$$

а матрица $W_K^{K'}$ по-прежнему определяется формулой (I.11). Для нахождения функций X_K в (I.13) имеем теперь конечную систему обыкновенных однородных дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \frac{d^2}{d\rho^2} - \frac{J_K(J_K+1)}{\rho^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \right\} X_K = \frac{2m}{\hbar^2} \sum_{K'=K_m}^{K_n} W_K^{K'} X_{K'} \quad (I.15)$$

Величины W обращаются в нуль при $\rho \rightarrow \infty$ (как ρ^{-3} в случае короткодействующих нуклон-нуклонных потенциалов и как

ρ^{-1} для кулоновских потенциалов). Поэтому спектр гамильтониана \tilde{H} дискретен при $E < 0$, т.е. для всех энергий, меньших энергии волнового развала ядра на составляющие его нуклоны. Вид спектра \tilde{H} , вообще говоря, сильно зависит от величины K_m , и об этом надо помнить во избежание всяких недоразумений.

Введем полный набор ортонормированных собственных функций $\tilde{\Psi}_\lambda(\vec{p})$, принадлежащих дискретному спектру усеченного гамильтониана и находимых как решения системы (I.15):

$$(\tilde{H} - E_\lambda) \tilde{\Psi}_\lambda = 0 \quad ; \quad E_\lambda < 0 \quad (I.16)$$

$$\tilde{\Psi}_\lambda(\vec{p}) = p^{-\frac{\Delta}{2}} \sum_{K=K_m}^{K_m} X_K^{(\lambda)}(p) u_K(\Omega) \quad (I.17)$$

$$\int d\vec{p} \tilde{\Psi}_\lambda^+ \tilde{\Psi}_{\lambda'} = \int_0^\infty dp \sum_{K_m}^{K_m} X_K^{(\lambda)}(p) X_K^{(\lambda')}(p) = \delta_{\lambda\lambda}, \quad (I.18)$$

Отметим две формулы, строго верные для функций $\tilde{\Psi}_\lambda$:

$$(\hat{H} - E) \tilde{\Psi}_\lambda = [(\hat{V} - \tilde{V}) - (E - E_\lambda)] \tilde{\Psi}_\lambda; \quad \int d\vec{p} \tilde{\Psi}_\lambda^+ (\hat{H} - E) \tilde{\Psi}_\lambda = (E - E_\lambda) \delta_{\lambda\lambda}, \quad (I.19)$$

Они понадобятся в дальнейшем.

Во всех приложениях МГСФ для расчета свойств связанных состояний ядер, о которых упоминалось во введении, уравнения (I.16)-(I.17) принимаются в качестве исходных, вычисленные $E_\lambda, \tilde{\Psi}_\lambda$ отождествляются с энергией и волновой функцией рассчитываемых состояний ядра. При этом оказывается (см. обзор /I/), что с помощью функций $\tilde{\Psi}_\lambda$ достигается более гибкое и полное описание свойств ядра, чем, если пользоваться обычной оболочечной моделью.

Рассматривая более внимательно систему уравнений (I.15), легко убедиться, что

$$X_k^{(\lambda)}(r) \rightarrow \begin{cases} \text{const} \cdot r^{k+\frac{\lambda-1}{2}} & ; r \rightarrow 0 \\ \text{const} \cdot \exp\left[-r\sqrt{\frac{2m|E_\lambda|}{\hbar^2}}\right] & ; r \rightarrow \infty \end{cases} \quad (I.20)$$

Таким образом, при $r \rightarrow 0$ в $\tilde{\Psi}_\lambda$ основном является член с K_m , убывающий медленнее всего. При больших r ($r > r_A$) функции $\tilde{\Psi}_\lambda$ экспоненциально затухают с огромным показателем в экспоненте (I.20). Для абсолютной величины $|X_k^{(\lambda)}|$ из условия нормировки (I.18) следует оценка: $|X_k^{(\lambda)}| \sim r_A^{-1/2}$.

§ 2. Вид волновой функции ядра с учетом каналов распада

При всей сложности такой существенно многочастичной системы как атомное ядро, нам известен общий вид и структура волновой функции (в.ф.) ядра в двух предельных случаях.

а) Когда все относительные расстояния между нуклоном малы ($r \leq r_A$), точная в.ф. ядра должна быть близка к в.ф. компактных связанных состояний ядер, и может быть приближенно описана на языке теоретических представлений, используемых в теории ядерной структуры. В основном это разные варианты оболочечной модели, мы будем для этой цели использовать функции $\tilde{\Psi}_\lambda$.

б) Когда $r > r_A$, то в в.ф. ядра остаются лишь члены, описывающие относительное движение частиц, на которые ядро может распасться. В этом случае в.ф. ядра имеют вид суперпозиций сходящихся и расходящихся волн в различных каналах.

О первой области ($r \leq r_A$) можно говорить как о "внут-

ренней" области ядра, а о второй - как о "внешней области", которую приходится вводить в рассмотрение для описания каналов распада ядра. Такое деление конфигурационного пространства ядра на "внутреннюю" и "внешнюю" область было введено более тридцати лет назад, но только сейчас с появлением ШСФ возникла реальная возможность использовать одну и ту же систему переменных (\vec{r}) для записи в.ф. в обеих областях и тем самым обойти непреодолимые ранее трудности корректной спlicing "внутренней" и "внешней" волновых функций на границе между областями.

Ниже мы будем развивать идею, предложенную несколько лет назад в работах ^{/3/}. В.Ф. Ψ нашей системы А нуклонов будет искаться в виде суммы двух членов:

$$\Psi = \Psi_{int} + \Psi_{ext} \quad (2.1)$$

где первый и второй члены имеют формы, пригодные для адекватного описания в.ф. во "внутренней и внешней" областях. При этом, хотя Ψ_{int} и Ψ_{ext} призваны играть доминирующую роль при $\vec{r} < r_A$ и $\vec{r} > r_A$ соответственно, будет существовать и значительная промежуточная область при $r \sim r_A$, где обе эти функции перекрываются и могут быть одинаково важными. Уравнение для в.ф. (2.1) будут искаться с помощью вариационного принципа

$$\langle \delta\Psi | \hat{H} - E | \Psi \rangle \quad (2.2)$$

Заготовки для конструирования Ψ_{int} были получены в предыдущем параграфе - это в.ф. $\tilde{\Psi}_A$. Сейчас мы проделаем такую же работу и для внешней области. При этом облегчим себе задачу, условившись учитывать только бинарные каналы распада.

Рассмотрим какой-нибудь один канал распада $A \rightarrow A_1 + A_2$.

Пусть одна из частиц канала состоит из A_1 нуклонов, находящихся в состоянии, описываемом внутренней в.Ф. $\Psi_1(\vec{p}_1)$ и отвечающей внутренней энергии частицы E_1 . У второй частицы канала

A_2 волновая функция $\Psi_2(\vec{p}_2)$ и энергия E_2 . Спины и изоспины, конечно, учитываются, хотя мы нигде их не выписываем явно. Через \vec{p}_1 и \vec{p}_2 будем обозначать совокупность координат, описывающих относительное движение A_1 нуклонов в первой частице и A_2 нуклонов - во второй.

Обозначим через \vec{r}_{12} радиус-вектор между частицами:

$$\vec{r}_{12} = \frac{1}{A_1} \sum_{i=1}^{A_1} \vec{r}_i - \frac{1}{A_2} \sum_{i=1}^{A_2} \vec{r}_i \equiv \left(\frac{A_1}{A_1 A_2} \right)^{\frac{1}{2}} \vec{z} \quad (2.3)$$

где первое и второе суммирование распространяется на нуклоны в первой и второй частице соответственно. Если рассматриваемое парциальное состояние нашей системы A нуклонов таково, что частицы канала имеют относительный орбитальный момент L , то построим полностью антисимметричную функцию

$$\omega(\vec{p}) = N \hat{A}_{12} \left\{ z^L Y_{LM}(\vec{z}) \Psi_1(\vec{p}_1) \Psi_2(\vec{p}_2) \right\}; N^2 = \frac{A_1! A_2!}{A!} \quad (2.4)$$

Здесь Y_{LM} - обычная сферическая гармоника, а через \hat{A}_{12} обозначен оператор антисимметризации по всем перестановкам нуклонов между частицами (сами Ψ_1 и Ψ_2 антисимметричны, каждая по своим нуклонам).

