

539.1

В. 85

МОСКОВСКИЙ
ОРДENA ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Ю. П. Никитин

Всесоюзная школа по теоре-
тической ядерной физике, XII-я.

КИНЕМАТИКА
ПРОЦЕССОВ ОБРАЗОВАНИЯ
И ПОСЛЕДУЮЩЕГО РАСПАДА
ТАЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ

МОСКВА 1981

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ СССР

539.1
B 85

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

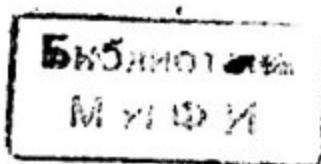
Ю.П. Никитин

Всесоюзная школа по теоретической
ядерной физике, ХII-я.

КИНЕМАТИКА
ПРОЦЕССОВ ОБРАЗОВАНИЯ
И ПОСЛЕДУЮЩЕГО РАСПАДА
ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ

Текст лекции

ЧО



Москва 1981

УДК 539.12

Н и к и т и н Ю. П. Кинематика процессов образования и последующего распада тяжелых частиц. Текст лекции. — М.: МИФИ, 1981, 36с.

Процессы образования и последующего распада нестабильных тяжелых частиц исследуются с кинематической точки зрения. Характерные особенности распределения вторичных частиц по поперечным импульсам в двух- и трехчастичных распадах устанавливаются сначала в системе покоя распадающейся частицы. Показано, что эти особенности частично сохраняются и в движущихся системах отсчета. Это позволяет вести поиски новых тяжелых частиц даже в тех случаях, когда не все продукты распада детектируются. Приводятся конкретные примеры кинематики образования и распада очарованных и других тяжелых адронов, промежуточных векторных бозонов, тяжелых лептонов в адрон-нуклонных и нейтрино-нуклонных взаимодействиях.

1. ВВЕДЕНИЕ

Развитие физики высоких энергий в последнее время ставит перед физическим экспериментом задачи поиска новых тяжелых частиц, предсказываемых современными теоретическими схемами всех основных типов взаимодействий. Как правило, время жизни таких частиц таково ($T \leq 10^{-12}$ с), что их треки нельзя непосредственно наблюдать в обычных наиболее распространенных трековых детекторах (пузырьковых, искровых, стримерных и других камерах). Поэтому использование стандартных приборов требует детального анализа кинематики наблюдаемых необычных событий с целью установления их принадлежности к искомым процессам образования и последующего распада новых тяжелых частиц (адронов и лептонов). Изучение распределений групп вторичных частиц по эффективной массе оказывается эффективным (наблюдение резонансного пика) лишь в тех случаях, когда среди продуктов распада новых частиц нет недетектируемых и множественность вторичных частиц невелика. Лептонные и полулептонные распады по слабому взаимодействию относятся к наиболее трудному для идентификации классу событий из-за невозможности наблюдать вторичные нейтрино. Последние всегда присутствуют в числе продуктов распада тяжелых заряженных лептонов, если эти распады осуществляются за счет взаимодействия слабых заряженных токов. Многочастичные каналы распадов тяжелых частиц весьма невыгодны при поисках таковых из-за необходимости перебора всех возможных комбинаций вторичных частиц данного типа, среди которых имеются как продукты распада, так и ассоциированные частицы, образовавшиеся в процессе рождения одновременно с искомой частицей. С ростом энергии множественность ассоциированных частиц возрастает, что автоматически увеличивает фон, на котором нужно отыскать искомый эффект образования необычной тяжелой частицы.

Применение метода фотоэмulsionий или пузырьковых, стримерных и других камер с высоким пространственным разрешением несколько облегчает задачу наблюдения и идентификации процесса распада тяжелой частицы. Однако и в такой методике возникают серьезные трудности при идентификации ка-

налов распада, содержащих недетектируемые продукты распада, например, нейтрино или другие частицы, эффективность регистрации которых в данной установке оказывается низкой.

В указанных выше трудных случаях серьезную помощь при идентификации и интерпретации наблюдаемых событий может оказать кинематический анализ наблюдаемых распределений продуктов реакции, в особенности, когда имеется достаточная статистика событий, подозрительных на лептонные или полулептонные моды распадов тяжелых частиц. Кинематика может дать указание на существование новых частиц, распадающихся по малочастичным каналам (на две — три частицы), даже при постановке инклюзивных экспериментов.

Ниже будут разобраны простые кинематические задачи распада тяжелой частицы на две или три частицы и показано, что распределение одной из вторичных частиц по поперечным импульсам относительно направления импульса движущейся распадающейся частицы обладает характерной особенностью: положения максимума распределения или особенности спектра оказываются связанными с массой распадающейся частицы простыми соотношениями. В тех случаях, когда известно направление импульса распадающейся частицы, наблюдение указанной корреляции (поперечный импульс — масса) позволяет установить массу тяжелой частицы даже при наличии недетектируемой частицы среди продуктов распада. В рамках простой модели образования тяжелых частиц при высоких энергиях будет показано, что указанные выше свойства спектров продуктов распада по поперечным импульсам сохраняются и в тех случаях, когда поперечный импульс измеряется относительно направления движения первичной частицы, налетающей на мишень. Это свойство спектров продуктов двух- и трехчастичных распадов особенно важно при изучении инклюзивных процессов, когда детектируется только один из продуктов распада.

2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО k_1 В ДВУХЧАСТИЧНЫХ РАСПАДАХ

Рассмотрим распад неполяризованной частицы α по двухчастичному каналу



В системе отсчета, где частица a покоится ($\vec{k}_b^* + \vec{k}_c^* = 0$), импульсы ($\vec{k}_{b,c}^*$) и энергии $\omega_{b,c}^*$ частиц b и c определяются по формулам:

$$\omega_b^* = \frac{m_a^2 + m_b^2 - m_c^2}{2m_a}, \quad \omega_c^* = \frac{m_a^2 + m_c^2 - m_b^2}{2m_b}; \quad (2)$$

$$|\vec{k}_b^*| = |\vec{k}_c^*| = k^* = \sqrt{\omega_b^{*2} - m_b^2} = \sqrt{\omega_c^{*2} - m_c^2},$$

где $m_{a,b,c}$ — массы соответствующих частиц.

Угловое распределение вторичных частиц в этой системе изотропное, причем полярный угол вылета θ отсчитывается от направления импульса частицы a . Этот импульс $\vec{p}_a \neq 0$ в системе отсчета, где частица a движется (в лабораторной системе, в системе центра инерции реакции образования частицы a и т.д.). Вектор \vec{p}_a , естественно, является единственным вектором задачи, задающим направление лоренц-преобразования в систему отсчета, где частица a покоится. Именно относительно этого направления \vec{p}_a следует отсчитывать углы вылета вторичных частиц. Угол разлета последних в системе покоя частицы a , очевидно, равен $\theta_{b,c}^* = 180^\circ$ (рис. 1). Поэтому угол θ^* — это угол вылета любой из выбранных частиц b или c в этой системе. Если одна из частиц детектируется, а другая нет, то θ^* — угол вылета детектируемой частицы. Нормированная на единицу дифференциальная вероятность изотропного распада (1) имеет вид:

$$dw = \frac{1}{2} d\cos \theta^*. \quad (3)$$

Совершим замену переменной $\cos \theta^* \rightarrow k_\perp$, где \vec{k}_\perp — поперечный импульс продукта распада (b или c) относительно направления \vec{p}_a определяется формулой (рис. 2):

$$k_\perp = k^* \sin \theta^*. \quad (4)$$

Выражая $\cos \theta^*$ через абсолютную величину поперечного импульса k_\perp имеем:

$$\cos \theta^* = \pm \sqrt{1 - \frac{k_\perp^2}{k^{*2}}}. \quad (5)$$

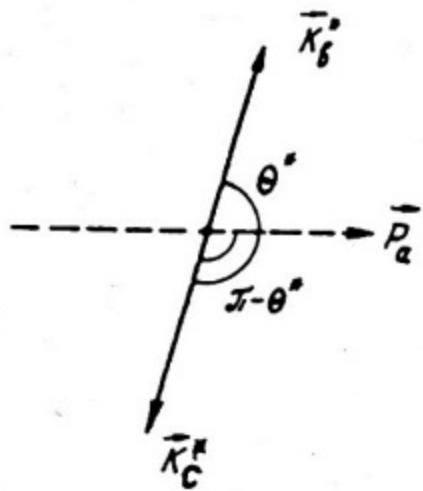


Рис. 1

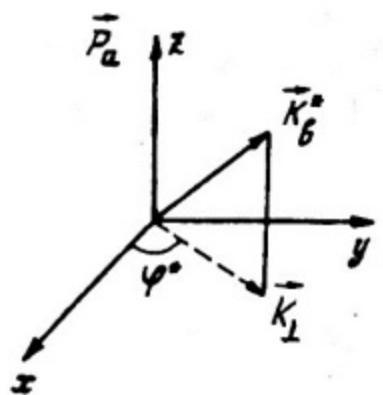


Рис. 2

Двузначность в формуле (5) приводит к удвоению якобиана перехода от $\cos \theta^*$ к k_1 .

