

539.1
B-88

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Всесоюзная школа по теоретической ядерной физике
5 сессия

Конспект лекций на тему:
«НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ СОВРЕМЕННОЙ ТЕОРИИ
ЯДРА»

Часть I

В. Г. ЗЕЛЕВИНСКИЙ

ЯДЕРНОЕ ВРАЩЕНИЕ
И ВЫСОКИЕ ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ

МОСКВА — 1974

539.1

B-85

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ СССР

Московский ордена Трудового Красного Знамени
инженерно-физический институт

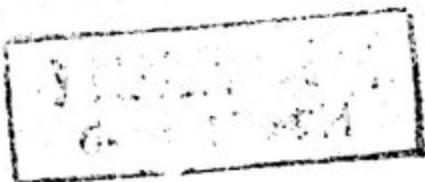
Конспект лекций на тему:

**"НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ СОВРЕМЕННОЙ
ТЕОРИИ ЯДРА"**

Часть 1

В.Г. ЗЕЛЕВИНСКИЙ

**ЯДЕРНОЕ ВРАЩЕНИЕ И ВЫСОКИЕ
ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ**



Москва - 1974 г.

1. Введение

Вопрос о том, как вращается атомное ядро, является одним из наиболее интригующих в современной ядерной физике низких энергий. В квантовой системе, состоящей из сильно взаимодействующих ферми-частиц и обладающей существенно дискретным энергетическим спектром, даже такая "классическая" ветвь спектра, как вращение, обладает рядом важных и до сих пор не вполне понятных особенностей. Интерес к ядерному вращению подогревается тем, что за последние два-три года обнаружено немало фактов, не укладывающихся в стандартную картину почти жесткого квазиклассического ротатора.

Любой обзор ситуации в столь "горячей" области является субъективным и не может претендовать на полноту. Имеет смысл ограничиться твердо установленными фактами и основными представлениями. Их обсуждение и будут посвящены лекции. Естественно, ряд теоретических подходов не будет затронут; частично пробелы можно восполнить, обратившись к обстоятельным обзорам по вращательному движению в четно-четных /1/ и нечетных /2/ ядрах. Кроме того, в ближайшем будущем должен выйти перевод 2 тома "Структуры атомного ядра" О.Бора и Б.Моттельсона, в значительной степени посвященный вращению. Простое изложение некоторых вопросов содержится в лекциях /3/.

Наиболее интересна проблема высоких вращательных состояний. Однако, обсуждение этой проблемы требует понимания эффектов, приводящих к отличиям от жесткого ротора и начинающих проявляться уже при малых моментах. С другой стороны, эти эффекты в области, где они малы, вполне наблюдаемы. Здесь теория может претендовать на количественное объяснение эксперимента. Поэтому после обзора основных фактов и понятий мы рассмотрим адабатическую область малых моментов, а затем — состояния с высокими спинами. В основном речь будет идти о четно-четных ядрах.

2. Основные свойства вращательных полос.

1. Современные представления о ядерном вращении базируются на обобщенной модели О.Бора — Б.Моттельсона /4/. По аналогии с динамикой молекул регулярные последовательности уровней с монотонно возрастающими моментами I интерпретируются как ротационные полосы деформированного ядра. Такая интерпретация подтверждается тем, что при не слишком больших I (≤ 10) спектр полосы близок к

$$E_I = \text{const} + A I (I + 1), \quad (2.1)$$

где константа A может быть записана как $\frac{1}{2} \mathcal{J}$, а \mathcal{J} имеет смысл момента инерции.

Вероятности электромагнитных переходов внутри полосы значительно больше, чем для переходов в другие состояния и

и чимерно на два порядка превышают одиночественные оценки. Следовательно, эти переходы (они имеют мультипольность E 2) сильно количественны, а состояния полосы обла- дают весьма сходной структурой.

Пренебрегая в нулевом приближении изменением структуры, сопоставим ядру квазивольтного гамильтониана ротора

$$H = \sum_K \frac{I_K^2}{2\mathcal{F}_K}, \quad (2.2)$$

где тензор обратных моментов инерции приведен к главным осям, в которых его собственные числа равны \mathcal{F}_K^{-1} . Операторы I_K в (2.2) суть компоненты момента по главным осям инерции. Они действуют на углы Эйлера ϑ^i , описывающие ориентацию подвижных осей в лабораторной системе и удовлетворяют /5/ соотношениям

$$[I_i, I_k] = -i\varepsilon_{ik\ell} I_\ell, \quad (2.3)$$

где в правой части знак противоположен по сравнению с соотношениями перестановки для проекций m_K любого моментоподобного оператора на неподвижные оси

$$[m_i, m_k] = i\varepsilon_{ik\ell} m_\ell. \quad (2.4)$$

При произвольных значениях \mathcal{F}_K гамильтониан (2.2) описывает асимметричный волчок /6/. Если функции $|IMK\rangle$ характеризуются определенными значениями $I(I+1), M, K$ операторов квадрата вращательного момента и его проекций на оси $Z_{\text{лаб}}$ лабораторной и Z связанной с ядром коор-

динатных систем, то собственные состояния гамильтониана (2.2) являются суперпозициями вида

$$|IM, p\rangle = \sum_K C_{IK}^P |IMK\rangle \quad (2.5)$$

Здесь p - дополнительные квантовые числа, нужные для характеристики различных состояний с одним и тем же I .

Если тензор инерции обладает осью симметрии (ось Z), то $\mathcal{J}_x = \mathcal{J}_y \equiv \mathcal{J}$ и проекция $I_z = K$ является интегралом движения. Тогда из (2.2) находим спектр

$$E_{IK} = \frac{I(I+1)}{2\mathcal{J}} + \frac{K^2}{2} \left(\frac{1}{\mathcal{J}_z} - \frac{1}{\mathcal{J}} \right) \quad (2.6)$$

Если переходы с $\Delta K \neq 0$ малы, то последнее слагаемое в (2.6) есть константа, определяющая энергию низшего состояния полосы ($I_{min} = |K|$). Реально симметрия тензора инерции должна совпадать (по крайней мере, в хорошо деформированных ядрах) с симметрией среднего поля ядра. Однако вращение аксиально симметричного поля вокруг оси симметрии не оказывается на движении частиц. Следовательно, в этом случае $\mathcal{J}_z \rightarrow 0$. Но тогда состояния с конечной энергией должны иметь $K=0$, т.е. вращательный момент перпендикулярен оси симметрии.

1) Состояния $|K\rangle$ и $| -K\rangle$ вырождены, причем однозначной волновой функции в лабораторной системе отвечает $/4/$ комбинация $|K\rangle + (-1)^{I+K} |-K\rangle$.

При отсутствии внутренних возбуждений (т.е. при слабой их связи с вращением) весь спектр вращательных состояний дается гамильтонианом (2.2) и совпадает при аксиальной симметрии с (2.1). Ненулевые значения К создаются внутренними возбуждениями (одночастичными или колебательными).

2. Аксиальная симметрия, повидимому, осуществляется в области малых моментов в большинстве деформированных ядер. В этом случае низколежащие состояния образуют серию полос, построенных на различных внутренних состояниях, причем переходы внутри полосы заметно сильнее, чем между полосами. Волновая функция нулевого приближения представляется произведением вращательной $|IMK\rangle$ (которая в координатном представлении пропорциональна функции конечных вращений D_{MK}^I) и внутренней функции, выраженной через переменные в подвижной системе координат. Соответственно выражаются и операторы физических величин. Так, для тензорного оператора $X_{\ell\mu}$ ранга ℓ в нулевом приближении

$$X_{\ell\mu} = \sum_{\lambda} D_{\mu\lambda}^{\ell*} (\vartheta) \bar{X}_{\lambda}, \quad (2.7)$$

где \bar{X}_{λ} — операторы, действующие только на внутренние переменные и имеющие правила отбора $\Delta K = \lambda$. Отсюда вытекает общий вид зависимости матричных элементов (м.э.) тензорных операторов от моментов:

$$\langle I'M'K'; p' | X_{\ell\mu} | IMK; p \rangle = (-1)^{I'-M'+\mu} \begin{pmatrix} I' & \ell & I \\ -M & \mu & M \end{pmatrix} (I'K'p' || X_\ell || IKp), \quad (2.8)$$

где $(I^1 || \dots || I^{l'})$ — приведенные м.э. /7/, равные²⁾

$$(I'K'p' || X_\ell || IKp) = (\bar{X}_\lambda)_{p'p} \sqrt{(2I+1)(2I'+1)} (-1)^{I-K'} \begin{pmatrix} I' & \ell & I \\ -K' & \lambda & K \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

3. Экспериментальные данные показывают, что при малых I характерные для жесткого ротора правила (2.1,9) приближенно справедливы. В качестве примера типичного ротационного спектра приведем (табл.1) данные /8/ для полосы, построенной на основном состоянии ядра ^{170}Hf . В основных полосах четно-четных ядер ("g"-полосы)

$K^\pi = 0^+$ и свойства симметрии приводят к тому, что полоса содержит лишь четные моменты $I = 0, 2, 4, \dots$. При этом из правил Алаги (2.9) следует, что внутри g -полосы: а) большими, т.е. имеющими неисчезающие м.э. X_{gg} по внутреннему состоянию, могут быть только мультиполи четных рангов ℓ (для нечетных ℓ $(\begin{smallmatrix} I & \ell & I' \\ 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix}) = 0$).

2)

В соотношении (2.9), которое дает так наз. правила Алаги, выписаны лишь главные для коллективных переходов члены с $\Delta K = \lambda$; в силу¹⁾ есть еще вклады с $K+K' = \lambda$.

Таблица 1. Спектр $\frac{1}{2}^+$ -полосы ^{170}Hf

$$\xi_I = E_I / E_2$$

I^π	E_I (кэв)	$\xi_{\text{эксп}}$	$\xi_{\text{ром}}$	$\omega_{I,I-2}$ (кэв)	$f_I^{(\text{мэв}^{-1})}$
0	0	-	-	-	-
2	100	1	1	100	30
4	321	3.21	3.33	221	31.6
6	641	6.41	7.00	321	34.3
8 ⁺	1041	10.41	12.00	400	37.5
10 ⁺	1503	15.03	18.33	462	41.2
12 ⁺	2013	20.13	26.00	510	45.1
14 ⁺	2564	25.64	36.00	550	49.1
16 ⁺	3147	31.47	45.33	584	53.1
18 ⁺	3761	37.61	57.00	614	57.1

Из табл.1 следует, что хотя качественно спектр похож на роторный, энергетические интервалы $\omega_{I,I-2}$ распределены гораздо медленнее, чем полагается по (2.1). В шестом столбце приведены значения эффективного момента инерции

$$\mathcal{F}_I = \frac{2I-1}{\omega_{I,I-2}}, \quad (2.10)$$

которые были бы равны константе $1/2A$ для спектра (2.1). Видно, что величина (2.10) быстро растет, при моментах $I > 8$ – примерно по линейному закону. Это означает, что спектр E_I приближается к эквидистантному.

Аналогичный рост \mathcal{F}_I наблюдается практически во всех четно-четных ядрах редкоземельной области. Тенденция к этому видна и в тяжелых ядрах (напр., ^{238}U), но

но здесь данных меньше, особенно для высоких спинов; в целом, повидимому, рост отклонений от жесткого ротатора для больших A замедляется.

4. Кроме β -полосы, во многих ядрах хорошо прослеживаются полосы, построенные на возбужденных состояниях — колебательных (квадрупольного или октупольного типов) и квазичастичных. Если деформация аксиального ядра является квадрупольной, то квадрупольные колебания могут быть двух сортов: продольные ($K^{\pi} = 0^+$, " β -колебания") и поперечные ($K^{\pi} = 2^+$, " γ -колебания"). Первым отвечает β -полоса ($I = 0, 2, 4, \dots$), вторым — γ -полоса ($I = 2, 3, 4, \dots$). Экспериментально известно много 0^+ и 2^+ полос (см. например, /9/); обычно наиболее коллективные из них отождествляют с β - и γ -полосами, хотя реально их природа сложнее: так, при наличии спаривания нуклонов β -фоной содержит примесь парных вибраций /10/ (волна разрыва пар).

Вращательные полосы, построенные на фотонных состояниях, обладают спектрами, похожими на спектры основных полос: Моменты инерции здесь несколько больше, а отклонения от ротатора в ряде случаев нарастают быстрее, чем в β -полосах: фонон "расшатывает" структуру основного состояния.

5. Если в энергетике уровней отклонения имеют вполне

систематический характер, то для вероятностей перехода трудно установить определенные тенденции. Здесь ошибки измерений велики, а данных, относящихся к состояниям с большими I , очень мало. В области малых I можно из общих соображений установить вид поправок к правилам (2.9). Действительно, при малых моментах вращение еще слабо искажает внутреннюю структуру. Эффективные операторы, определяющие наблюдаемые м.э. отличаются от (2.7) лишь малыми членами, которые естественно записать в виде разложения по степеням момента:

$$X_{\ell\mu} = \sum_{\lambda} D_{\mu\lambda}^{\ell*} \bar{X}_{\lambda} + \frac{1}{2} \sum_{\lambda\lambda'} [D_{\mu\lambda}^{\ell*}, I_{\lambda'}]_+ X_{\lambda}^{\lambda'} + \frac{1}{4} \sum_{\lambda\lambda'\lambda''} [D_{\mu\lambda}^{\ell*}, I_{\lambda'} I_{\lambda''}]_+ X_{\lambda}^{\lambda' \lambda''} + \dots \quad (2.11)$$

Здесь введены тензоры $X_{\lambda}^{\lambda'}$, $X_{\lambda}^{\lambda' \lambda''}$, ..., зависящие лишь от внутренних переменных; их симметрия диктуется свойствами эрмитовости оператора $X_{\ell\mu}$.

Вычисляя м.э. оператора (2.11) по состояниям $|IMK;p\rangle$, получаем поправки к правилам Алаги /11/.

Так, первые неисчезающие члены для $E2$ – переходов внутри β – полосы и между ней и β' – полосой имеют вид

$$\frac{B(E2; \beta I' \rightarrow \beta I)}{B(E2)_{\beta\beta}^{Rot}} = \left\{ 1 + \frac{\alpha}{2} [I(I+1) + I'(I'+1)] \right\}^2 \quad (2.12)$$

$$\frac{B(E2; \beta I' \rightarrow \beta I)}{B(E2)_{\beta\beta}^{Rot}} = \left\{ 1 + z_0 [I(I+1) - I'(I'+1)] \right\}^2 \quad (2.12')$$

Формулы такого типа, содержащие неизвестные параметры, используются обычно при обработке экспериментальных данных.

Для иллюстрации приведем результаты измерений вероятностей Е2-переходов $\beta \rightarrow g$ в ядре ^{176}Hf /12/. Из рис. 1 видно, что наблюдаемые вероятности хорошо описываются простым законом (2.12'), причем поправка к (2.9) невелика, $Z_0 = (12 \pm 5) \cdot 10^{-3}$. Такого же порядка эта величина и в других ядрах ($Z_0 \approx (1 \pm 5) \cdot 10^{-2}$); параметр α из (2.12) примерно на порядок меньше, $\alpha \approx 2 \cdot 10^{-3}$, но ее вклад растет с моментом квадратично, а не линейно, так что в результате поправки в обоих случаях близки по величине /13/.

В некоторых случаях однопараметрическая формула (2.12) плохо описывает экспериментальные данные /9/. Окончательные выводы здесь делать еще рано: а) зачастую погрешности эксперимента слишком велики; б) не всегда известны применимы EO- и M1- переходов, если они разрешены правилами отбора; в) существуют другие близкие O- полосы. Заметим, что разложение (2.11) предполагает плавную зависимость от момента. Фактически это должно выполняться лишь для полос, построенных на коллективных возбуждениях, в то же время коллективизация β - колебаний не так хороша, как для квадрупольных колебаний, сферических ядер /14/, Нали-

чие близких квазичастичных O^+ - полос может поэтому сильно искажить картину. Может оказаться и влияние близких γ -полос, т.е. нарушение аксиальной симметрии (ср.раздел 4).

Кроме E2-переходов, интерес представляют также переходы других мультипольностей, вероятности реакций и статические электромагнитные моменты. Интересны измерения среднеквадратичного зарядового радиуса в возбужденных состояниях D -полосы. На рис. 2 показаны данные /15/ для изотопов Y_8 , где видно, что радиус может уменьшаться с моментом.

3. Момент инерции и модель принудительного вращения

(МПВ)

1. В разделе 2 основные свойства вращательных полос истолковывались в терминах феноменологического разделения вращения и внутреннего движения. Ясно, что такое разделение в буквальном смысле невозможно, поскольку на самом деле вращение тоже есть одно из ядерных возбуждений, характеризуемое определенными квантовыми числами и обусловленное в конечном счете межнуклонным взаимодействием. Однако специфика вращательных возбуждений (минимальное изменение структуры при регулярном изменении квантовых чисел) позволяет искать для микроскопического описания вращения простые приближенные подходы.

Одной из наиболее плодотворных оказалась так назыв. *stanking* -модель (модель принудительного вращения МПВ /16/). Внутреннее возбуждение ядра заменяется здесь внешним вращением деформированного поля с постоянной угловой скоростью $\vec{\Omega}$. Тогда во вращающейся системе волновая функция ядра удовлетворяет стационарному уравнению Шредингера с гамильтонианом.

$$\tilde{H} = H_0 - \vec{I} \cdot \vec{\Omega}. \quad (3.1)$$

Здесь H – внутренний гамильтониан "остановленного" ядра. Его собственные функции $|\Phi_n\rangle$, описывающие движение нуклонов при фиксированной ориентации деформированного поля, не обладают определенным моментом. Вектор $\vec{\Omega}$ в (3.1) играет роль лагранжева множителя, который определяется из условия равенства среднего значения $\langle \vec{\Phi} | \vec{I} | \vec{\Phi} \rangle$ оператора \vec{I} по собственному состоянию $|\vec{\Phi}\rangle$ гамильтониана \tilde{H} заданному значению $\langle \vec{I} \rangle$.

Энергия системы $E=E(\langle \vec{I} \rangle)$ получается в МПВ из собственных значений \tilde{E} оператора (3.1) согласно

$$E=\tilde{E} + \vec{\Omega} \cdot \langle \vec{I} \rangle \quad (3.2)$$

Рассматривая (3.2) как преобразование Лежандра от независимой переменной $\vec{\Omega}$ к $\langle \vec{I} \rangle$, легко получить

$$\frac{\partial \tilde{E}}{\partial \vec{\Omega}} = -\langle \vec{I} \rangle, \quad \frac{\partial E}{\partial \langle \vec{I} \rangle} = \vec{\Omega} \quad (3.3)$$

Наконец, заменяя в $E(\langle \vec{I} \rangle)$ средние значения $\langle \vec{I} \rangle$ на квантовые операторы \vec{I} , мы придем к эффективному коллективному гамильтониану, описывающему данную вращательную полосу.

2. Квазиклассический характер МПВ очевиден. Однако эта модель не дает правильного перехода к классическому вращению. Действительно, даже для фиксированной внутренней структуры (жесткий ротатор с гамильтонианом (2.2) компоненты угловой скорости в подвижных осях

$$\Omega_K = \frac{I_K}{\mathcal{F}_K} \quad (3.4)$$

являются, вообще говоря, сложными функциями времени.

Они удовлетворяют уравнениям Эйлера /17/

$$\frac{d\Omega_x}{dt} = \frac{\mathcal{F}_y - \mathcal{F}_z}{\mathcal{F}_x} \Omega_y \Omega_z, \dots \quad (\text{циклич.перестановки})$$

(3.5). Следовательно, МПВ, где ищется собственное состояние гамильтониана (3.1) с $\vec{\Omega} = \text{const}$, может описывать лишь стационарное вращение. Последнее осуществляется только в вырожденных случаях совпадения главных моментов инерции или чистого вращения вокруг одной из главных осей.

Реально МПВ применяется при наличии аксиальной симметрии (ось Z), когда вращение происходит вокруг перпендикулярной оси (x). В этом случае $\mathcal{F} = \mathcal{F}_x = \mathcal{F}_y$,

$I_z = K$ сохраняется, а наблюдаемый спектр получается из $E(\langle I_x \rangle)$ заменой $\langle I_x \rangle \rightarrow \sqrt{I(I+1) - K^2}$. Ес-

ли искать решение МПВ в виде степенных рядов по $\Omega_X \equiv \Omega$, то из (3.3) следует, что ряды для \tilde{J} и E выражаются через одни и те же коэффициенты /3/:

$$\tilde{J} = \sum_{K=0} J^{(K)} \Omega^{2K}, \quad E = \sum_{K=0} \frac{2K+1}{2K+2} J^{(K)} \Omega^{2K+2} \quad (3.6)$$

Жесткому ротору отвечают первые члены рядов (3.6)

$$\tilde{J} = J^{(0)}; \quad E = \frac{1}{2} J^{(0)} \Omega^2 = \frac{I(I+1)-k^2}{2J^{(0)}}. \quad (3.7)$$

В этом приближении момент инерции $J^{(0)}$ получается как коэффициент пропорциональности (3.4) после нахождения по теории возмущений состояний $|\tilde{\Phi}\rangle$ и вычисления $\langle\tilde{\Phi}|I_X|\tilde{\Phi}\rangle = \Omega J^{(0)}$. Результат выражается через м.э. оператора I_X по невозмущенным состояниям $|\Phi_n\rangle$ гамильтониана H_0 и соответствующие энергии E_n . Так, для основной полосы

$$J^{(0)} = 2 \sum_n' \frac{|\langle\Phi_n|I_X|\Phi_0\rangle|^2}{E_n - E_0}, \quad (3.8)$$

$|\Phi_0\rangle$ — основное состояние остановленного ядра.

3. Если состояния $|\Phi_n\rangle$ найдены в приближении Хартри-Фока, то они характеризуются числами заполнения n_1 одночастичных состояний $|1\rangle$, имеющих энергии ϵ_1 .