Чтобы не писать громоздких формул сложения моментов, спины частиц канала мы положим равными нулю.

Функцию ω можно разложить в ряд по К-гармоникам

$$\omega(\vec{p}) = \sum_{k_m}^{\infty} \sigma_k(p) u_k(\Omega) \quad (2.5)$$

Вычтем из этого разложения члены с теми K , которые уже содержатся в $\tilde{\Psi}_\lambda$, и результат вычитания обозначим через $P(\vec{p})$ *).

$$P(\vec{p}) = w(\vec{p}) - \sum_{K=K_m}^{K_n} b_K(p) u_K(\Omega) \quad (2.6)$$

$$b_K(p) = \int d\Omega w(\vec{p}) u_K(\Omega) \quad (2.7)$$

Введенная таким образом независящая от энергии функция $P(\vec{p})$ очень удобна, чтобы выбрать ее в качестве базисной для описания рассматриваемого канала распада. Действительно, она антисимметрична по всем нуклонам, обладает нужным моментом и четностью и при больших p описывает две пространственно разделенные частицы

$$P(\vec{p}) = w(\vec{p}) ; p \rightarrow \infty \quad (2.8)$$

Последнее следует из приведенной в Приложении оценки:

$$b_K(p) \underset{p > p_A}{\sim} \text{const} \frac{1}{p^{K-2-L+K_{im}+K_{im}}} \quad (2.9)$$

где K_{im} – минимальное значение K для i -ой частицы.

В силу очень быстрого спадания b_K для ядер с $A \gg I$, равенство (2.8) должно хорошо выполняться практически во всей области значений p , соответствующей пространственно разделенным частицам.

*). Отметим, что такое вычитание нельзя делать для задачи 2-х тел ($A = 2$), так как там K совпадает с L .

Так как при малых ϱ коэффициенты b_k ведут себя стандартным образом:

$$\frac{b_k}{\varrho^k} \xrightarrow[\varrho \rightarrow 0]{} \text{const} \quad (2.10)$$

то вычитание из $\omega(\vec{\varrho})$ ее первых членов разложения (наибольших при малых ϱ) существенно именно в области малых ϱ . Из (2.6) и (2.10) непосредственно получаем:

$$\left| \frac{P(\vec{\varrho})}{\omega(\vec{\varrho})} \right| \rightarrow 0 \quad ; \quad \varrho \rightarrow 0 \quad (2.11)$$

Таким образом, переходя от ω к P , мы уменьшаем величину базисной функции канала во внутренней области, практически при этом не меняя ее во внешней.

Полный вклад от канала в Ψ_{ext} мы представим в виде

$$\Phi(\varrho) \psi(\vec{\varrho}) \quad (2.12)$$

где неизвестная функция Φ зависит только от абсолютной величины ϱ . Чтобы сделать такую форму представления в.ф. канала более понятной, скажем лишь, что при больших ϱ в.ф. иду тождества

$$\varrho^2 \equiv \varrho_1^2 + \varrho_2^2 + z^2 \xrightarrow[\varrho \rightarrow \infty]{} \frac{A_1 A_2}{A} r_{12}^2 \quad (2.13)$$

Функция $\Phi(\varrho)$ превращается в функцию, зависящую только от относительного расстояния частиц канала. Это происходит потому, что ϱ_1 и ϱ_2 ограничены:

$$\varrho_1 < \varrho_{A_1} ; \quad \varrho_2 < \varrho_{A_2} \quad (2.14)$$

Количество бинарных каналов распада для ядер с $A \gg I$ очень велико, т.к. в отдельный канал должны выделяться и случаи, когда частица A_1 , или A_2 находится в одном из своих возбужденных состояний. Соответственно этому окончательное выражение для Ψ_{ext} должно иметь вид суммы по всем каналам (и открытым и закрытым):

$$\Psi_{ext}(\vec{p}) = \sum_x \Phi_x(p) P_x(\vec{p}) \quad (2.15)$$

Неизвестными здесь являются функции Φ_x .

Внутреннюю волновую функцию мы будем здесь задавать в виде

$$\Psi_{int}(\vec{p}) = \sum_{\lambda} c_{\lambda} \tilde{\Psi}_{\lambda}(\vec{p}) \quad (2.16)$$

с неизвестными коэффициентами c_{λ} . В нашу полную волновую функцию

$$\Psi = \Psi_{int} + \Psi_{ext} = \sum_{\lambda} c_{\lambda} \tilde{\Psi}_{\lambda} + \sum_x \Phi_x(p) P(p) \quad (2.17)$$

каждое "внутреннее состояние" $\tilde{\Psi}_{\lambda}$ вносит неизвестный коэффициент c_{λ} , а каждый бинарный канал распада x – неизвестную функцию $\Phi_x(p)$. Нам осталось получить уравнение для этих величин. Это будет сделано в следующем параграфе.

§ 3. Основная система уравнений

Уравнения получаем из интегральных соотношений:

$$\int d\vec{p} \tilde{\Psi}_{\lambda}^* (\hat{H} - E) \Psi = 0 ; \quad \lambda = 1, 2, \dots \quad (3.1)$$

$$\int d\Omega P_x^* (\hat{H} - E) \Psi = 0 ; \quad x = 1, 2, \dots$$

куда в качестве Ψ надо подставить выражение (2.17). Используя формулы предыдущих параграфов, а также то, что в.Ф. частиц каналов являются решениями уравнений Шредингера для соответствующих подсистем, без труда приводим уравнение (3.1) к виду:

$$C_\lambda = (E - E_\lambda)^{-1} \sum_x \int_0^\infty d\beta \sqrt{\mu_x(p)} D_{\lambda x}^*(p) \Phi_x(\beta) \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} q_{xx}(\beta) \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} [\Phi_x'' + (p \mu_x)^1 \Phi_x'] + \Phi_x(V_x - \varepsilon_x) \right\} + \sum_{x \neq x_i} \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} [q_{x_i}'' + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\Lambda}{p} \Phi_{x_i}' \right] q_{xx} + 2\Phi_{x_i}' q_{xx}^{(1)} \right\} + \Phi_{x_i}[V_{xx_i} - \varepsilon_{x_i}] q_{xx_i} \} = - \sum_x C_\lambda \tilde{\beta} \sqrt{\mu_x(p)} D_{\lambda x}^{(1)}(p) \quad (3.3) \end{aligned}$$

В этих уравнениях штрих означает дифференцирование $\frac{\partial}{\partial p}$, а входящие в них функции равны

$$\begin{aligned} q_{xx}(\beta) &= \int d\Omega p_x^+ p_x, \\ \mu_x(p) &= p^\Lambda q_{xx}, \\ q_{xx_i}^{(1)}(p) &= \int d\Omega p_x^+ \frac{\partial}{\partial p} p_x, \\ D_{\lambda x}(\beta) &= \int d\Omega p_x^+ \hat{V} \tilde{\Psi}_\lambda \frac{p^\Lambda}{\sqrt{\mu_x}} \quad (3.4) \end{aligned}$$

$$V_{xx_i}(\beta) = \frac{1}{q_{xx_i}} \int d\Omega p_x^+ [\hat{H} - (E_{1x_i} + E_{2x_i})] p_x,$$

а $\varepsilon_x = E - E_{1x} - E_{2x}$, где E_{ix} – внутренняя энергия i -ой частицы x -ого канала; ε_x имеет смысл относительной кинетической энергии частиц в x -ом канале на бесконечности.

Границным условием для системы уравнений (3.2)-(3.3) является конечность Φ_x при всех β и для всех x . При этом спектр энергии E дискретен, когда все ε_x отрицательны и непрерывен – если хотя бы в одном канале ε_x

положительно. При каждом значении энергии E в области непрерывного спектра существует столько независимых решений системы (3.2)-(3.3), сколько имеется открытых каналов (т.е. каналов с $\epsilon_{xx} > 0$).