Для распределения событий по k_1 приходим к выражению, нормированному на единицу [1]:

$$dw = \frac{k_1 dk_1}{k^* \sqrt{k^*{}^2 - k_1^2}}. \quad (6)$$

Область изменения k_1

$$0 \leq k_1 \leq k^*. \quad (7)$$

Формула (6) показывает, что распределение по k_1 в двухчастичном распаде (1) обладает корневой особенностью (интегрируемая бесконечность) на правой границе области допустимых значений k_1 , то есть

$$k_1 = k^* = \frac{1}{2m_a} \sqrt{[m_a^2 - (m_b + m_c)^2][m_a^2 - (m_b - m_c)^2]}. \quad (8)$$

Если частицы b и c легкие ($m_b, m_c \ll m_a$), то корневая бесконечность расположена при

$$k_1 \approx \frac{m_a}{2}. \quad (9)$$

Для распадов (1) с участием нейтрино ($e = \nu$, $m_e = 0$) особенность расположена при

$$k_1 = (m_a^2 - m_b^2) / 2m_a. \quad (10)$$

Отметим, что вид распределения (6) не изменится, если перейти в систему отсчета, где распадающаяся частица a движется. Для построения распределения событий типа (1) по k_1 необходимо знать только направление импульса \vec{p}_a (эмulsionи, приборы с высоким пространственным разрешением). Конечно, при построении экспериментально наблюдаемого распределения $d\omega/dk_1$ корневая бесконечность (6) "заинтегрируется" из-за конечного разрешения прибора по k_1 , но максимум распределения будет расположен вблизи значений (8) — (10). Нетрудно установить, что $\sim 70\%$ событий приходится на интервал значений k_1 от $k^*/2$ до k^* .

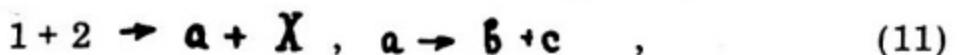
Таким образом, существует принципиально простой способ измерения массы тяжелой частицы с помощью (6) даже в тех случаях, когда один из продуктов ее двухчастичного распада не детектируется, но направление импульса распадающейся частицы известно. К таким распадам относятся, например, распады $D^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu)$, $F^\pm \rightarrow \mu^\pm + \bar{\nu}_\mu (\nu_\mu)$, $\tau^\pm \rightarrow \pi^\pm + \bar{\nu}_\tau (\nu_\tau)$, $\tau^\pm \rightarrow \rho^\pm + \bar{\nu}_\tau (\nu_\tau)$ и другие. Отметим, что в тех случаях, когда происходят двухчастичные распады поляризованных частиц a , угловое распределение продуктов в системе покоя частицы a может иметь вид $1 + A \cos \theta^*$ (слабые распады) или $1 + A \cos^2 \theta^*$. В этих случаях корневая особенность при $k_1 = k^*$ сохраняется, но неизотропность распределения может приводить к смещению максимума распределения по k_1 с учетом экспериментального разрешения.

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО k_1 ВТОРИЧНЫХ РАСПАДНЫХ ЧАСТИЦ В ПРОЦЕССАХ ОБРАЗОВАНИЯ И ПОСЛЕДУЮЩЕГО ДВУХЧАСТИЧНОГО РАСПАДА ТЯЖЕЛЫХ ОБЪЕКТОВ

В тех случаях, когда время жизни тяжелых нестабильных частиц весьма мало ($\tau < 10^{14-15}$ с) или прибор не обладает достаточно высоким пространственным разрешением (невозможно наблюдать треки частиц с временами жизни $\tau < 10^{11-12}$ с), направление импульса распадающейся частицы часто неизвестно

либо потому, что одна из компонент распада (1) не детектируется (нейтрино, γ -квант и т.д.), либо потому, что неизвестно, какая из вторичных частиц в процессе множественного образования адронов является продуктом распада (1) — партнером детектируемой частицы (например, детектируется K^0 -мезон от распада $D^+ \rightarrow K^0 \pi^+$, но π^+ -мезонов, сопровождающих образование D^+ , несколько). В последнем случае иногда удается выделить распадающийся объект по спектру эффективных масс. Однако необходимость перебора всех возможных партнеров к основной распадной частице часто затрудняет наблюдение пика в спектре эффективных масс на большом нерезонансном фоне случайных совпадений.

В таких случаях речь идет о возможности получения сведения о процессе образования тяжелой нестабильной частицы на основе исследования инклузивного спектра по одному из сортов частиц, квантовые числа которых характерны для двухчастичного распада искомого тяжелого объекта. Рассмотрим процесс



где X — недетектируемые частицы, а из продуктов распада частицы a детектируется только частица b .

Наиболее ярким примером таких процессов являются реакции образования W -бозонов в адрон-нуклонных [2] и нейтрино-нуклонных [3] соударениях, а также процессы образования тяжелых адронов с необычными квантовыми числами с последующим чисто лептонным распадом по каналу $\mu^\pm + \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu)$ *) или любому другому двухчастичному каналу с характерной детектируемой частицей (например, K -мезоном, Λ -гипероном и т.п.).

В рассматриваемых случаях возможно экспериментальное измерение распределений частиц b по поперечным импульсам K_1 относительно направления импульса первичной частицы. Если угловое распределение частиц a вытянуто вдоль этого направления, то можно ожидать, что распределение частиц b по K_1 будет иметь максимум вблизи значения $k_1 \approx m_a / 2$ (см. (8) — (10)). Исследуем эту возможность в рамках простых,

*) Канал распада $e^\pm + \nu_e (\bar{\nu}_e)$ обычно подавлен для псевдоскалярных мезонов из-за малости массы электрона, а канал $\tau^\pm + \nu_\tau (\bar{\nu}_\tau)$ содержит нестабильный τ -лептон. Если прибор позволяет наблюдать трек τ -лептона, то последующее изложение применимо и к таким распадам.

но качественно оправданных экспериментально, предположений об инклюзивном спектре частиц α в процессе (11).

Пусть инклюзивное дифференциальное сечение их образования имеет вид:

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p} = f(E/E_0) e^{-\beta \vec{p}_1^2}, \quad (12)$$

где E, \vec{p}, \vec{p}_1 — энергия, импульс и поперечный импульс частицы α в системе центра инерции реакции (11); β — параметр, характеризующий средний поперечный импульс частицы α ; $E_0 = \frac{s + m_1^2 - m_2^2}{2\sqrt{s}}$ — максимально возможная энергия частицы α в системе центра инерции реакции, $s = (p_1 + p_2)^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2E_1 m_2$; $m_{1,2}$ — массы налетающего адрона и адрона-мишени, E_1 — энергия налетающего адрона в лабораторной системе, m_0 — минимально возможная эффективная масса вторичных частиц, сопровождающих частицу α в реакции (11).

Форма (12) обычна для подгонок наблюдаемых спектров вторичных адронов. Функция $f(E/E_0)$ часто выбирается в степенной форме $f \sim (1 - E/E_0)^n$, причем степень n может быть различной при вылете частицы α в переднюю или заднюю полусферу в системе центра инерции, если адроны 1 и 2 нетождественны. Конкретный вид функции $f(E/E_0)$ для дальнейшего несущественен. Вместо безразмерной переменной E/E_0 можно было бы использовать, например, фейнмановскую переменную $x = p_2/p_0$. Переменная $x_E = E/E_0$ удобна тем, что ее применение позволяет автоматически учесть закон сохранения энергии в реакции (11), потребовав обращение в нуль функции $f(x_E)$ на кинематическом пределе, когда $x_E = 1$.

В отсутствие спиновых корреляций (частица α неполяризована или обладает нулевым спином) инклюзивное распределение распадных частиц β легко находится простым перемножением распределений (12) и (3). Однако распределение (3) необходимо преобразовать так, чтобы выделить релятивистский фазовый объем частицы β . Нетрудно показать, что дифференциальный спектр изотропного распада (1) можно представить в виде:

$$dw = \left(\frac{2\pi k^*}{m}\right)^{-1} \delta(2(pk) - 2m\omega^*) \frac{d^3k}{\omega}, \quad (13)$$

где m — масса распадающейся частицы a , p — ее четырехимпульс, k — четырехимпульс распадной частицы b , ω, K — ее энергия и импульс в произвольной системе отсчета, ω^*, k^* — ее энергия и модуль импульса в системе покоя частицы a . Интегрируя (13) в системе покоя a по энергии частицы b и азимутальному углу направления ее вылета, получаем выражение (3). Формулу (13) можно, в отличие от (3), использовать в любой системе отсчета. Перемножая (12) и (13), находим общее выражение для инклюзивного спектра распадной частицы, образовавшейся в реакциях (11):

$$\omega \frac{d^3\sigma}{d^3k} = \frac{m}{2\pi k^*} \int \frac{d^3p}{E} f(E/E_0) e^{-\delta p_1^2} \delta(2(p_k) - 2m\omega^*). \quad (14)$$

Дальнейшее исследование формулы (14) удобно вести в системе центра инерции реакции образования a . Задача состоит в том, чтобы вычислить (или хотя бы проанализировать качественно) выражение (14), взяв интеграл по фазовому объему частицы a с учетом кинематики распада (1). Ограничения, налагаемые этой кинематикой, содержатся в аргументе δ -функции в формуле (14) и оказывают существенное влияние на спектр распадных частиц.