Тогда (3.8) сводится к

$$J^{(0)} = - \sum_{12}' \frac{n_1 - n_2}{\epsilon_1 - \epsilon_2} |J_{12}^X|^2, \quad (3.9)$$

где \hat{j}_X —оператор одночастичного момента. Поскольку в аксиальном случае состояния |1) имеют определенные значения проекции \hat{j}_z , то \hat{j}_X дает лишь недиагональные м.э. ($\Delta j_z = \pm 1$) с переходом частицы через поверхность Ферми (состояния $|\Phi_n\rangle$ в (3.8) суть возбуждения частица-дырка). В квазиклассике можно заменить входящий в (3.9) поляризационный оператор $(n_1 - n_2)/(E_1 - E_2)$ производной dn/dE , которая равна плотности уровней на границе Ферми. Полагая, что в \hat{j}_X основным является вклад орбитального момента $\hat{b}_X = y\hat{p}_z - z\hat{p}_y$, легко показать, что формула (3.9) дает

$$\mathcal{F}^{(0)} = \mathcal{F}_Y \equiv M \int d\vec{r} (y^2 + z^2) \rho(\vec{r}), \quad (3.10)$$

т.е. момент инерции твердого тела с таким же распределением плотности $\rho(\vec{r})$, как у данного ядра.

Полученный результат не связан с теорией возмущений, использованной при выводе (3.8). В точно решаемых задачах (напр., для движения частиц в поле гармонического осциллятора /3/) форма ядра может меняться с угловой скоростью вращения, однако вычисленный в МПВ момент инерции с квазиклассической точностью совпадает с моментом инерции твердого тела такой же формы. Повидимому, справедливо общее утверждение /18/, что в нормальной ферми-системе, где плотность состояний вблизи поверхности Ферми есть плавная функция энергии, момент инерции имеет твердотельное значе-

ние (3.10).

Ситуация меняется, если плотность уровней претерпевает резкие изменения вблизи границы Ферми. В первую очередь здесь следует упомянуть эффекты главных оболочек. Так, в упомянутой выше осцилляторной модели заполнение оболочек резко уменьшает момент инерции, в (3.9) остаются лишь переходы с изменением главного квантового числа $|\Delta N| = 2$, и момент инерции оказывается пропорциональным квадрату степени аксиальной деформации ядра:

$$\mathcal{J} = \mathcal{J}_0 \beta^2. \quad (3.11)$$

Этот результат отвечает /4/ вращению сосуда с идеальной жидкостью: фактически увлекается лишь "горбушка" деформированной капли, т.е. движение потенциально и представляется собой поверхностную волну.

4. Для ядер с незаполненными оболочками плотность уровней у поверхности Ферми может существенно изменяться лишь от взаимодействия в канале частица-частица, которое приводит /9/ к эффектам сверхтекучести (куперзкое спаривание). Спектр квазичастиц

$$\tilde{\epsilon}_1 = \sqrt{\epsilon_1^2 + \Delta^2} \quad (3.12)$$

приобретает щель $\Delta^{3)}$, а м.э. операторов трансформации

3) Для простоты выписаны результаты в модели спаривания с $\Delta = \text{const}$; энергии ϵ_1 отсчитываются от химического потенциала $\bar{\lambda}$, который регулирует среднее

руются с помощью канонического преобразования /20/ с коэффициентами u , v , где

$$u_1^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\xi_1}{\xi_2} \right), \quad v_1^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\xi_1}{\xi_2} \right). \quad (3.13)$$

Тогда выражение (3.9) для момента инерции МПВ преобразуется к виду /19/

$$\mathcal{J}^{(0)} = \sum_{12} \frac{|j_{12}^x|^2}{\xi_1 + \xi_2} \eta_{12}^{(-)^2}, \quad (3.14)$$

где использовано обозначение "факторов когерентности" /21/

$$\eta_{12}^{(\pm)} = \pm \eta_{21}^{(\pm)} = u_1 v_2 \pm v_1 u_2, \quad \xi_{12}^{(\pm)} = \xi_{21}^{(\pm)} = u_1 u_2 \mp v_1 v_2. \quad (3.15)$$

Реальные моменты инерции основных полос хорошо деформированных ядер имеют значения, лежащие между твердотельным (3.10) и гидродинамическим (3.11). Формула (3.14) дает величины, близкие к экспериментальным и правильно воспроизводит тенденции изменения \mathcal{J} от изотопа к изотопу /22, 23/. Однако систематические количественные расхождения теории с экспериментом все же остаются ($\mathcal{J}_{\text{МПВ}} < \mathcal{J}_{\text{эксп}}$):

5. Результат (3.14) является не вполне самосогласованным. Он учитывает лишь прямое влияние вращения на \mathcal{J})-----
число частиц.

одночастичное движение ("кориолисово" воздействие — $\vec{\Omega} \vec{j}$). Однако при изменении распределения частиц меняется и создаваемое ими поле. В точно решаемых моделях именно последовательный учет искажения поля приводит к твердотельному моменту инерции (3.10). Эффекты изменения поля перенормируют вершину $j_x \rightarrow \Gamma[j_x] = \tilde{j}_x$, так что для момента инерции вместо (3.9) или (3.14) получим (в том же порядке по $\vec{\Omega}$)

$$\mathcal{J}^{(0)} = \dots - \frac{1}{j_x} \text{---} \Rightarrow \mathcal{J}^{(0)} = \dots - \frac{1}{\tilde{j}_x} \text{---} \quad (3.16)$$

Эти эффекты перенормировки /24/, очевидно, определяются "моментоподобной" частью самосогласованного поля.⁴⁾ Однако, соответствующие нуклонные взаимодействия относительно слабы, что ведет, в частности, к отсутствию низкоколлежащих коллективных возбуждений ⁺¹.

Принципиальную роль играет перенормировка (3.16) в канонике частица-частица. Она возникает, если вместо модельного спаривания с $\Delta = \text{const}$ ввести реалистическое взаимодействие, удовлетворяющее требованиям градиентной

⁴⁾ При этом следует аккуратно отделить эффекты, сводящиеся к простому повороту поля (примесь вращения как духового возбуждения /25, 26/).

инвариантности /27/. Тогда Δ становится функцией координат и искажается вращением. Как показано в /24/, в пределе $\Delta \rightarrow \infty$ это приводит к гидродинамическому значению \tilde{f} (3.11). Так и должно быть, ибо при $\Delta \gg \omega \approx \epsilon_F A^{-1/3}$, где ω — расстояние между оболочками, ϵ_F — энергия Ферми, щель Δ создает разрыв плотности уровней, нужный для перехода к гидродинамике /28/. Физически это означает, что корреляционная длина (радиус куперовских пар) $\hbar \omega_F / \Delta$ становится меньше радиуса ядра $R \sim (\hbar / p_F) A^{1/3}$.

Поскольку при реальных значениях параметров вклад отличия \tilde{j}_X от j_X в момент инерции мал, расхождение (3.14) с экспериментом указывает на недостаточность МПВ.

6. Если формально применить результат (3.9) к вращению вокруг оси симметрии, то мы получим $f^{(0)} = 0$, так как сумма не содержит диагональных м.э. В то же время твердотельный момент инерции (3.10), в отличие от гидродинамического (3.11), нечувствителен к малым деформациям и конечен при $\beta \rightarrow 0$. Парадокс разрешается учетом того факта, что формула (3.9) получена в результате квазиклассического усреднения с непрерывной плотностью состояний вблизи границы Ферми. На самом же деле спектр квазичастиц дискретен.

Пусть в остановленном ядре мы имеем (рис. 3) совокупность двукратно вырожденных (по знаку проекции $j_z = m$) одночастичных состояний с энергиями $\varepsilon_m = \varepsilon_{-m}$. "Вращение" вокруг оси симметрии означает на языке МПВ добавление внешнего поля $-\Omega m$, которое снимает вырождение. Однако при малых Ω , где, пользуясь теорией возмущений, мы получили бы результат (3.9), т.е. $\mathcal{F}^{(0)} = 0$, не происходит пересечения уровней. Не меняются ни числа заполнения, ни суммарная энергия частиц, ни полный момент, который остается равным нулю. Значит, действительно, здесь $\mathcal{F}^{(0)} = 0$.

После пересечения уровней, которое происходит при

$$\Omega = \Omega_1 = \frac{\varepsilon_{m+1} - \varepsilon_m}{2m+1} \approx \frac{\varepsilon_F \beta}{j^2} \approx \frac{\omega \beta}{A^{1/3}} \quad (3.17)$$

выгодно перераспределить частицы. Пара, заполняющая ближайший к поверхности Ферми уровень $\pm m$, разрывается, образуя две квазичастицы с полным моментом (точнее, проекцией на ось симметрии $1 = 2m+1$). Таким образом, здесь вместо коллективного вращения мы получаем момент, создаваемый "выстроенным" частицами. Дальнейший рост Ω опять не меняет момента вплоть до следующего пересечения, когда момент вырастает на конечную величину, и т.д. Усредняя скачкообразную зависимость I (Ω) по интервалу $\gg \Omega_1$, получим линейную функцию $I = \mathcal{F}\Omega$, где момент инерции

$$\mathcal{F} = \nu_0 \cdot \overline{m^2}, \quad (3.18)$$

ν_0 – средняя плотность уровней вблизи границы Ферми,
 $\overline{m^2}$ – среднее значение j_z^2 для этих уровней. Отсюда, как и в (3.9), следует, что усредненный момент инерции имеет твердотельную величину⁵⁾. Заметим, что усредненная формула (3.18) фактически совпадает с известным выражением для парамагнитной восприимчивости ферми-газа при низких температурах /29/. Неучтенные в этом приближении скачки отвечают квантовым осцилляциям типа эффекта де Гааза-ван Альфена.

4. Аномалии вращательных полос при больших моментах.

1. Как мы видели в разделе 2, с ростом момента отклонения от простой картины жесткого ротора нарастают даже в хорошо деформированных ядрах. Нарушаются предположения об адабатическом подстраивании нуклонов к медленно вращающемуся самосогласованному полю. При не слишком больших моментах данные можно описать введением поправок типа (2.15), учитывающих динамические не-

5) Аналогичным образом во вращающемся сверхтекучем ${}^4\text{He}$ при определенных значениях Ω возникают вихри с полем скоростей $\vec{U}(\vec{r}) = \hbar/M |\vec{\omega} - \vec{\omega}_0|$, их средняя плотность растет $\sim \Omega$ и они равномерно распределяются по сосуду, так, что при большом их числе средняя скорость $\vec{U} = [\vec{\omega} \times \vec{r}]$ отвечает твердотельному вращению.

адиабатические эффекты. Выражение для спектра основной полосы вместо (2.1) приобретает вид

$$E_I = AI(I+1) + BI^2(I+1)^2, \quad (4.1)$$

где $|B|/A \sim 10^{-3}$, для вероятностей переходов получаем формулы типа (2.12).

При моментах $I \geq 8$ в разложение (4.1) приходится вводить высшие члены с новыми параметрами, что неудовлетворительно. Поскольку эффективный момент инерции (2.10) заметно растет, разложение по угловой скорости (3.3,4)

$$\Omega = \frac{\sqrt{I(I+1)}}{\mathcal{F}_I} = \frac{dE_I}{d\sqrt{I(I+1)}} \approx \frac{\omega_{I,I-2}}{2} \quad (4.2)$$

должно сходиться лучше, чем по моменту 1 (4.1). Простейшая возможность, совместимая с МПВ, состоит в учете /30/ следующего порядка (3.6) по Ω^2 :

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}^{(0)} + \mathcal{F}^{(1)} \Omega^2, \quad E = \frac{1}{2} \mathcal{F}^{(0)} \Omega^2 + \frac{3}{4} \mathcal{F}^{(1)} \Omega^4. \quad (4.3)$$

В отличие от (4.1), эта формула (также двухпараметрическая) способна описать энергетику Ω -полос практически всех деформированных ядер вплоть до моментов $I \approx 14$. При малых Ω (4.3) эквивалентно (4.1), причем $A = 1/2 \mathcal{F}^{(0)}$, $B = \mathcal{F}^{(1)}/4 \mathcal{F}^{(0)4}$. В асимптотической области, где $[(\mathcal{F}^{(1)}/\mathcal{F}^{(0)3})I(I+1)]^{1/3} \gg 1$, спектр (4.3) $E_I \sim [I(I+1)]^{2/3} \sim I^{4/3}$.

2. В работе /31/ тот же результат (4.3) сформулирован в виде вариационного принципа (модель переменного момента инерции, VMI). Можно показать /3.32/, что этот принцип допускает обобщение на целый класс моделей, где минимизируется энергия, взятая в виде суммы вращательной и "потенциальной"

$$E = \frac{I(I+1)}{2\ddot{\varphi}} + U(\ddot{\varphi}) \quad (4.4)$$

Условие минимума $(\partial E / \partial \ddot{\varphi})_I = 0$ определяет $\ddot{\varphi}_I$ и E_I , причем результаты формально совместимы с МПВ, ибо вдоль кривой равновесия

$$\frac{dE}{d\sqrt{I(I+1)}} = \left(\frac{\partial E}{\partial \sqrt{I(I+1)}} \right)_{\ddot{\varphi}} = \frac{\sqrt{I(I+1)}}{\ddot{\varphi}} = \Omega \quad (4.5)$$

в согласии с (4.2).

Конкретные свойства модели задаются потенциалом $U(\ddot{\varphi})$. Собственно модель VMI отвечает простой параболе.

$$U(\ddot{\varphi}) = \frac{C}{2} (\ddot{\varphi} - \ddot{\varphi}^{(0)})^2, \quad C = \frac{1}{2 \ddot{\varphi}^{(1)}} \quad (4.6)$$

При $I \geq 14$ реальные спектры скорее приближаются к эквидистантным ($E_I \sim I$), чем к закону $I^{4/3}$, так что отклонения от VMI становятся заметными /32/.

Можно предложить другие двухпараметрические формы $U(\ddot{\varphi})$, столь же хорошо описывающие спектры при

умеренных значениях 1, но отличающиеся от (4.3,6) асимптотикой. Наиболее интересны варианты

$$U_a(\tilde{\mathcal{F}}) = \text{const} (\sqrt{\tilde{\mathcal{F}}} - \sqrt{\tilde{\mathcal{F}}^{(0)}})^2, \quad U_b(\tilde{\mathcal{F}}) = \text{const} \frac{(\tilde{\mathcal{F}} - \tilde{\mathcal{F}}^{(0)})^2}{\tilde{\mathcal{F}}}, \quad (4.7)$$

дающие эквидистантную асимптотику $\omega_{I,I-2} \rightarrow \tilde{\omega} = \text{const}$. Эти варианты в МПВ могут получиться лишь при суммировании бесконечной последовательности членов (3.6), ибо соответствующие уравнения для момента инерции имеют

вид

$$\tilde{\mathcal{F}}_a = \tilde{\mathcal{F}}^{(0)} \left(\frac{\tilde{\omega}^2}{\tilde{\omega}^2 - 4\Omega^2} \right)^2, \quad \tilde{\mathcal{F}}_b = \tilde{\mathcal{F}}^{(0)} \sqrt{\frac{\tilde{\omega}^2}{\tilde{\omega}^2 - 4\Omega^2}} \quad (4.8)$$

Здесь большие моменты $I \rightarrow \infty$ достигаются при конечной угловой скорости $\Omega \rightarrow \Omega_c = \tilde{\omega}/2$, т.е. график $\tilde{\mathcal{F}}(\Omega^2)$ должен обнаруживать сингулярное поведение. Однако в варианте (а) сингularity слишком сильна, причем внутренняя энергия \tilde{E} (3.2) стремится к $-\infty$. В то же время вариант (в) дает конечную величину

$$\tilde{E} = \text{const} + \frac{1}{4} \tilde{\mathcal{F}}^{(0)} \left[\sqrt{\tilde{\omega}^2(\tilde{\omega}^2 - 4\Omega^2)} - \tilde{\omega}^2 \right], \quad (4.9)$$

а наблюдаемый спектр совпадает с предложенной ранее формулой /33/

$$E_I = \frac{1}{4} \tilde{\omega}^2 \tilde{\mathcal{F}}^{(0)} \left[\sqrt{\frac{4}{\tilde{\omega}^2 \tilde{\mathcal{F}}^{(0)2}} I(I+1) + 1} - 1 \right] \quad (4.10)$$

Подгонка спектров ядер позволяет определить параметры

$\tilde{f}^{(0)}$ и $\tilde{\omega}$.

При этом обнаруживается интересная корреляция (рис. 4) найденной в варианте (4.10) величины асимптотического интервала $\tilde{\omega}$ с энергией ω_g γ -колебаний ($K^{\pi} = 2^+$) в том же ядре.

3. Начиная с 1971 года появился ряд работ (табл. 2),

Таблица 2.

Аномалии основных вращательных поясов редкоземельных ядер.

Изотоп	I_C	$\frac{2\tilde{f}_0}{\hbar^2} \text{МэВ}^{-1}$	$\frac{2\tilde{f}(I_C)}{\hbar^2} \text{МэВ}^{-1}$	$\hbar^2 \Omega^2 \text{МэВ}^2$	Литература
^{154}Gd	14	49	100	0,10	/57/
^{158}Dy	16	61	105	0,09	/84/
^{160}Dy	16	69	105	0,09	/85/
^{158}Er	12	31	75	0,09	/86/
^{160}Er	14	47	90	0,09	/87/
^{162}Er	14	59	93	0,085	/84/
^{164}Yb	12	47	80	0,08	/87/
^{166}Yb	14	58	90	0,09	/86/
^{168}Hf	12	48	80	0,08	/87/

в которых сингулярности функции $\tilde{f}(\Omega^2)$ были экспериментально обнаружены как в редкоземельных ядрах, так и в ядрах "новой" области деформации (нейтронно-дефицитные изотопы Ce). При моментах $I = 12 + 16$ кривая $\tilde{f}(\Omega^2)$, до этого плавно растущая, в некоторых изотопах испытывает резкий излом вверх. Такое поведение

также похоже на то, что описывается формулой (4.8 в). Соответствующая угловая скорость равна $\Omega_c \approx 300$ кэв. В некоторых случаях после излома расстояние между уровнями

$\omega_{I,I-2} = 2\Omega$ уменьшается (в изотопах ^{48}Ca - очень сильно), так что продолжающий быстро расти момент инерции испытывает обратный изгиб ("back-bending").

По достижении $I \approx 18 \Omega$ опять начинает расти, а момент инерции меняется очень плавно, иногда даже уменьшаясь.

В результате график $\mathcal{F}(\Omega^2)$ в тех ядрах, где найдены сингулярности представляет собой S -образную кривую. Отметим, что то значение \mathcal{F} , на которое выходит кривая после S -изгиба, еще меньше твердотельного момента инерции, если считать, что форма ядра при этих моментах не слишком отличается от формы основного состояния. Типичные примеры кривых $\mathcal{F}(\Omega^2)$ приведены на рис. 5. Если независимой переменной считать не Ω , а момент I , то мы получим плавные функции \mathcal{F}_I и E_I . Обратный изгиб проявится здесь как максимум производной dE/dI в зависимости от I ($d\Omega/dI = \frac{d^2E}{dI^2} < 0$).

В ряде изотопов сингулярности пока не обнаружены, хотя в соседних ядрах они существуют. Однако не везде основные полосы известны до достаточно высоких I .

4. В рассматриваемых экспериментах уровни основной по-

лосы заселялись в реакциях (α , $\chi_{\text{п}}$) или (HI , $\chi_{\text{п}}$). Обычная трактовка этих процессов /34/ состоит в следующем (рис. 6). Исследуемое ядро образуется после бомбардировки подходящей мишени тяжелым ионом с определенной энергией несколько выше кулоновского барьера и испарения из составного ядра нескольких нейтронов. Исходное состояние данного изотопа имеет энергию возбуждения около 20 Мэв и большой момент $I \approx 40-50$. Здесь плотность уровней велика и происходит быстрое деваэзуждение с помощью дипольных γ -квантов, уносящих примерно половину энергии возбуждения, но малый момент ("статистический каскад"). При этом ядро попадает в область значительно меньшей плотности уровней, сохраняя большой момент $I \approx 35$.

Эта область близка к " $\gamma_{\text{last}} - \text{line}$ " /35/ - линии, соединяющей уровни с разными моментами и наименее при данном I энергией. Дальнейшее деваэзуждение, уносящее момент, вынуждено идти близко к $\gamma_{\text{last}} - \text{line}$. Эти γ -кванты (" γ_{last} "-каскад) образуют неразрешенный фон с максимумом при энергиях ~ 500 кэв. При моменте $I \approx 18-20$ ядро попадает на основную вращательную полосу, которой заканчивается $\gamma_{\text{last}} - \text{line}$ (третья стадия деваэзуждения). Быстрое время разрядки (путь до основной полосы занимает меньше 10 псек) и от-

существие изомеров на этом пути свидетельствуют о колективном усилении $\gamma\tauast$ - переходов, которые, повидимому, имеют мультипольность E2 и не тормозятся никакими правилами запрета. В реакциях с более легкими исходными частицами ядру передается меньший момент и стадия

$\gamma\tauast$ -каскада сокращается, а в реакциях (α , xn) отсутствует.

Сопоставляя эту картину с данными об энергетике основной полосы, можно предположить, что с ростом Ω ядро претерпевает нечто вроде фазового перехода. В результате изменения внутренней структуры растет момент инерции и увеличивается плотность уровней вблизи $\gamma\tauast$ -line. Этим возбуждениям, имеющим коллективную природу, отвечают различные пути разрядки ядра в $\gamma\tauast$ -каскаде, сливающиеся в области сингулярностей \mathcal{F} (Ω^2) в основную вращательную полосу.

Ясно, что модель VMI теряет смысл при приближении (снизу) к переходной области, а усовершенствованные варианты феноменологического описания (4.8) могут лишь указать положение сингулярности.

5. Практически все попытки объяснить наблюдаемые факты связаны с введением в той или иной форме пересечения полос. Если пренебречь плавным искажением структуры с моментом, то основная полоса имеет спектр жесткого ротора $E_I = 1(1+1)/2\mathcal{F}_0$. Полоса построенная на внут-

рением возбуждении с энергией W , будет иметь спектр

$$E'_I = W + \frac{I(I+1)}{2\mathfrak{f}'} \quad (4.11)$$

При малых моментах полоса (4.11) лежит выше основной. Однако разумно считать, что $\mathfrak{f}' > \mathfrak{f}^{(0)}$: реальные возбуждения (квазичастицы, фотоны и т.д.) нарушают условия куперовского спаривания, уменьшая щель Δ и увеличивая момент инерции по направлению к твердотельному. Тогда при моменте I_C , определяемом из условия

$$I_C(I_C+1) = 2W \frac{\mathfrak{f}_0 \mathfrak{f}'}{\mathfrak{f}' - \mathfrak{f}_0}, \quad (4.12)$$

произойдет пересечение и "основной" станет полоса (4.11).