Все эти утверждения следуют из регулярности величин, входящих в (3.4), из того факта, что при $\rho \rightarrow \infty$ все они, кроме q_{xx} и M_x обращаются в нуль. Поведение при $\rho \rightarrow 0$ находит-ся сразу, если для ρ_x воспользоваться разложением (2.5)-(2.7) в ряд по K -гармоникам и предельным состоянием (2.10): при $\rho \rightarrow 0$

$$q_{xx}(\rho) \rightarrow \text{const. } \rho^{2(K_m+2)}$$

$$M_x(\rho) \rightarrow \text{const. } \rho^{\Lambda + 2(K_m+2)}$$

$$q_{xx_1}^{(1)}(\rho) \rightarrow \text{const. } \rho^{2K_m+3}$$

$$D_{\lambda x}(\rho) \rightarrow \sum_{k=k_m}^{K_m} X_k(\rho) W_{k_m+2}^k(\rho)$$

$$V_{xx_1}(\rho) \rightarrow [W_{k_m+2}^{K_m+2}(\rho) - (E_{xx_1} + E_{2x_1})]$$

Асимптотическое поведение при $\rho \rightarrow \infty$ также определяется весьма просто. Именно, очень быстро (экспоненциально или как большая степень ρ^{-1}) зацдляются все функции, кроме q_{xx} , M_x и V_{xx} . Что касается двух последних, то при $\rho \rightarrow \infty$

$$M_x(\rho) \rightarrow \rho^{2L+2} \quad (3.6)$$

$$V_{xx}(\rho) \rightarrow \frac{Z_{1x} Z_{2x}}{\rho} e^2 \left(\frac{A_1 A_2}{A} \right)^{1/2}$$

где Z_{ix} - заряд i -ой частицы x -ого канала. Т.к. все эти асимптотики находятся одним и тем же способом. Докажем лишь первую из них.

При больших ρ , когда частицы канала пространственно разделены, можем положить $P_x = \omega_x$ и, кроме того, не заботиться об операторе антисимметризации в формуле (2.4). После этого немедленно получаем:

$$\begin{aligned} M_x(\rho) &= \rho^L \int d\Omega |z^L Y_{lm}(\vec{z}) \Psi_1(\vec{\rho}_1) \Psi_2(\vec{\rho}_2)|^2 = \\ &= 2\rho \int d\vec{\rho}_1 d\vec{\rho}_2 d\vec{z} \delta(\rho^2 - \rho_1^2 - \rho_2^2 - z^2) |z^L Y_{lm} \Psi_1 \Psi_2|^2 \xrightarrow[\rho \rightarrow \infty]{} \rho^{2L+2} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Здесь мы воспользовались тем, что $\Psi_i(\vec{\rho})$ — есть волновая функция связанного состояния частицы канала, так что

$$\int d\vec{\rho}_i |\Psi_i|^2 = 1$$

и кроме того, $\rho_i = \rho_{A_i}$ ограничены, так что их можно опустить в аргументе δ -функции.

Система уравнений (3.2)-(3.3) имеет несколько непривычный для ядерного физика вид. Поэтому мы сейчас подробно разберем случай, когда есть только один канал распада. Это позволяет нам понять характер решений, найти подход к решению общей системы уравнений вида (3.2)-(3.3), а также получить целый ряд физических результатов о связи распадного канала с компаунд-ядром и о взаимодействии между частицами канала.

§ 4. Общие уравнения в случай одного канала

Положим в системе (3.2)-(3.3) все Φ_x равными нулю, кроме функции Φ , описывающей оставленный нами канал. Везде дальше мы будем пользоваться определениями (3.4), но опускать индекс канала. Введем далее новую функцию Ψ подстановкой:

Библиотечный
фонд
НИЯУ МИФИ
г. Москва

$$\Phi(\rho) = \frac{1}{\sqrt{M}} \Psi(\rho) ; \quad M = \rho^k q \quad (4.1)$$

Исходная система уравнений (3.2)-(3.8) принимает вид:

$$(E - E_\lambda) C_\lambda = \int_0^\infty d\rho D_\lambda^+ \Psi \quad (4.2)$$

$$(\hat{h} - \varepsilon) \Psi = \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{d\rho^2} + V(\rho) + U(\rho) - \varepsilon \right\} \Psi = - \sum_\lambda C_\lambda D_\lambda$$

Кроме уже знакомых нам по (3.4) $V(\rho)$ и $D_\lambda(\rho)$ в последнем уравнении появилась новая функция $U(\rho)$:

$$U(\rho) = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{(\sqrt{M})''}{\sqrt{M}} \quad (4.3)$$

Разберем более подробно свойства, входящих в (4.2), функций D_λ , V , U . До сих пор был введен один характерный размер $\rho_A \approx 1.2 A^{5/6} f$, выражющий в терминах ρ нормальный радиус ядра (см. (I.12)).

Из определения D_λ :

$$D_\lambda(\rho) = \rho^{\frac{\Delta}{2}} \int d\Omega \frac{\rho^+}{\sqrt{\rho}} \hat{V} \tilde{\Psi}_\lambda \quad (4.4)$$

следует, что она отлична от нуля в области $0 < \rho < \rho_A$ и по порядку величина там равна:

$$D_\lambda \approx \frac{1}{\sqrt{\rho}} W_{k_m}^{k_m+2} \leq \frac{A \bar{V}}{\sqrt{\rho_A}} \quad (4.5)$$

(\bar{V} - среднее взаимодействие пары нуклонов в ядре).

При $\rho > \rho_A$ функция D_λ экспоненциально затухает, из-за множителей в $\tilde{\Psi}_\lambda$.

В нашей задаче есть еще один характерный размер ρ_0 - это то значение ρ , при котором частицы канала соприкасаются друг с другом. Если обозначить радиусы частиц в канале как R_1 и R_2 , то легко оценить ρ_0 как

$$\rho_0^2 = \rho_{A_1}^2 + \rho_{A_2}^2 + \frac{A_1 A_2}{A} (R_1 + R_2)^2 \approx \frac{3}{5} (A_1 R_1^2 + A_2 R_2^2) + \frac{A_1 A_2}{A} (R_1 + R_2)^2 \quad (4.6)$$

Значение ρ_0 является критическим для всех величин, относящихся к каналу распада. Дело в том, что при $\rho < \rho_0$, когда частицы канала начинают взаимопроникать друг в друга, становится очень существенным принцип Паули, антисимметризация в (2.4) перестает быть простой формальностью, какой она является при $\rho > \rho_0$, а приводит к кардинальному изменению базисных функций.

Это хорошо видно на примере введенной формулой (4.3) функции $U(\rho)$. Из предельных зависимостей (3.5) и (3.7) следует, что

$$U(\rho) = \frac{\hbar^2}{2m} \begin{cases} \frac{\mathcal{L}(x+1)}{\rho^2} & \rho \rightarrow 0 \\ \frac{L(L+1)}{\rho^2} = \frac{m}{m_1} \frac{L(L+1)}{r_n^2} & \rho \rightarrow \infty \end{cases} \quad (4.7)$$

Здесь $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{K_1 K_2} = K_1 + L + \frac{\Delta}{2}$, а $m_1 = \frac{A_1 A_2}{A} m$ - приведенная масса частиц канала. $U(\rho)$ играет роль потенциала в уравнении (4.2), а формулы (4.7) объясняют его происхождение; при больших ρ , когда частицы канала движутся друг относительно друга как точечные частицы с моментом L , он переходит в обычный центробежный потенциал; при очень малых ρ , когда частицы канала "растворились" друг в друге, потенциал $U(\rho)$ также положителен и велик: он больше чем минимальная кинети-

ческая энергия A фермионов, запертых в трехмерном сферическом объеме радиуса $r = \frac{R}{\sqrt{A}}$. Таким образом, этот потенциал имеет кинематическое происхождение, но его поведение при малых и при больших ρ определяется различными причинами: там, где принцип Паули не существенен ($\rho > \rho_0$), определяющим является орбитальный момент; как только в игру по серьезному вступает принцип Паули ($\rho < \rho_0$), это сразу же приводит к резкому увеличению U (всегда $I > L$). Представляет интерес поведение U в промежуточной области, т.е. при $\rho \sim \rho_0$. Однако в общем виде здесь мало что можно сказать, ибо для определения U при $\rho \sim \rho_0$ надо хорошо знать внутренние волновые функции частиц канала и уметь точно вычислять интеграл (3.7).

В отличие от U потенциал V в (4.2) существенно зависит от вида нуклон-нуклонного взаимодействия: как следует из (3.4), $V(\rho)$ представляет собой определенным образом усредненное взаимодействие всех A нуклонов. Предельные формулы для V приводились нами в предыдущем параграфе. Из них следует, что при малых ρ V отрицательно и описывает притяжение, при $\rho \gg \rho_0$ доминирующим является кулоновское взаимодействие. Поведение V в промежуточной области $\rho \sim \rho_0$ V зависит от конкретного вида взаимодействия между нуклонами.