Наиболее просто и выгодно использовать δ -функцию в (14) для проведения интегрирования по переменной $\xi' = \cos \theta'$, где θ' — угол между векторами импульсов \vec{p} и \vec{K} (рис. 3). Для интегрирования по направлениям вектора \vec{p} удобно выбрать ось z по направлению вектора \vec{K} , а вектор \vec{p}_0 (импульс налетающей первичной частицы в системе центра инерции реакции (11)) поместить в плоскость xz (см. рис. 3). Тогда

$$\frac{d^3p}{E} = pdE d\Omega' = pdE d\cos \theta' d\varphi', \quad (15)$$

где φ' — азимутальный угол-вектора \vec{p} в выбранной системе отсчета. Аргумент δ -функции в (14) представляется в виде:

$$2(p_k) - 2m\omega^* = 2E\omega - 2p_k \cos \theta' - 2m\omega^*. \quad (16)$$

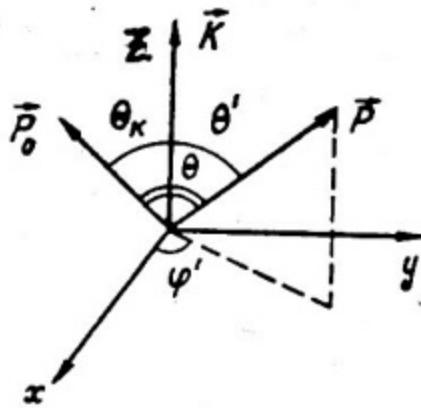


Рис. 3

Интегрирование по $\cos \theta'$ с помощью δ -функции проводится согласно формуле:

$$\int F(x) \delta[\varphi(x)] dx = F(x_0) / |\varphi'(x_0)|,$$

где x_0 — корень уравнения $\varphi(x) = 0$, $\varphi'(x_0) = d\varphi/dx$ при $x = x_0$. Следовательно, можно переписать (14) в следующем виде:

$$\omega \frac{d^3\sigma}{d^3k} = \frac{m}{4\pi k^3} \int dE \int d\varphi' f(E/E_0) e^{-\frac{E}{E_0}}. \quad (17)$$

Заметим, что в формуле (17), вместо модели (12) для дифференциального сечения инклюзивного образования частицы a можно использовать любую другую модель. Таким образом, формула (17) при замене $f(E/E_0) e^{-\frac{E}{E_0}} \rightarrow F(E_0, \vec{p})$ является совершенно строгой ($F(E_0, \vec{p})$ — истинное дифференциальное сечение инклюзивного процесса (11)). В формуле (17) угол вылета θ частицы a относительно направления вектора \vec{p}_0 следует выразить через угол θ' и θ_k (θ_k — угол между векторами \vec{k} и \vec{p}_0 , см. рис. 3) по теореме косинусов:

$$\cos \theta = \cos \theta' \cos \theta_k + \sin \theta' \sin \theta_k \cos \varphi'. \quad (18)$$

Величина $\cos \theta'$ выражается через импульсы и массы распадающейся частицы и распадной частицы из условия обращения в нуль аргумента δ -функции (16):

$$\cos \theta' = (E\omega - m\omega^*) / \rho k. \quad (19)$$

Кинематические границы изменения переменной φ' очевидны:

$$0 \leq \varphi' \leq 2\pi. \quad (20)$$

Пределы изменения энергии частицы a в системе центра инерции реакции (11) определяются из двух условий. Во-первых, границы изменения энергии E при любых допустимых кинематических характеристиках частицы b заключены в пределах:

$$m < E < \frac{s + m^2 - m_0^2}{2\sqrt{s}}. \quad (21)$$

Эта формула следует из общего выражения для энергии частицы a в системе центра инерции:

$$E = (s + m^2 - m_x^2) / 2\sqrt{s},$$

где m_x — эффективная масса недетектируемых частиц. Максимально допустимое кинематически значение $m_x = \sqrt{s} - m$, а минимальное $m_x = m_0$. Откуда и следуют неравенства (21). Кроме условий (21), величина E подчиняется и другим ограничениям, связанным с тем обстоятельством, что в формуле (17) интегрирование по E ведется при фиксированном значении энергии ω распадной частицы b . Очевидно, что распасться на частицу b с энергией ω может не всякая частица a , а лишь обладающая достаточной энергией, чтобы образовать частицу с энергией ω . Необходимые ограничения на энергию E вытекают из естественного условия:

$$|\cos \theta'| = |E\omega - m\omega^*| / \rho k \leq 1. \quad (22)$$

Разрешая неравенство (22), находим:

$$\frac{m(\omega\omega^* - kk^*)}{\mu^2} \leq E \leq \frac{m(\omega\omega^* + kk^*)}{\mu^2}, \quad (23)$$

где μ — масса частицы b

Нижняя граница на E в неравенствах (23) удовлетворяет условию:

$$\frac{m(\omega\omega^* - kk^*)}{\mu^2} > m. \quad (24)$$

Неравенство (24) проверяется непосредственно возведением в квадрат обеих частей этого неравенства, после чего возникает выполняющееся неравенство: $(k^*\omega - k\omega^*)^2 > 0$.

Таким образом, нижняя граница энергии E определяется ограничением снизу в (23). С другой стороны, верхняя граница (23) может как превышать предельно допустимое значение (21), так и не превышать это значение. Из условия

$$\frac{m(\omega\omega^* + kk^*)}{\mu^2} \leq E_0 = \frac{s+m^2-m_0^2}{2\sqrt{s}}$$

вытекает, что E изменяется в пределах (23), если энергия распадной частицы β ограничена неравенствами

$$\mu \leq \omega \leq \frac{E_0\omega^* - p_0k^*}{m}, \quad (25)$$

где $p_0 = \sqrt{E_0^2 - m^2}$ — модуль максимально допустимого импульса частицы α .

Энергия E изменяется в пределах:

$$\frac{m(\omega\omega^* - kk^*)}{\mu^2} \leq E \leq E_0, \quad (26)$$

если выполнены неравенства:

$$\frac{m(\omega\omega^* - kk^*)}{\mu^2} \leq E_0 \leq \frac{m(\omega\omega^* + kk^*)}{\mu^2},$$

разрешение которых приводит к следующим границам изменения энергии распадной частицы β в системе центра инерции реакции (11):

$$\frac{E_0 \omega^* - p_0 k^*}{m} \leq \omega \leq \frac{E_0 \omega^* + p_0 k^*}{m}. \quad (27)$$

Если массой частицы β можно пренебречь по сравнению с массой частицы α , то, переходя к пределу $m \rightarrow 0$ в формулах, полученных выше, находим пределы изменения E для такого случая:

$$\frac{m(\omega^2 + \omega^{*2})}{2\omega\omega^*} \leq E \leq E_0. \quad (28)$$

При этом энергия частицы β изменяется в области:

$$\frac{m\omega^*}{E_0 + p_0} < \omega < \frac{\omega^*(E_0 + p_0)}{m}. \quad (29)$$

Когда массой недетектируемой распадной частицы c можно тоже пренебречь, формулы еще более упрощаются ($\omega^* = m/2$)

$$\omega + \frac{m^2}{4\omega} \leq E \leq E_0, \quad \frac{E_0 - p_0}{2} < \omega < \frac{E_0 + p_0}{2}. \quad (30)$$

Таким образом, пределы интегрирования в формуле (17) установлены.

Заметим, что от азимутального угла φ' в формуле (17) зависит только переменная P_{\perp} :

$$P_{\perp}^2 = p^2 \sin^2 \theta = p^2 [1 - (\cos \theta' \cos \theta_K + \sin \theta' \sin \theta_K \cos \varphi')^2], \quad (31)$$

где $\cos \theta'$ выражается через энергии частиц α и β по формуле (19). Точно вычислить интеграл вида

$$I_{\varphi} = \int_0^{\pi} d\varphi' e^{-b P_{\perp}^2} \quad (32)$$

не удается. Но его поведение можно проанализировать.