При этом момент инерции увеличивается, угловая скорость уменьшается,

$$\delta(\Omega^2) = I_C(I_C+1) \left(\frac{1}{\mathfrak{f}'^2} - \frac{1}{\mathfrak{f}_0^2} \right) = -2W \frac{\mathfrak{f}_0 + \mathfrak{f}'}{\mathfrak{f}_0 \mathfrak{f}'}, \quad (4.13)$$

и мы получаем пилообразный график (рис.7), напоминающий экспериментальные результаты. Спускаясь в процессе разрядки сверху, ядро переходит в точке (4.12) на собственно основную полосу.

Если механизм пересечения полос понимать буквально, то в изломе должно наблюдаться увеличение времени жизни, так как *уаст*-состояния выше и ниже излома имеют разные внутренние структуры. Но вблизи точки пересечения существенными становятся любые взаимодействия между полосами.

Поэтому истинными стационарными состояниями будут определенные суперпозиции исходных полос, что увеличивает фактор перекрытия (в пределе точного пересечения правильные линейные комбинации суть ($\Psi_0 \pm \Psi_1$) / $\sqrt{2}$).

Данных по вероятностям переходов между состояниями с высокими спинами очень мало. Результаты работ /36, 37/ показывают, что в пределах ошибок эксперимента трудно говорить о достоверном уменьшении вероятностей (увеличении времени жизни) в тех местах, которые отвечают резкому изменению момента инерции.

6. Рассмотрим теперь, какие возбуждения реально могут приводить к пересечению полос.

Еще в работе /38/ рассматривалась аналогия между вращением ядра и поведением сверхпроводника в магнитном поле /39/. Куперовское спаривание связывает состояние частиц, вырожденные по энергии в отсутствие магнитного поля и переходящие друг в друга при обращении времени. Магнитное поле снимает вырождение и стремится ориентировать моменты частиц. При достаточно большой величине поля энергетически выгодным становится разрушение сверхпроводимости. Критическое поле \mathcal{H}_C определяется из условия компенсации разности свободных энергий нормального F_n и сверхпроводящего F_s состояний ($F_n - F_s = \frac{1}{4} \mathcal{V}_0 \Delta^2$, \mathcal{V}_0 — плотность состояний на поверхности Ферми) энергией

$\mathcal{H}_c^2/8\pi$. магнитного поля.

В формулировке МПВ (3.1) роль магнитного поля играет угловая скорость $\vec{\Omega}$. Тогда второй полосой (4.11) должна служить полоса, построенная на неспаренном состоянии ядра. ($\Delta = 0$). В этой полосе момент инерции равен твердотельному J_r (3.10), а $W = \frac{1}{4} \gamma_0 \Delta^2 = 1,0 + 1,5$ Мэв, так что (4.12) дает $I_c \approx 10 + 12$ в области редких земель.

Такая простая оценка наглядна, но не вполне удовлетворительна. Во-первых, гипотетическая "нормальная" ($\Delta = 0$) полоса, которая при $I < I_c$ должна быть возбужденной, пока не наблюдалась. Возможно, что такое неспаренное состояние вообще не существует как стационарный ядерный уровень. Тогда пересечение полос здесь является условным понятием.

Во-вторых, в такой картине полностью пренебрегается постепенным искажением структуры. Это искажение необходимо для того, чтобы создать требуемое значение момента. Если при $I = 0$ ядерное состояние в методе самосогласованного поля можно было описать как вакуум по квазичастицам, то при $I > 0$ оно должно содержать примеси возбуждений. Возбуждения, кроме того, блокируют часть фазового

объема и тем самым ослабляют спаривание⁶⁾. Формально этот эффект в МПВ описывается как влияние кориолисова члена $-\vec{\Omega} \vec{j}$ на самосогласованное поле и носит поэту му название кориолисова антиспаривания (САР, /38/).

По мере роста момента Δ плавно уменьшается, а момент инерции \mathcal{J} должен расти, приближаясь при $\Delta \rightarrow 0$ к твердотельному. При этом надо учитывать, что спаривание в тяжелых ядрах происходит независимо в протонной и нейтронной подсистемах, и критические моменты $I_c^{(n,p)}$ обращения в нуль Δ_n и Δ_p могут различаться. По оценкам разных авторов /40-44/, которые сделаны в разных приближениях и не слишком хорошо согласуются между собой,

$I_c^{(n)} \approx \frac{1}{2} I_c^{(p)} \approx 14 + 20$ для редких земель. Это связано как с заполнением нейtronами подоболочек с большими j , где сильнее реакция на вращение, так и с отношением констант спаривания $G_n/G_p \approx 0,7$.

Механизм САР не предполагает существования реальной неспаренной полосы⁷⁾. Рассмотрение работы /38/ учитывает

6) Из-за этого величина \mathcal{J} в нечетных и нечетно-нечетных ядрах заметно больше, чем в соседних четно-четных.

7) В макроскопических сверхпроводниках не существует "переохлажденного" нормального состояния (отсутствие метастабильных фаз характерно для фазовых переходов 2 рода).

ет виртуальные разрывы пар с изменением на ± 1 проекции момента частиц вследствие вращательного возмущения — Ωj_x , перпендикулярного оси симметрии. Эффективно результат можно выразить как плавное уменьшение спаривательной константы G (см. ниже (6.22)). Этот эффект возникает в МПВ при любых $\Omega \neq 0$.

7. Как уже отмечалось при обсуждении моментов инерции (раздел 3), создание момента по оси симметрии связано с реальными перераспределениями частиц и начинается с конечных угловых скоростей (3.17). При наличии спаривания перераспределение отодвигается до таких частот Ω_1 , при которых кориолисово расщепление превысит величину щели, т.е. $\Omega_1 > \Delta$. Пока $\Omega < \Omega_1$, "вращение" вокруг оси симметрии невозможно, и поле — Ωj_z не влияет на состояние системы /45/. Однако при $\Omega > \Omega_1$ возникают разорванные пары, создающие момент по оси симметрии и уменьшающие энергию связи остальных пар. При усреднении по перераспределениям частиц, аналогично (3.18), мы получим плавное изменение $\Delta(\Omega)$, $\mathcal{F}(\Omega)$. Следовательно, мы имеем второй механизм "борьбы" вращения с парными корреляциями, действующий независимо от собственно САР. Здесь налицо те реальные полосы, с которыми пересекается основная полоса — "выстроенные" квазичастичные состояния с большим моментом пары /46/.

Отметим, что в силу квазиклассичности МПВ нельзя придавать реальный смысл всем скачкам и пересечениям уровней, возникающим в таком подходе. Последовательно трактуя

Ω как лагранжев множитель, устанавливающий требуемое значение момента, имеет смысл пользоваться усредненной картиной, в которой останутся лишь плавные изменения всех величин и "большие" скачки – фазовые переходы. Простейший способ усреднения состоит в переходе к термодинамическому рассмотрению /45, 47/. Введение температуры $T \neq 0$ полезно само по себе для изучения стадии составного ядра, а предел $T \rightarrow 0$ служит разумной процедурой, сглаживающей скачки чисел заполнения.

Рассматривая ядро как систему нуклонов, движущихся в среднем поле, где сопряженные по времени состояния $|1\rangle$ и

$|\tilde{1}\rangle$ имеют равные энергии $E_1 = E_{\tilde{1}}$, и взаимодействующих силами спаривания с константой G , легко получить после канонического преобразования к квазичастицам (3.12), что полное число частиц N , проекция $I_2 = K$ полного момента и энергия системы E равны

$$N = \frac{1}{2} \sum_i \left\{ 1 - \frac{\epsilon_i}{\epsilon_1} \operatorname{th} \frac{\epsilon_1 - \Omega m_1}{2T} \right\}, \quad (4.14)$$

$$E = \frac{1}{2} \sum_i \epsilon_i \left\{ 1 - \frac{\epsilon_i}{\epsilon_1} \operatorname{th} \frac{\epsilon_1 - \Omega m_1}{2T} \right\} - \frac{K^2}{G}, \quad (4.15)$$

$$K = \sum_i m_i n_i(T), \quad n_i(T) = \left[e^{(\epsilon_i - \Omega m_i)/T} + 1 \right]^{-1}. \quad (4.16)$$

Эти уравнения связывают наблюдаемые N, E, K с термодинамическими параметрами λ (химический потенциал, включенный в ϵ_1), Ω и T ; суммирование идет по всем состояниям $|1\rangle$ и $|\tilde{1}\rangle$, причем $m_1 = -m_{\tilde{1}}$. Сюда надо добавить уравнение для Δ , которое вследствие блокировки уровней квазичастицами со средними числами заполнения $n_1(T)$ (4.16) имеет вид /48/

$$\frac{1}{G} = \sum_1 \frac{1 - n_1(T) - n_{\tilde{1}}(T)}{2\epsilon_1} \quad (4.17)$$

Искомое сглаживание совершается путем перехода от суммирования в (4.14-16) к интегрированию по ϵ с подходящей плотностью уровней $\nu(\epsilon)$. После перехода к интегралам можно положить $T \rightarrow 0$. Для иллюстрации приведем результаты схематической модели, где

$\nu(\epsilon) = \nu_0 = \text{const}$, и одночастичные проекции $|m_1|$ заменены на среднее значение \bar{m} (ср. (3.18)).

Уравнение (4.16) определяет K как функцию Ω и T , при $T \rightarrow 0$ находим

$$K = \bar{m} \nu_0 \sqrt{(\Omega \bar{m})^2 - \Delta^2}. \quad (4.18)$$

Видно, что момент возникает лишь при $\Omega > \Omega_1 = \Delta/\bar{m}$, как обсуждалось выше. Параметр шелик Δ сам зависит от T и Ω ; простые вычисления дают⁸⁾ с учетом (4.18)

8) Как обычно /48, 19/, в (4.17) следует ввести конечные пределы $\pm \Theta$ интегрирования по ϵ , а затем параметр Θ

$$\Delta_{T \rightarrow 0} = \Delta_0 \sqrt{1 - K/K_C}, \quad (4.19)$$

$$K_C = \frac{\gamma_0}{2} \bar{m} \Delta_0 \quad (4.20)$$

Равенство (4.19) дает усредненный закон разрушения парных корреляций; критический момент (4.20) имеет простой смысл: распаренные квазичастицы заполняют все одиночные состояния в пределах Δ_0 при этом щель $\Delta \rightarrow 0$.

Из (4.17) при $\Omega = 0$ можно найти известный закон /48/ теплового разрушения спаривания и критическую температуру T_C , при которой $\Delta(T) \rightarrow 0$. Совместный учет /49/ температуры и вращения определяет в плоскости (K, T) область существования сверхтекучести. При этом оказывается, что при $K > 0$ включение $T > 0$ сначала увеличивает Δ . Это объясняется тем, что при $T = 0$ момент (см. рис. 3) создается квазичастицами на уровнях, ближайших к поверхности Ферми. Следовательно, блокируется часть фазового объема, наиболее ценная для спаривания. Рост температуры размывает это скопление квазичастиц и несколько улучшает условия для спаривания. Даже при моментах выше K_C ($K_C < K < 1.22K_C$) есть область температур с $\Delta \neq 0$. При дальнейшем росте T вступает механизм теплового разрушения спаривания, и Δ опять уменьшается.

8) выражить через $\Delta_0 = \Delta(T=0, K=0)$, в окончательных результатах считается $\Theta \gg \Delta_0$.

Уравнение (4.15) позволяет построить "изотермы" $E(K)$, $T = \text{const}$. При $T \rightarrow 0$ изотерма совпадает с огибающей "основных" состояний, имеющих разные K , т.е. с *yzast-line*. Уравнение этой линии имеет вид

$$E(K) = E(0) + \frac{J_0}{4} (\Delta_0^2 - \Delta^2) + \frac{K}{2\bar{m}} \sqrt{\frac{K^2}{J_0\bar{m}^2} + \Delta^2}. \quad (4.21)$$

Вводя энергию конденсации $W_0 = \frac{1}{4} J_0 \Delta^2$ и используя (4.19,20), получим

$$\frac{E(K) - E(0)}{W_0} = \begin{cases} \frac{K}{K_C} \left(2 - \frac{K}{2K_C} \right), & K \leq K_C, \\ 1 + \frac{K^2}{2K_C^2} & \end{cases} \quad (4.22)$$

Выше точки перехода (4.22) можно записать как энергию (4.11) нормальной полосы

$$E(K) - E(0) = W_0 + \frac{K^2}{2\mathcal{J}_r}, \quad (4.23)$$

где $\mathcal{J}_r = K_C^2 / W_0$ — твердотельный момент инерции, совпадающий с (3.18).

Легко найти эффективный момент энергии $\mathcal{J}(\Omega)$. Дифференцирование (4.22) дает ($\Omega_1 = 2W_0/K_C = \Delta/\bar{m}$)

$$\Omega = \frac{dE}{dK} = \frac{\Omega_1}{2} \begin{cases} 2 - K/K_C, & K \leq K_C, \\ K/K_C, & K \geq K_C, \end{cases} \quad (4.24)$$

$$\mathcal{J} = \frac{K}{\Omega} = \mathcal{J}_r \begin{cases} (\Omega_1/\Omega) - 1, & K \leq K_C, \\ 1, & K \geq K_C \end{cases} \quad (4.25)$$

Таким образом, при $\Omega < \Omega_1$ момент инерции $\mathcal{J} = 0$, затем с ростом момента Ω уменьшается от Ω_1 до

$\Omega_1/2$, а момент инерции плавно растет до твердотельного, после чего возникает нормальное жесткое вращение (4.23). Мы получили S -образную кривую с большим обратным изгибом (Ω^2 уменьшается в 4 раза).

8. Похожая кривая наблюдается в ядрах $^{130,132}\text{Ce}$

/37, 50/. При сравнении мы отождествляем величину K с полным моментом ядра 1. Это может иметь смысл лишь для сферических или слабо деформированных ядер. В редкоземельной или трансурановой областях основной вращательный момент, по крайней мере, при не слишком больших 1, является поперечным. Поэтому заведомо парные корреляции начинают разрушаться по механизму САР /38/, т.е. вследствие иска^{жения от силы Кориолиса — Ωj_x .}

Может, однако, оказаться, что для одночастичных состояний, имеющих большие кориолисовы м.э., разрыв пар произойдет раньше, чем исчезновение Δ по механизму САР. При этом, аналогично эффекту Пашена-Бака, момент пары ориентируется по оси вращения. Эффекты такой переориентации рассматривались в работах /46, 51/ и наиболее подробно в /52/, где в упрощенных моделях прослеживался переход от схемы, где основную роль играет ядерная деформация и сохраняется j_z , к схеме, где поперечное вращение разрывает эту связь и делает хорошим квантовым числом j_x .

На языке пересечения полос мы имеем замещение основной полосы полосой, построенной на выстроенном двухквазичастичном состоянии, энергия которого понижена силами Кориолиса.

Подобрав параметры, можно и здесь описать эффекты типа обратного изгиба, а введением постепенного смешивания полос объяснить отсутствие задержек и γ -переходах.

Развязанные полосы можно сопоставить с некоторыми реально обнаруженными полосами в нечетных ядрах /53, 54/. Однако этот эффект, в отличие от САР, не универсален и чувствителен к особенностям одночастичных уровней данного ядра. Раньше всего он должен сказаться на частицах, волновая функция которых содержит заметные компоненты сферических состояний с большими j (нейтронный уровень

$i_{13/2}$ в редких землях). При этом вблизи границы Ферми должны находиться состояния с малыми $|j_z|$, что отвечает большим матричным элементам j_x . Для вытянутых ядер эти уровни заполняются раньше, чем уровни с большими $|j_z|$. Поэтому эффект переориентации должен раньше проявиться в более легких редкоземельных ядрах. Однако сингулярности $\mathcal{F} (\Omega^2)$ в тяжелых ядрах ^{180}W , ^{182}Os очень похожи на то, что наблюдается в изотопах ^{160}Dy или ^{160}Er . Следовательно, во всяком случае, этого механизма недостаточно. Кроме того, он не опи-

сывает роста \mathcal{F} (Ω^2) ниже особой точки.

9. Поскольку поле- Ωj_x нарушает статическую аксиальную симметрию, естественно рассмотреть в качестве одной из причин вращательных аномалий переход к неаксиальной форме ядра. Однако здесь микроскопические подходы затруднены из-за того, что нет хороших квантовых чисел и простых волновых функций, описывающих движение частицы в неаксиальном поле. Кроме того, МПВ не описывает всех типов вращения трехосного ротатора (см. раздел 6). Поэтому до сих пор рассмотрены лишь феноменологические модели.

Принимая гамильтониан ротатора (2.2), мы можем предположить разумную зависимость моментов инерции \mathcal{J}_k от внутренней структуры. В простой гидродинамической модели /4,5/ \mathcal{J}_k зависят от параметра неаксиальности γ согласно

$$\mathcal{J}_k = a \sin^2\left(\gamma - \frac{2}{3}\pi k\right), \quad k=1,2,3 \quad (4.26)$$

Аксиальной форме отвечает $\gamma = 0$, $\mathcal{J}_z = 0$,

$\mathcal{J}_x = \mathcal{J}_y = \frac{3}{4}a$, вращение осуществляется вокруг попечечной оси ($I_z = 0$) и имеет энергию

$$E_I(\gamma=0) = \frac{1}{2a} \frac{I_x^2 + I_y^2}{\sin^2(2\pi/3)} = \frac{2}{3a} I(I+1). \quad (4.27)$$

9) Мы пользуемся стандартным определением компонент тензора квадрупольного момента в собственной системе ядра (2.7):
 $Q_{20} = \beta \cos \gamma$, $Q_{21} = Q_{2-1} = 0$, $Q_{22} = Q_{2-2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma$, $0 \leq \gamma \leq \frac{\pi}{3}$

По мере роста момента возникает конкуренция вращения и деформации и внутреннее движение постепенно переориентируется на ось вращения, переводя ядро через неаксиальные формы. Предельное значение $\gamma = \pi/6$ отвечает полной ориентации по вращению:

$$\vec{J}_x = a, \quad \vec{J}_y = \vec{J}_z = \frac{a}{4} \quad (4.28)$$

ось вращения стала осью симметрии, а вращательные энергии равны

$$E_{I,I_x} \left(\gamma = \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2a} \left\{ I_x^2 + 4(I_y^2 + I_z^2) \right\} = \frac{4I^2 - 3I_x^2}{2a}. \quad (4.29)$$

Наиизнейшая энергия отвечает значению $I_x = I$,

$$E_I \left(\gamma = \frac{\pi}{6} \right) = \frac{I(I+4)}{2a}. \quad (4.30)$$

Если величины a и b (4.27) и (4.30) пересечет исходную уже при $I = 8$. Учет роста потенциальной энергии ядра при $\gamma \neq 0$ сдвигает пересечение к большим моментам /55/.

Ряд закономерностей $ugast$ -Каскадов, в особенности /56/ оценки времени разрядки, также свидетельствуют в пользу описания состояния ядра после разрушения сверхпроводимости как асимметричного ротора. При этом $ugast$ -line отвечает вращению вокруг оси с \vec{J}_{max} , а коллективные возбуждения над ней можно описать как малые колебания по перечных компонент $\vec{\Omega}$ (процессия оси вращения /17/).

Наконец, указанием на важность γ -деформации является и отмеченная выше корреляция асимптотического интервала в наилучшем подгоночном варианте (4.7) с частотой γ -колебаний.

10. Кроме нарушения аксиальной симметрии, возможны и другие изменения формы ядра при его "раскручивании". В первых работах /17/ по заселению уровней с высокими спинами эффект увеличения \mathcal{F} приписывался простому центробежному растяжению. Именно такой смысл можно придать /3/ феноменологическому варианту (4.7а), считая, что момент инерции, аналогично (3.11), пропорционален квадрату деформации, $\mathcal{F} \sim \beta^2$, $U_d \sim (\beta - \beta_0)^2$. Тогда вариант а фактически совпадает с известной моделью Давыдова-Чабана /5/. Хотя спектры ниже сингулярности можно подогнать и в этом варианте, он дает слишком сильную особенность, а найденные параметры подгонки не согласуются с интерпретацией. Кроме того, нет корреляции асимптотического интервала с наблюдаемой частотой β -колебаний. Как жидкокапельные, так и микроскопические оценки /23/ показывают, что эффект растяжения слишком мал, чтобы объяснить требуемое изменение \mathcal{F} .

В работе /57/ обнаружено пересечение основной и β -колебательной полос. В реакциях (α, π^-) обе полосы в ядре ^{154}Gd прослежены до $I = 18$ (рис. 8). При моментах

$\Gamma_1 \leq 16$ вероятности E2-переходов внутри полос на 2-3 порядка превышают межполосные. Однако, два уровня с $\Gamma=18$ имеют близкие энергии и с одинаковыми вероятностями переходят в состояния 16β и 16γ . Оценки параметров смешивания показывают, что нижнее (ψ_{last}) состояние $\Gamma=18$ в основном содержит β -компоненту, а верхнее (ψ_{late}) γ -компоненту. Уровни 12β , 14β , 16β , $18\psi_{last}$ образуют хорошую вращательную полосу с постоянным моментом инерции, равным твердотельному. Поскольку еще до пересечения с β -полосой в β -полосе имеется /58/ обратный изгиб с резким ростом $\tilde{\beta}$ до $\tilde{\beta}_r$, то следует искаать третью полосу, связанную с несверхтекущим вращением.