Относительно суммарного потенциала $V + U$ в (4.2) можно высказать следующие суждения, основанные на выписанных выше формулах и на том, что мы знаем об относительной роли кинетической и потенциальной энергии в ядрах. При $\rho < \rho_0$ это потенциал сильного отталкивания (принцип Паули), при $\rho \approx \rho_0$ возможна область, где он является притягивающим, а при $\rho > \rho_0$

он становится снова отталкивающим (центробежный и кулоновский барьеры). Если эти соображения верны, то связь частиц канала с "внутренностью" ядра, осуществляемая функциями D_λ , должна быть сравнительно слабой: благодаря отталкиванию, обусловленному принципом Паули, частицы канала лишь с большим трудом проникают в ту область ($\varphi \leq \varphi_A$), где велики функции D_λ .

В рассматриваемом нами случае одного канала, полная в.ф. имеет вид:

$$\Psi(\vec{r}) = \sum_{\lambda} c_{\lambda} \tilde{\Psi}_{\lambda} + \varphi(r) \cdot \frac{P(\vec{p})}{\sqrt{M}} \quad (4.8)$$

В дальнейшем нас будет часто интересовать, каковы вероятности $B_K(r)$ и $B_{ch}(r)$ найти нашу систему A нуклонов при фиксированном r во "внутренних" состояниях Ψ_{λ} (состояниях компаунд-ядра) или в виде частиц канала. Эти вероятности при надлежащей нормировке в.ф. (4.8) равны:

$$B_K(r) = \int d\Omega r^2 \left| \sum_{\lambda} c_{\lambda} \tilde{\Psi}_{\lambda} \right|^2; \quad B_{ch}(r) = \int d\Omega r^2 \left| \frac{\varphi(r)}{\sqrt{M}} \right|^2 = \left| \varphi(r) \right|^2 \quad (4.9)$$

Полная вероятность образования компаунд-ядра есть очевидно:

$$B_K = \int_0^{\infty} dr B_K(r) = \sum_{\lambda} |c_{\lambda}|^2 \quad (4.10)$$

§ 5. Дискретный спектр. Энергии и волновые функции связанных состояний

Будем рассматривать область ниже порога канала, где $\epsilon < 0$. Введем функцию Грина ($\Phi.G$) $G_{\epsilon}(r, r')$ оператора ($\hat{h} - \epsilon$) в нижнем из уравнений (4.2)

$$(h - \epsilon) G_\epsilon(\varrho, \varrho') = \delta(\varrho - \varrho') \quad (5.1)$$

$$G_\epsilon(\varrho, \varrho') = \frac{2m}{\hbar^2 \kappa} \chi_\epsilon^{(+)}(\varrho_>) \chi_\epsilon(\varrho_<); \quad \kappa = \sqrt{\frac{2m\epsilon}{\hbar^2}}$$

Здесь χ_ϵ и $\chi_\epsilon^{(+)}$ — это регулярное и нерегулярное в точке $\varrho=0$ решение уравнения $(h - \epsilon)x = 0$, нормированные условием:

$$\chi_\epsilon^{(+)} \chi'_\epsilon - \chi_\epsilon \chi'^{(+)}_\epsilon = \kappa \quad (5.2)$$

Т.к. $\epsilon < 0$, то $\kappa = i|\kappa|$. При $\varrho \rightarrow \infty$ решение $\chi^{(+)}$ экспоненциально затухает:

$$\chi_\epsilon^{(+)}(\varrho) \sim e^{-|\kappa|\varrho} \quad (5.3)$$

Использование Ф.Г. позволяет сразу разрешить систему уравнений (4.2). Действительно, нижнее из уравнений дает

$$\Psi(\varrho) = - \sum_{\lambda} c_{\lambda} \int_0^{\infty} d\varrho' G_\epsilon(\varrho, \varrho') D_{\lambda}(\varrho') \quad (5.4)$$

Используя далее остальные из уравнений (4.2), получаем систему обычных линейных уравнений для коэффициентов c_{λ} :

$$\sum_{\lambda} [(\epsilon - E_{\lambda}) \delta_{\lambda\lambda} + J_{\lambda\lambda}(\epsilon)] c_{\lambda} = 0 \quad (5.5)$$

где

$$J_{\lambda\lambda} = \iint_0^{\infty} d\varrho d\varrho' D_{\lambda}^*(\varrho) G_\epsilon(\varrho, \varrho') D_{\lambda}(\varrho') \quad (5.6)$$

Энергии связанных состояний должны находиться как решения сеулярического уравнения:

$$\det [(\epsilon - E_{\lambda}) \delta_{\lambda\lambda} + J_{\lambda\lambda}] = 0 \quad (5.7)$$

Т.к. Ф.Г. G_ϵ - симметричная функция своих аргументов, действительная при $\epsilon < 0$, то матрица $J_{\lambda\lambda}$ - самосопряженная и все корни уравнения (5.7) при $\epsilon < 0$ действительны.

Чтобы сделать все последующие формулы более компактными, предположим, что функции D_λ имеют вид:

$$D_\lambda = \eta_\lambda \delta(\varphi - \varphi_1) \quad (5.8)$$

Анализ показывает, что все качественные выводы, к которым мы придем ниже, не зависят от этого предположения. Постоянные η_λ по порядку величины равны

$$\eta_\lambda \ll \sqrt{\rho} A \bar{V} \quad (5.9)$$

а значение φ_1 лежит где-то в интервале $\varphi_A < \varphi_1 < \varphi_B$.

Если D_λ имеет вид (5.8), то точное решение системы уравнений (4.2) дается формулами:

$$C_\lambda = \frac{\eta_\lambda^*}{E - E_\lambda} \Psi(\varphi_1); \quad \Psi(\varphi) = G_\epsilon(\varphi, \varphi_1) \xi(\epsilon) \Psi(\varphi_1); \\ \xi(\epsilon) = - \sum_\lambda \frac{|\eta_\lambda|^2}{E - E_\lambda} \quad (5.10)$$

а уравнение на собственные значения энергии приобретает вид:

$$\xi(\epsilon) G_\epsilon = 1 \quad G_\epsilon \equiv G_\epsilon(\varphi, \varphi_1) \quad (5.11)$$

Напомним, что $\epsilon = E - (E_1 + E_2) \approx E - Q$. Обозначим корни этого уравнения через E_m , а соответствующие значения ϵ через $\epsilon_m = E_m - Q$. Тогда нормированная на единицу полная волновая функция наших нуклонов есть:

$$\Psi(1, 2, \dots, A) = C \left\{ \sum_\lambda \frac{\eta_\lambda^*}{E - E_\lambda} \tilde{\Psi}_\lambda(\vec{\varphi}) + \frac{P(\vec{\varphi})}{\sqrt{H(\rho)}} G_\epsilon(\varphi, \varphi_1) \xi(\epsilon) \right\}_{E=E_m} \quad (5.12)$$

$$C^2 = \left[\frac{d}{dE} \xi + G_\epsilon^{-2} \frac{d}{d\epsilon} G_\epsilon \right]_{E=E_m}^{-1}$$

$$C^2 = \left[\frac{d}{d\epsilon} \zeta + G_\epsilon^{-2} \frac{d}{d\epsilon} G_\epsilon \right]_{\epsilon=\epsilon_m}^{-1} \quad (5.13)$$

Вероятности найти нашу систему нуклонов в состояниях компаунд-ядра и в виде частиц канала суть

$$B_K = C^2 \frac{d}{d\epsilon} \zeta(\epsilon_m); \quad B_{CR} = C^2 \left| \frac{d}{d\epsilon} G_\epsilon^{-1} \right| \quad (5.14)$$

Отсюда видно, что характер состояния (компаунд или кластерные) определяется тем, какая из производных $\left| \frac{d}{d\epsilon} \zeta \right|$ или $\left| \frac{d}{d\epsilon} G_\epsilon \right|$ больше в точке, где согласно (5.II) становятся равными ζ и G_ϵ^{-1} . Полюса $\zeta(E)$ расположены при энергиях $E=E_\lambda$, а нули функции G_ϵ^{-1} отвечают собственным значениям $\epsilon=\epsilon_n$ однородного уравнения для функции канала

$$(\hat{h} - \epsilon_n) \chi_n = 0; \quad \int_0^\infty d\epsilon |\chi_n(\epsilon)|^2 = 1 \quad (5.15)$$

Таким образом, обе производные в (5.14) могут быть одинаковы по величине и строгую классификацию состояний Ψ_m по типу: "Компаунд-состояние" или "квазимолекулярное состояние" в общем случае провести нельзя.