Рассмотрим для простоты случай, когда $m_b, c \ll m_a = m$. Тогда, используя формулу (19) для $\cos \theta'$ и вводя переменную $x = (E - \omega - \frac{m^2}{4\omega})/\omega$, представляем P_\perp^2 в виде:

$$P_\perp^2 = k_\perp^2 \left(1 - \frac{m^2}{4\omega^2}\right)^2 + k_\perp^2 x^2 + 2k_\perp^2 x + m^2 x \cos^2 \theta_K - \\ - \frac{1}{2} m^2 x \sin^2 \theta_K \cos 2\varphi' - 2mk_\perp \sqrt{x} \left(1 - \frac{m^2}{4\omega^2} + x\right) \cos \theta_K \cos \varphi'. \quad (33)$$

Инклюзивный спектр распадных частиц (17) переписывается следующим образом:

$$\omega \frac{d^3 \sigma}{d^3 k} = \frac{1}{2\pi} e^{-6k_\perp^2 \left(1 - \frac{m^2}{4\omega^2}\right)^2} \int_0^{x_N} dx \int \left(\frac{E_{min} + \omega x}{E_0}\right) \times \\ \times e^{-6(k_\perp^2 x^2 + 2k_\perp^2 x + m^2 x \cos^2 \theta_K)} \int_0^{2\pi} d\varphi' x \\ \times e^{-6[\frac{1}{2} m^2 x \sin^2 \theta_K \cos 2\varphi' - 2mk_\perp \sqrt{x} \left(1 - \frac{m^2}{4\omega^2} + x\right) \cos \theta_K \cos \varphi']} \quad (34)$$

$$\text{где } x_N = (E_0 - E_{min})/\omega, \quad E_{min} = \omega + \frac{m^2}{4\omega}.$$

Из формулы (34) явно видно, что немонотонность в поведении инклюзивного спектра связана с множителем $\exp(-6k_\perp^2 (1 - \frac{m^2}{4\omega^2})^2)$, стоящим перед знаком интеграла. Его можно представить в следующем виде:

$$\exp[-6(k_\perp - \frac{m^2}{4k_\perp} \sin^2 \theta_K)^2]. \quad (35)$$

Этот множитель максимальен, когда

$$k_\perp = \frac{m}{2} \sin \theta_K. \quad (36)$$

Вблизи угла наблюдения $\theta_K = 90^\circ$ в системе центра инерции реакции (11) имеем:

$$k_\perp \approx \frac{m}{2} [1 - (\pi/2 - \theta_K)^2 / 2]. \quad (37)$$

При $\theta_K = 90^\circ$ положение максимума совпадает с ожидаемым ($K_1 = m/2$), а при $60^\circ \leq \theta_K \leq 90^\circ$ отличается от значения $K_1 = m/2$ не более, чем на $(10 \div 15)\%$.

Попробуем оценить интеграл (34), используя то обстоятельство, что слагаемое в показателе экспоненты, содержащее множитель $\cos \varphi'$, обращается в нуль при $\theta_K = 90^\circ$ и при $\theta_K = 0$. Пренебрежем этим слагаемым. Интеграл по φ' после этого легко вычисляется:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi' e^{A \cos 2\varphi'} = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} dx e^{A \cos x} = 2\pi I_0(A) \quad , \quad (38)$$

где $I_0(A)$ — функция Бесселя мнимого аргумента. Таким образом имеем:

$$\frac{\omega d^3\delta}{d^3K} \approx e^{-b K_1^2} \left(1 - \frac{m^2}{4\omega^2}\right)^2 \int_0^{\infty} dx \exp[-b(K_1^2 x^2 + 2K_1^2 x + m^2 x \cos^2 \theta_K)] \cdot I_0\left(\frac{b m^2}{2} x \sin^2 \theta_K\right) f[(E_{min} + \omega x)/E_0]. \quad (39)$$

Подинтегральная функция в формуле (39) быстро убывает с ростом x . Поэтому

$$\omega \frac{d^3\delta}{d^3K} \approx \beta \frac{\exp[-b K_1^2 \left(1 - \frac{m^2}{4\omega^2}\right)^2] f\left(\frac{\omega + m^2/4\omega}{E_0}\right)}{b(2K_1^2 + m^2 \cos^2 \theta_K)}. \quad (40)$$

Множитель β есть относительная доля распадов частицы a по каналу (1).

Формула (40) подтверждает высказанное ранее предположение о том, что инклузивный спектр имеет максимум вблизи значения $K_1 = m/2$ при углах вылета распадных частиц вблизи 90° . Более строгие вычисления, выполненные на ЭВМ, согласуются с формулой (40) [1 – 4]. Отметим, что в области $K_1 \gg m/2$ формула (40) по форме повторяет спектр родителей с точностью до фактора K_1^{-2} .

4. РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО k_{\perp} В ТРЕХЧАСТИЧНЫХ РАСПАДАХ

Рассмотрим трехчастичный распад тяжелой частицы:

$$a \rightarrow b + c + d. \quad (41)$$

К распадам типа (41) относятся процессы $D^+ \rightarrow K^0 \ell^+ \nu_e$, $(\ell = \mu, e)$, $D^0 \rightarrow K^- \ell^+ \nu_e$, $D \rightarrow K \bar{K}^0$, $\tau^+ \rightarrow \nu_{\tau} \ell^+ \nu_e$, $\Lambda_c^+ \rightarrow \Lambda \ell^+ \nu_e$ и т.п. Исследование таких распадов имеет существенное значение для физики слабых взаимодействий тяжелых лептонов и адронов, содержащих тяжелые кварки. Полулептонные распады адронов и чисто лептонные распады τ -лептонов трудно идентифицировать, так как среди вторичных частиц имеется недетектируемое нейтрино. Поэтому выделение этих процессов на практике целиком определяется их характерными кинематическими свойствами. Здесь будет рассмотрена одна из особенностей распадов (41), а именно, распределение одной из наблюдаемых вторичных частиц по поперечным импульсам k_{\perp} относительно направления движения распадающейся частицы a .

В модели фазового объема дифференциальное распределение вторичных частиц определяется по формуле:

$$dw = \frac{1}{\Phi} \frac{d^3 k_b}{\omega_b} \frac{d^3 k_c}{\omega_c} \frac{d^3 k_d}{\omega_d} \delta^{(4)}(p_a - k_b - k_c - k_d), \quad (42)$$

где \vec{k}_i , ω_i — импульсы и энергии вторичных частиц, Φ — нормировочный множитель, обеспечивающий нормировку вероятности распада (41) на единицу. Найдем импульсно-угловое распределение частиц сорта b , вычислив интеграл по \vec{k}_c и \vec{k}_d в системе центра инерции частиц c и d , где $\vec{k}_c + \vec{k}_d = 0$,

$$\omega = p_a - k_b :$$

$$\begin{aligned} & \int \frac{d^3 k_c}{\omega_c} \frac{d^3 k_d}{\omega_d} \delta^4(\omega - k_c - k_d) = \int \frac{k_c d\omega_c d\Omega_c}{\omega_d} \delta(\omega - \omega_c - \omega_d) = \\ & = \int \frac{k_c d\omega_c d\Omega_c}{\omega_d} \delta(\omega - \omega_c - \sqrt{\omega_c^2 + m_d^2 - m_c^2}) = \\ & = \int \frac{k_c d\Omega_c}{\omega_d \left(1 + \frac{\omega_c}{\omega_d}\right)} = \frac{k_c}{\omega} \int d\Omega_c = \frac{4\pi k_c}{\omega}, \end{aligned}$$

где $\kappa_c = \sqrt{\omega_c^2 - m_c^2}$, $\omega_c = (\omega^2 + m_e^2 - m_d^2)/2\omega$.

В результате имеем:

$$dw = \frac{4\pi\kappa_c}{\omega\Phi} \cdot \frac{d^3\Omega_c}{\omega_b}. \quad (43)$$

Отметим, что в системе покоя распадающейся частицы a

$$\omega^2 = (p_a - \kappa_c)^2 = m_a^2 + m_b^2 - 2m_a\omega_b. \quad (44)$$

Для упрощения вычислений пренебрежем массами всех распадных частиц по сравнению с m_a . Тогда имеем ($\frac{\kappa_c}{\omega} \approx 1/2$):

$$dw = \frac{2\pi}{\Phi} \omega_b d\omega_b d\Omega_b. \quad (45)$$

Установим сначала нормировочный множитель Φ :

$$W = \frac{4\pi^2}{\Phi} \omega_b^2 \Big|_0^{\omega_{b\max}} = \frac{\pi^2 m_a^2}{\Phi} = 1.$$

Откуда следует, что $\Phi = \pi^2 m_a^2$. В расчетах использовалось значение $\omega_{b\max} = m_a/\ell$, которое следует из анализа формулы (44): $\omega_b = (m_a^2 + m_b^2 - \omega^2)/2m_a$,

где $(m_e + m_d)^2 \leq \omega^2 \leq (m_a - m_b)^2$. Поэтому

$$m_b \leq \omega_b \leq \frac{m_a^2 + m_b^2 - (m_e + m_d)^2}{2m_a}$$

или $0 \leq \kappa_b \leq m_a/2$,

если массами распадных частиц пренебрегается. Вернемся к формуле (45), переписав ее в виде:

$$dw = \frac{2\kappa_b d\kappa_b d\Omega_b}{\pi m_a^2}. \quad (46)$$

Выполним замену переменной $\cos\theta_b \rightarrow k_{\perp b} = \kappa_b = \kappa_b \sin\theta_b$,

$$d \cos \theta_6 = \frac{2 \kappa_1 d \kappa_1}{\kappa_6 \sqrt{\kappa_6^2 - \kappa_1^2}}. \quad (47)$$

Множитель 2 в формуле (47) возникает из-за двузначности связи $\cos \theta_6 = \pm \sqrt{\kappa_6^2 - \kappa_1^2} / \kappa_6$. Интегрируя (46) по азимутальному углу вылета частицы θ_6 , получаем:

$$dw = \frac{4 d \kappa_6 d \kappa_1^2}{m_a \sqrt{\kappa_6^2 - \kappa_1^2}}. \quad (48)$$

Интегрируя (48) по κ_6 в пределах: $\kappa_1 \leq \kappa_6 \leq m_a/2$, находим распределение частиц θ_6 по κ_1

$$\frac{dw}{d \kappa_1} = \frac{\delta \kappa_1}{m_a^2} \ln \left[\frac{(m_a/2 + \sqrt{m_a^2/4 - \kappa_1^2})}{\kappa_1} \right]. \quad (49)$$

Распределение (49) обращается в нуль на границах кинематически разрешенной области изменения $\kappa_1: 0 \leq \kappa_1 \leq \frac{m_a}{2}$. Анализ этого распределения показывает, что оно имеет максимум [5] при $\kappa_1 \approx m_a/4$.