Подводя итоги, следует сделать вывод, что несмотря на разнообразие механизмов, приводящих к вращательным аномалиям, общей их чертой является создание момента за счет других степеней свободы, что при определенной энергии возбуждения оказывается выгодным. Момент может создаваться как более сложными типами вращения (переход к трехосному ротору), так и внутренними возбуждениями (квазичастицы или фононы). Во всех случаях параллельно идет ослабление или разрушение спаривания. Наличие реальной полосы, замещающей β -полосу на $\psi_{last}-\beta_{line}$ и гибридизирующейся с ней в области пересечения, не является обязательным. Аномалии еще раньше могут появляться

в колебательных состояниях с более мягкой структурой. Наконец, возможны последовательные особенности в одном ядре (включение новых источников момента), например, разрыв пар нейтронов и протонов или рождение несущих момент фононов.

5. Микроскопическое описание неадиабатических эффектов.

1. В области малых Ω , вращение является адиабатическим: частота Ω мала по сравнению с характерными одночастичными энергиями E . Наличие малого параметра

$$\delta = \frac{I\bar{J}}{\bar{J}\bar{E}} \quad (5.1)$$

позволяет разработать регулярный метод нахождения отклонений от жесткого ротора. Эти отклонения естественно назвать неадиабатическими эффектами.

Обычное рассмотрение поправок внутри основной полосы основано /23/ на высших порядках МПВ. Что касается межполосных переходов, то здесь МПВ не дает однозначного рецепта и необходимы добавочные физические предположения /59, 60/. Последовательное микроскопическое рассмотрение, дающее количественную точность, может быть основано на методе обобщенной матрицы плотности (м.п.) /61/. Физическое содержание и аппарат метода подробно обсуждались в /26/. Ниже мы приведем сводку основных формул, имея в виду применения к теории вращения /62/.

2. Из пространства состояний ядра выделяется совокупность состояний $|c\rangle$, связанных сильными переходами (в нашем случае - несколько низколежащих вращательных полос). Обобщенная м.п. R и самосогласованное поле S действуют как на одночастичные волновые функции $|V\rangle$, так и на состояния $|c\rangle$. Для учёта спаривания удобно ввести

/63/ дополнительные "спинорные" переменные функции

$|\psi\rangle \equiv |1\alpha\rangle_{10}$, так что м.э. R в суммарном пространстве имеют вид

$$\langle c; \psi | R | c'; \psi' \rangle = \langle c; 1\alpha | R | c'; 1'\alpha' \rangle = \begin{pmatrix} \langle c | a_1^+ a_1 | c' \rangle & \langle c | a_7^- a_1 | c' \rangle \\ \langle c | a_1^+ a_7^+ | c' \rangle & \langle c | a_7^- a_7^+ | c' \rangle \end{pmatrix}_{\alpha \alpha'} \quad (5.2)$$

Поле S , действующее на частицу a , содержит часть ϵ_a , не зависящую от R , и часть S_a^{c-c} определяемую взаимодействием V_{ab} с частицами b :

$$S \equiv S_a = \epsilon_a + S_a^{c-c} \{ R \} = \epsilon_a + Tr_b (V_{ab} R_b), \quad (5.3)$$

след Tr берется лишь по одночастичным функциям $|\psi\rangle$.

М.п. подчиняется уравнению движения

$$[R, S + H] = 0, \quad (5.4)$$

где H – эффективный гамильтониан в выбранном пространстве $|c\rangle$, согласованно определяемый через R и S :

$$H = Tr(\epsilon R) + \frac{1}{2} Tr_{ab} (R_a V_{ab} R_b) = Tr \left\{ \left(\epsilon + \frac{1}{2} S^{c-c} \right) R \right\} \quad (5.5)$$

Отбор решений (5.4) осуществляется наложением условий нормировки. Мы примем квазичастичную нормировку/20,26/

$$R^2 = R. \quad (5.6)$$

Знание R определяет все м.э. аддитивных операторов

$$X = \sum_a X_a \longrightarrow T_Y (X R). \quad (5.7)$$

10) Гильда означает сопряжение времени; правила раскрытия спинорной структуры приведены в /26/.

3. Строгий учёт сохранения полного момента позволяет выделить ориентации ядра как целого (углы Эйлера ϑ) и придать точный смысл процедуре перехода к собственным осям. Пусть для простоты, коллективное пространство не содержит возбуждений, несущих момент (напр., \mathcal{J} - и β - полосы аксиального ядра; общий случай рассмотрен в [64]). Тогда соответствующее преобразование $D(\vartheta)$ обладает свойствами

$$D(\vec{J} + \vec{j}) D^{-1} = \vec{J}, \quad D\vec{I} D^{-1} = \vec{I} - \vec{j}, \quad (5.8)$$

где J_K - лабораторные компоненты момента, I_K - его компоненты в подвижных осях. (2,3), I_K - одночастичный момент. Преобразованные величины

$$r = DRD^{-1}, \quad s = DSD^{-1}, \quad h = DH D^{-1} \quad (5.9)$$

коммутируют с \vec{J} , т.е. не зависят от ориентации ядра.

Однако вследствие (5.8) возникают кориолисовы силы:

$$H(A, \vec{I}) \rightarrow h = H(A, \vec{I} - \vec{j}), \quad (5.10)$$

A - операторы неротационных возбуждений, напр., фононные.

Уравнения (5.4,6) приобретают теперь вид .

$$[r, w] = 0; \quad w = s + h; \quad r^2 = r \quad (5.11)$$

Общее решение (5.11) можно записать рядом

$$r(\vec{I} - \vec{j}; A|x) = \bar{\rho}(A|x) + \frac{1}{2} [\rho_i(A|x), I_i - j_i] + \frac{1}{4} [\rho_{ik}(A|x), (I_i - j_i)(I_k - j_k)] + \dots, \quad (5.12)$$

где скаляр $\bar{\rho}$, вектор ρ_i , тензор $\rho_{ik} = \rho_{ki}, \dots$ и величины $\bar{b}, b_i, b_{ik}, \dots$ для аналогичного разложения s

зависят от одночастичных переменных \mathbf{x} и операторов A , но не от момента \vec{I} . Разложение гамильтониана (5.10) в силу T -инвариантности содержит лишь четные тензоры:

$$h = \bar{h}(A) + \frac{i}{4} [h_{ik}(A), (I_i - j_i)(I_k - j_k)]_+ + \dots \quad (5.13)$$

Выражение для аддитивных операторов (5.7) по форме совпадает с феноменологией (2.11), но коэффициенты при функциях \vec{I} однозначно определяются м.п. (5.12):

$$\chi_{\ell\mu}^{i\dots} = \sum_{\lambda} D_{\mu\lambda}^{\ell*}(\vartheta) \text{Tr} \{ \chi_{\ell\lambda} \rho_i \dots (A|x) \} \equiv \sum_{\lambda} D_{\mu\lambda}^{\ell*}(\vartheta) \tilde{\chi}_{\ell\lambda}^{i\dots}(A) \quad (5.14)$$

В частности, согласование полного момента дает

$$\text{Tr} \{ j_k \rho_i (A|x) \} = \delta_{ik} \quad (5.15)$$

а следы остальных частей м.п. с \vec{j} должны обращаться в нуль. Согласование поля (5.7) связывает однотипные слагаемые T и S :

$$\delta_{i\dots(a)} = \text{Tr}_\theta \{ V_{ab} \rho_i \dots (b) \} \quad (5.16)$$

4. При наличии малого параметра удобно искать решение (5.11) в виде рядов:

$$r = \sum_K r^{(K)}, \quad w = \sum_K w^{(K)} \quad (5.17)$$

Уравнения движения дают:

$$[r^{(0)}, w^{(0)}] = 0, \quad (5.18a)$$

$$[r^{(1)}, w^{(0)}] + [r^{(0)}, w^{(1)}] = 0, \quad (5.18b)$$

$$[r^{(2)}, w^{(0)}] + [r^{(1)}, w^{(1)}] + [r^{(0)}, w^{(2)}] = 0, \quad (5.18c)$$

$$[r^{(3)}, w^{(0)}] + [r^{(2)}, w^{(1)}] + [r^{(1)}, w^{(2)}] + [r^{(0)}, w^{(3)}] = 0, \dots \quad (5.18d)$$

Если нулевая (статическая) м.п. $\gamma^{(0)}$ нормирована согласно

$$\gamma^{(0)2} = \gamma^{(0)}, \quad (5.19)$$

то полная м.п. γ получается из $\gamma^{(0)}$ унитарным преобразованием

$$\gamma = U \gamma^{(0)} U^{-1}, \quad (5.20)$$

$$U = e^{\Lambda}; \quad \Lambda = \sum_K \Lambda_K \quad (5.21)$$

где Λ — антиэрмитовы операторы. Из (5.20, 21) находим общий вид решения, удовлетворяющего нормировке:

$$\gamma^{(1)} = [\Lambda^{(1)}, \gamma^{(0)}], \quad (5.22a)$$

$$\gamma^{(2)} = [\Lambda^{(2)}, \gamma^{(0)}] + \frac{1}{2} [\Lambda^{(1)}, \gamma^{(1)}], \quad (5.22b)$$

$$\gamma^{(3)} = [\Lambda^{(3)}, \gamma^{(0)}] + \frac{1}{2} [\Lambda^{(2)}, \gamma^{(1)}] + \frac{1}{2} [\Lambda^{(1)}, \gamma^{(2)}] - \frac{1}{12} [\Lambda^{(1)}, [\Lambda^{(1)}, \gamma^{(1)}]], \dots \quad (5.22c)$$

Ясно, что у всех $\Lambda^{(K)}$ часть, коммутирующую с $\gamma^{(0)}$, можно считать равной нулю. Наконец, подставляя (5.22) в (5.18) и применяя оператор $U^{-1} \dots U$, получим уравнения для $\Lambda^{(K)}$:

$$[\Lambda^{(1)}, w^{(0)}] = w^{(1)}, \quad (5.23a)$$

$$[\Lambda^{(2)}, w^{(0)}] = w^{(2)} - \frac{1}{2} [\Lambda^{(1)}, w^{(1)}], \quad (5.23b)$$

$$[\Lambda^{(3)}, w^{(0)}] = w^{(3)} - \frac{1}{2} [\Lambda^{(1)}, w^{(2)}] - \frac{1}{2} [\Lambda^{(2)}, w^{(1)}] + \frac{1}{12} [\Lambda^{(1)}, [\Lambda^{(1)}, w^{(1)}]], \dots \quad (5.23c)$$

В адиабатическом пределе малым является параметр δ (5.1). Тогда разложения (5.17, 21) превращаются в ряды по степеням компонент момента:

$$f^{(0)} = \bar{f}^{(0)}, f^{(1)} = \bar{f}^{(1)} + f_i^{(1)} I_i, f^{(2)} = \bar{f}^{(2)} + f_i^{(2)} I_i + \frac{1}{2} f_{ik}^{(2)} I_i I_k, \dots \quad (5.24)$$

Здесь \bar{f} – любой из операторов Υ, W, Λ , а коэффициенты разложения $f_i^{(K)}$ легко связать с коэффициентами ряда (5.12). Вращательные поправки низших порядков удовлетворяют уравнениям, которые вытекают из (5.18), а общий вид решений следует из (5.22)

$$\bar{\gamma}^{(1)} = [\bar{\Lambda}^{(1)}, \bar{\gamma}^{(0)}], \quad r_i^{(1)} = [\Lambda_i^{(1)}, \bar{\gamma}^{(0)}]; \quad (5.25)$$

$$\bar{\gamma}^{(2)} = [\bar{\Lambda}^{(2)}, \bar{\gamma}^{(0)}] + \frac{1}{2} [\bar{\Lambda}^{(1)}, \bar{\gamma}^{(1)}], \quad (5.26a)$$

$$r_i^{(2)} = [\Lambda_i^{(2)}, \bar{\gamma}^{(0)}] + \frac{1}{2} [\Lambda_i^{(1)}, \bar{\gamma}^{(1)}] + \frac{1}{2} [\bar{\Lambda}^{(1)}, r_i^{(1)}] - \frac{i}{4} \epsilon_{k\ell i} [\Lambda_k^{(1)}, r_\ell^{(1)}]; \quad (5.26b)$$

$$r_{ik}^{(2)} = [\Lambda_{ik}^{(2)}, \bar{\gamma}^{(0)}] + \frac{1}{2} [\Lambda_i^{(1)}, r_k^{(1)}] + \frac{1}{2} [\Lambda_k^{(1)}, r_i^{(1)}]. \quad (5.26c)$$

Уравнения для $\Lambda_i^{(K)}$ получаются из (5.23) и совпадают с (5.26), где надо заменить $r_i^{(K)} \rightarrow w_i^{(K)}$.

5. Рассмотрим сначала задачу обискажении изолированной вращательной полосы. В адиабатической области эффекты искажения значительно важнее, чем прямое смешивание полос, которое обуславливает лишь $\sim 10\%$ величины коэффициента

B в спектре (4.1). В изолированной полосе операторы A отсутствуют, и величины $\bar{w}_i^{(n)}$ равны (см.(5.13))

$$\bar{w}_i^{(n)} = \bar{s}_i^{(n)} + \frac{1}{2} h_{ik}^{(n)} j_i j_k + \dots, \quad (5.27a)$$

$$w_i^{(n)} = s_i^{(n)} - h_{ik}^{(n)} j_k + \dots, \quad (5.27b)$$

$$w_{ik}^{(n)} = s_{ik}^{(n)} + h_{ik}^{(n)} + \dots, \quad (5.27c)$$

причем $h_{ik} = h_{ik}^{(1)} + h_{ik}^{(3)} + \dots$

Уравнение нулевого порядка (5.18) определяет /26/ статическое решение ("внутреннее состояние" обобщенной модели /4/). Имеем полную систему одночастичных спиноров

$|v\rangle$.

$$\bar{s}^{(0)}|v\rangle = E_v|v\rangle, \quad (5.28)$$

и соответствующие числа заполнения $\Pi_{vv'}(0)$

$$\bar{\Gamma}^{(0)}|v\rangle = n_v|v\rangle, \quad n_v = 0,1 \quad (5.29)$$

Вводя поляризационный оператор

$$\Pi_{vv'}(\omega) = \frac{n_v - n_{v'}}{E_v - E_{v'} + \omega}, \quad \Pi_{vv'}(0) \equiv \Pi_{vv'} = \Pi_{vv}, \quad (5.30)$$

выразим решение первого порядка (5.186,25)

$$\bar{\Gamma}_{vv'}^{(1)} = \Pi_{vv'} \bar{w}_{vv'}^{(1)}, \quad (r_i^{(1)})_{vv'} = \Pi_{vv'} (w_i^{(1)})_{vv'}. \quad (5.31)$$

Поскольку поправки к полю $\bar{s}_i^{(n)}$ определяются согласованно из (5.16), то они пропорциональны вращательному гамильтониану,

$$\bar{s}^{(1)} = h_{ik}^{(1)} t_{ik}, \quad s_i^{(1)} = h_{ik}^{(1)} t_k, \quad (5.32)$$

где t_{ik} и t_k — одночастичные операторы. Следовательно,

$$\bar{\Gamma}_{vv'}^{(1)} = h_{ik}^{(1)} \Pi_{vv'} (t_{ik} + \frac{1}{2} j_i j_k)_{vv'}, \quad (5.33a)$$

$$(r_i^{(1)})_{vv'} = h_{ik}^{(1)} \Pi_{vv'} (t_k - j_k)_{vv'} \equiv -h_{ik}^{(1)} \Pi_{vv'} (\tilde{j}_k)_{vv'} \quad (5.33b)$$

Тензор $h_{ik}^{(1)}$ обратных моментов инерции определяется

¹¹⁾ В обычной модели спаривания $|v\rangle = |+\pm\rangle$, $E_v = E_{\pm} = \pm \xi_1$, где ξ_1 дано в (3.12); в основном состоянии

условием (5.15). Введем тензор

$$\mathcal{F}_{ik}(\omega) = - \sum_{\gamma\gamma'} \Pi_{\gamma\gamma'}(\omega) j_{\gamma\gamma'}^i \tilde{J}_{\gamma\gamma'}^k, \quad \mathcal{F}_{ik} \equiv \mathcal{F}_{ik}(0). \quad (5.34)$$

Симметричность $\mathcal{F}_{ik} = \mathcal{F}_{ki}$ можно показать с помощью уравнения (5.16) для t_k . Тогда в силу (5.15)

$$h_{ik}^{(1)} = (\mathcal{F}^{-1})_{ik} \quad (5.35)$$

Приводя \mathcal{F}_{ik} к главным осям, найдем моменты инерции и гамильтониан роторатора (2.2). При аксиальной симметрии векторные поправки $r_i^{(1)}$ существуют лишь для $i = x, y$, а моменты инерции $\mathcal{F}_x = \mathcal{F}_y$ совпадают с результатом МПВ (3.16). В то же время скалярная поправка $\bar{r}^{(1)}$ (5.33а) не может быть получена в МПВ. Заметим, что векторный вклад t_k отличен от нуля только для моментоподобной части взаимодействия /26/. Следовательно, квадрупольный момент $Q_{2\mu}$ и параметр спаривания Δ в этом порядке не искажаются вращением.

Поправки второго порядка (5.26) удобно выразить через трехнуклонную петлю

$$B_{\nu_1 \nu_2 \nu_3}(\omega, \omega') = - \frac{n_{\nu_1}(E_{\nu_2} - E_{\nu_3} + \omega') + n_{\nu_2}(E_{\nu_3} - E_{\nu_1} + \omega) + n_{\nu_3}(E_{\nu_1} - E_{\nu_2} + \omega + \omega')}{(E_{\nu_1} - E_{\nu_2} + \omega + \omega')(E_{\nu_1} - E_{\nu_3} + \omega)(E_{\nu_3} - E_{\nu_2} + \omega')} \quad (5.36)$$

— 11) четно-четного ядра $n_+ = 0$, $n_- = 1$ для всех одночастичных функций |11>; подробнее см. /26, 62/ .

Вводя функционал

$$B_{VV'}(x; y) = \sum_{V''} B_{VV'V''}(0, 0) x_{V''} y_{V''}, \quad (5.37)$$

найдем из (5.26, 27) с учетом первого порядка (5.31)

$$\bar{r}_{VV'}^{(2)} = \Pi_{VV'} \bar{w}_{VV'}^{(2)} + B_{VV'}(\bar{w}^{(1)}; \bar{w}^{(1)}), \quad (5.38a)$$

$$(r_{ik})_{VV'}^{(2)} = \Pi_{VV'}(w_{ik}^{(2)})_{VV'} + B_{VV'}(w_i^{(1)}; w_k^{(1)}) + B_{VV'}(w_k^{(1)}; w_i^{(1)}), \quad (5.38b)$$

$$(r_i^{(2)})_{VV'} = \Pi_{VV'}(w_i^{(2)})_{VV'} + B_{VV'}(w_i^{(1)}; \bar{w}^{(1)}) + B_{VV'}(\bar{w}^{(1)}; w_i^{(1)}) - \frac{i}{2} \delta_{k\ell i} B_{VV'}(w_k^{(1)}; w_\ell^{(1)}). \quad (5.38b)$$

Формулы (5.38) решают задачу о вращательном искажении; поправки к физическим операторам даются (после перехода к $\rho^{(2)}$ (5.12) и решения интегрального уравнения (5.16) для $w^{(2)} = \zeta^{(2)}$) вычислением следов (5.14).

6. Реально наиболее важны тензорные поправки (5.38б). Проиллюстрируем результаты на простом случае, когда существует лишь одна гармоника самосогласованного поля (напр., спаривание) и применимо факторизованное приближение

$$S^{C-C} = -\mathcal{Z} X X, \quad X = \text{Tr}(x R), \quad (5.39)$$

где \mathcal{Z} — одиночастичный оператор, а коллективная величина X раскладывается в ряды (2.11, 5.14). Тогда тензорный вклад в поле S равен

$$(S_{ik}^{(2)})_{VV'} = -\mathcal{Z} X_{VV'} X_{ik}^{(2)}, \quad X_{ik}^{(2)} = \text{Tr}(x r_{ik}^{(2)}). \quad (5.40)$$

Интегральное уравнение (5.16) легко решается:

$$X_{ik}^{(2)} = C_X^{-1} h_{in}^{(1)} h_{mk}^{(1)} \sum_{V_1 V_2 V_3} B_{V_1 V_2 V_3} X_{V_2 V_1} \left(\tilde{J}_{V_1 V_3}^n \tilde{J}_{V_3 V_2}^m + \tilde{J}_{V_1 V_3}^m \tilde{J}_{V_3 V_2}^n \right), \quad (5.41)$$

где введена адиабатическая жесткость C_X по коллективной переменной X

$$C_X = 1 + \alpha \sum_{vv'} \Pi_{vv'} |X_{vv'}|^2. \quad (5.42)$$

[26]

Напомним, что частота ω коллективных колебаний координаты X определяется в модели (5.39) секулярным уравнением

$$1 - K(\omega) \equiv 1 + \alpha \sum_{vv'} \Pi_{vv'}(\omega) |X_{vv'}|^2 = 0 \quad (5.43)$$

Считая X эрмитовым оператором, перепишем (5.43) в виде

$$1 + \alpha \sum_{vv'} \frac{(n_v - n_{v'}) (E_v - E_{v'})}{(E_v - E_{v'})^2 - \omega^2} |X_{vv'}|^2 = 0 \quad (5.43')$$

Отсюда в пределе ^aдиабатичности колебаний ($\omega/\bar{E} \ll 1$)

$$\nu^c \equiv \frac{C_X}{B_X} = \frac{1 + \alpha \sum_{vv'} \Pi_{vv'} |X_{vv'}|^2}{-\alpha \sum_{vv'} \Pi_{vv'} (E_v - E_{v'})^{-2} |X_{vv'}|^2}, \quad (5.44)$$

т.е. величина (5.42), действительно, имеет смысл жесткости.