Классификация по этому признаку возможна только в "случае слабой" связи, когда все $|\eta_\lambda| \rightarrow 0$. Действительно, функция ζ при $|\eta_\lambda| \rightarrow 0$ очень мала везде, кроме точек $E \approx E_\lambda$, и если отвлечься от возможности случайного совпадения $E_\lambda = \epsilon_n + Q$, то уравнение (5.II) имеет решения только двух типов.

Корни первого типа $E = E_\lambda$ расположены вблизи каждого из значений E_λ

$$E_\lambda = E_\lambda - |\eta_\lambda|^2 G_{E_\lambda} \xrightarrow{|\eta_\lambda| \rightarrow 0} E_\lambda \quad . \quad (5.16)$$

Соответствующие волновые функции нашей системы

$$\Psi_{\lambda}(1, 2, \dots, A) = \frac{1}{\sqrt{1 + |\eta_{\lambda}|^2 \frac{d}{d\epsilon} G_{\epsilon}}} \left[\tilde{\Psi}_{\lambda} - \eta_{\lambda} \frac{P}{\sqrt{M}} G_{\epsilon}(\rho, \rho_i) \right] \xrightarrow{|\eta_{\lambda}| \rightarrow 0} \tilde{\Psi}_{\lambda} \quad (5.17)$$

практически совпадают с одной из функций $\tilde{\Psi}_{\lambda}$ компаунд-ядра.

Корни второго типа $E = \epsilon_n$, отвечающие "квазимолекулярным состояниям" возникают вблизи каждого из значений $E = \epsilon_n$.

Т.к. при $\epsilon \approx \epsilon_n$

$$G_{\epsilon}(\rho, \rho') = \frac{\chi_n(\rho) \chi_n(\rho')}{\epsilon_n - \epsilon} \quad (5.18)$$

то, подставляя это выражение в (5.II), находим

$$\epsilon_n = \epsilon_n + Q - |\chi_n(\rho_i)|^2 \xrightarrow{|\eta_{\lambda}| \rightarrow 0} \epsilon_n + Q \quad (5.19)$$

Соответствующие волновые функции описывают состояние, в котором наши А нуклонов "собраны" в "квазимолекулу", состоящую из частиц канала:

$$\Psi_n(1, \dots, A) = \frac{1}{\sqrt{1 + |\chi_n(\rho_i)|^2 \frac{d}{d\epsilon} G_{\epsilon}}} \left\{ \sum_{\lambda} \frac{\chi_n(\rho) D_{\lambda}^{\epsilon} \tilde{\Psi}_{\lambda}(\bar{\rho}) + P(\bar{\rho})}{\epsilon_n - E_{\lambda}} \chi_n(\rho) \right\} \xrightarrow{|\eta_{\lambda}| \rightarrow 0} \frac{P(\bar{\rho})}{\sqrt{M(\rho)}} \chi_n(\rho) \quad (5.20)$$

Фактическим параметром, определяющим величину связь, является отношение $\gamma = \frac{|\eta|^2 G}{e}$, где $|\eta| = \overline{|\eta_{\lambda}|}$, $G = \overline{G_{\epsilon}}$ и $e = \overline{|E_{\lambda} - E_{\lambda+1}|}$ - средние значения констант η_{λ} , Ф.Г. G_{ϵ} и расстояния между соседними компаунд-уровнями с одинаковыми квантовыми числами. Когда этот параметр не мал ("средняя" или "сильная" связь), энергии E_m и волновые функции Ψ_m уже нельзя так просто расклассифицировать, как это было сделано выше; картина становится сложной. Однако о спектре ядра и о

структуре волновых функций можно сделать ряд общих заключений.

Т.к. формулы становятся громоздкими, ограничимся констанцией результатов:

1) При увеличении связи все уровни сдвигаются (с основным вниз), но не больше, чем на ϵ . Это не относится к основному состоянию, которое неуклонно понижается при увеличении связи. Величина сдвига в реальных ядрах вполне может составлять несколько Мэв.

2) Если при $\gamma=0$ одно из состояний было "квазимолекулярным", то либо оно, либо соседнее с ним остается таковым и при увеличении γ . Неквазимолекулярные состояния при увеличении становятся сложной суперпозицией "внутренних" состояний, т.к. с ростом γ возрастает взаимодействие этих состояний друг с другом через канал распада.

3) Основное состояние, неуклонно понижающееся при увеличении γ , имеет сильную тенденцию становиться при этом квазимолекулярным. При этом трудно не вспомнить про такие ядра, как Li^2 , Be^2 , Be^3 ...

4) При увеличении γ основное состояние всегда стремится опуститься в область $\epsilon < 0$ ниже порога канала (это становится, конечно, к случаю, когда все E_λ лежат в области $\epsilon > 0$), так что в пределе $\gamma \rightarrow 0$ в нашей системе нет связанных компаунд-состояний.

§ 6. Непрерывный спектр. Положение и ширина резонансов. Состав волновых функций

Рассмотрение области энергий выше порога канала ($\epsilon > 0$) начнем с точного решения системы уравнений (4.2). Единственный физический процесс при энергиях, когда открыт канал рас-

пада — это упругое рассеяние частиц канала друг на друге.

При любом $\epsilon > 0$ однородное уравнение

$$(\hat{h} - \epsilon) X_\epsilon = 0 \quad (6.1)$$

имеет одно регулярное в нуле решение с асимптотикой

$$X_\epsilon(\varphi) \sim \sin(k\varphi + \delta^{(0)}) \quad (6.2)$$

В соответствии с этим общее решение нижнего из уравнений (4.2) есть

$$\Psi(\varphi) = X_\epsilon(\varphi) - \sum_{\lambda} c_{\lambda} \int_0^{\infty} d\varphi_1 G_{\epsilon}(\varphi, \varphi_1) D_{\lambda}(\varphi_1) \quad (6.3)$$

а для определения коэффициентов c_{λ} имеем систему линейных уравнений

$$\sum_{\lambda} [(\epsilon - E_{\lambda}) \delta_{\lambda\lambda} + J_{\lambda\lambda}(\epsilon)] c_{\lambda} = d_{\lambda} \equiv \int_0^{\infty} d\varphi X_{\epsilon}(\varphi) D_{\lambda}^*(\varphi) \quad (6.4)$$

Матрица $J_{\lambda\lambda}$, и ф.г. G_{ϵ} по прежнему определяются формулами (5.6) и (5.1)-(5.2). При этом в качестве входящих в ф.г. решений уравнения (6.1) X_{ϵ} и $X_{\epsilon}^{(+)}$ мы выберем решение X_{ϵ} с асимптотикой (6.2) и решение $X_{\epsilon}^{(+)}$ с асимптотикой

$$X_{\epsilon}^{(+)}(\varphi) \sim e^{i(k\varphi + \delta^{(\omega)})} \quad (6.5)$$

Очевидно, что $X_{\epsilon}(\varphi) = J_m X_{\epsilon}^{(+)}$.

В области $\epsilon > 0$ и ф.г. G_{ϵ} и матрица $J_{\lambda\lambda}$ комплексна, так что система линейных уравнений (6.4) однозначно разрешима при любой энергии ϵ .