(50)

Учет масс m_b, m_c, m_d существенно усложняет расчеты, однако численный анализ показывает, что и в этом случае максимум распределения по κ_1 расположен близко от значения

$$\kappa_1 \approx \kappa_{b \max} / 2, \quad (51)$$

где $\kappa_{b \max}$ — максимально допустимый импульс частицы b в системе покоя распадающейся частицы a :

$$\kappa_{b \max} = \frac{1}{2m_a} \sqrt{[(m_a - m_b)^2 - (m_c + m_d)^2][(m_a - m_b)^2 - (m_c - m_d)^2]}.$$

Рассмотрим несколько более сложный пример — распад тяжелого лептона по чисто лептонному каналу $\bar{e}(V-A)$ — теории слабого взаимодействия. Импульсно-угловой спектр вторичных заряженных лептонов в этом случае в системе покоя тяжелого лептона имеет вид [6] (аналог μ -распада):

$$dw = \frac{4}{5m^4} (3m - 4\omega) \omega^2 d\omega d\Omega , \quad (52)$$

где m — масса тяжелого лептона, ω — энергия вторичного заряженного лептона, Ω — телесный угол его вылета. Вероятность распада нормирована на единицу. Массой вторичного лептона пренебрежем.

Сделаем в (52) замену переменной вида (47) и проинтегрируем (52) по азимутальному углу вылета вторичного лептона ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$) и по его энергии в пределах $\kappa_1 < \omega < m/2$. В результате имеем [7]:

$$\begin{aligned} \frac{dw}{d\kappa_1} &= \frac{16\kappa_1}{m^4} \int_{\kappa_1}^{m/2} \frac{\omega (3m - 4\omega)}{\sqrt{\omega^2 - \kappa_1^2}} d\omega = \\ &= \frac{32\kappa_1}{m^4} \left[m \sqrt{\frac{m^2}{4} - \kappa_1^2} - \kappa_1^2 \ln \frac{m/2 + \sqrt{\frac{m^2}{4} - \kappa_1^2}}{\kappa_1} \right]. \end{aligned} \quad (53)$$

Распределение (53), как показывает численный анализ, имеет максимум вблизи значения $\kappa_1 \approx m/4$, что совпадает с результатом (50).

Рассмотрим еще один пример — трехчастичный полулептонный распад тяжелого псевдоскалярного мезона. Пренебрегая массами вторичных частиц, находим импульсно-угловое распределение вторичных лептонов (аналог K_{es} -распада) [6]:

$$dw = \frac{48}{5m^4} (\omega_M - \omega) \omega^2 d\omega d\Omega , \quad (54)$$

где $\omega_M = m/2$ — максимальная энергия вторичного лептона в системе покоя распадающегося мезона. Совершая замену переменной типа (47) и интегрируя (54) по азимутальному углу вылета лептона ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$) и его энергии ($\kappa_1 \leq \omega \leq m/2$) находим:

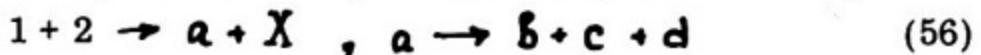
$$\frac{dw}{dk_1} = \frac{96\kappa_1}{m^4} \int_{\kappa_1}^{m/2} \frac{(m-2\omega)\omega d\omega}{\sqrt{\omega^2 - \kappa_1^2}} = \frac{48\kappa_1}{m^4} \left[m \sqrt{\frac{m^2}{4} - \kappa_1^2} - 2\kappa_1^2 \ln \right.$$

$$\left. \times \left(\sqrt{\frac{m^2}{4} - \kappa_1^2} + \frac{m}{2} \right) / \kappa_1 \right]. \quad (55)$$

Максимум этого распределения также расположен вблизи значения $\kappa_1 \approx m/4$. Таким образом в тех случаях, когда происходит трехчастичный распад и известно направление импульса распадающейся тяжелой частицы, ее массу можно оценить по положению максимума распределения легкой частицы по κ_1 . Если же направление импульса тяжелой частицы не известно, но они образуются преимущественно в узком конусе углов вдоль оси соударения первичных частиц или вдоль направления импульса налетающей на неподвижную мишень частицы, то можно ожидать, что корреляция типа (50), (51) будет иметь место и относительно известного направления импульса первичной частицы.

5. КИНЕМАТИКА ОБРАЗОВАНИЯ ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ С ПОСЛЕДУЮЩИМ ТРЕХЧАСТИЧНЫМ РАСПАДОМ

Обнаружение процессов образования тяжелых частиц с последующим трехчастичным распадом по схеме



особенно сложно, когда одна или две из распадных частиц (например, **c** и **d**) не детектируются. Это могут быть нейтрино или другие частицы, регистрация которых затруднена в принципе или из-за специфических свойств детектора. В таких случаях исследуют импульсно-угловое распределение регистрируемых частиц сорта **b** инклюзивным способом. Пусть функция

$$F(\vec{p}) = \frac{E d^3\delta}{d^3 p} \quad (57)$$

есть спектр инклюзивных нестабильных частиц α . Тогда, если пренебречь спиновыми корреляциями и массами вторичных распадных частиц ($m_{c,d} \ll m_a$), распределение инклюзивных частиц сорта b можно найти по формуле:

$$\frac{\omega d^3\delta}{d^3 \kappa} = \frac{2}{\pi m^2} \int \frac{d^3 p}{E} F(\vec{p}), \quad (58)$$

где $\omega, \vec{\kappa}$ — энергия и импульс частицы сорта b , m — масса распадающейся частицы α с энергией и импульсом E, \vec{p} .

Формула (58) получена умножением распределения (57) на отнормированную на единицу вероятность распада частицы α по данному трехчастичному каналу. При этом процесс распада рассматривался чисто статистически по модели фазового объема. В конкретных расчетах следует, конечно, учитывать структуру матричного элемента распада и массы частиц. Интегрирование в формуле (58) по фазовому объему частицы α надо выполнить при условии, что импульс $\vec{\kappa}$ частицы b фиксирован. При любых импульсах $\vec{\kappa}$ энергия частицы b в системе центра инерции реакции ее образования (56) изменяется в пределах:

$$m \leq E \leq E_0, \quad (59)$$

где E_0 — максимально возможное значение энергии $E_0 = (s + m^2 - m_0^2)/2\sqrt{s}$, m_0 — минимально возможная эффективная масса частиц, образующихся совместно с частицей α . Углы вылета частицы α допустимы любые: $0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$. Если же импульс $\vec{\kappa}$ фиксирован, то пределы изменения энергии и углов вылета частиц сорта α , распадающихся с испусканием частиц сорта b с импульсом $\vec{\kappa}$, определяются наряду с условием (59), неравенством

$$(m_c + m_d)^2 \leq (p - \kappa)^2 \leq (m - m_b)^2, \quad (60)$$

следующим из кинематики распада.