Существуют соотношения типа тождеств Уорда/65/, связывающие изменение м.п. из-за вращения с перенормировкой вершин, т.е. момента инерции (ср. (3.16)). Наложим внешнее статическое поле:

$$\bar{\zeta}^{(0)} \rightarrow \bar{\zeta}^{(0)} + \delta \bar{\zeta}. \quad (5.45)$$

Это приведет к изменениям м.п., в том числе и вращатель-

ных ее частей. Аналогично предыдущему, получим

$$\delta \bar{r}_{vv'}^{(0)} = \Pi_{vv'} \delta \bar{s}_{vv'}, \quad (5.46)$$

$$(\delta r_i^{(1)})_{vv'} = \Pi_{vv'} \left\{ (\delta s_i^{(1)})_{vv'} - j_{vv'}^e (\delta h_{ie}^{(1)}) \right\} + B_{vv'} (w_i^{(1)}; \delta \bar{s}) + B_{vv'} (\delta \bar{s}; w_i^{(1)}) \quad (5.47)$$

Но поскольку условие согласования оператора момента (5.15) выполнено до варьирования (5.45), должно быть

$$\text{Tr}(j_K \delta r_i^{(1)}) = 0 \quad (5.48)$$

Это и есть требуемое тождество, определяющее

$$(\delta \mathcal{F})_{ik} = -(\mathcal{F} \cdot \delta h^{(1)} \mathcal{F})_{ik}. \quad (5.49)$$

В модели (5.49) варьируется параметр X , $\delta \bar{s} = -\alpha X$, тогда тождество (5.48) дает

$$X_{ik}^{(2)} = \frac{1}{\alpha C_X} \left(\mathcal{F}^{-1} \frac{\delta \mathcal{F}}{\delta X} \mathcal{F}^{-1} \right)_{ik} \quad (5.50)$$

В более общих случаях, когда самосогласованное поле содержит несколько параметров β , в (5.50) входит полная производная

$$\frac{d \mathcal{F}}{d X} = \frac{\delta \mathcal{F}}{\delta X} + \sum' \frac{\delta \mathcal{F}}{\delta \beta} \frac{\delta \beta}{\delta X}, \quad (5.51)$$

где второе слагаемое учитывает изменение всех параметров β , кроме непосредственно варьируемого в (5.45), вдоль кривой равновесия, определяемой согласованием $\bar{s}^{(0)}$.

Заметим, что результат (5.50) можно наглядно интерпретировать в духе VMI (4.4), если "минимизировать" вы-

ражение типа

$$E = \frac{1}{2} h_{ik} I_i I_k + U(\beta) \quad (5.52)$$

Тогда разложение $U(\beta)$ вблизи статического равновесия, где $X = X^{(0)}$, дает

$$X = X^{(0)} - \frac{1}{2\alpha C_X} \frac{dh_{ik}}{dX} I_i I_k, \quad (5.53)$$

что совпадает с (5.50).

7. В работе /13/ проведено вычисление неадиабатических эффектов в вероятностях E2-переходов. Для переходов внутри полосы общие свойства операторов приводят к выражению (2.12) для отклонений от жесткого ротатора. Параметр α определяется следом величины $R_{ik}^{(2)}$ с оператором \dot{q}^E квадрупольного момента заряда. Выражая аналогично (5.50) результат через производные протонного и нейтронного вкладов в момент инерции ($\mathcal{F} = \mathcal{F}_n + \mathcal{F}_p$), найдем

$$\alpha = \frac{1}{2\alpha C_\beta \tilde{Q}_{20}^{(0)} \mathcal{F}^2} \left\{ e_p \frac{d\mathcal{F}_p}{dQ_0} + e_n \frac{d\mathcal{F}_n}{dQ_0} + (e_p - e_n) \left[K_p \frac{d\mathcal{F}_n}{dQ_0} - K_n \frac{d\mathcal{F}_p}{dQ_0} \right] \right\} \quad (5.54)$$

Здесь α – константа квадрупольного взаимодействия,

$C_\beta = 1 - K_p - K_n$ – адиабатическая жесткость (5.42) по параметру аксиальной деформации Q_0 , $K_\tau = K_\tau(0)$, где

$$K_\tau(\omega) = -\alpha \sum_{\gamma\gamma'}^{(t)} \Pi_{\gamma\gamma'}(\omega) |(q_0)_{\gamma\gamma'}|^2, \quad \tau = n, p, \quad (5.55)$$

а эффективные заряды e_τ учитывают как неодночастичность оператора тока, так и ограниченность пространства нуклонных уровней в реальных расчетах. Величина $\tilde{Q}_{20}^{(0)}$ есть

внутренний электрический квадрупольный момент нулевого приближения (5.14).

Конкретные расчеты были проведены в модели /19/ "спаривание + квадрупольное взаимодействие". При аксиальной симметрии $\bar{\mathcal{S}}^{(0)}$ характеризуется параметрами $Q_0, \Delta_\tau, \lambda_\tau$ ($\tau = n, p$). Вариация этих параметров приводит к универсальным результатам типа (5.50) (вариации λ_τ связаны с законами сохранения N и Z). В то же время оператор Q_0^E , не совпадающий с Q_0 ($e_n \neq e_p$), дает и специфический вклад в α (члены в квадратной скобке в (5.54)). Универсальные и специфические вклады можно выделить при нахождении вращательных поправок к любым операторам.

Подчеркнем, что найденные поправки к м.э. внутри полосы целиком обусловлены "искажением" диагональных по неротационным коллективным квантовым числам компонент м.п. Явный учет "смешивания" (напр., β - и β -полос) дал бы дополнительные малые поправки к величине α порядка $\alpha B(E2)_{\beta\beta}^{rot}/B(E2)_{gg}^{rot} \ll \alpha$.

8. Аналогично строится теория /13/ переходов между полосами. Здесь следует вернуться к общим формулам адабатического приближения (5.18-26) и учесть в них эффект смешивания, т.е. выделить члены с коллективными операторами A , переводящими из полосы в полосу. Дальнейшее реше-

ние идет также, как в изолированной полосе. Можно устремить тождества, аналогичные (5.50), но содержащие недиагональные по полосам части м.п., и, вместо \tilde{f} , выражения $\tilde{f}(\omega)$ (5.34), где ω равна частоте перехода между состояниями, лежащими в основаниях полос. Если не-взаимодействующие полосы описываются как колебания в приближении хаотических фаз (последнее является частным случаем метода обобщенной м.п. /26/), то частоты ω находятся из уравнений типа (5.43). Для вывода тождеств (5.50) здесь нужно варьировать вместо (5.45) амплитуды переходов между полосами в отсутствие вращения, что эквивалентно включению переменного внешнего поля резонансной частоты.

Так можно рассмотреть произвольную совокупность связанных полос. Поскольку реально приходится в какой-то форме раскладывать Υ и S по коллективным операторам A , то, как и приближение хаотических фаз, теория лучше описывает коллективные полосы, где колеблющаяся часть м.п. мала /26/.

В работе /13/ рассматривалась связь α - и β -полос где задача упрощается вследствие одинаковой симметрии ($K^\pi = O^+$). Вероятности перехода в первом неадиабатическом приближении даются формулой (2.12'), где

$$Z_0 = \frac{\hat{Q}_0}{\hat{Q}_0} \left\{ \frac{e_p Q_0^0 + e_n Q_0^n}{2\omega \tilde{f} \tilde{f}(\omega)} \frac{d\tilde{f}(\omega)}{dQ_0} - \frac{\omega(e_p - e_n)}{6\pi Q_0 \tilde{f} \tilde{f}(\omega)} \left[\tilde{f}_n(\omega) \frac{d\tilde{f}_p(\omega)}{dQ_0} - \tilde{f}_p(\omega) \frac{d\tilde{f}_n(\omega)}{dQ_0} \right] \right\} \quad (5.56)$$

Через \hat{Q}_0 и \hat{Q}_0^E в (5.56) обозначены статические м.э. $\langle \beta | \dots | g \rangle$ внутренних квадрупольных моментов массы и заряда соответственно; Q_0^p и Q_0^n — протонный и нейтронный вклады в статический квадрупольный момент Q_0 (считается, что $\langle g | Q_0 | g \rangle = \langle \beta | Q_0 | \beta \rangle$).

Подобно (5.54), выражение (5.56) состоит из универсального и специфического (исчезающего при $\theta_p = \theta_n$, когда оператор $Q_0^E \rightarrow Q_0$ превращается в один из параметров поля $\bar{\beta}^{(0)}$) слагаемых.

Результаты численных расчетов параметров α и Z_0 для ядер редкоземельной области приведены в таблице 3 совместно с экспериментальными данными. Детали расчетов и обсуждение погрешностей содержатся в /13/. В большинстве случаев имеется хорошее согласие с экспериментом. Причины существующей в ряде ядер недостаточности однопараметрических формул (2.12) обсуждались в разделе 2. Таблица 3 дает много предсказаний для проверки которых пока нет данных.¹²⁾

ТАБЛИЦА 3.

Сравнение вычисленных неадиабатических параметров /13/ с экспериментальными данными.

¹²⁾ В ядрах, где β -полоса неизвестна, теоретические предсказания имеют лишь условный смысл.

Изотоп	$d^{\text{теор}} \cdot 10^4$	$d^{\text{эксп.}} \cdot 10^4$	$z_0^{\text{теор.}} \cdot 10^3$	$z_0^{\text{эксп.}} \cdot 10^3$
		62		
^{152}Sm	26	$20 \pm 6 / 37 /$	42	$54 \pm 14 / 9 /$
^{154}Sm	5,8	$6 \pm 6 / 88 /$	17	$30 \pm 32 / 88 /$
^{154}Gd	22	$19,5 \pm 4 / 37 /$	39	$43 \pm 20 / 9 /$
^{156}Gd	6,4	$3,5 \pm 4,5 / 37 /$	19	$50 \pm 30 / 9 /$
^{158}Gd	3,1		21	$20 \pm 8 / 9 /$
^{156}Dy	30		50	
^{158}Dy	9,3		24	
^{160}Dy	5,3		25	
^{162}Dy	7,3		32	
$^{158}\text{Er}^b$	31	$50 \pm 25 / 36 /$	58	
$^{160}\text{Er}^b$	3,9	$-15 \pm 28 / 89 /$	29	
^{162}Er	11		33	
^{164}Er	7,3		39	$30 \pm 15 / 60 /$
^{166}Er	2,7	$6 \pm 30 / 90 /$	32	
^{168}Er	3,6		47	
^{170}Er	9,1		40	
$^{160}\text{Yb}^b$	136		133	
$^{162}\text{Yb}^b$	10		39	
$^{164}\text{Yb}^b$	4,1		47	
$^{166}\text{Yb}^b$	2,6		100	
^{168}Yb	6,1		33	
^{170}Yb	5,9		46	
^{172}Yb	5,4	$25 \pm 38 / 90 /$	34	$58 \pm 25 / 91 /$
^{174}Yb	1,1	$18 \pm 38 / 90 /$	27	$35 \pm 9 / 92 /$
$^{176}\text{Yb}^b$	2,4	$7 \pm 49 / 90 /$	114	
$^{166}\text{Hf}^b$	19		43	
$^{168}\text{Hf}^b$	9,4		49	
$^{170}\text{Hf}^b$	5,5		32	
^{172}Hf	15		49	$32 \pm 3 / 93 /$
^{174}Hf	14		39	$25 \pm 5 / 9,94 /$
^{176}Hf	3,8		26	$12 \pm 5 / 12 /$
^{178}Hf	3,8		57	$13 \pm 38 / 95 /$
$^{180}\text{Hf}^b$	4,9		16	
$^{180}\text{W}^b$	19		54	
^{182}W	10		30	

Примечания: а) для полосы, построенной на уровне 1196 кэв;
 б) β -полоса неизвестна.

9. Полезно сравнить результаты микроскопической теории с феноменологическим подходом, основанным на схеме О.Бора-Моттельсона, где неадиабатические поправки возникают от явного смешивания полос.

Гамильтониан, смешивающий полосы $|IK_p\rangle$ и $|I'K'p'\rangle$ аксиального ядра с $|\Delta K|=\lambda$, имеет вид

$$H' = h_\lambda T_{-\lambda} + \text{Э.С.}, \quad (5.57)$$

где h_λ — оператор, переводящий из одного внутреннего состояния в другое, напр., рождающий фотон, а T_λ — составленный из компонент \vec{T} тензор с требуемыми правилами отбора. Учет возмущения (5.57) дает новые стационарные состояния

$$\Phi_{Kp}^I = |IK_p\rangle - a_{pp'}^I |IK'p'\rangle, \quad \Phi_{K'p'}^I = |IK'p'\rangle + a_{pp'}^I |IK_p\rangle, \quad (5.58)$$

где коэффициенты смешивания

$$a_{pp'}^I = \langle IK'|T_{-\lambda}|IK\rangle \chi_{pp'}, \quad \chi_{pp'} = \frac{\langle K'p'|h_\lambda|Kp\rangle}{\omega_{p'p}} \quad (5.59)$$

Мультипольный оператор $X_{\ell\mu}$ имеет в обобщенной модели вид $X_{\ell\mu}^0$ (первый член ряда (2.11)). Его м.э. по возмущенным состояниям (5.58) совпадают с м.э. в старом базисе от преобразованного оператора $X_{\ell\mu} = X_{\ell\mu}^0 + \delta X_{\ell\mu}$, где

$$\delta X_{\ell\mu} = [\chi T_{-\lambda} + \chi^+ T_\lambda, \sum_{\lambda'} D_{\mu\lambda'}^{\ell\alpha} (\psi) \bar{X}_{\ell\lambda'}] \quad (5.60)$$

Собирая все примеси, мы придем к ряду вида (2.11). Если нас интересуют переходы между полосами p и p' , в ко-

торых статические средние $\langle \bar{X}_{\ell 0} \rangle$ имеют близкие значения (как квадрупольные моменты Q_0 , β - и β -полос), то главный вклад в (5.60) есть

$$\delta X_{\ell \mu} = \chi X_{\ell 0} [T_{-\lambda}, D_{\mu 0}^{\ell*}] + \text{з.с.} \quad (5.61)$$

Из (5.61) вытекает, что поправки к межполосным м.э. различных операторов $X_{\ell \mu}$ имеют универсальный характер и, кроме геометрических факторов, зависящих от ранга ℓ , относятся между собой как средние от статических мультиполей $\langle \bar{X}_{\ell 0} \rangle$. В частности, для смешивания β - и β -полос в низшем порядке находим формулы (2.12) с

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{\hat{Q}_0^E}{Q_0^E} \chi_{\beta g}, \quad Z_0 = \frac{Q_0^E}{\hat{Q}_0^E} \chi_{\beta g}. \quad (5.62)$$

Отсюда следует используемая иногда при обработке эксперимента /66/ связь

$$\frac{\alpha}{2Z_0} \frac{B(E2)_{gg}^{rot}}{B(E2)_{\beta g}^{rot}} = 1 \quad (5.63)$$

Поскольку в МПВ /60/ нет однозначного рецепта введения связи полос, расчёты фактически основаны на феноменологическом подходе (5.57), где источником связи с вращением служит зависимость найденного в МПВ момента инерции от коллективных координат $\beta, \gamma, \Delta, \lambda$. Тогда аналогично (5.52) можно получить смешивающий оператор (5.59)

$$\chi_{\beta g} = \frac{\beta_0}{2\omega_\beta \tilde{\beta}^2} \frac{d\tilde{\beta}}{d\beta} \frac{\hat{Q}_0}{Q_0}. \quad (5.64)$$

10. Микроскопическая теория, разграничающая адабатическое искажение и смешивание, показывает недостаточность феноменологической схемы. Универсальность результатов последней и жесткая связь м.э. различных операторов являются следствием ограничения несколькими колективными степенями свободы. В то же время в микротеории, помимо тех же коллективных переменных, фигурируют взаимодействующие с ними одночастичные степени свободы, которые описываются динамической м.п. и дают в наблюдаемые величины (5.54, 56) вклады, специфические для каждого оператора. Универсальные же вклады в α (5.54), действительно имеют структуру (5.64).

Второе принципиальное отличие от феноменологии обусловлено тем, что колебательные степени свободы можно отделить от одночастичных лишь, если частоты $\omega \rightarrow 0$. Поэтому, даже оставив в Z_0 (5.56) лишь универсальную часть (положив $\ell_p = \ell_n$), мы не получим результата феноменологии (5.63) из-за того, что Z_0 содержит, кроме статического момента инерции \mathcal{F} , величину $\mathcal{F}(\omega)$, зависящую от частоты перехода. Особенно важна зависимость $\mathcal{F}(\omega)$ в производных. Для универсальных частей $\alpha^{\text{ун}}$ и $Z_0^{\text{ун}}$, используя нормировку переходов $\beta \rightarrow 0$ в приближении хаотических faz /26/, получим ($\omega = \omega_\beta$)

$$\frac{\alpha^{\text{ун}} B(E2)_{\beta\beta}^{\text{ном}}}{2Z_0^{\text{ун}} B(E2)_{\beta\beta}^{\text{ном}}} = \frac{\frac{d\mathcal{F}}{d\omega_0} \mathcal{F}(\omega) \frac{dK(\omega)}{d\omega}}{\frac{d\mathcal{F}(\omega)}{d\omega_0} \mathcal{F} \frac{K(\omega)-K}{\omega}}. \quad (5.65)$$

Это отношение стремится к единице (5.63) лишь при $\omega \rightarrow 0$.

Для нахождения отличия спектра ядра от идеального (2.1), т.е. для вычисления коэффициента B (4.1) нужны уравнения более высоких порядков (б. 18). В 3 порядке по вращению возникают как члены типа $\hbar_{ik}^{(3)}$ в (5.27), перенормирующие момент инерции, так и тензоры $\hbar_{iklm}^{(3)}$, определяющие член $B \vec{I}^4$. Такого же типа поправки даются и высшими порядками по смешиванию полос, но как уже упоминалось, они малы по сравнению с поправками от иска- жения. Вычисление спектра (4.1) проведено в работе /67/ и дает хорошее согласие с экспериментом, ликвидируя имеющееся в МПВ /22,23/ расхождение без введения новых па- раметров.

Изложенный метод вычисления нейдиабатических эффектов позволяет построить количественную теорию в области $\delta \ll 1$. С ростом момента и уменьшением \bar{E} из-за разрушения спаривания параметр δ растет и адиабати- ческое разложение (5.24) становится плохим.

6. О микроскопическом описании высоких вращательных состояний.

1. Микроскопической теории, корректно описывающей аномалии вращательных полос (раздел 4) пока не существует. Это связано как с неясностями трактовки и многообра-

зием мыслимых механизмов, так и с трудностями решения квантовой задачи многих тел. Положение не спасают точно решаемые модели /68,46,69/, которые в основном учитывают лишь разрушение спаривания. Эти модели полезны, но вряд ли применимы к реальным ситуациям; попытки экстраполировать их предсказания на конкретные ядра обычно не согласуются с экспериментом.

Попытки создания теории обычно основываются на МПВ, где рассматривается вращение аксиального ядра вокруг оси, перпендикулярной оси симметрии. Альтернативным является вариационный подход /70/, где пробная внутренняя функция проектируется на состояния с определенным моментом. Рассматривая проекционный метод как феноменологический /71/, можно показать, что он дает разумное описание вращательных спектров ниже точки сингулярности. Аналогично вариантам (4.7) VMI, асимптотика спектра здесь также является эквидистантной. Если внутреннее состояние выбирается как вакуум по квазичастицам, а вариация параметров (минимизация энергии) совершается после проектирования на определенный момент, то метод оказывается эквивалентным МПВ /72,73/. Однако вычисления при высоких моментах сомнительны (необходимо извлечь из внутренней функции малую компоненту с данным I).

Поэтому подходы, основанные на МПВ, кажутся более

обещающими. Ограничиваюсь приближением Хартри-Фока-Боголюбова, можно ввести м.л. Γ и самосогласованное поле \mathcal{S} в собственной системе ядра. Тогда уравнения МПВ примут вид (ср. (5.11)).

$$[\Gamma, \mathcal{S} - \Omega j_x] = 0, \quad \Gamma^2 = \Gamma. \quad (6.1)$$

Для решения (6.1) формально достаточно найти полный набор собственных функций $|\psi\rangle$ оператора

$$\mathcal{H} = \mathcal{S} - \Omega j_x \quad (6.2)$$

и, аналогично (5.28.29) при каждом значении Ω заполнить квазичастицами наименее состояния. Находя затем средний момент

$$I_x = \text{Tr} (j_x \Gamma), \quad (6.3)$$

отождествляя его с 1 и вычисляя из (3.3) энергию системы, получим спектр E_I .

Такая программа наталкивается на ряд трудностей. Во-первых, оператор (6.2) содержит два выделенных направления — ось Z симметрии поля \mathcal{S} и ось X вращения. В такой ситуации мы не знаем хороших квантовых чисел. В общем виде можно лишь рассмотреть адабатическую область малых Ω , либо область, где основную роль играет вращение, а деформация мало существенна /45/. Нетрудно показать, что если $\Delta \xi$ — характерное расстояние между расщепленными по деформации уровнями с $|\Delta j_z| = I$, которые

связываются силами Кориолиса (ср. (3.17)), то в вычисления (даже без спаривания) входит величина типа $\sqrt{(\Delta\varepsilon)^2 + \Omega^2}$. Нас же интересует область, где параметры $\Delta\varepsilon$, Δ и Ω одного порядка величины. Хорошие приближенные методы решения уравнения Шредингера с гамильтонианом (6.2) здесь отсутствуют.

Во-вторых, и это главное, решение задачи должно быть согласованным.

$$\mathfrak{Z}_a = \mathfrak{Z}_a\{r\} = \varepsilon_a + T_{r_b}(V_{ab} r_b). \quad (6.4)$$

Именно условия согласования определяют разрушение сверхтекучести (Δ) и форму ядра ($G_{2\mu}$) как функции Ω . В такой постановке задача находится на пределе возможностей современных вычислительных машин. Лишь при ограничении малым одиночественным пространством (один j -уровень в упоминавшейся в разделе 4 модели /52/ с выстраиванием пар) и моделировании остатка фиксированным ротором можно получить определенные результаты.

2. Выясним вопрос о применимости МПВ. Эта модель (раздел 3) выводится из квазиклассических аналогий /16/ или из соображений сохранения момента в среднем (Ω — лагранжев множитель). Комбинируя последний подход с методом самосогласованного поля, придем к формулировке МПВ, совпадающей с (6.1) /74/. Покажем /3/, что МПВ является частным случаем квазиклассического приближения в методе

обобщенной м.п.