Общий вид полной волновой функции довольно сложен:

$$\Psi(L, A) = \sum_{\lambda} c_{\lambda} \tilde{\Psi}_{\lambda} + \frac{P}{\sqrt{\pi}} \left[X_{\epsilon} - \sum_{\lambda} c_{\lambda} \int_0^{\infty} d\varphi' G_{\epsilon}(\varphi, \varphi') D_{\lambda}(\varphi') \right] \quad (6.6)$$

Первый член отличен от нуля лишь при малых ρ , и он соответствует образованию компаунд-ядра при столкновении частиц канала друг с другом. При $\rho > \rho_0$ "выживает" только второй член, описывающий относительное движение частиц канала:

$$\Psi(1..A) \sim \frac{P(\rho)}{\sqrt{N(\rho)}} \cdot \frac{e^{-i\delta^{(0)}}}{2} [-e^{-ik\rho} + S(\epsilon)e^{ik\rho}] \quad (6.7)$$

$$S(\epsilon) = e^{2i\delta^{(0)}} [1 - 2i\delta \sum c_\lambda d_\lambda^*] = e^{2i\delta(\epsilon)}; \quad b = \frac{2m}{k^2} \quad (6.8)$$

Используя (6.4) и свойства ф.Г. легко показать далее, что

$$\operatorname{Im} \left(\sum_\lambda c_\lambda d_\lambda^* \right) = -b \left| \sum_\lambda c_\lambda d_\lambda^* \right|^2 \quad |S(\epsilon)| = 1 \quad (6.8)$$

так что унитарность (действительность фазы $\delta(\epsilon)$ в (6.8)) выполняется, как это и должно быть.

При больших ρ наша система из A нуклонов представляет собой два пространственно-разделенных кластера. При малых ρ с какой-то вероятностью образуется компаунд-ядро. Пусть $\rho > \rho_A$ и нас интересует вероятности $B_K(0 \div \rho)$ и $B_{ch}(0 \div \rho)$ обнаружить в интервале $0 \div \rho$ нашу систему в виде компаунд-ядра и в виде обособленных частиц канала. Используя (6.6), легко показать, что:

$$B_K(0 \div \rho) = \frac{\sum |c_\lambda|^2}{B_{\text{полн}}(0 \div \rho)} ; \quad B_{ch}(0 \div \rho) = \frac{\int_0^\rho |\Psi(\rho)|^2 d\rho}{B_{\text{полн}}(0 \div \rho)} \quad (6.9)$$

Стоящее в знаменателе выражение есть ни что иное, как

$$B_{\text{полн}}(0 \div \rho) = \int_0^\rho \rho^A d\rho d\Omega_\rho |\Psi(1..A)|^2 =$$

$$= \sum_{\lambda} |C_{\lambda}|^2 + \int_0^{\rho} |\Psi(\rho)|^2 d\rho = \frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{\partial^2}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \Psi^*}{\partial \rho} - \Psi \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial \rho^2 \partial \varepsilon} \right] \sim \\ \sim \frac{1}{2} \left[\rho + \frac{d\delta(\varepsilon)}{dk} - \frac{1}{2k} \sin 2(\kappa \rho + \delta(\varepsilon)) \right] \quad (6.10)$$

где последнее равенство справедливо, если ρ достаточно великов, так что можно пользоваться асимптотическим выражением для $\chi_{\varepsilon}(\rho)$ из (6.7).

Чтобы сделать все формулы этого параграфа более компактными и наглядными, аппроксимируем, как и в § 5, функцию D_{λ} формулой

$$D_{\lambda}(\rho) = \eta_{\lambda} \delta(\rho - \rho_1) \quad (6.11)$$

Подчеркнем, что качественные заключения, к которым мы приDEM ниже, не зависят от конкретного вида D_{λ} , и справедливы в общем случае. При учете (6.11) немедленно получаем для коэффициентов C_{λ} и величины $S(\varepsilon)$ следующие выражения:

$$C_{\lambda} = \frac{\eta_{\lambda}^*}{E - E_{\lambda}} \frac{\chi_{\varepsilon}}{1 - \xi G_{\varepsilon}} ; \quad \Psi(\rho) = \chi_{\varepsilon}(\rho) + G_{\varepsilon}(\rho, \rho_1) \frac{\xi \chi_{\varepsilon}(\rho_1)}{1 - \xi G_{\varepsilon}} \\ S(\varepsilon) = e^{2i\delta(\varepsilon)} \frac{1 - \xi G_{\varepsilon}^*}{4 - \xi G_{\varepsilon}} \quad (6.12)$$

где ξ и G_{ε} определены теми же формулами, что и в § 5 (см. (5.10)-(5.11')). В отличие от случая $\varepsilon < 0$, однако, Ф.Г. теперь комплексна

$$G_{\varepsilon}(\rho, \rho') = b \chi_{\varepsilon}(\rho) \chi_{\varepsilon}^*(\rho') = b [f_{\varepsilon}(\rho) h_{\varepsilon}(\rho) + i f_{\varepsilon}(\rho) f_{\varepsilon}(\rho')] \quad (6.13)$$

$$G_{\varepsilon} = b [f_{\varepsilon} h_{\varepsilon} + i f_{\varepsilon}^2]; \quad n_{\varepsilon}, f_{\varepsilon} \equiv h_{\varepsilon}(\rho_1), f_{\varepsilon}(\rho)$$

Здесь через $h_{\varepsilon}(\rho)$ обозначено нерегулярное в нуле решение однородного уравнения (6.1) с асимптотикой

(6.14)

Формулы (6.12) позволяют полностью проанализировать волновую функцию нашей задачи при $\epsilon > 0$. В рассеянии частиц канала друг на друге будут наблюдаться резонансы а) типа компаунд-ядра, б) типа одночастичных, и в) промежуточного типа.

Когда энергия E приближается к одному из E_λ , то $\tilde{\chi}(E) \rightarrow -\frac{|\eta_\lambda|^2}{E-E_\lambda}$ и формула (6.12) приобретают резонансный вид

$$S(\epsilon) = e^{2i\delta^{(1)}} \frac{E - E_\lambda - i\frac{\Gamma_\lambda}{2}}{E - E_\lambda + i\frac{\Gamma_\lambda}{2}}; \quad C_{\lambda_1} = \eta_{\lambda_1}^* \frac{E - E_\lambda}{E - E_\lambda} \frac{\chi_\epsilon}{E - E_\lambda + i\frac{\Gamma_\lambda}{2}} \quad (6.15)$$

$$\Psi(p) = \chi_\epsilon(p) - G_c(p, p_i) \cdot \frac{|\eta_\lambda|^2 \chi_\epsilon}{E - E_\lambda + i\frac{\Gamma_\lambda}{2}}$$

$$E_\lambda = E_\lambda + \Delta_\lambda; \quad \Delta_\lambda = -b |\eta_\lambda|^2 f_\epsilon n_\epsilon; \quad \Gamma_\lambda = 2b |\eta_\lambda|^2 f_\epsilon^2 \quad (6.16)$$

Энергии резонансов равны E_λ (сравни с (5.15)), и если Δ_λ , $\Gamma_\lambda \ll e$, где e - расстояние между соседними значениями E_λ , то спектр энергий резонансов E_λ близок к спектру E_λ . В этом случае можно говорить о "слабой" связи состояний компаунд-ядра с каналом распада, а формулы (6.15)-(6.16) при этом остаются справедливыми в пределах всего резонанса. Если, к тому же, Δ_λ и Γ_λ мало меняются в пределах резонанса, то формулы (6.15) описывают резонансное состояние типа компаунд-ядра. действительно, из (6.9)-(6.10) и (6.15)-(6.16) следует, что, если пренебречь энергетической зависимостью χ_ϵ и n_ϵ , то

$$|C_\lambda|^2 = \frac{\Gamma_\lambda}{2b} \frac{1}{(E-\varepsilon_\lambda)^2 + \frac{\Gamma_\lambda^2}{4}} \gg B_{ch}(0 \div \infty) \quad (6.17)$$

Рассматриваемая система А нуклонов будет иметь возбужденные состояния типа одночастичного резонанса, если в потенциале $V+V'$ между частицами канала есть квазистационарное состояние с энергией ε_n и шириной Γ_n , т.е. если у однородного уравнения $(\hbar^2 - \varepsilon) f_\varepsilon = 0$ есть комплексное собственное значение $\varepsilon = \varepsilon_n - i \frac{\Gamma_n}{2}$

При $\varepsilon \approx \varepsilon_n$ функции χ_ε и G_ε в области внутри действия потенциала имеют энергетическую зависимость, определяемую формулами:

$$\begin{aligned} G_\varepsilon &= t^2 \alpha \sin \delta_r^{(n)} e^{i\delta_r^{(n)}} + l \\ \chi_\varepsilon &= t \sqrt{\alpha} \sin \delta_r^{(n)} \quad (6.18) \\ e^{i\delta_r^{(n)}} &= \frac{\varepsilon - \varepsilon_n - i \frac{\Gamma_n}{2}}{\varepsilon - \varepsilon_n + i \frac{\Gamma_n}{2}} ; \quad t^2 = \sqrt{\frac{2\hbar^2}{m} \frac{\varepsilon}{\Gamma_n^2}} \end{aligned}$$