Для простоты рассмотрим случай ($m_{b,c,d}^2 \ll m^2$) , когда условие (60) упрощается:

$$0 \leq E\omega - p\omega z' \leq \frac{m^2}{2} \quad (61)$$

где $z' = \cos \theta'$, θ' — угол между векторами \vec{p} и \vec{k} (см. рис. 3) в системе центра инерции реакции образования частицы a . Левое из неравенств (61) очевидно всегда выполнено ($E > p$, $|z'| < 1$), а из правого неравенства следует, что:

$$\frac{E\omega - m^2/2}{p\omega} \leq z' \quad (62)$$

Поскольку $|z'| \leq 1$, то из неравенства (62) вытекают следующие ограничения:

$$\frac{E\omega - \frac{m^2}{2}}{p\omega} \leq z' \leq 1, \quad (63)$$

если

$$|E\omega - \frac{m^2}{2}| \leq p\omega ; \quad (64)$$

или

$$-1 \leq z' \leq 1, \quad (65)$$

если

$$p\omega \leq \frac{m^2}{2} - E\omega \quad (66)$$

Разрешая неравенство (64) и учитывая неравенства (59), находим:

$$\omega + \frac{m^2}{4\omega} \leq E \leq E_0, \quad \frac{E_0 - p_0}{2} \leq \omega \leq \frac{E_0 + p_0}{2} \quad (67)$$

или

$$\omega - \frac{m^2}{4\omega} \leq p \leq p_0, \quad \frac{m}{2} \leq \omega \leq \frac{E_0 + p_0}{2} \quad (68)$$

$$\frac{m^2}{4\omega} - \omega \leq p \leq p_0, \quad \frac{E_0 - p_0}{2} \leq \omega \leq \frac{m}{2}$$

Из неравенства (66) и неравенств (59) вытекают неравенства:

$$m \leq E \leq \omega + \frac{m^2}{4\omega} \leq E_0, \quad 0 \leq p \leq \frac{m^2}{4\omega} - \omega, \quad \frac{E_0 - p_0}{2} \leq \omega \leq \frac{m}{2} \quad (69)$$

Если же $\omega + \frac{m^2}{4\omega} > E_0$, то должны выполняться ограничения вида:

$$m \leq E \leq E_0 \quad (0 \leq p \leq p_0), \quad 0 \leq \omega \leq \frac{E_0 - p_0}{2}$$

Неравенства (67) — (69) определяют три области значений энергии (импульса) инклюзивной распадной частицы δ , где импульсно-угловое распределение вычисляется по формулам:

$$\frac{\omega d^3\delta}{d^3k} = \frac{2\beta}{\pi m^2} \int_m^{E_0} \rho dE \int_{-1}^1 dz \int_0^{2\pi} d\varphi' F(\vec{p}) ; \quad 0 \leq \omega \leq \frac{E_0 - p_0}{2} \quad (70)$$

$$\begin{aligned} \frac{\omega d^3\delta}{d^3k} = & \frac{2\beta}{\pi m^2} \left\{ \int_m^{\omega + m^2/4\omega} \rho dE \int_{-1}^1 dz' \int_0^{2\pi} d\varphi' F(\vec{p}) + \right. \\ & \left. + \int_{\omega + m^2/4\omega}^{E_0} \rho dE \int_{\frac{E\omega - m^2/2}{\rho\omega}}^1 dz' \int_0^{2\pi} d\varphi' F(\vec{p}) \right\}; \quad \frac{E_0 - p_0}{2} \leq \omega \leq \frac{m}{2} \end{aligned} \quad (71)$$

$$\frac{\omega d^3\delta}{d^3k} = \frac{2\beta}{\pi m^2} \int_{\omega + \frac{m^2}{4\omega}}^{E_0} \rho dE \int_{\frac{E\omega - m^2/2}{\rho\omega}}^1 dz' \int_0^{2\pi} d\varphi' F(\vec{p});$$

$$\frac{m}{2} \leq \omega \leq \frac{E_0 + p_0}{2}$$

Множитель β учитывает относительную вероятность распада по данному каналу. Заметим, что в формулах (70) — (72) интегрирование ведется по телесному углу Ω' (см. рис. 3), а не по телесному углу Ω ($d\Omega = d\cos \theta d\varphi$), когда ось \vec{z} выбирается вдоль импульса налетающей первичной частицы \vec{p}_0 , а вектор \vec{k} помещается в плоскость (XZ). Очевидно, что $d\Omega = d\Omega'$, так как систему координат можно расположить в пространстве произвольно. Если в (70) — (71) интегрирование по φ' и φ ведется по полному телесному углу без ограничений (т.е. $|z'| \leq 1$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$), то интегрирование можно провести по телесному углу Ω ($|z| = \cos \theta |z'| \leq 1$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$), заменив переменные интегрирования по теоремам косинусов:

$$\begin{aligned} z' &= z z_k + \sin \theta \sin \theta_k \cos \varphi , \\ z &= z' z_k + \sin \theta' \sin \theta_k \cos \varphi' , \end{aligned}$$

где θ_k — угол вылета частицы b в системе центра инерции реакции образования. Если же на угол θ' наложены ограничения (см. (71), (72)), то удобно интегрировать по телесному углу Ω' , так как при интегрировании по Ω пределы интегрирования определяются более сложными формулами.

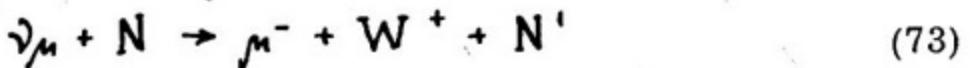
Простой анализ формул (70) — (72) показывает, что инклузивный спектр распадных частиц в области энергий (70) не зависит от ω (имеется небольшое плато, которое при $E_0 = m$ соответствует спектру распада покоящейся частицы a). С ростом ω в областях (71), (72) спектр монотонно убывает. При $\omega > m/2$ падение спектра в основном определяется поведением спектра родительской частицы. Можно думать, что при $k_1 < m/2$ поперечное движение родительской частицы еще слабо сказывается на положении максимума спектра при фиксированном угле вылета θ_k вблизи 90° , так как поперечные импульсы тяжелых частиц ограничены. Отличие положения максимума от значения $k_1 \approx m/4$ обусловлено в данном случае не столь поперечным импульсом родительской частицы, сколько отличием угла ее вылета от направления вперед — назад. Поскольку в системе центра инерции угол между направлениями векторов \vec{k} и \vec{p} может отличаться от 90° в ту или другую сторону ($90^\circ - \theta \leq \theta_k \leq 90^\circ + \theta$), в среднем он будет составлять 90° и положение максимума не изменится.

Аналитически это доказать очень трудно из-за сложности вычислений, однако численные расчеты указывают [5, 7], что в тех случаях, когда $\omega \sin \theta_k \leq m/2$, максимум спектра по k_1 расположен при $k_1 \approx m/4$. Эта корреляция расстраивается в области слишком малых или слишком больших углов вылета, когда энергия распадной частицы $\omega < m/4 \sin \theta_k$ и значение $k_1 \approx m/4$ не может осуществиться по чисто кинематическим причинам (значения $\omega \geq m/4 \sin \theta_k$ запрещены законами сохранения).

6. ПРИМЕРЫ ПРОЦЕССОВ ОБРАЗОВАНИЯ И РАСПАДА ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ

6.1. Образование и лептонный распад W -бозонов в нейтрино-нуклонных взаимодействиях

В нейтринных процессах наиболее эффективной реакцией образования промежуточного W^\pm -мезона является реакция вида:



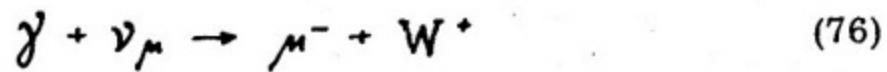
где N' — вторичный нуклон или адронная струя с барионным числом 1 и зарядом 0. Процесс (73) осуществляется в электромагнитном поле нуклона или ядра согласно диаграммам (рис. 4). Для качественного анализа кинематических характеристик μ^- и W^+ в реакции (73), а также μ^+ от распада



можно обратиться к приближенной формуле для дифференциального сечения процессов, происходящих в кулоновском поле ядра в области малых передач четырехимпульса $|q^2|$ вторичным адронам (формула Вильямса — Вейцеккера):

$$\frac{dG}{dsdq^2} = \frac{\alpha z^2}{\pi} \frac{(1q^2 - 1q^2_{min})}{q^4} F^2(q^2) G_{\gamma\nu_\mu}(s, q^2) s^{-1}, \quad (75)$$

где $\alpha = 1/137$, z — заряд ядра-мишени (для протона $z = 1$), $F(q^2)$ — электрический форм-фактор ядра (протона), $G_{\gamma\nu_\mu}(s, q^2)$ сечение процесса:



$s = (q + p_\gamma)^2$ — квадрат энергии соударения γ и ν_μ в системе центра инерции, γ — виртуальный фотон, $|q^2|_{\min}$ минимально допустимое законами сохранения энергии и импульса значение $|q^2|$. Вблизи порога образования W^\pm в реакции (73)

$$|q^2|_{\min} \approx \frac{M(m_W + \mu)^2}{M + m_W + \mu}, \quad (77)$$

а при $E_\nu \gtrsim (2 \div 3) E_{\nu \text{ пор}}$

$$|q^2|_{\min} \approx s^2 / 2E_\nu, \quad (78)$$

где E_ν — энергия нейтрино в лабораторной системе, M — масса мишени, m_W — масса W^\pm , μ — масса мюона, $E_{\nu \text{ пор}} = m_W + \mu + (m_W + \mu)^2 / 2M$.