Как видно из результатов раздела 5, в каждом порядке по параметру адиабатичности возникают члены новой тензорной структуры с максимальной степенью I_K , а также члены предыдущих структур, которые отличаются от первых на некоторую степень j/I . Члены первого типа определяют $\Gamma_i^{(1)}, \Gamma_{ik}^{(2)}, \Gamma_{ikl}^{(3)}, \dots$, т.е. адиабатический момент инерции (5.35), искажение параметров поля (5.41) и вероятностей перехода (5.54, 56), член В в спектре (4.1). Члены же второго типа ответственны, например, за перенормировку скалярных величин ($\bar{\Gamma}^{(1)}$ в (5.25) или поправка к моменту инерции, вычисленная в [67]). В адиабатической области ($j \geq I$) члены обоих типов необходимы для количественного описания эксперимента.

С ростом 1 выделенными становятся члены первого типа. Формальное суммирование всех этих слагаемых (старшие по 1 вклады возникают при минимальном числе коммутаторов компонент 1 между собой) приводит от (5.11) к приближенному уравнению /3,26,75/

$$[r, s - \vec{\Omega} \vec{j}] - i \vec{\Omega} \left[\vec{I} \times \frac{\partial r}{\partial \vec{I}} \right] = 0. \quad (6.5)$$

Здесь \vec{I} и $\vec{\Omega} \equiv \frac{\partial H}{\partial \vec{I}}$ должны рассматриваться как классические векторы, причём

$$\vec{I} = Tr (\vec{j} r). \quad (6.6)$$

Форма (6.5) относится к случаю отсутствия коллективных возбуждений, несущих момент; в более общей ситуации уравнение /26/ сложнее.

Уравнение (6.5) есть обобщение МПВ. Простая МПВ (6.13) получается в вырожденном случае, когда отличны от нуля только Ω_X и I_X или при аксиальной симметрии ($J_X = I_X/\Omega_X$ и $J_Y = I_Y/\Omega_Y$ совпадают). Однако в процессе вращения форма ядра может меняться, так что самосогласованное поле станет неаксиальным (раздел 4.9). Этот эффект, который виден уже в адиабатической теории возмущений (последний член в (5.26б)), не содержится в стандартной МПВ, и описывается последним слагаемым (6.5).

Структура (6.5) обеспечивает сохранение полного момента. Действительно, в силу того, что нуклонное взаимодействие V_{ab} и сферическая часть поля ξ сохраняет момент,

$$[\xi, \vec{j}] = 0, \quad [V_{ab}, \vec{j}_a + \vec{j}_b] = 0, \quad (6.7)$$

имеем тождество для м.э. поля ξ :

$$\begin{aligned} [s_a\{r\}, \vec{j}_a] &= Tr_\xi \{ [V_{ab}, \vec{j}_a] r_b \} = \\ &= -Tr_\xi \{ V_{ab} [\vec{j}_b, r_b] \} = \xi^{c-c} \{ [r, \vec{j}] \}. \end{aligned} \quad (6.8)$$

Отсюда легко получить, что

$$Tr \{ \vec{j} [r, \xi] \} = 0 \quad (6.9)$$

С другой стороны, умножим (6.5) на \vec{j} и возьмем след. Тогда первый член исчезает в силу (6.9), а оставшиеся точно компенсируются при учете согласования \vec{I} (6.6).

Наконец, (6.5) содержит решения, отвечающие вращению классического волчка. Эти решения получаются /26/, если ввести вспомогательное время τ , зависимость от которого компонент угловой скорости дается уравнениями Эйлера (3.5). Тогда r и s тоже зависят от τ через $\Omega_i(\tau)$, а (6.5) сводится к уравнению

$$i \frac{dr}{d\tau} = [s - \vec{\omega}(\tau) \cdot \vec{j}, r] \quad (6.10)$$

описывающему движение нуклонов в самосогласованном поле вращающегося волчка.

3. Таким образом, пользуясь МПВ, мы вправе рассматривать лишь стационарное вращение с достаточно большой угловой скоростью при фиксированной симметрии ядра. В такой ограниченной задаче можно установить некоторые важные соотношения /40/.

Пусть, аналогично разделу 5.6, \mathcal{H} не зависит от параметров β_i . Их вариация $\delta\beta_i$ приведет к вариации м.п.

$$r \rightarrow r + \delta r, \quad (6.11)$$

причем в силу нормировки (6.1)

$$r \cdot \delta r + \delta r \cdot r = \delta r, \quad r \cdot \delta r \cdot r = 0, \quad (1-r)\delta r(1-r)=0 \quad (6.12)$$

(операция $rA.r$ проектирует A на класс состояний, занятых квазичастицами, т.е. с $n=1$, а δr аналогично (5.22a))

не имеет м.э. внутри этого класса, равно как и внутри класса состояний с $n=0$). Тогда, пользуясь циклическими свойствами следа, и уравнениями (6.1), получим

$$\begin{aligned} \text{Tr}\{\mathcal{H}\delta r\} &= 2\text{Tr}\{\mathcal{H}r\delta r\} = 2\text{Tr}\{\mathcal{H}r^2\delta r\} = \\ &= 2\text{Tr}\{\mathcal{H}r \cdot \delta r \cdot r\} = 0 \end{aligned} \quad (6.13)$$

Следовательно, если обозначать $\mathcal{T} = \text{Tr}\{\mathcal{H}r\}$, то

$$\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \beta_i} = \text{Tr}\left\{\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \beta_i} r\right\} + \text{Tr}\left\{\mathcal{H} \frac{\partial r}{\partial \beta_i}\right\} = \text{Tr}\left\{\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \beta_i} r\right\}. \quad (6.14)$$

В частности,

$$\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \Omega} = -\text{Tr}(j_x r) \quad (6.15)$$

а для любого параметра X_i , входящего в \mathcal{S} в виде (5.39),

$$\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial X_i} = -x_i \text{Tr}\{x_i r(x)\}. \quad (6.16)$$

Считая все параметры поля независимыми, имеем систему тождеств

$$x_i \frac{\partial}{\partial X_k} \text{Tr}\{x_i r(\Omega, x)\} = x_k \frac{\partial}{\partial X_i} \text{Tr}\{x_k r(\Omega, x)\}, \quad (6.17)$$

$$x_i \frac{\partial}{\partial \Omega} \text{Tr}\{x_i r(\Omega, x)\} = \frac{\partial}{\partial X_i} \text{Tr}\{j_x r(\Omega, x)\}. \quad (6.17')$$

Физические значения \bar{X}_i параметров X_i определяются условиями согласования

$$\bar{x}_i = \text{Tr} \{ x_i r(\Omega, \bar{x}) \}, \quad (6.18)$$

$$I_x = \text{Tr} \{ j_x r(\Omega, \bar{x}) \} \equiv \Omega^2 (\Omega^2, \bar{x}) \quad (6.18')$$

(момент инерции \mathcal{F} есть четная функция Ω (3.6)). Из

(6.17) находим точное интегральное соотношение

$$x_i \text{Tr} \{ x_i r(\Omega, x) \} = x_i \text{Tr} \{ x_i r(0, x) \} + \frac{1}{2} \int_0^{\Omega^2} d\Omega^2 \frac{\partial \mathcal{F}(\Omega^2, x)}{\partial x_i}, \quad (6.19)$$

или на кривой равновесия (6.18)

$$x_i \bar{x}_i = x_i \text{Tr} \{ x_i r(0, \bar{x}) \} + \frac{1}{2} \int_0^{\Omega^2} d\Omega^2 \frac{\partial \mathcal{F}(\Omega^2, \bar{x})}{\partial x_i}, \quad (6.19')$$

В обычной модели постоянного спаривания силы G равенство (6.19') дает для параметра $\Delta = \frac{G}{2} \text{Tr}(\tau^x r)$, где τ^x - спинорная матрица Паули /26/,

$$\bar{\Delta} = \frac{G}{2} \text{Tr} \{ \tau^x r(0, \bar{\Delta}) \} + \frac{G \bar{\Delta}}{2} \int_0^{\Omega^2} d\Omega^2 \frac{\partial \mathcal{F}(\Omega^2, \bar{\Delta}^2)}{\partial \bar{\Delta}^2}. \quad (6.20)$$

Раскрывая спинорную структуру, получим для нетривиального решения ($\bar{\Delta} \neq 0$)

$$\frac{1}{G} = \sum_1 \frac{1}{2 \delta_1(\bar{\Delta})} + \frac{1}{2} \int_0^{\Omega^2} d\Omega^2 \frac{\partial \mathcal{F}(\Omega^2, \bar{\Delta}^2)}{\partial \bar{\Delta}^2}. \quad (6.21)$$

4. В первой работе /38/, где обсуждался механизм САР, применялась простая теория возмущений по Ω^2 . Тогда в ин-

тегральный член (6.21) надо подставить момент инерции $\mathcal{J}_{\text{МПВ}}$ (3.14, 16), вычисленный при $\Omega^2 = 0$ и $\Delta = \Delta_C$.

При этом уравнение для Δ примет такой же вид, как при $\Omega^2 = 0$, но с эффективной константой

$$G_{\text{eff}}(\Omega^2) = G \left[1 - \frac{G\Omega^2}{2} \left(\frac{\partial \mathcal{J}_{\text{МПВ}}}{\partial \Delta^2} \right)_0 \right]^{-1} \quad (6.22)$$

Поскольку $\frac{\partial \mathcal{J}_{\text{МПВ}}}{\partial \Delta^2} < 0$, G_{eff} с ростом Ω^2 уменьшается. В системе с дискретным спектром, в отличие от сверхпроводников /48/, для спаривания должно выполняться неравенство $G > G_C$, где G_C определяется расстоянием между одночастичными уровнями /19/. Реально Δ обратится в нуль при уменьшении G на 30%. Это дает заниженную оценку критического момента I_C , совпадающую по существу с (4.12).

Значение I_C получается несколько большим, если в уравнение (6.21) подставить $\mathcal{J}_{\text{МПВ}}$, найденный при неизвестном $\bar{\Delta}$. Тогда $\bar{\Delta}$ определяется уравнением /76/

$$\frac{1}{G} = \sum_1 \frac{1}{2\beta_i(\bar{\Delta})} + \frac{1}{2} \Omega^2 \cdot \frac{\partial \mathcal{J}_{\text{МПВ}}(\bar{\Delta}^2)}{\partial \bar{\Delta}^2}. \quad (6.23)$$

Такого же типа система связанных уравнений для параметров β_i получается в методе обобщенной м.п. (5.53), если согласование β проводить не отдельно в нулевом и последующих порядках, а сразу с полной м.п. $\sum_K r^{(K)}$. Наконец, то же дают теории, сформулированные в виде так называе-

Таким образом, проблема хорошего приближенного решения МПВ остается в настоящее время открытой.

5. Новые по сравнению с МПВ эффекты, вносимые точным квазиклассическим уравнением (6.5), покажем на простом примере. Как уже говорилось (раздел 4.9), стадия y_{last} -каскада в разрядке ядра, возбужденного тяжелым ионом, хорошо описывается феноменологической моделью асимметричного ротора /56/. Найдем соответствующее микроскопическое решение (6.5).

Наиизнее при данном состоянии ($y_{\text{last}}\text{-line}$) отвечает вращению вокруг оси X с наибольшим моментом инерции $J_x = \mathcal{J}_{\max}$. y_{last} - каскад идет по возбужденным состояниям, представляющим собой аналог классической прецессии. Соответствующее решение уравнений Эйлера (3.5) элементарно /17/. Полагая $\Omega = \Omega_x \gg \Omega_{y,z}$, линеаризуем (3.5) и находим

$$\Omega_y = Y \cos \omega t, \quad \Omega_z = Z \sin \omega t, \quad (6.25)$$

где амплитуды Y, Z связаны соотношениями

$$\frac{Y}{Z} = \frac{\Omega}{\omega} \frac{J_x - \mathcal{J}_z}{\mathcal{J}_y} = \frac{\omega}{\Omega} \frac{\mathcal{J}_z}{\mathcal{J}_x - \mathcal{J}_y}, \quad (6.26)$$

а частота прецессии равна

$$\omega^2 = \Omega^2 \frac{(\mathcal{J}_x - \mathcal{J}_z)(\mathcal{J}_x - \mathcal{J}_y)}{\mathcal{J}_y \mathcal{J}_z}, \quad (6.27)$$

откуда видно, что если \mathcal{J}_x максимально, то вращениеустойчиво. По аналогии с этим ищем решение уравнения (6.10).

мой согласованной МПВ /41-44/, где минимизируется энергия (5.52).

Практически результаты таких расчетов мало отличаются от теории возмущений (6.22) это и понятно: уравнение (6.23) учитывает лишь квазистатическое изменение параметров поля β_i , оставляя неизменной функцию $\mathcal{F}_{\text{МПВ}}(\beta_i)$. Отсюда легко получить выражение для параметра В в спектре (4.1)

$$B = -\frac{1}{8\mathcal{F}_{\text{МПВ}}^4} \sum_i \left(\frac{\partial \mathcal{F}_{\text{МПВ}}}{\partial \beta_i} \right)^2 \left[\left(\frac{\partial^2 U}{\partial \beta_i^2} \right)_{\beta_i=\beta_i^0} \right]^{-1}, \quad (6.24)$$

где U – "потенциал" в (5.52). Однако правильное микроскопическое вычисление В в рамках МПВ /60/ дает, кроме (6.24) большой динамический вклад, обусловленный явной зависимостью $\mathcal{F}(I, \beta_i(I))$ от момента вследствие влияния сил Кориолиса на одночастичное движение /77/. Поэтому если в "самосогласованной МПВ" (6.23) найти параметры $\beta_i(I)$, выразить их через $\mathcal{F} = \mathcal{F}_{\text{МПВ}}(\beta_i(I))$ и подставить в потенциал $U(\beta_i)$, то полученная функция $U(\mathcal{F})$ не совпадает с эффективным потенциалом $U_{\text{УМЛ}}$ (4.4),

правильно воспроизводящим экспериментальный спектр¹³⁾.

¹³⁾ Поскольку величина В принадлежит к членам первого класса (раздел 6.2), то метод обобщенной м.п. дает для нее те же результаты, что и высшие порядки МПВ /60/, кроме замены в знаменателе (6.24) $\mathcal{F}_{\text{МПВ}}$ на полный \mathcal{F} учитывающий перенормировки /67/.

$$\left[\tau(t), s(t) - \Omega j_x - Y \cos \omega t \cdot j_y - Z \sin \omega t \cdot j_z \right] + i \frac{dr}{dt} = 0 \quad (6.28)$$

в виде

$$\begin{aligned} r &= \rho + A \cos \omega t + B \sin \omega t, \\ s &= \sigma + C \cos \omega t + D \sin \omega t, \end{aligned} \quad (6.29)$$

где выписаны члены нулевого (р, б) и первого порядков.

Нулевой порядок дает решение обычной МПВ (6.1):

$$(G - \Omega j_x) |1\rangle = E_1 |1\rangle, \quad \rho |1\rangle = n_1 |1\rangle, \quad (6.30)$$

а поправки первого порядка равны ($1 \neq 2$)

$$\begin{aligned} A_{12} &= \Pi_{12} (C_{12} - Y j_{12}^y) + i \omega \Gamma_{12} (D_{12} - Z j_{12}^z), \\ B_{12} &= \Pi_{12} (D_{12} - Z j_{12}^z) - i \omega \Gamma_{12} (C_{12} - Y j_{12}^y), \end{aligned} \quad (6.31)$$

$$\Pi_{12} = \frac{(n_1 - n_2)(E_1 - E_2)}{(E_1 - E_2)^2 - \omega^2} = \Pi_{21}, \quad \Gamma_{12} = \frac{\Pi_{12}}{E_1 - E_2} = -\Gamma_{21} \quad (6.32)$$

Система уравнений замыкается условиями согласования (6.6) момента $I_K = \mathcal{J}_K \Omega_K$ и поля s . Удобно ввести обозначения средних значений

$$\bar{a} = \text{Tr}(a \rho), \quad \langle ab \rangle = -\langle ba \rangle = \sum_{12} \Gamma_{12} a_{21} b_{12} \quad (6.33)$$

и гейзенберговских производных

$$\hat{i}\hat{a} = [a, b - \Omega j_x], \quad \hat{a}_{12} = i(E_1 - E_2)a_{12}. \quad (6.34)$$

Кроме того, выберем фазы м.э. так, что операторы $j_x, j_z, D -$

вещественны, а \hat{j}_y, C — чисто мнимы. Тогда условия согласования момента дают:

$$\bar{j}_x = \mathcal{F}_x \Omega, \quad \bar{j}_y = \bar{j}_z = 0, \quad (6.35)$$

$$\langle \hat{j}_x (D - Z j_z) \rangle - \omega \langle j_x (C - Y j_y) \rangle = 0, \quad (6.36a)$$

$$\langle \hat{j}_y (C - Y j_y) \rangle + \omega \langle j_y (D - Z j_z) \rangle = -i \mathcal{F}_y Y, \quad (6.36b)$$

$$\langle \hat{j}_z (D - Z j_z) \rangle - \omega \langle j_z (C - Y j_y) \rangle = -i \mathcal{F}_z Z \quad (6.36c)$$

Поле \mathfrak{J} выберем в квадрупольном виде

$$\mathfrak{J} = \mathcal{E} - \alpha q_{ik} Q_{ik}, \quad Q_{ik} = Tr(q_{ik} r), \quad (6.37)$$

где \mathcal{E} —сферически симметрическая часть, которая может включать и спаривание. В нулевом порядке главные оси тензоров \mathcal{F}_{ik} и Q_{ik} совпадают,

$$Q_{ik} = Q_i \delta_{ik}, \quad Q_i = \overline{q_{ii}} \quad (6.38)$$

(суммирования по i нет). Отсюда находим производные (6.34) операторов одночастичного момента

$$\hat{j}_i = \varepsilon_{xik} \Omega j_k + \varepsilon_{ik\ell} \alpha (Q_k - Q_\ell) q_{k\ell} \quad (6.39)$$

С помощью (6.39) вычисляются нужные в согласовании суммы

$$\Phi_{k\ell} = \Phi_{\ell k} = \sum_{12} \prod_{12} \hat{j}_{21}^k \hat{j}_{12}^\ell, \quad (6.40)$$

например,

$$\Phi_{zz} = -2\alpha(Q_y - Q_x)^2 - \Omega^2 \mathcal{F}_x - \omega^2 F_{zz}, \quad (6.41)$$

$$F_{K\ell} = -\sum_{12} \Pi_{12} j_{21}^K j_{12}^\ell, \quad (6.42)$$

где $F_{K\ell}$ аналогично $\mathcal{F}_{K\ell}(\omega)$ в (5.34). Соотношения (6.41) являются частным случаем общих следствий /26/ из закона сохранения момента (6.8).

Теперь легко убедиться, что индуцирование прецессией поправки к полю (6.37) содержат недиагональные компоненты тензора Q_{ik} и в силу (6.39) могут быть представлены в виде

$$C = \xi \hat{j}_x + \xi (\hat{j}_z + \Omega j_y), \quad D = \eta (\hat{j}_y - \Omega j_z) \quad (6.43)$$

Условия согласования поля (6.4) в первом порядке дают уравнения для параметров ξ, η, ζ . Можно проверить, что эти уравнения тождественно совпадают с условиями согласования момента (6.36), если амплитуды Y, Z и частота ω удовлетворяют классическим уравнениям (6.26, 27).

Оставшаяся система (6.36) приводится к виду

$$\xi \omega F_{xx} + y \omega L_{xy} - z F_{xz} = 0, \quad (6.44a)$$

$$\xi \omega^2 L_{xy} + y \left(F_{yy} - \mathcal{F}_x \frac{\Omega^2}{\Omega^2 - \omega^2} \right) + z \omega \left(L_{yz} + \frac{\mathcal{F}_x \Omega}{\Omega^2 - \omega^2} \right) = 0, \quad (6.44b)$$

$$\xi \omega F_{xz} - y \omega \left(L_{yz} + \frac{\mathcal{F}_x \Omega}{\Omega^2 - \omega^2} \right) - z \left(F_{zz} - \frac{\mathcal{F}_x \Omega^2}{\Omega^2 - \omega^2} \right) = 0, \quad (6.44b)$$

где введены обозначения

$$\langle \dot{J}_C \dot{J}_K \rangle = i L_{CK}, \quad (6.45)$$

$$y = Y + \omega \eta - \Omega \xi, \quad z = Z + \Omega \eta - \omega z. \quad (6.46)$$

Тривиальное решение $\xi = y = z = 0$ системы (6.44) отвечает повороту собственных осей ядра. Нетривиальные решения описывают интересующую нас прецессию. Задача упрощается в пределе быстрого вращения, когда ось X есть почти ось симметрии. При этом \dot{J}_X имеет только диагональные м.э. в базисе (6.30), величины F_{XX} , F_{XZ} , L_{Xy} исчезают, $F_{yy} = F_{zz} = F$ и из (6.44) получаем

$$\omega^2 \left[L + \frac{\mathcal{F}_X \Omega}{\Omega^2 - \omega^2} \right]^2 - \left(F - \frac{\mathcal{F}_X \Omega^2}{\Omega^2 - \omega^2} \right)^2 = 0, \quad (6.47)$$

где $L = L_{yz}$. Приравнивая найденную отсюда частоту значение (6.27), находим поперечный к оси вращения момент инерции $\mathcal{F}_y = \mathcal{F}_z = \mathcal{F}_1$. В этой области $\omega \sim \Delta E \ll \Omega$, поэтому из (6.27, 47) имеем

$$\frac{(\mathcal{F}_X - \mathcal{F}_1)^2}{\mathcal{F}_1^2} \approx \frac{(F - \mathcal{F}_X)^2}{(\mathcal{F}_X + L)^2} \quad (6.48)$$

Поскольку $\mathcal{F}_X \sim \mathcal{F}_Y$, а величина $F|_{\omega=0}$ также близка к \mathcal{F}_Y (см. раздел 3), то $F(\omega) > \mathcal{F}_X$. Тогда (6.48) дает

$$\mathcal{F}_1 = \mathcal{F}_X \frac{\mathcal{F}_X + L}{F + L} < \mathcal{F}_X, \quad (6.49)$$

как и должно быть для устойчивости вращения. Можно вычислить также вероятности переходов вдоль *ugast-line*. Подчеркнем, что возможны ситуации, когда асимптотический режим уже достигнут, а спаривание еще не разрушено (или разрушено только у нейтронов).