где α и l - действительные постоянные, причем $\alpha \sim \rho_0^{-1/2}$, а $\delta_r^{(n)}$ резонансная часть фазы $\delta^{(n)} = \delta_r^{(n)} + \delta_{pot}^{(n)}$. Подставляя (6.18) в (6.12), получаем

$$\begin{aligned} S(\varepsilon) &= e^{2i\delta_r^{(n)}} \frac{\varepsilon - \varepsilon_n - \Delta_n - i \frac{\Gamma_n}{2}}{\varepsilon - \varepsilon_n - \Delta_n + i \frac{\Gamma_n}{2}} ; \quad \sum_\lambda |C_\lambda|^2 = \frac{1}{\xi^2} \frac{d\xi}{dE} \frac{\Delta_n^2}{t^2 \alpha} \frac{1}{(\xi - \varepsilon_n - \Delta_n)^2 + \frac{\Gamma_n^2}{4}} \\ \Delta_n &= \frac{\Gamma_n}{2} \frac{t^2 \alpha}{1 - l \xi} \quad (6.19) \end{aligned}$$

Из выражения для $S(\varepsilon)$ мы видим, что при $E = \varepsilon_n \approx \varepsilon_n + \Delta_n + Q$ в сечении рассеяния частиц канала друг на друга наблюдается резонанс с одночастичной шириной Γ_n . Если в пределах резо-

нанса величина $\tilde{\Psi}_\lambda$ меняется мало, то состояния $\tilde{\Psi}_\lambda$ компаунд-ядра в резонансе почти не возбуждаются. Действительно, из (6.9)-(6.10) и (6.18)-(6.19) следует, что, положив $\frac{d\tilde{\Psi}}{dE}$ равной нулю, получаем

$$B_{cr}(0 \div g) = 1; \text{ т.к. } B_{hom}(0 \div g) = \int_0^g |\Psi|^2 d\epsilon + \sum_n |c_n|^2 \rightarrow \int_0^g |\Psi|^2 d\epsilon \\ \left| \frac{d\Psi}{dE} \right| \rightarrow 0 \quad (6.20)$$

Рассмотренные выше частные случаи резонансов типа компаунд-ядра и типа одночастичного состояния могут осуществляться только, если в пределах резонанса или χ_ϵ и n_ϵ или $\tilde{\chi}(E)$ остаются постоянными. Это, как правило, реализуется в пределе слабой связи, когда $|\chi_\lambda| \rightarrow 0$. Экспериментальные данные об уровнях в легких и средних ядрах говорят, однако, о том, что зачастую трудно провести четкое разграничение между частными случаями компаунд-резонанса и одночастичного резонанса. Поэтому следует рассмотреть промежуточные случаи.

Одним из случаев такого рода является случай не слабой связи, когда $|\chi_\lambda|$ нельзя считать малыми. Как видно из результатов иллюстративных расчетов, в которых сечение рассеяния частиц канала вычислялось с помощью формул (4.12) для различных констант связи, при увеличении связи происходит сильное смещение резонансных энергий, а формы резонансов становятся отличными от Брайт-Вигнеровских. Внутренняя структура резонансных состояний оказывается сложной: в их формировании принимают участие как состояния $\tilde{\Psi}_\lambda$ компаунд-ядра, так и одночастичные состояния канала распада.

Другим случаем является ситуация, когда все $|\chi_\lambda| \rightarrow 0$, но при $E = E_n - i \frac{\Gamma_n}{2}$ разположен полюс однородного уравнения с большой шириной $\Gamma_n > \epsilon$. В этом случае происходит как бы

модуляция компаунд-резонансов этим полюсам. Мы можем здесь одновременно пользоваться формулами (6.15)-(6.16) и (6.18). Для ширин Γ_λ , в частности, получаем:

$$\Gamma_\lambda = 2\pi \Omega_\lambda^2 t^2 \alpha \frac{(\frac{\Gamma_0}{\epsilon})^2}{(\epsilon - \epsilon_\lambda)^2 + (\frac{\Gamma_0}{2})^2}; \quad \epsilon_\lambda = \epsilon_\lambda - Q \quad (6.21)$$

Из этого соотношения видно, что при приближении энергии частиц к ϵ_n происходит уширение (и сдвиг, конечно) наблюдаемых резонансов компаунд-ядра.

§ 7. О взаимодействии между ядрами

Развитый выше подход позволяет быть последовательным в определении того, что следует называть взаимодействием между частицами канала, которыми являются ядра A_1 и A_2 . Именно, из выписанной выше системы уравнений одноканальной задачи (4.2) можно исключить все неизвестные, кроме функции канала $\Psi(p)$. При этом получим уравнение, куда входит только последняя:

$$(\hat{h} + \hat{d} - \epsilon) \Psi = 0 \quad (7.1)$$

$$\hat{d} = \sum_\lambda \hat{d}_\lambda; \quad \hat{d}_\lambda \Psi(p) = \frac{D_\lambda(p)}{E - E_\lambda} \int_0^\infty dp' \Psi(p') D_\lambda^*(p') \quad (7.2)$$

Оператор \hat{h} и входящие в него потенциалы V и U были нами определены в §§ 4, 3. При исключении "внутренних степеней свободы" C_λ в уравнении для Ψ возник дополнительный потенциал \hat{d} , причем существенно нелокальный. Таким образом эффективное взаимодействие между частицами канала включает в себя три члена V , U , \hat{d} , имеющие совершенно разный физический смысл. Происхождение и характер двух первых мы уже обсуж-

дали. Разберем сейчас свойства и проявления нелокального потенциального оператора \hat{d} . Это можно сделать исследуя уравнение (7.1). Мы, однако, уже фактически провели это исследование в предыдущих параграфах, когда исследовали дискретный и непрерывный спектр задачи о одним каналом. Поэтому перейдем сразу к констатации результатов.

1) Первая роль, отводимая \hat{d} в уравнении (7.1) - это воспроизводить те связанные состояния и резонансы в нашей системе А нуклонов, которые обязаны своим существованием "внутренности" ядра. Если связь между каналом и "внутренностью" не слишком велика, так что ширина резонансов $\Gamma \ll e$, где e - расстояние между соседними уровнями, то \hat{d} надо учитывать только вблизи резонансов, где он является определяющим; при промежуточных энергиях его роль не велика.

2) Вторая роль потенциала \hat{d} , так же как и первая, связана с его происхождением. Он описывает "рассасывание" частиц канала в состояния компаунд-ядра. Проявляется это в том, что введение \hat{d} в одночастичное уравнение всегда приводит к уменьшению в.ф. в области $\varphi \sim \varphi_A$, где $D_\lambda(\varphi)$ отличны от нуля. Действительно, в случае уравнения (7.1) не трудно получить следующую формулу:

$$\int_0^\varphi |\Psi|^2 d\varphi = \frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} \frac{\partial \Psi^*}{\partial \varepsilon} - \Psi \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial \varphi^2 \partial \varepsilon} \right] - \sum_\lambda \frac{1}{(E - E_\lambda)} \int_0^\varphi \Psi D_\lambda^* d\varphi \int_0^\infty \Psi^* D_\lambda d\varphi' \quad (7.3)$$

Рассмотрим второй член правой части. При $\varphi > \varphi_A$ он превращается в

$$- \sum_\lambda \left| \frac{\int_0^\varphi \Psi D_\lambda^* d\varphi}{E - E_\lambda} \right|^2 \equiv - \sum_\lambda |C_\lambda|^2 \quad (7.4)$$

т.е. с обратным знаком он равен вероятности образования компаунд-ядра, которая была нами определена в § 6. Такое уменьшение волновой функции частиц канала совершенно понятно из элементарных физических соображений: в.ф. уменьшается не только из-за того, что частицам канала трудно проникнуть в область $\varrho \sim \varrho_A$ из-за барьера (этот эффект описывается первым членом в (7.3)), но и из-за того, что, проникнув в эту область, частицы канала "растворяются" во "внутренних" состояниях.

На этом мы окончим описание свойств нелокального потенциала $\hat{\alpha}$ и вернемся еще раз к локальным компонентам взаимодействия V и U .