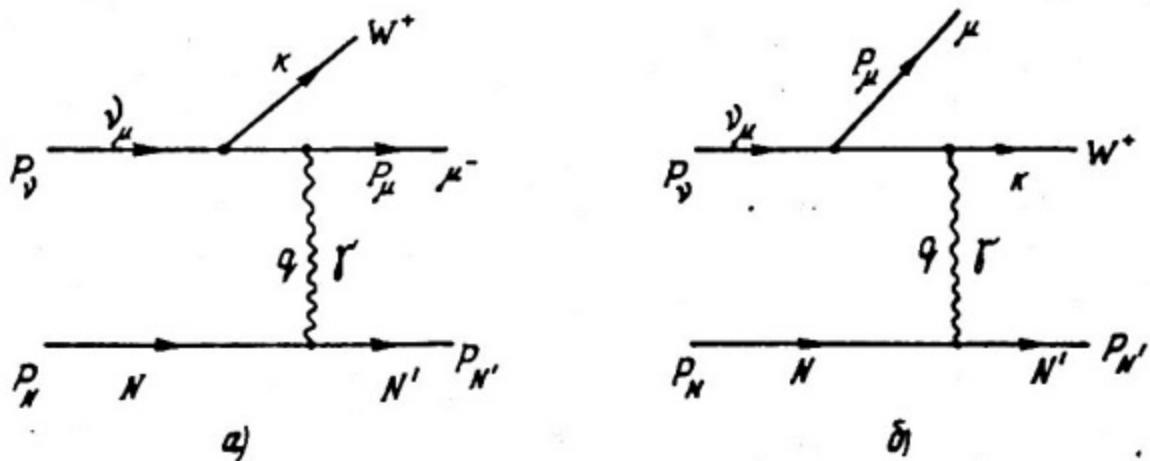
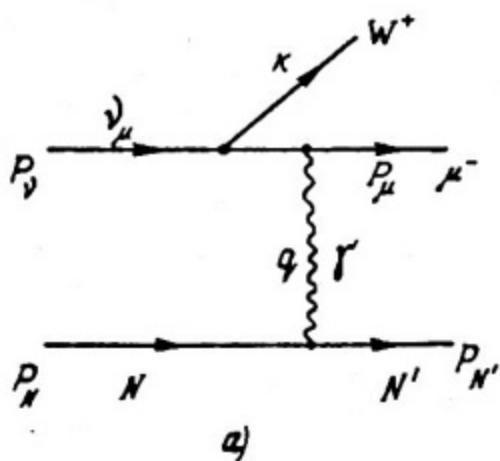


Рис. 4

В дальнейшем будем рассматривать случай, когда сечение реакции (73) уже достаточно велико.

Исследуем качественно зависимость дифференциального сечения (75) от $|q^2| = |(p_\nu - p_\mu - k)^2|$; p_ν, p_μ, k — импульсы нейтрино, мюона и W -бозона, соответственно. При малых значениях $|q^2|$: $\delta_{\gamma\nu}(s, q^2) \approx \delta_{\gamma\nu}(s)$, $F(q^2) \approx 1$.

Из формулы (75) нетрудно видеть, что сечение имеет максимум при $|q^2| \approx 2|q^2|_{min}$. При $|q^2| > 2|q^2|_{min}$ сечение (75) сначала убывает с ростом $|q^2|$ медленно ($\sim |q^2|^{-1}$), а затем быстро за счет резкого падения форм-фактора. Сечение $\delta_{\gamma\nu}(s, q^2)$ — медленно убывающая функция $|q^2|$. Эффективные значения $|q^2|$, соответствующие основному вкладу в сечение составляют:

$$|q^2| \lesssim 0,71 (\text{ГэВ}/c)^{-2} \quad (79)$$

для протонной мишени и

$$|q^2| \lesssim 0,5 A^{-1/3} (\text{ГэВ}/c)^{-2} \quad (80)$$

для ядерной мишени с массовым числом A .

Оценка (79) следует из дипольной формулы для электрического форм-фактора протона: $F_p(q^2) = (1 + |q^2|/0,71)^{-2}$, а оценка (80) из аналогичной формулы для ядерного форм-фактора:

$$F_A(q^2) = (1 + |q^2|R^2/20)^{-2} \quad \text{где} \quad R = 6,16 A^{1/3} (\text{ГэВ}/c)^{-1}$$

— среднеквадратичный радиус ядра в эквивалентной модели с однородным распределением заряда по сферическому ядру.

Сечение (75) имеет заметную величину, когда форм-факторы не подавляют вклад от кулоновского максимума, т.е. при $|q^2|_{\text{эфф}} \gtrsim 4|q^2|_{min}$. Отсюда вытекает, что в процессе некогерентного образования W -бозона на ядерных протонах сечение не подавлено при энергиях нейтрино $E_\nu \gtrsim m_W^2/M$. В случае когерентного образования W на ядре необходимы энергии $E \gtrsim (m_W^2/M) A^{1/3}$, т.е. существенно более высокие.

Вклад от глубоко неупругих процессов с образованием адронной струи в конечном состоянии также невелик, если энергия E_ν лишь в несколько раз превышает пороговую [8]. Поэтому проанализируем кинематику реакции (73) в случае квазиупругого образования W на свободном протоне, когда область эффективных значений $|q^2|$ ограничена не-

равенством (79). В этом случае в системе центра инерции $\gamma\nu$ соударения энергии мюона и W -бозона составляют:

$$E'_W = \frac{s + m_W^2 - \mu^2}{2\sqrt{s}}, \quad E'_\mu = \frac{s + \mu^2 - m_W^2}{2\sqrt{s}}$$

Угловое распределение вторичных частиц в этой системе отсчета определяется поведением знаменателя пропагатора мюона на диаграмме рис. 4, а, так как вероятность поглощения γ -кванта легкой частицей существенно больше, чем тяжелой. Указанный знаменатель (с точностью до общего знака) имеет вид:

$$D = \mu^2 - (p_\mu - q')^2 = |q'^2| + 2E'_\mu q'_0 - 2p'_\mu |q'| \cos \theta'_\mu,$$

где $q'_0 = (s - |q'^2|)/2\sqrt{s}$, $|q'| = (s + |q'^2|)/2\sqrt{s} = E'_\nu$. Считая, что мюон релятивистский ($E'_\mu \gtrsim 2 \div 3 \mu$) и $|q'^2| \ll s$ находим:

$$D \approx E'_\mu q'_0 \left[(\theta'_\mu)^2 + \frac{|q'^2|}{(q'_0)^2} \left(\frac{q'_0}{E'_\mu} - 1 \right) + \frac{\mu^2}{(E'_\mu)^2} \right].$$

Отсюда следует, что мюон образуется в узком конусе углов в направлении назад по отношению к импульсу нейтрино:

$$\theta'_\mu \lesssim \sqrt{\mu^2/(E'_\mu)^2 + (q'_0/E'_\mu - 1)|q'^2|/(q'_0)^2} \quad (81)$$

В этой же системе W -бозон вылетает в том же конусе углов (81), но вперед. Скорость лабораторной системы относительно системы центра инерции $\gamma\nu$ -соударения составляет:

$$1 - v^2 = \frac{s}{(E_\nu + q'_0)^2}, \quad |\vec{v}| = \frac{|\vec{p}_\nu + \vec{q}'|}{E_\nu + q'_0} \approx 1 - s/2E_\nu$$

и направлена практически по лабораторному импульсу налетающего нейтрино. Поэтому при релятивистском преобразовании энергий и углов в лабораторную систему W -бозон будет уносить более значительную долю энергии нейтрино, чем мюон. В частности, в направлении строго вперед:

$$E_w' = \frac{E_w' + p_w' v}{\sqrt{1 - v^2}} \approx \frac{(E_w' + p_w')}{\sqrt{s}} E_\nu .$$

Если пренебречь массой мюона и считать $|q| \ll E_\nu$, то $E_w \approx E_\nu$. Мюон, вылетающий строго назад в центре инерции $\gamma\mu$ - соударения, в лабораторной системе имеет энергию:

$$E_\mu' = \frac{E_\mu' - p_\mu' v}{\sqrt{1 - v^2}} \approx \frac{\mu^2}{(s - m_w^2)} E_\nu + \frac{(s - m_w^2)}{4 E_\nu^2} E_\nu .$$

Вблизи порога реакции $E_\mu' \sim \frac{\mu}{m_w} E_\nu$. Эффективные углы вылета W -бозона в лабораторной системе легко оценить, используя знаменатель пропагатора мюона на рис. 4а в несколько другой записи:

$$\begin{aligned} D &= \mu^2 - (p_\nu - k)^2 = \mu^2 - m_w^2 + 2E_\nu E_w - 2E_\nu p_w \cos \theta_w \approx \\ &\approx \mu^2 - m_w^2 + 2E_\nu E_w \left(1 - 1 + \frac{m_w^2}{2E_\nu^2} + \frac{m_w^4}{8E_\nu^4} + \frac{\theta_w^2}{2} \right) . \end{aligned}$$

Откуда следует:

$$\theta_w \lesssim \frac{m_w}{E_\nu} \sqrt{\frac{\mu^2 s}{m_w^2 (s - m_w^2)}} + \frac{s}{4 E_\nu^2} \quad (82)$$

Вблизи порога:

$$\theta_w \lesssim \frac{m_w}{E_\nu} \sqrt{\frac{\mu}{2m_w} + \frac{m_w^2}{4E_\nu^2}} .$$

При $s \gg m_w^2$:

$$\theta_w \lesssim \frac{m_w}{E_\nu} \sqrt{\frac{\mu^2}{m_w^2} + \frac{M^2}{s}} ;$$

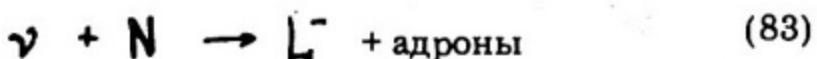
так как

30 $E_\nu \gtrsim \sqrt{s} + s/2M$, $m_w \approx 80 \text{ ГэВ}$, $M = 1 \text{ ГэВ}$, $\mu \approx 0,1 \text{ ГэВ}$.