7. Заключение

Нами рассмотрен лишь небольшой круг актуальных вопросов, связанных с вращательными возбуждениями четно-четных деформированных ядер. В стороне остались, в частности, интересные эффекты в квазиротационных полосах "сферических" ядер. Спектры их низколежащих состояний можно описать как колебания сферического вибратора с сильной ангармоничностью /78, 79/. При каждом числе N квадрупольных фононов ангармоничность выделяет состояния с максимальным моментом $I = N/2$, группируя их в квазиротационные полосы /80/. В ряде ядер обнаружены аномалии этих полос /81, 82/, напр., разветвление („forking“). Интерпретация этих аномалий неоднозначна /54/, один из механизмов (динамическая деформация, которая становится выгодной по мере роста момента) рассматривался автором /83/. Возможны также фазовые перехо-

ды по параметру неаксиальности. При больших 1 разделение ядер на сферические и деформированные становится все более условным, так что могут проявиться те же явления, которые обсуждались в разделе 4.

Перечислим ряд задач, которые пока не рассмотрены, но могут быть решены теорией (раздел 5), претендующей на количественную точность:

- а) моменты инерции колебательных полос,
- б) примеси $M1-$ и $E0-$ переходов,
- в) изменение среднеквадратичного радиуса заряда вдоль вращательной полосы (результаты, показанные на рис. 2, по-видимому, объясняются неуниверсальными вкладами типа (5.54, 56), связанными с ядерной сжигаемостью);
- г) неадиабатические эффекты в ротационных полосах нечетных /2/ и нечетно-нечетных ядер.

Что касается наиболее интересных проблем высоких вращательных состояний, то здесь главным представляется вопрос о роли различных искажения ядерной структуры (каждый механизм в отдельности кажется почти понятным).

По-видимому, это вопрос может быть решен лишь накоплением экспериментальной информации, особенно по вероятностям переходов при высоких моментах. Из теоретических проблем отметим следующие:

- а) хорошие приближенные методы в МПВ,

б) изменение симметрии ядерного поля,

в) окрестность точки фазового перехода ($\Delta \rightarrow 0$),

где теряют смысл обычные приближения (растут флуктуации числа частиц; само понятие Δ неприменимо, если эта величина меньше расстояния между уровнями),

г) градиентная инвариантность взаимодействия и индуцированное вращением спаривание, зависящее от координат /27, 39/.

Наконец, очень полезным было бы выяснение вопроса о степени аналогии между ядром и макроскопическими системами, что опособствовало бы обогащению теоретического арсенала как микро-, так и макрофизики. На некоторые точки соприкосновения обращалось внимание в тексте.

ЛИТЕРАТУРА

1. R.A.Sorenson. *Rev. Mod. Phys.*, 45 (1973) 353
2. М.Т.Базнат, Н.И.Пятов, М.И.Черней. ЭЧАЯ, 4 (1973) 941
3. В.Г.Зелевинский. Материалы УП школы ЛИЯФ, Л. 1972, стр. 139.
4. О.Бор. Б.Моттельсон. Пер.—Проблемы современной физики, №9 (1955); №1 (1956).
5. А.С.Давыдов. Возбужденные состояния атомных ядер. М. 1967.
6. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика. М. 1963.
7. A.R.Edmonds Пер.— Деформация атомных ядер. М. 1958.
8. F.S.Stephens, N.L.Latzk, R.M.Diamond. *Nucl. Phys.*, 63(1965) 82.
9. Дж.Х.Гамильтон. Изв.АН СССР, сер.физ., 36(1972) 17.
10. В.Г.Соловьев. Теория сложных ядер. М., 1971.
11. В.М.Михайлов. Изв.АН СССР, сер.физ. 30(1966) 1334.
12. T.L.Khoo, J.C.Waddington et al. *Nucl. Phys.*, A202(1973) 289.
13. В.Г.Зелевинский, М.И.Штокман. Изв.АН СССР, сер.физ. 38(1974).
14. Н.И.Пятов. Материалы УШ школы ЛИЯФ, Л. 1973, стр.282.
15. P.B.Russell et.al. *Nucl. Phys.*, A210(1973) 133
16. D.R.Inglis. *Phys. Rev.*, 103(1956) 1786.
17. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Механика. М. 1973.
18. R.M.Rotkmore. *Phys. Rev.*, 118(1960) 1645.
19. S.T.Belyaev. *Kgl. Dan. Vid. Selsk. Mat.-Fys. Medd.*, 31, №11(1959).
20. Н.Н.Боголюбов. УФН, 67(1959) 549.
21. S.T.Belyaev in: *Selected topics in nuclear theory*. Vienna, 1963, p.291.
22. S.G.Nilsson, O.Prioz. *Kgl. Dan. Vid. Selsk. Mat.-Fys. Medd.*, 32, №16(1961).
23. E.R.Marshalek. *Phys. Rev.*, 139(1965) B 770.
24. А.Б.Мигдал. ЖЕТФ, 37(1959) 249.
25. E.R.Marshalek, J.Weneser. *Ann. Phys.* 53(1969) 569.
26. В.Г.Зелевинский. Конспекты лекций МИФИ, 1973.

27. С.Т. Беляев. ЯФ, 4 (1966) 936.
28. Б.А. Румянцев. ЯФ, 15 (1972) 46.
29. Р.Пайерлс. Квантовая теория твердых тел. М. 1956.
30. S.M. Harris, Phys. Rev., 138 (1965) B 509.
31. M.A.J. Mariscotti, G.Scharff-Goldhaber, B.Buck. Phys. Rev., 178 (1969) 1864.
32. U.I. Stockmann, V.G. Zelevinsky. Phys. Lett., 41B (1972) 19.
33. P. Holmberg, O. Lipas. Nucl. Phys., A117 (1968) 552.
34. J.O. Newton, F.S. Stephens et.al. Nucl. Phys., A141 (1970) 631.
35. J.R. Grover. Phys. Rev., 157 (1967) 832.
36. D.Ward, H.R.Andrews et.al. Phys. Rev. Lett., 30 (1973) 493.
37. D.Ward, H.R.Andrews et.al. Preprint. 1974
38. B.R. Mottelson. J. G. Valatin Phys. Rev. Lett., 5 (1960) 511.
39. П. Де Жен. Сверхпроводимость металлов и сплавов. М. 1968.
40. K.Y. Chan, J.G. Valatin. Nucl. Phys., 82 (1966) 222.
41. M.Sano, M.Wakai. Progr.Theor.Phys., 47 (1972) 880.
42. D.Bes, S.Landowme, M.A.J. Mariscotti. Phys. Rev., 166 (1968) 1045.
43. P.Ring, R.Beck, H.J.Mang. Zeitschr. Phys., 231 (1970) 10.
44. J.Krumlinde. Nucl. Phys., A160 (1970) 471.
45. Ю.Т. Гринь, А.И. Ларкин. ЯФ, 2 (1965) 40.
46. Б.Л. Бирбрайр. Материалы УП школы ЛИЯФ, Л. 1972, стр. 179.
47. L.G. Moretto. Phys. Lett., 35B (1971) 379.
48. J.Bardeen, L.Cooper, J.Schiffer. Phys. Rev., 108 (1957) 1175.
49. L.G. Moretto. Nucl. Phys., A185 (1972) 145.
50. P.Taras, W. Dehnhardt et.al. Phys. Lett., 41B (1972) 295.

51. J. Krumlinde, Z. Szymanski. Phys. Lett.,
40B(1972)314.
52. F.S. Stephens, R.S. Simon. Nucl. Phys.,
A183(1972)257.
53. F.S. Stephens, R.M. Diamond et.al. Phys. Rev. Lett.,
29(1972)438.
54. Л.К.Пекер. Материалы 1Х школы ЛИЯФ,Л.1974,стр.334.
55. P.J. Turner, T.Kishimoto Nucl. Phys.,
A217(1973)317.
56. K. Sugawara-Tanabe, K.Tanabe. Nucl. Phys.,
A208(1973)317.
57. T.L. Khoo, F.M. Bernthal et.al. Phys. Rev. Lett.,
31(1973)1146.
58. D.Ward, R.L.Graham et.al. Phys. Lett.,
44B(1973)39.
59. I.M. Pavlichenkov. Nucl. Phys.,
55(1964)225.
60. E.R. Marshalek. Phys. Rev., 158(1967)993.
61. С.Т.Беляев, В.Г.Зелевинский. ЯФ, 16(1972)1195.
62. С.Т.Беляев, В.Г.Зелевинский. ЯФ, 17(1973)525.
63. S.T. Beščaev. Nucl. Phys., 64(1965)17.
64. В.Г.Зелевинский, М.И.Штокман. Препринт ИЯФ 88/73,
 г.Новосибирск.
65. А.Б.Мигдал. Теория конечных ферми-систем и свойства
 атомных ядер. М.1965.
66. N.Rud, G.T. Ewan et.al. Nucl. Phys.,
A191(1972)545.
67. В.Г.Зелевинский, М.И.Штокман. Изв. АН СССР, сер.физ.
36(1972)2577.
68. J. Krumlinde, Z. Szymanski. Ann. Phys.,
79(1973)201.
69. И.М.Павличенков. Препринт ИАЭ-2319 М.1973.
70. A. Faessler, L. Lin, F. Wittman. Phys. Lett.,
71. С.Фрауэндорф, Д.Янсен, Л.Мюнхов. ЯФ, 12(1970)939.
72. A. Kamleh. Zeitschr. Phys., 216 (1968) 52.
73. N.Onishi . Prog. Theor. Phys., 40(1968) 84.

74. D.J.Thonless, J.G.Vařatin. Phys. Rev. Lett., 5(1960) 509.
75. С.Т.Беляев. Структура ядра. ОИЯИ, Д-6465(1972) 491.
76. K.Y.Chan, J.G.Vařatin. Phys. Lett., II (1964) 304.
77. C.W.Ma, J.O.Rasmussen. Phys. Rev., C2 (1970) 788.
78. S.T.Belyaev, V.G.Zellevinsky Nucl. Phys., 39(1962) 581.
79. Б.Е.Степанов. ЯФ, 18(1973) 999.
80. S.Scharff-Goldhaber, A.S.Goldhaber, Phys. Rev. Lett., 24 (1970) 1349.
81. S.Scharff-Goldhaber et.al. Phys. Lett., 44B(1973) 416.
82. D.Proeter, R.M.Diamond et.al. Phys. Rev. Lett., 31 (1973) 896
83. В.Г.Зелевинский. Письма ЖЭТФ, 19(1974) 179.
84. A.Johnson, H.Ryde, S.A.Hjorth. Nucl. Phys., A179(1972) 753. -
85. A.Johnson, H.Ryde, J.Sztarkier. Phys. Lett., 34B(1971) 605,
86. H.Beuscher, W.F.Davidson et.al. Phys. Lett., 40B(1972) 449.
87. R.M.Lieder, H.Beuscher et.al. Zeitschr. Phys., 257(1972) 147.
88. R.M.Diamond, G.D.Simons et.al. Nucl. Phys., A184(1972) 481.
89. R.M.Diamond, F.S.Stephens et.al. Phys. Rev. Lett., 22 (1969) 547
90. R.O.Sayer, P.H.Stelson et.al. Phys. Rev., C1(1970) 1525
91. C.Greenwood, C.W.Reich, S.H.Vegors. Phys. Lett., 33B (1970) 213.
92. R.F.Casten, D.Breitig et.al. Phys. Rev., C3(1973) 1035
93. M.H.Cardoso, R.F.A.Gondsmitt, J.Konijn. Nucl. Phys., A205(1973) 121
94. M.T.Gillin, N.F.Peek. Phys. Rev., C5 (1972) 252
95. P.E.Little, J.H.Hamilton et.al. Phys. Rev., C5(1972) 252
96. J.M.Meyer, J.Speth. Nucl. Phys., A203(1973) 17
97. E.R.Marshalek. Phys. Rev. Lett., 20(1968) 214

Подписи к рисункам.

Рис.1 Отношение матричных элементов квадрупольного момента для переходов между β -колебательной и основной полосами в ядре ^{176}Hf /12/.

Рис.2. Изменение среднеквадратичного радиуса заряда $\delta\langle r^2 \rangle = \langle r^2 \rangle_{2+} - \langle r^2 \rangle_0 +$ в основных полосах четно-четных изотопов $Y_0/15/$.

Рис.3. Пересечение одночастичных уровней с ростом угловой скорости.

Рис.4. Корреляция асимптотического интервала $\tilde{\omega}$, найденного из подгонки экспериментальных спектров по формуле (4.10), и частоты из ω_j γ -колебаний./3.32/.

Рис.5. Примеры сингулярных зависимостей момента инерции от квадрата угловой скорости /37/.

Рис.6. Схема девозбуждения ядра с $A \approx 160$ в реакциях (HI, χ_n) и (α, χ_n) /34, 52/.

Рис.7. Эффект пересечения полос.

Рис.8. Две полосы $K^{\pi}=0^+$ в ядре ^{154}Gd /57/, на стрелках переходов между полосами указаны отношения приведенных вероятностей

$$\frac{B(E2; I' \rightarrow 1-2)}{B(E2; I' \rightarrow (1-2)')} \quad \text{или} \quad \frac{B(E2; I \rightarrow (1-2)')}{B(E2; I \rightarrow 1-2)}$$