В предыдущих параграфах был установлен физический смысл и вид этих потенциалов при больших ϱ , когда эта переменная с точностью до коэффициента $(A_1 A_2 / A)^{1/2}$ совпадает с расстоянием между частицами канала. Приближении частиц, когда $\varrho \rightarrow \varrho_0$, это соответствие между ϱ и r_{12} пропадает. На справедливости общей схемы, излагавшейся в этой статье, это не влияет, но конкретный вид потенциалов $V(\varrho)$ и $U(\varrho)$ от этого изменится. Действительно, и центробежный и кулоновский потенциалы зависят именно от расстояния между частицами. Поэтому в области $\varrho \lesssim \varrho_0$ требуется более аккуратные формулы, чем асимптотические выражения (3.7) и (4.6).

Для определенности будем говорить о потенциале U , т.к. для второго потенциала положение аналогичное. Для величины $M(\varrho)$, через которую выражается U , имеем при $\varrho > \varrho_0$:

$$\begin{aligned} M(\varrho) &= \int d\Omega \varrho^4 |\psi(\vec{\varrho})|^2 = \\ &= 2 \int d\vec{\varrho}_1 d\vec{\varrho}_2 d\vec{z} \delta(\varrho^2 - \varrho_1^2 - \varrho_2^2 - z^2) |z^4 Y_{lm}(\vec{z}) \Psi_1(\vec{\varrho}_1) \Psi_2(\vec{\varrho}_2)|^2 = \end{aligned}$$

$$= \iint_{\substack{g_1^2 + g_2^2 < g^2}} dg_1 dg_2 g (g^2 - p_1^2 - p_2^2)^{L+2} s_1(p_1) s_2(p_2) \quad (7.5)$$

$$s_i(g_i) = \int d\Omega_i |\Psi_i(\vec{r}_i)|^2 g_i^{3L-4}; \quad \int s_i(g_i) dg_i = 1$$

Входящие сюда волновые функции частиц канала сосредоточены вокруг значений g_{A_i} , соответствующих радиусам этих частиц

$$g_{A_i} = \sqrt{A_i} R_i$$

В качестве первого приближения можем положить

$$s_i(g_i) = \delta(g_i - g_{A_i})$$

тогда для $M(g)$ получаем:

$$M(g) \underset{\substack{p \gg p_0 \\ p \rightarrow \infty}}{\approx} p \gamma^{2L+1} \rightarrow g^{2L+2}; \quad \gamma \equiv [\rho^L - (g_{A_1}^2 + g_{A_2}^2)]^{1/2} \quad (7.6)$$

Появившаяся здесь величина γ (точнее $(A/A_A)^{1/2} \gamma$) больше подходит на роль инвариантной относительно перестановок всех нуклонов переменной, характеризующей расстояние между частицами данного канала. Можно теперь перейти к этой переменной в уравнении (4.2) для частиц канала и проверить, насколько получающееся уравнение похоже на то, что интуитивно хочется получить: на у.ш. для одной частицы с моментом L в кулоновом поле. Мы этого проделывать здесь не будем, а отметим лишь, что наилучшее приближение к такому результату получается, если немного изменить формулу (7.5) и положить:

$$M = g^B \gamma^\alpha; \quad \alpha = 2[1 + \sqrt{L^2 + 1}]; \quad B = 2[L - \sqrt{L^2 + 1}]$$

(7.7)

при $L > 0 \quad \alpha = 2L+3; \quad B \approx -1$

Строго говоря, мы не должны заниматься подбором функции $M(g)$, т.к. для нее имеется вполне определенная формула (7.5), кото-

рую надо просто взять и по ней провести расчет. Однако при конкретных приближенных вычислениях, когда важна практическая сходимость расчетной процедуры, формула (7.7) может оказаться полезной.

§ 8. Полуфеноменологическая система уравнений

Полученная выше система уравнений для ядра А является достаточно строгой и общей, и в нее не входят никакие подосновные параметры. Однако практическое использование этой системы затруднено, т.к. вычисление входящих туда величин M , V и т.п. является необычайно громоздкой задачей. Мы, поэтому, сейчас сконструируем новую и более простую систему уравнений, которая сохраняет все качественные свойства системы (8.2)-(8.3), но более удобна для анализа и расчетов. Выписанную ниже систему уравнений следует рассматривать как полуфеноменологическую

$$\begin{cases} (\hat{h}_x - \varepsilon_x) \Psi_x = \sum_{\lambda \neq x} (V_{xx} \Psi_x + W_{xx} \Psi'_x) - \sum_{\lambda} C_{\lambda} D_{\lambda x}(\varrho) \\ C_{\lambda} (E - E_{\lambda}) = \sum_x \int d\varrho \Psi_x D_{\lambda x} \end{cases} \quad (8.1)$$

Здесь $\Psi_x(\varrho)$, E_{λ} , ε_x , C_{λ} имеют тот же самый смысл, что и раньше, функции $V_{xx}(\varrho)$, $W_{xx}(\varrho)$ и $D_{\lambda x}(\varrho)$ должны теперь не вычисляться через нуклон-нуклонные потенциалы, а подбираться из условия согласия с опытом. Гамильтониан x -ого канала записываем теперь в виде:

$$\hat{h}_x = \frac{p_x^2}{\varrho^2} \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{d\varrho^2} \right] + V_{xx}(\varrho) + U_x(\varrho) \quad (8.2)$$

где $V_{xx}(\varrho)$ – полуфеноменологический потенциал в x -ом канале, а Z_x – приведенное расстояние между частицами канала (см. § 2)

$$z_x = [g^2 - g_{1x}^2 - g_{2x}^2]^{1/2}; \quad g_{ix}^2 \approx A_{ix} R_{ix}^{-2} \approx \frac{3}{5} r_0^{-2} A_{ix}^{5/3} \quad (8.3)$$

причем $r_0 \approx 1,2 f$, а A_{ix} - число нуклонов в i -ом кластере x -ого канала. "Кинематическое" отталкивание, вызываемое центробежным барьером и принципом Паули включено в (8.2) в потенциал U_x , который удобно записать в виде двух частей

$$U_x = U_x^{4.8}(g) + U_x^{(n.p.)}(g) \quad (8.4)$$

$$U_x^{4.8}(g) = \frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{L(L+1)}{z_x^2} - \frac{3}{4} \frac{1}{z_x^2} \left(1 - \frac{z_x^4}{g^4}\right) \right]$$

Часть этого потенциала $U_x^{(n.p.)}$, возникающую из-за принципа Паули мы сейчас конкретизировать не будем. Заметим только, что он отличен от нуля только если частицы канала начинают перекрываться своими волновыми функциями; по мере углубления одной частицы в другую от быстро возрастает до больших значений.

Как не трудно видеть система уравнений (8.1) содержит в себе в качестве предельных случаев оболочечную модель, оптическую модель и метод связанных каналов. Действительно, положим равными нулю все C_λ и Ψ_{x_i} с $x_i \neq x$. Тогда (8.1) сводится к обычному уравнению оптической модели для частиц x -ого канала:

$$(h_x - \epsilon_x) \Psi_x = \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{d^2}{dz_x^2} - \frac{L(L+1)}{z_x^2} \right] + V_{xx} + U_x^{(n.p.)} \right\} \Psi_x = 0 \quad (8.5)$$

Если все Ψ_{x_i} считать отличными от нуля, то получаем систему уравнений метода связанных каналов:

$$(h_x - \epsilon_x) \Psi_x = \sum_{x_i \neq x} (V_{xx_i} \Psi_{x_i} + W_{xx_i} \Psi'_{x_i}) \quad (8.6)$$

Наконец, если все $\Psi_x = 0$, то система (8.1) приводит к "оболочечным" уровням (см. § 2, I):

$$E = E_\lambda ; \quad \Psi = \tilde{\Psi}_\lambda$$

Литература

1. А.Базъ, Ю.Гринь, В.Демин, М.Жуков. ФЭЧАЯ, 9, № 2, 275
(1972).
2. А.Базъ, М.Жуков. Ядерная физика II, 779 (1970).
3. М.Жуков, К.Шитикова. Ядерная физика I4, 297 (1971).
3. Б.Н.Захарьев, В.В.Пустовалов, В.Д.Эфрос. Ядерная физика
8, 406 (1968).

Л-75416 Подп. к печати 9.IU.73 г. Заказ 489 Тираж 250

Типография МИФИ, М.Пионерская, 12