В любом случае угол вылета W -бозона очень мал и поэтому мюоны от распада (74) имеют максимум распределения по поперечному импульсу относительно \vec{p}_y , при $p_{\perp} \approx m_W/2$. Расчеты на ЭВМ подтверждают этот вывод [1, 3].

6.2. Образование тяжелого лептона с последующим трехчастичным распадом в нейтрино-нуклонных соударениях

Пусть в реакции



образуется тяжелый лептон L^- , распадающийся затем по каналу:

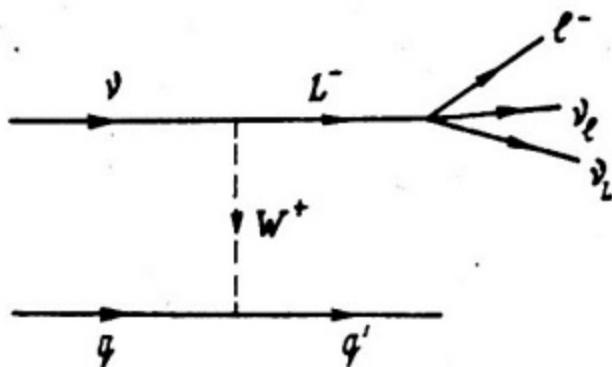


Рис. 5

Рассмотрим кинематику процессов (83), (84) в рамках кварковой партонной модели (рис. 5), считая массу W -бозона большой по сравнению с передаваемым импульсом $m_W \gg 19^4$. Если рассмотреть систему центра инерции соударения нейтрино с кварком, то в этой системе выполняется соотношение $\vec{p}_y' + X \vec{p}_N' = 0$, где X — доля импульса нуклона, переносимая кварком. В такой системе отсчета квадрат полной энергии соударения составляет $S_X = (\vec{p}_y + X \vec{p}_N)^2 = 2M E_y X + X^2 M^2$, где M — масса нуклона. Энергия L^- -лептона равна:

$$E_L^1 = \frac{s_x + m_L^2 - x^2 M^2}{2\sqrt{s_x}}$$

Скорость лабораторной системы относительно системы нейтрино-кварк есть $v = E_y / (E_y + xM)$. Вспоминая известную кинематическую формулу для предельного угла вылета $\sin \theta_{\max} = P_L \sqrt{1 - v^2} / m_L v$, находим

$$\sin \theta_L \leq \frac{\sqrt{(2ME_yx - m_L^2)^2 - 4m_L^2 M^2 x^2}}{2m_L E_y}, \quad (85)$$

где переменная x изменяется в пределах

$$\frac{m_L^2}{2M(E_y - m_L)} \leq x \leq 1$$

На нижнем пределе по x , $\sin \theta_L = 0$. На верхнем пределе ($x = 1$):

$$\sin \theta_L \leq \frac{M}{m_L} \sqrt{\left(1 - \frac{m_L^2}{2ME_y}\right)^2 - \frac{m_L^2}{E_y^2}}, \quad (86)$$

Из опыта следует, что для заряженных лептонов $m_L \gtrsim 8 - 10$ ГэВ. Поэтому предельный угол достаточно мал: $\theta_L \lesssim 1/10$. Однако при $x \rightarrow 1$ плотность кварков стремится к нулю по закону $(1 - x)^3$. Более разумно для оценки подставить в формулу (85) некоторое эффективное значение x . При $E_y \gg E_{y\text{порог}} = m_L + m_L^2 / 2M$ средняя величина x составляет примерно 0,2 (это средняя доля импульса, переносимая валентным кварком данного сорта). Тогда

$$(\sin \theta_L)_{\text{эфф}} \lesssim \frac{M}{m_L} \bar{x} \sim \frac{M}{5m_L}$$

Это уже совсем маленькие углы вылета тяжелого лептона. В результате, можно заключить, что корреляция $P_L \approx m_L/4$ для поперечного импульса лептона в распаде (84) сохранится и в ла-

бораторной системе относительно направления импульса нейтрино. Детальные расчеты показывают [5, 7, 9], что эта корреляция действительно сохраняется в тех случаях, когда значение $p_{\perp} \gtrsim m_L/4$ является кинематически доступным (реально, когда доступны значения $p_{\perp} \leq m_L/2$).

Приведенные выше примеры служат качественной иллюстрацией проявления корреляций между импульсом и углом вылета частицы-продукта двух- или трехчастичного распада тяжелого объекта. Если угловое распределение тяжелых частиц сосредоточено в узком конусе вдоль направления импульса первичной частицы вызывающей реакцию, то удается доказать качественно и проверить численно существование обсуждаемых здесь корреляций. Это было выполнено в случае образования тяжелых частиц (W -бозонов, шармонов, Ψ -мезонов) в адрон-нуклонных и $\nu_\mu N$ ($\bar{\nu}_\mu N$) соударениях (1—5, 7—14).

Список литературы

1. Макеев В.В. и др. Качественные особенности спектров лептонов в процессе образования W -бозона в нейтринном пучке. Письма в ЖЭТФ, 1972, т. 16, вып. 3, стр. 180—183.
2. Голубков Ю.А. и др. Кварковая партонная модель и возможность обнаружения W -бозона в нуклон-нуклонных соударениях при высоких энергиях. ЯФ, 1973, т. 18, вып. 2, стр. 393—402.
3. Макеев В.В. и др. Процесс $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + W^+ + N'$ и возможность обнаружения W -бозона по кинематическим характеристикам лептона от распада $W^+ \rightarrow \ell^+ + \nu_\ell$, ЯФ, 1972, т. 16, вып. 6, стр. 1244—1249.
4. Долгошайн Б.А., Никитин Ю.П., Рожнов Г.В. О происхождении "прямых" лептонов. Письма в ЖЭТФ, 1975, т. 22, вып. 7, стр. 381—385.
5. Никитин Ю.П., Рубин С.Г. Кинематические особенности спектров заряженных лептонов от распада тяжелого лептона, образованного в процессе $\nu_\mu + N \rightarrow L^+ + \text{адроны}$, ЯФ, 1976, т. 23, вып. 5, стр. 1020—1023.
6. Окунь Л.Б. Слабое взаимодействие элементарных частиц. — М.: Физматгиз, 1963.

- $\nu(\bar{\nu}) N$ 7. Волков Г.Г. и др. Образование тяжелых лептонов в -взаимодействиях с последующим распадом по лейтонным каналам. Сообщение 1. В Сб. "Проблемы ядерной физики и космических лучей", вып. 6, стр. 3—11, Харьков, 1977.
8. Макеев В.В. и др. Образование μ -мезонов в процессе $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^\pm + W^\mp + N'$ с учетом энергетического спектра нейтрино. ЯФ, 1972, т. 16, вып. 3, стр. 546—553.
9. Конюшко В.И. и др. Образование и распады тяжелых лептонов в процессах $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) N$ -взаимодействия. ЯФ, 1980, т. 32, вып. 2, стр. 477—492.
10. Коноплич Г.В., Никитин Ю.П. Партонная модель и процесс рождения лептонных пар в адрон-адронных соударениях. ЯФ, 1976, т. 23, вып. 4, стр. 838—847.
11. Голубков Ю.А. и др. Спектры одиночных мюонов в процессах $p + N \rightarrow \mu^+ + \mu^- +$ (адроны), $W(\rightarrow \mu^+ \nu) +$ (адроны) в рамках партонной модели. Письма в ЖЭТФ, 1973, т. 17, вып. 3, стр. 158—160.
12. Коноплич Р.В. и др. Образование адронов с новыми квантовыми числами в $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) N$ -взаимодействиях. ЯФ, 1977, т. 26, вып. 3, стр. 605—614.
13. Коноплич Р.В., Кребс А.Б., Никитин Ю.П. Инклузивное распределение лептонов от распадов очарованных мезонов, образованных в $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) N$ -взаимодействиях и функции фрагментации c -кварка. ЯФ, 1980, т. 31, вып. 3, стр. 713—723.
14. Гетманец О.М., Пыж В.М., Романьков В.В. Прямые лептоны в соударениях адронов. В Сб. "Проблемы ядерной физики и космических лучей", вып. 12, стр. 105—142, Харьков, 1980.