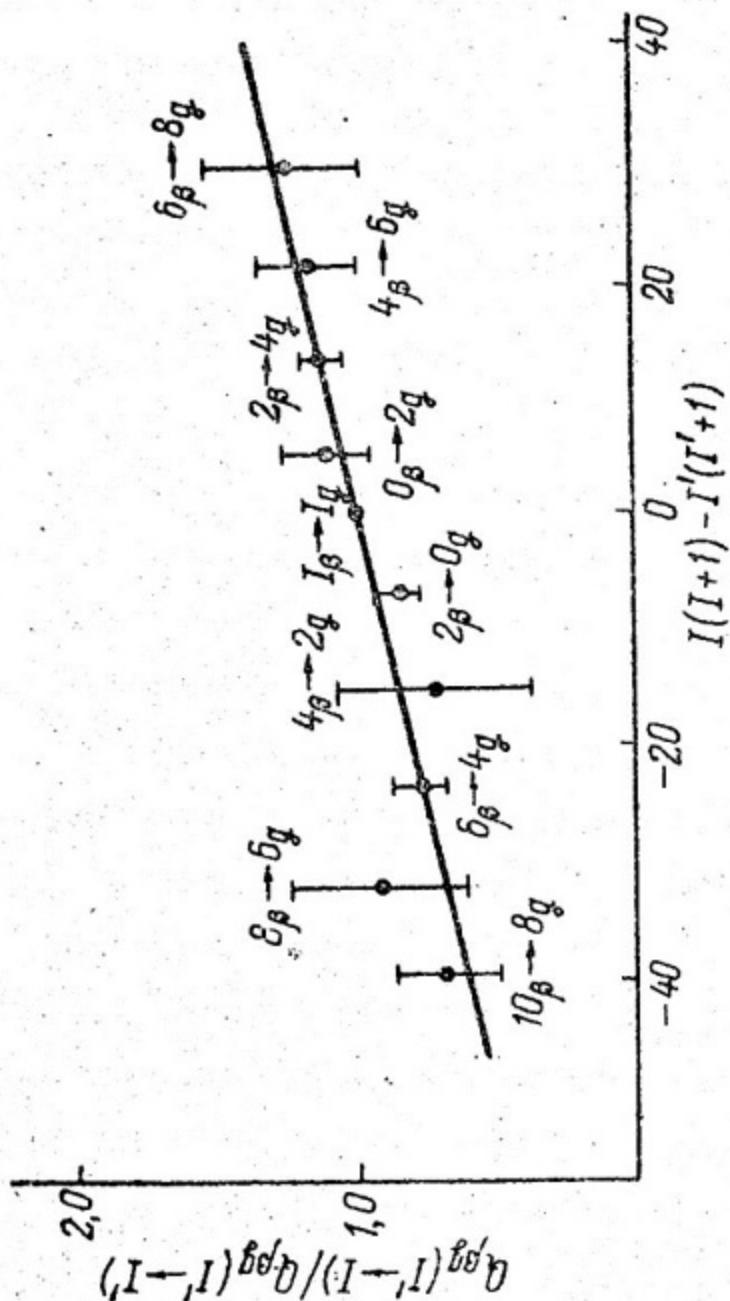


FIG. 1

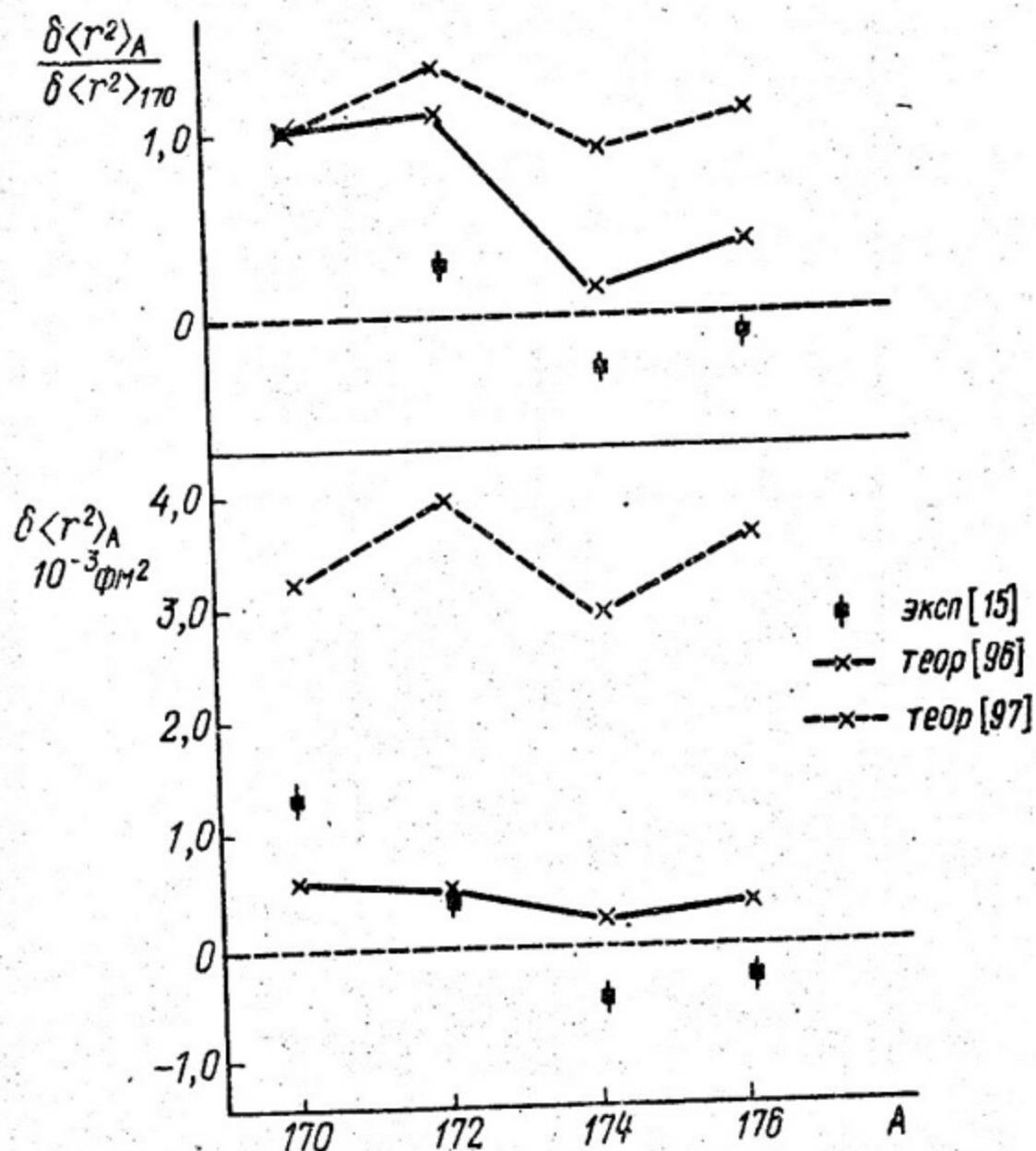


Рис. 2

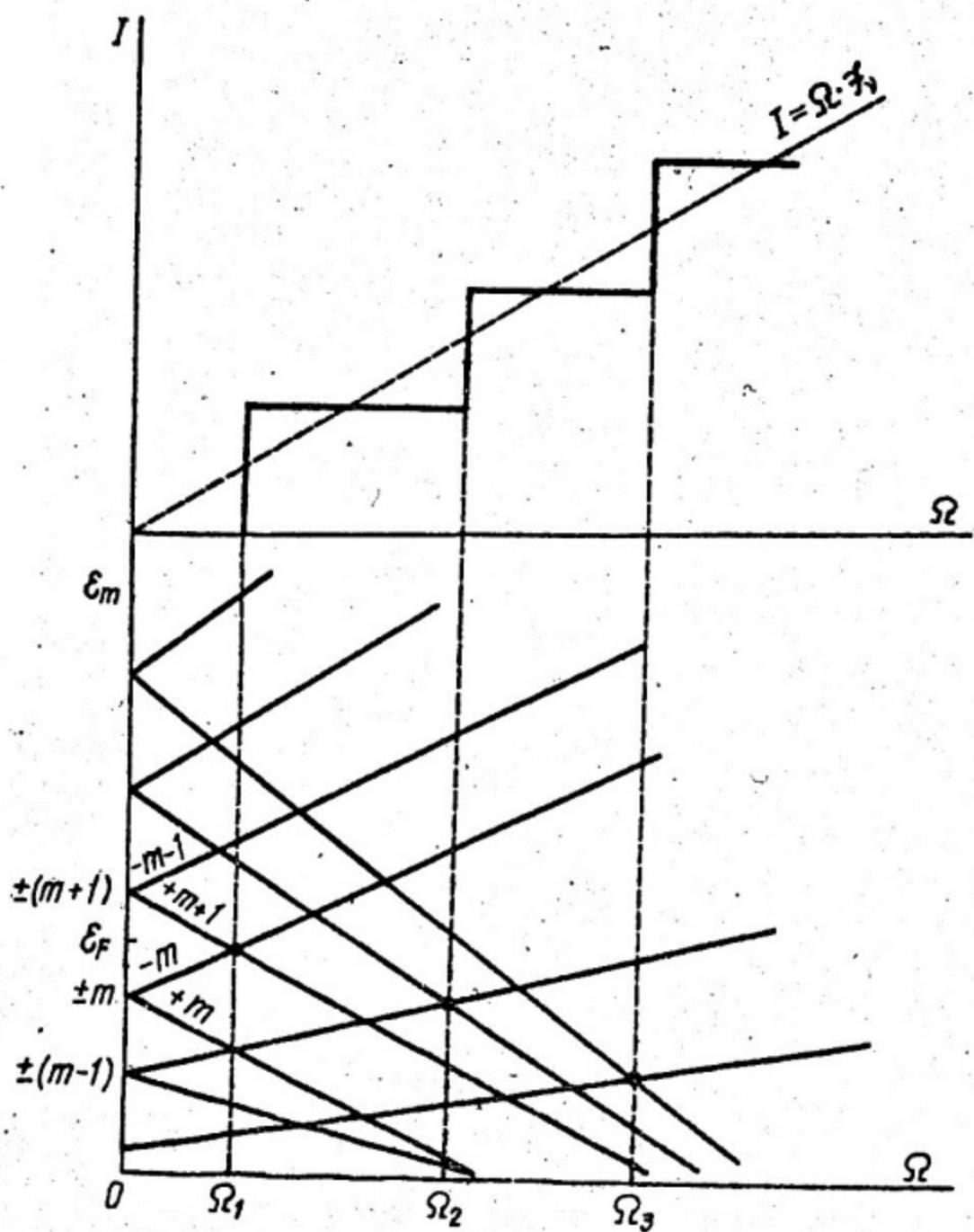


Рис. 3

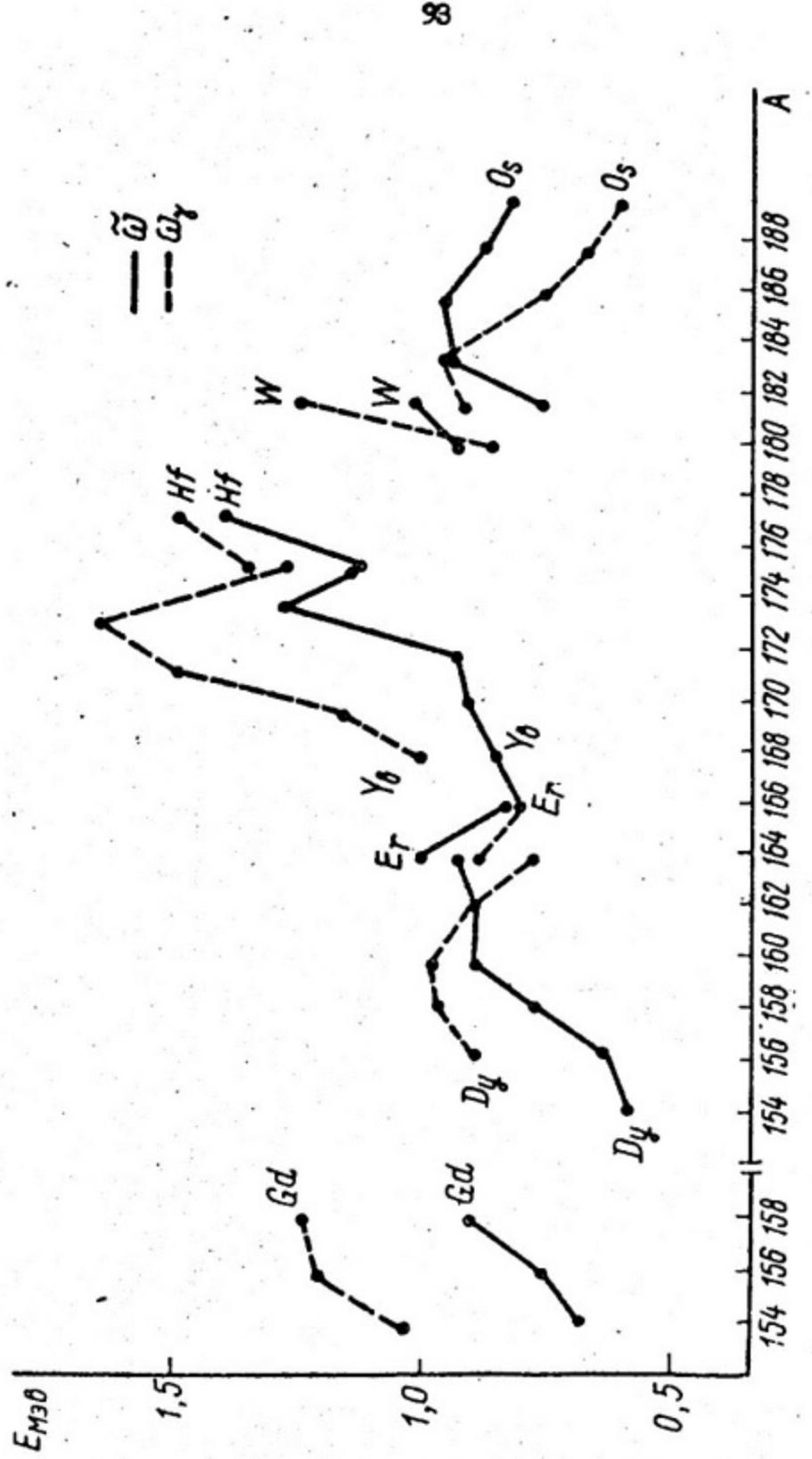
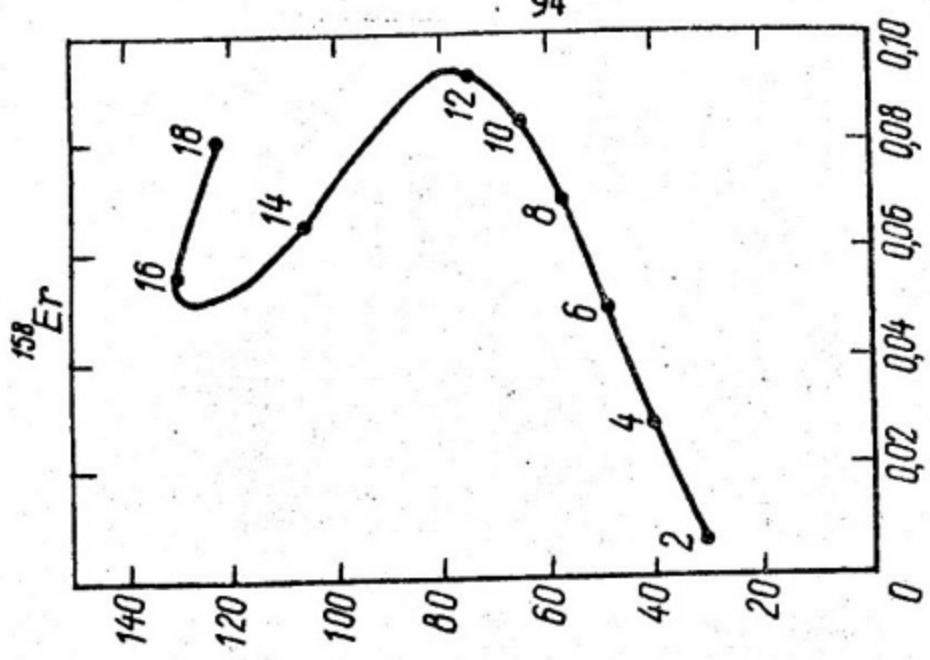
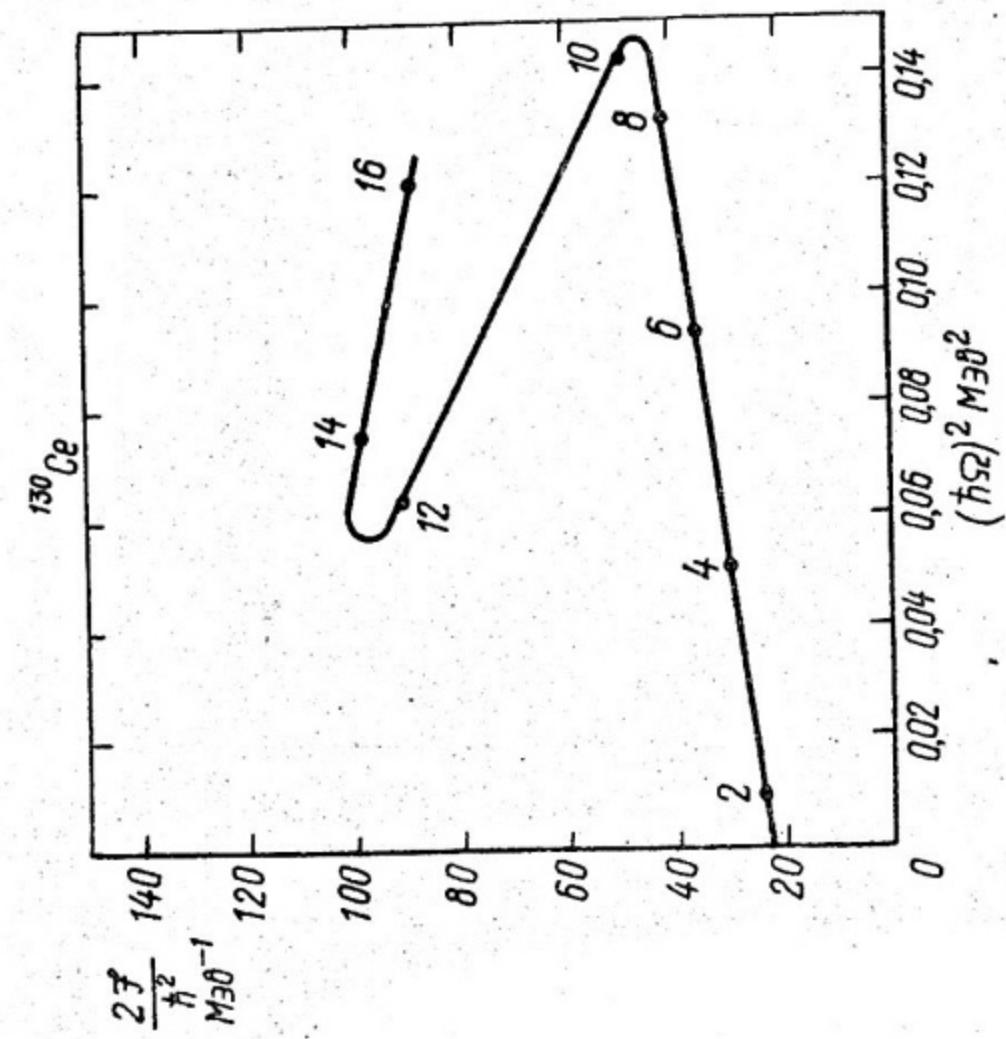


FIG. 4

Рис. 5



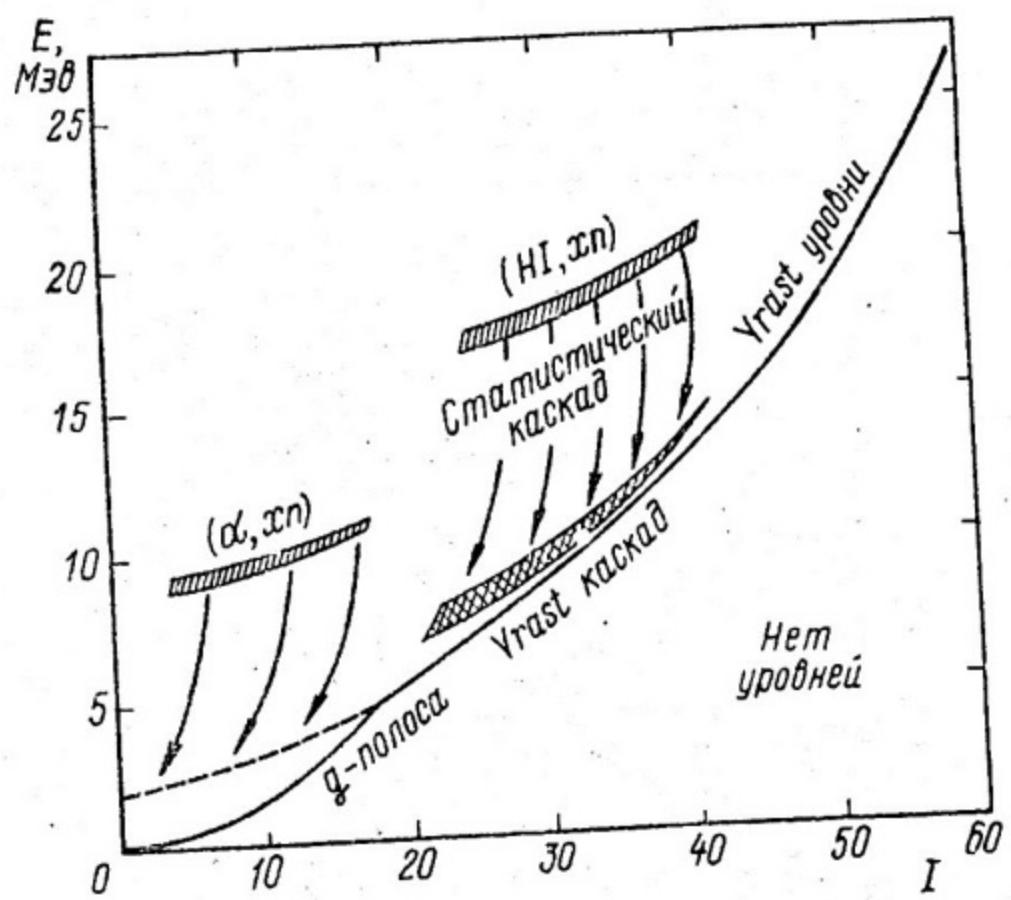


Рис. 6

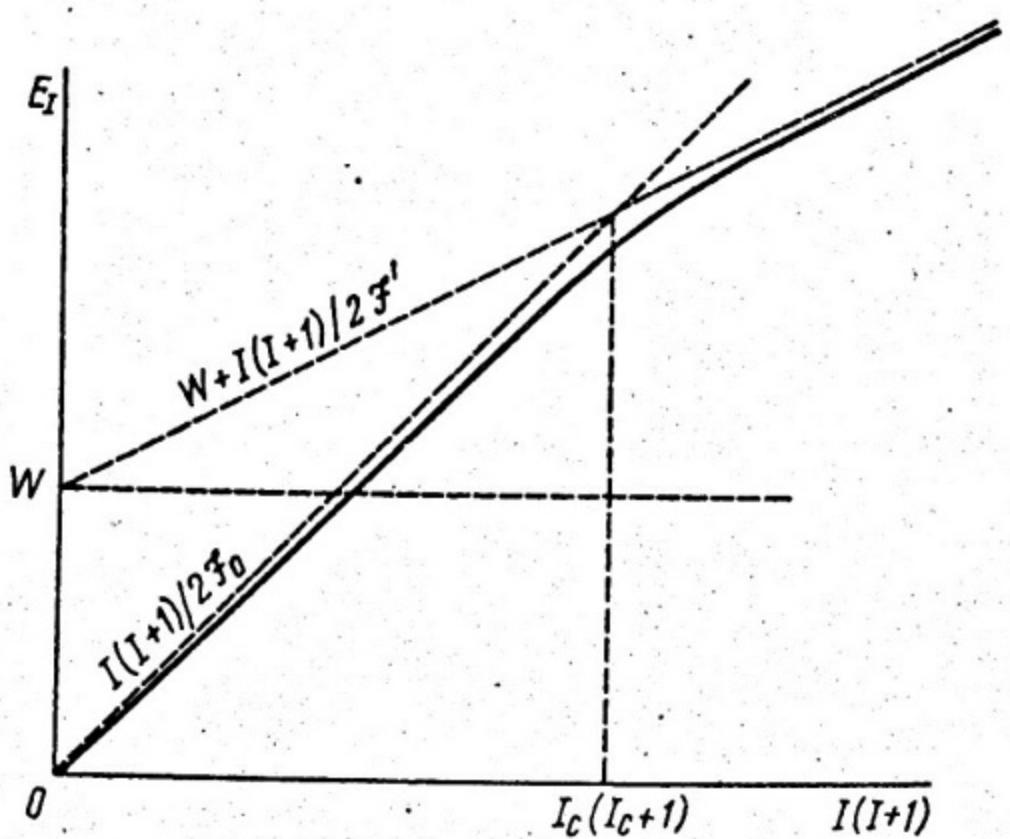
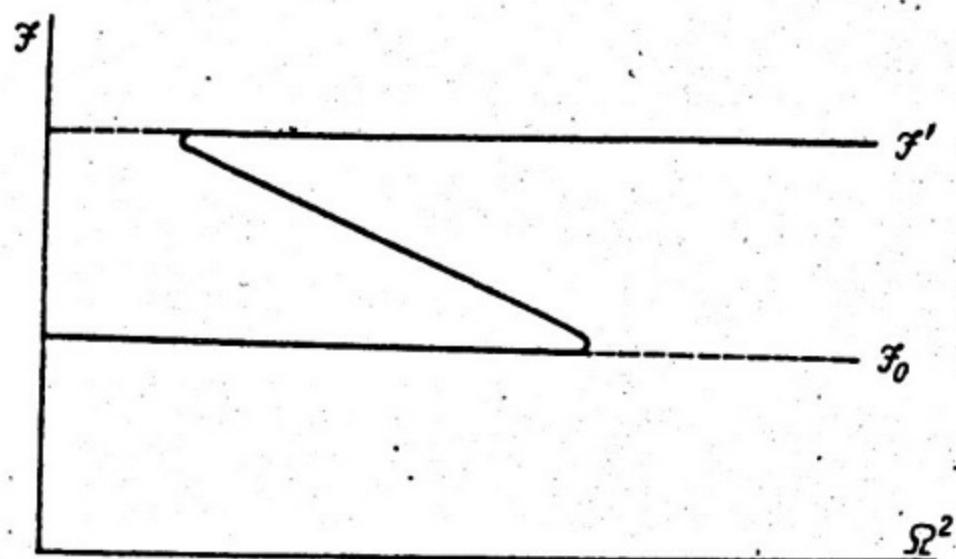


Рис. ?

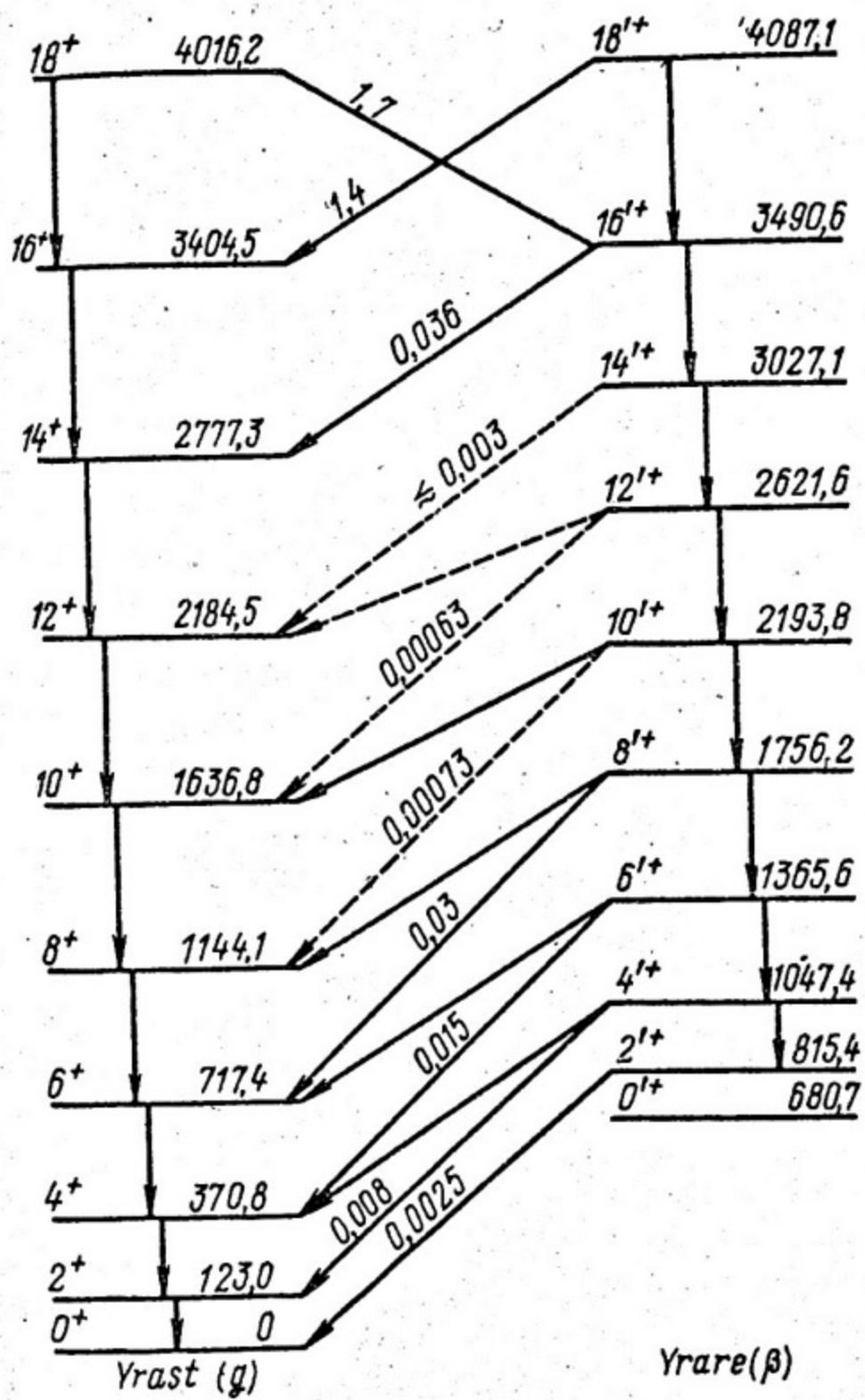


Рис.8

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК