



МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

А. В. Шебеко

**ЭФФЕКТЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
В КОНЕЧНОМ СОСТОЯНИИ (ВКС)
В ПРЯМЫХ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ
ПРИ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ЭНЕРГИЯХ**



**ВСЕСОЮЗНАЯ
ШКОЛА ПО
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКЕ
И М. В. М. ГАЛИЦКОГО**

Москва 1991

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР ПО НАРОДНОМУ ОБРАЗОВАНИЮ
МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

А.В.Шебеко

ЭФФЕКТЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
В КОНЕЧНОМ СОСТОЯНИИ (ВКС)
В ПРЯМЫХ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ
ПРИ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ЭНЕРГИЯХ

Лекция 2

Утверждено
редсоветом института

Москва 1991

Ш е б е к о А.В. Эффекты взаимодействия в конечном состоянии (ВКС) в прямых ядерных реакциях при промежуточных энергиях: Текст лекции. М.: МИФИ, 1991. - 56 с.

Обсуждаются результаты исследований влияния взаимодействия в конечном состоянии на формирование угловых и энергетических распределений частиц в эксклюзивных и инклюзивных ядерных реакциях. Настоящий материал рассчитан на специалистов в области теории ядерных реакций.

С

Московский
инженерно-физический
институт, 1991 г.

Г. ВВЕДЕНИЕ

Как мы видели в предыдущей лекции, в случае электрорасщепления дейтрона эффекты ВКС могут заметно искажать информацию как об элементарном акте eN -рассеяния, так и структуре дейтрона. Накопленный опыт исследований ядерных реакций при промежуточных* энергиях показывает, что такая ситуация является типичной: "вторичные" процессы, которые разыгрываются в ядерной среде, могут маскировать "первичный" акт взаимодействия налетающей частицы со связанным нуклоном, свойства ядерной структуры, проявления ненуклонных степеней свободы и т.п. Следовательно, надежное описание ВКС продуктов ядерной реакции является важной задачей, стоящей перед теорией в каждом конкретном случае.

Строго говоря, само разграничение в столкновении последовательных актов взаимодействия основывается на представлениях о доминирующей роли прямого механизма его протекания, когда полагают, что возбуждается небольшое число степеней свободы ядра-мишени и налетающей частицы, если последняя является сложной /1/. Прямой механизм не исключает перестройки спектаторной системы нуклонов, на фоне которой происходят более быстрые процессы с участием "активных" нуклонов или рожденных частиц. Между ними распределяется значительная часть переданной энергии, переданный угловой момент и т.п.

Конечно, в одной лекции невозможно отразить многообразие эффектов ВКС, которые обсуждаются в литературе. Поэтому ограничимся изложением только некоторых результатов исследований.

Рассмотрим подходы к описанию ВКС в реакциях с участием малонуклонных систем и сложных ядер. Речь будет идти как о эксклюзивных реакциях (с выделенными выходными каналами), так и о процессах, инклюзивных по конечным ядерным состояниям. Нам будет интересовать разработка методов расчета искажений, вносимых ВКС, и сравнение теории с экспериментом.

Хотя основное внимание в этой лекции сосредоточено на реакциях с фотонами и электронами, полученные результаты могут быть полезными при развитии теории других процессов (например адрон-ядерных столкновений).

* Используя несколько условную терминологию, под промежуточными здесь подразумеваются энергии в диапазоне от нескольких десятков МэВ до энергии порядка 1 ГэВ.

2. НЕКОГЕРЕНТНЫЕ ФОТОРОЖДЕНИЯ ПИОНОВ И НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ НА ДЕЙТРОНЕ

2.1. Возможный способ включения ВКС для инклюзивной реакции

Рассмотрим реакцию

$$\gamma + d \rightarrow \pi + N + N. \quad (2.1)$$

Дважды дифференциальное сечение, определяющее энергетические и угловые распределения пионов в этой реакции в л.с., запишем в виде /2/:

$$d^2 \sigma_{\gamma \pi d} = (2\pi)^4 \int_{NN} \delta(\omega + E_d - E_{NN}) / \mathcal{T}_{NN} |^2 d\vec{p}_\pi, \quad (2.2)$$

где $\omega = E_\gamma - E_\pi$ — переданная энергия, $E_d(E_{NN})$ — энергия связи дейтрона (конечной недетектируемой NN -пары).

Амплитуда реакции (2.1) равна

$$\mathcal{T}_{NN} = \langle \psi_{NN}^{(-)} | \mathcal{T}_{\gamma\pi} | d \rangle, \quad (2.3)$$

где вектор $|\psi_{NN}^{(-)}\rangle (|d\rangle)$ принадлежит собственному значению $E_{NN} (E_d)$ гамильтониана системы из двух нуклонов, взаимодействующих посредством потенциала $V (1,2)$:

$$H = K_1 + K_2 + V(1,2). \quad (2.4)$$

Знак $(-)$ означает, что $\psi_{NN}^{(-)}$ обладает асимптотикой сходящихся волн.

Оператор $\mathcal{T}_{\gamma\pi}$, действующий только на нуклонные переменные, имеет следующую структуру:

$$\mathcal{T}_{\gamma\pi} = \langle \pi | \Omega_\pi^{(-)\dagger} V_{\gamma\pi}^{\text{эфф}} | \gamma \rangle; \quad (2.5)$$

$$\Omega_\pi^{(-)\dagger} = 1 + \mathcal{T}(E+i0) \mathcal{G}_0(E+i0); \quad (2.6)$$

$$\mathcal{T}_\pi(z) = V_\pi^{\text{эфф}} + V_\pi^{\text{эфф}} \mathcal{G}_0(z) \mathcal{T}_\pi(z); \quad (2.7)$$

$$\mathcal{G}_0(z) = (z - H_0)^{-1}, \quad H_0 = K + H(1,2),$$

где K — оператор кинетической энергии пиона, $V_{\gamma\pi}^{\text{эфф}} (V_\pi^{\text{эфф}})$ — эффективное взаимодействие, отвечающее одиночному образованию (рассеянию) пионов на ядре. Связь этих взаимодействий с затраченными (полевыми) величинами устанавливается в /3/.

Другими словами, $\Omega_{\mathcal{T}}^{(-)}(\mathcal{T}(E+i0))$ является мёллеровским оператором (оператором рассеяния) для соответствующей задачи пион-ядерного столкновения с начальной энергией $E = E_{\mathcal{T}} + E_d$.

Если взаимодействие $V_{\mathcal{T}}^{\text{эфф}}$ считать одночастичным, т.е.

$$V_{\mathcal{T}}^{\text{эфф}} = \sum_{l=1,2} V_l,$$

то из (2.7) следует, что

$$\mathcal{T}_{\mathcal{T}}(z) = \mathcal{T}^{(1)} + \mathcal{T}^{(2)}, \quad (2.8)$$

где слагаемые определяются цепочкой уравнений Ватсона - Фаддеева [4],[5] :

$$\begin{bmatrix} \mathcal{T}^{(1)} \\ \mathcal{T}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{T}_1 \\ \mathcal{T}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \mathcal{T}_1 \\ \mathcal{T}_2 & 0 \end{bmatrix} \mathcal{G}_0(E+i0) \begin{bmatrix} \mathcal{T}^{(1)} \\ \mathcal{T}^{(2)} \end{bmatrix}, \quad (2.9)$$

$$\mathcal{T}_i = V_i (1 + \mathcal{G}_0 \mathcal{T}_i), \quad (i=1,2). \quad (2.10)$$

Итак, \mathcal{T}_i - оператор рассеяния пиона на связанном нуклоне с номером i .

Оператор \mathcal{N} - рассеяния для свободного нуклона удовлетворяет уравнению Липшманна - Швингера (ЛШШ) :

$$\tau_i(z) = V_i + V_i g_i(z) \tau_i(z); \quad (2.11)$$

$$g_i(z) = (z - H_i - H)^{-1}.$$

В нашем подходе имеем также для оператора фоторождения пиона на свободном нуклоне:

$$\tau_{\mathcal{T}}(i; z) = \langle \pi / [1 + \tau_i(z) g_i(z)] V_{\mathcal{T}}(i) / \mathcal{T} \rangle, \quad (2.12)$$

где $V_{\mathcal{T}}(i)$ входит в определение однонуклонной части эффективного взаимодействия $V_{\mathcal{T}}^{\text{эфф}}$:

$$V_{\mathcal{T}}^{\text{эфф}}[1] = \sum_{i=1,2} V_{\mathcal{T}}(i).$$

Следуя [2], воспользуемся теперь условием полноты для векторов $|\psi_{NN}^{(-)}\rangle$ и напомним вместо (2.2) :

$$d \bar{\sigma}_{\mathcal{T}d} = (2\pi)^4 M d \bar{p}_{\mathcal{T}}; \quad (2.13)$$

$$M = \langle d | \mathcal{T}_{\mathcal{T}}^{\dagger} \delta(\omega + E_d - H(1,2)) \mathcal{T}_{\mathcal{T}} | d \rangle.$$

Отсюда с помощью соотношений

$$\delta(x - H(1,2)) = -\mathcal{T}^{-1} \text{Im}(x + i0 - H(1,2))^{-1} \quad (2.14)$$

$$(z - H(1,2))^{-1} = G_0(1,2; z) + G_0(1,2; z) \mathcal{T}(1,2; z) G_0(1,2; z); \quad (2.15)$$

$$G_0(1,2; z) = (z - H_1 - H_2)^{-1},$$

где $\mathcal{T}(1,2; z)$ — оператор NN — рассеяния, находим:

$$M = \mathcal{A} + B; \quad (2.16)$$

$$\mathcal{A} = \langle d | \mathcal{T}_{\mathcal{N}\mathcal{N}}^+ \delta(\omega + E_d - H_1 - H_2) \mathcal{T}_{\mathcal{N}\mathcal{N}} | d \rangle; \quad (2.17)$$

$$B = -z^{-1} \text{Im} \langle d | \mathcal{T}_{\mathcal{N}\mathcal{N}}^+ G_0(1,2; z_0) \mathcal{T}(1,2; z_0) G_0(1,2; z_0) \mathcal{T}_{\mathcal{N}\mathcal{N}} | d \rangle; \quad (2.18)$$

$$z_0 = \omega + E_d + i0.$$

Таким образом, после такой процедуры искомое $d^2\sigma$ -сечение представлено в виде суммы двух вкладов: А, который равносильен приближению плоских волн (ППВ) для конечных состояний нуклонов, и В, включающего эффекты NN -взаимодействия в этих состояниях. Другими словами, эффекты ядерного ВКС в реакции $d(\gamma, \pi)NN$ входят в теорию аддитивным образом. Ясно, что этот результат является достаточно общим, поскольку его вывод основан на тождестве (2.15) для резольвенты гамильтониана ядра (с многочастичным оператором рассеяния \mathcal{T}). Конечно, он применим к описанию других инклюзивных процессов, например неупругого рассеяния электронов на дейтроне:

$$e + d \rightarrow e' + p + n. \quad (2.19)$$

Соответствующее $d^2\sigma$ -сечение может быть получено точно таким же способом с заменой в (2.17)–(2.18) оператора перехода $\mathcal{T}_{\mathcal{N}\mathcal{N}}$ сверткой $\epsilon_j^{3\varphi\varphi}(\vec{q})$, где ϵ — 4-вектор поляризации виртуального фотона, $j^{3\varphi\varphi}(\vec{q})$ — э.м. ток ядра (см. раздел 5 лекции I).

Практическая ценность предложенного способа включения ВКС зависит от нашей способности рассчитывать элементы \mathcal{T} -матрицы (вообще говоря, вне энергетической оболочки). Он может оказаться полезным при изучении инклюзивных э.м. процессов на малонуклонных системах вблизи порогов их развала на отдельные фрагменты, когда важную роль начинают играть аномалии в аналитических свойствах \mathcal{T} -матрицы.

Прежде чем показать это для реакций (2.1) и (2.19), отметим, что уравнение (2.10) для \mathcal{T}_i эквивалентно следующему:

$$\mathcal{T}_i = \mathcal{T}_i(1,2) + \mathcal{T}_i(1,2) G_0(1,2; E + i0 - K) \mathcal{T}(1,2; E + i0 - K) G_0(1,2; E + i0 - K) \mathcal{T}_i, \quad (2.20)$$

$$T_i(1,2) = V_i + V_i G_0(1,2; E+i0-K) T_i(1,2). \quad (2.21)$$

Сравнивая (2.21) с (2.II), находим:

$$T_1(1,2) = \tau_1(E+i0-K_2); \quad (2.22a)$$

$$T_2(1,2) = \tau_2(E+i0-K_1). \quad (2.22b)$$

Уравнение (2.20) может быть использовано для вычисления матрицы рассеяния пиона на связанном нуклоне. Вопрос о поправках на связь нуклонов в рассеянии пионов на дейтроне обсуждается в [2/]. (см. также ссылки там). Здесь будем пренебрегать эффектами связи, полагая

$$T_i = T_i(1,2) \quad (i=1,2). \quad (2.23)$$

2.2. Энергетические спектры фотопионов.

Приближение Чью-Льюиса ("Closure approximation").

Поправка на ВКС в d, π -системе для реакции $d(\pi, \pi^+)nn$

Ограничившись, как это сделано в [2], [6], [7], [8], первыми двумя итерациями системы (2.9), т.е. без учета повторений πN -перерассеяний на одном и том же нуклоне, можно показать, что

$$J = J^{(0)} + J^{(1)}; \quad (2.24)$$

$$J^{(0)} = \langle d | T_{\pi N}^{(0)\dagger} \delta(\omega + E_d - K_1 - K_2) T_{\pi N}^{(0)} | d \rangle; \quad (2.25)$$

$$J^{(1)} = 2 \operatorname{Re} \langle d | T_{\pi N}^{(0)\dagger} \delta(\omega + E_d - K_1 - K_2) T_{\pi N}^{(1)} | d \rangle; \quad (2.26)$$

$$T_{\pi N}^{(0)} = \tau_{\pi N}(1; E+i0-K_2) + \tau_{\pi N}(2; E+i0-K_1); \quad (2.27)$$

$$T_{\pi N}^{(1)} = \tau_1(E+i0-K_2) G_0(1,2; E+i0-K) \tau_{\pi N}(2; E+i0-K_1) + \quad (2.28)$$

$$+ \tau_2(E+i0-K_1) G_0(1,2; E+i0-K) \tau_{\pi N}(1; E+i0-K_2).$$

Таким образом, выражение (2.25) определяет интересующее нас сечение в PWIA (мы пренебрегаем многочастичными механизмами фотообразования пионов на дейтроне). Выражение (2.26) характеризует вклад однократного перерассеяния на одном из нуклонов пиона, рожденного на другом. Этим механизмом реакции можно сопоставить

графики на рис.1, а, б. Напомним, что здесь принята трактовка, характерная для *old-fashioned* теории возмущений: внутренним линиям отвечают частицы на своих массовых оболочках, вершины (амплитуды) представляют собой блоки бесконечного числа фейнмановских диаграмм (ср. обсуждения в /3/), энергия в каждой вершине не сохраняется.

Поправка В на ВКС в спектаторной NN -паре определяется формулой (рис.1, в):

$$B = -\mathcal{T}^{-1} \text{Im} \langle d | \mathcal{T}_{\mathcal{H}}^{(0)\dagger} \delta_0(\chi) \mathcal{T}(1,2;\chi) \delta_0(\chi) \mathcal{T}_{\mathcal{H}}^{(0)} | d \rangle, \quad (2.29)$$

$$\chi = E + i0 - E_{\mathcal{H}}.$$

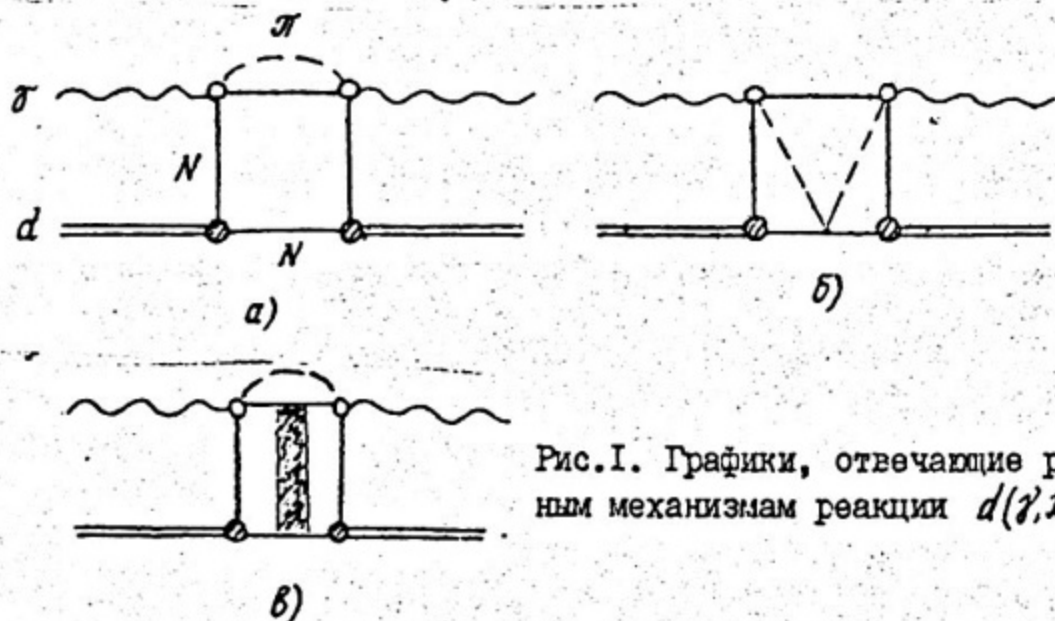


Рис.1. Графики, отвечающие различным механизмам реакции $d(\gamma, \pi)NN$

Следствием сохранения импульса являются равенства:

$$t_{\mathcal{H}}(1; E + i0 - K_2) = e^{i\vec{q}\vec{r}_1} t_{\mathcal{H}}(1, \vec{p}_1; E + i0 - K_2); \quad (2.30a)$$

$$t_{\mathcal{H}}(2; E + i0 - K_1) = e^{i\vec{q}\vec{r}_2} t_{\mathcal{H}}(2, \vec{p}_2; E + i0 - K_1), \quad (2.30b)$$

где $\vec{q} = \vec{k}_{\pi} - \vec{k}_{\mathcal{H}}$ — переданный импульс; $\vec{r}_i(\vec{p}_i)$ — оператор координаты (импульса) нуклона с номером i ; оператор по нуклонным переменным $t_{\mathcal{H}}$ определяет амплитуду фотообразования пионов на свободных нуклонах.

Используя (2.30), для заряженных фотопионов получаем:

$$\mathcal{T}^{(0)} = \int f(\vec{p}) \delta(E_0 - \frac{p^2}{m}) d\vec{p}; \quad (2.31)$$

$$f(\vec{p}) = 2 \langle \Psi_d | \vec{p} - \frac{1}{2} \vec{q} \rangle t_1^+ (\vec{p} - \frac{1}{2} \vec{q}) t_1 (\vec{p} - \frac{1}{2} \vec{q}) \langle \vec{p} - \frac{1}{2} \vec{q} | \Psi_d \rangle + \\ + 2 \langle \Psi_d | \vec{p} - \frac{1}{2} \vec{q} \rangle t_1^+ (\vec{p} - \frac{1}{2} \vec{q}) t_2 (\vec{p} - \frac{1}{2} \vec{q}) \langle \vec{p} - \frac{1}{2} \vec{q} | \Psi_d \rangle,$$

где E_0 — энергия относительного движения в конечной NN -паре;
 m — масса нуклона,

$$t_i(\vec{p}) = t_{\sigma J} (i, \vec{p}; E + i0 - \frac{p^2}{2m}), \quad (i=1,2).$$

Далее, согласно /2/ имеем:

$$B = B_d + B_{nd}; \quad (2.32)$$

$$B_d = -2m^2 \sigma^{-1} I m \int \langle \Psi_d | \vec{p}' - \frac{1}{2} \vec{q} \rangle O_{11}(\vec{p}', \vec{p}) \langle \vec{p} - \frac{1}{2} \vec{q} | \Psi_d \rangle d\vec{p}' d\vec{p};$$

$$B_{nd} = -2m^2 \sigma^{-1} I m \int \langle \Psi_d | \vec{p} - \frac{1}{2} \vec{q} \rangle O_{12}(\vec{p}', \vec{p}) \langle \vec{p} + \frac{1}{2} \vec{q} | \Psi_d \rangle d\vec{p}' d\vec{p};$$

$$O_{1i}(\vec{p}', \vec{p}) = g_0(p'; p_0^2 + i0) t_{\sigma J}^+(i) t(\vec{p}', \vec{p}; p_0^2 + i0) t_{\sigma J}(i) g_0(p; p_0^2 + i0), \\ (i=1,2);$$

$$g(p; p_0^2 + i0) = (p_0^2 + i0 - p^2)^{-1},$$

$p_0 = \sqrt{\pi E_0}$ — импульс относительного движения; $t(\vec{p}', \vec{p}; p_0^2 + i0)$ —
off-energy-shell амплитуда NN -рассеяния.

Опуская детали вычислений по этим формулам, укажем только, что после разложения этой амплитуды по парциальным волнам задача сводится к интегралам:

$$I_{\ell' \ell}^{TSJ}(q; p_0^2 + i0) = \int_0^\infty \int_0^\infty t_{\ell' \ell}^{TSJ}(p', p; p_0^2 + i0) g_0(p'; p_0^2 + i0) g_0(p; p_0^2 + \\ + i0) f_{\ell'}^*(p') f_\ell(p) p'^2 p^2 dp' dp; \quad (2.33)$$

$$f_\ell(p) = \int \psi_{\ell_0}^*(\vec{\pi}) \langle p\vec{\pi} - \frac{1}{2} \vec{q} | u_d \rangle d\vec{\pi},$$

где $t_{\ell' \ell}^{TSJ}(p', p; p_0^2 + i0)$ — элементы t -матрицы NN -рассеяния в $\ell T S J$ -представлении (ℓ, T, S и J — относительный орбитальный, полный изоспиновый, спиновый и угловой моменты двух нуклонов).

Для расчета интегралов (2.33) в /2/ была использована сепарабельная модель (модель Монгана /9/), в которой NN -взаимодействие имеет форму:

$$v_{l'l}(p', p) = i^{l'-l} [q_{l'}(p') q_l(p) - h_{l'}(p') h_l(p)], \quad (2.34)$$

где факторы $q_l(p)$ и $h_l(p)$ описывают соответственно отталкивающую и притягивающую части взаимодействия.

В такой модели парциальные амплитуды $t_{l'l}^{TSJ}(p', p; p_0^2 + i0)$ приобретают сепарабельный вид и благодаря этому двукратные интегралы $I_{l'l}^{TSJ}$ расщепляются на однократные, которые нетрудно вычислить с дейтронной B_0 хольтеновского типа (например B_0 МакГи [10]):

$$u_d(p) = N_d \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_k \frac{C_k}{p^2 + \alpha_k^2} \quad (\sum_k C_k = 0). \quad (2.35)$$

Результаты численных расчетов показали, что в тех кинематических областях, где поправка B наиболее существенна, основной вклад вносит 1S_0 -волна (относительно вклада более высоких парциальных волн см. /7/).

Отметим две особенности в поведении поправки B (рис.2). Во-первых, вблизи порога реакции ($p_0 \rightarrow 0$) в энергетической зависимости B наблюдается характерный всплеск, и в этой области она заметно превосходит вклад $PWIA$. Происхождение этого ВКС-пи-

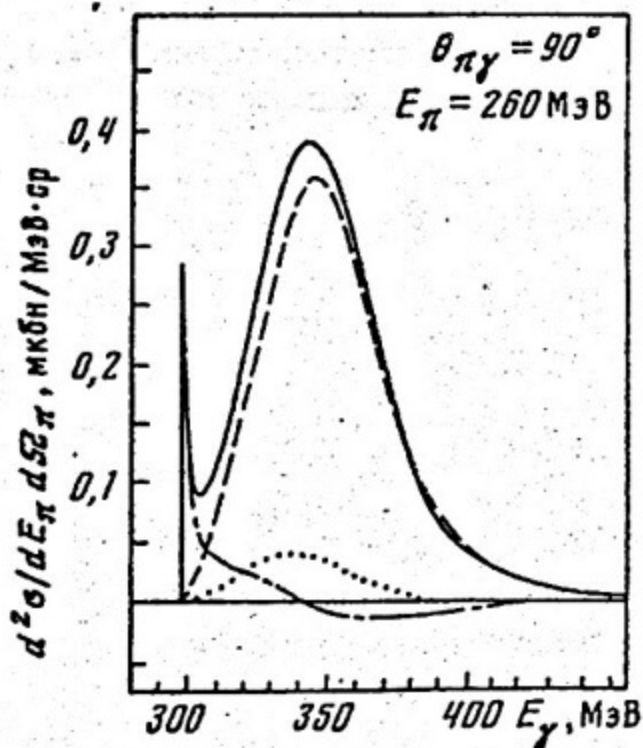


Рис.2. Зависимость $d^2\sigma$ -сечений реакции $\gamma d \rightarrow \pi^+ \pi \pi$ при угле вылета пионов $\theta_{\pi\gamma} = 90^\circ$ от энергии фотонов. Пунктирная кривая - результаты расчета в $PWIA$; штрихпунктирная (точечная) - поправка на $\pi\pi$ -ВКС (πN -ВКС); сплошная - их суммарный вклад.

ка обусловлено существованием виртуального уровня в $\pi\pi$ -системе, которому в модели Монгана отвечает полюс в t -матрице $\pi\pi$ -рассеяния при $E = -0.0655$ МэВ на втором листе римановой поверхности комплексных значений энергии.

Во-вторых, поправка δ является законопеременной величиной, что связано с учетом *off-shell* эффектов в $\pi\pi$ -взаимодействии (присутствием пропагатора $g_0(p; p_0^2 + i0)$). Благодаря этому в рассмотренных кинематических условиях (рис.3) вклад ВКС этого типа в $R_{d/p}$ -отношение для реакции $\gamma d \rightarrow \pi^+ \pi\pi$ не превышает 10%. Детальный анализ результатов вычислений с тормозным спектром γ -квантов проведен в /7/.

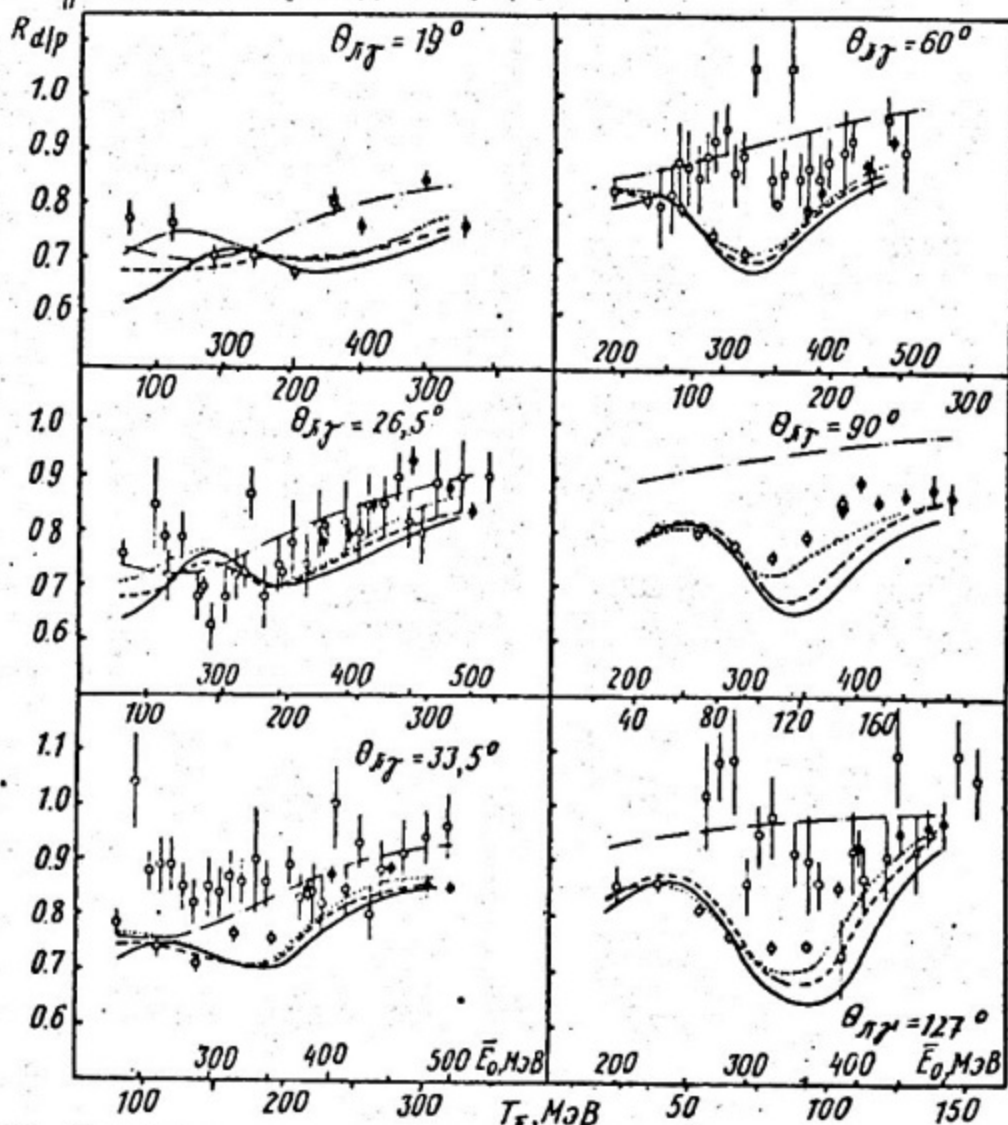


Рис.3. Зависимость отношения выходов π^+ -мезонов в реакциях фоторождения на дейтроне и протоне с тормозным спектром γ -квантов от кинетической энергии пионов (нижняя шкала). На верхней шкале отложена эффективная энергия фотона: $E_{\gamma} = E_{\pi} + q^2/2m$. Кривые рассчитаны: сплошные - в PWIA, штриховые - с учетом $\pi\pi$ -поправки, точечные - с учетом πN -поправок, штрихпунктирные - в приближении Чью-Льюиса /II/. Точки (\bullet), (\circ) и (ϕ) взяты из /12/, /8/ и /13/

Чтобы сделать возникновение ВКС-пика и некоторых его особенностей с аналитической точки зрения более наглядным, аппроксимируем $лл$ -взаимодействие точечным потенциалом (см., например, /14/, с.180). Тогда

$$t(\vec{p}', \vec{p}; p_0^2 + i0) = (2\alpha^2 m)^{-1} (\lambda + ip_0)^{-1}, \quad (2.36)$$

где $\lambda^{-1} = a_{лл}$ — длина $лл$ -рассеяния. Поскольку нас интересует случай, когда в системе двух нуклонов нет связанного состояния, то $\lambda < 0$.

В этом приближении поправка В принимает следующий вид:

$$B = -\frac{64}{3\pi^2} \pi \frac{N_d^2}{q^2} \vec{t}^{(+)*} \vec{t}^{(+)} \text{Im} \frac{I^2(q; p_0^2 + i0)}{\lambda + ip_0}; \quad (2.37)$$

$$I(q; p_0^2 + i0) = \sum_k C_k I_k(q; p_0^2 + i0);$$

$$I_k(q; p_0^2 + i0) = \int_0^\infty \frac{Q_0([z^2 + \beta_k^2]/z)}{z^2 - z_0^2 + i0} x dx;$$

$$z_0 = p_0/q, \quad \beta_k^2 = \frac{1}{4} + \frac{\alpha_k^2}{q^2},$$

где вектор $\vec{t}^{(+)}$ определяет спиновую часть амплитуды $t_{\sigma\sigma'} = t_{\sigma\sigma'}^{(+)} + \vec{t}^{(+)} \vec{\sigma}$.

Переходя к интегрированию по контуру, замыкающему отрезок вещественной оси ($-1 \leq x \leq 1$), с помощью леммы Коши и соотношения для функции Лежандра:

$$Q_l(x+i0) - Q_l(x-i0) = -\pi i P_l'(x),$$

нетрудно показать, что

$$I_k(q; p_0^2 + i0) = \frac{\pi}{2} \left\{ \arctg y_- - \arctg y_+ + i Q_0 \left(\frac{x_0^2 + \beta_k^2}{x_0} \right) \right\}, \quad (2.38)$$

$$y_{\pm} = 2\alpha_k / (2x_0 \pm 1) q.$$

Вблизи порога, когда $x_0 \ll 1$, поправка В приобретает особенно простой вид:

$$B = \frac{32}{3} \pi \frac{N_d^2}{q^2} R_1 \left[R_1 + \frac{\lambda}{q} R_2 \right] \frac{p_0}{p_0^2 + \lambda^2} \vec{t}^{(+)*} \vec{t}^{(+)}, \quad (2.39)$$

$$R_1 = \sum_k C_k \arctg \frac{\alpha_k}{q}; \quad R_2 = \sum_k C_k \beta_k^{-2}.$$

Эта величина имеет резкий максимум при $\rho_0 \approx \lambda$, который вымывает с ростом q гораздо быстрее квазисвободного пика (КСП), характерного для энергетических спектров в РВИЛ. Такая тенденция усиливается благодаря тому, что $\sum_k c_k = 0$.

Хорошо известный (вигнеровский) фактор "усиления" $\rho_0 (\rho_0^2 + \lambda^2)^{-1}$ (/15/, с.584) в формуле (2.39) возникает из поправки к РВИЛ, которая входит в $d^2\delta$ -сечение аддитивным образом. В этом состоит характерная черта предложенного способа включения ядерного ВКС в инклюзивных реакциях. Было бы интересно рассмотреть в рамках этого подхода другие процессы на малонуклонных системах (например реакцию $T(\gamma, \alpha^+)nnp$).

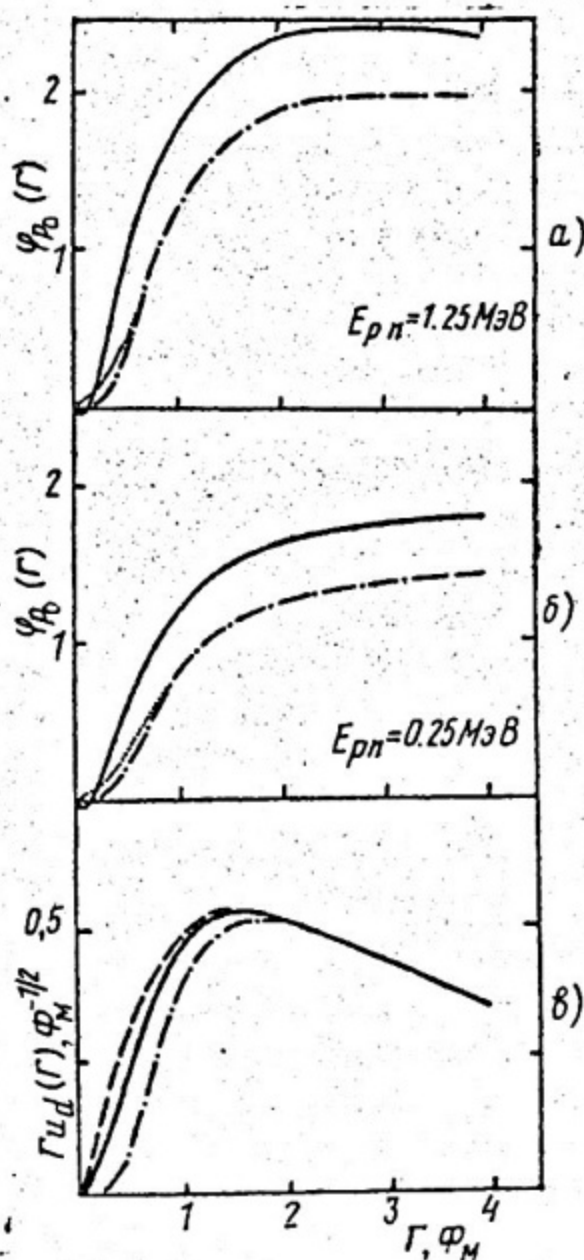


Рис.4. Волновые функции pp -системы: а и б - S_0 -состояния рассеяния с асимптотикой $\psi_{p_0}(r) \sim \sin(\rho_0 r + \delta)$ ($E_{p_n} = E = \rho_0^2 / m$); в - ВФ дейтрона. Кривые рассчитаны: сплошные - с потенциалом Монгана /9/ (вариант IУ), штрихпунктирные - с потенциалом Риды с мягким кором (РМ.К) /18/, точечные - с потенциалом де Турея-Спранга с супермягким кором /19/, штриховая - ВФ Хюльтена

Аналогичное поведение сечения вблизи порога получается в других приближениях для описания рассеяния медленных частиц /16/, с.193), (/17/, с. 485). Однако форма ВКС пика (зависимость от переданной энергии по мере удаления от точки $p_0 = \lambda$) будет иной по сравнению с той, которая показана на рис.3. Это связано с тем, что соответствующие V непрерывного спектра, обладая правильной асимптотикой, заметно отличаются от точных на малых расстояниях $r \leq 1$ фм (рис.4). В разделе 2.4 мы вернемся к проявлениям различий между функциями на этом рисунке.

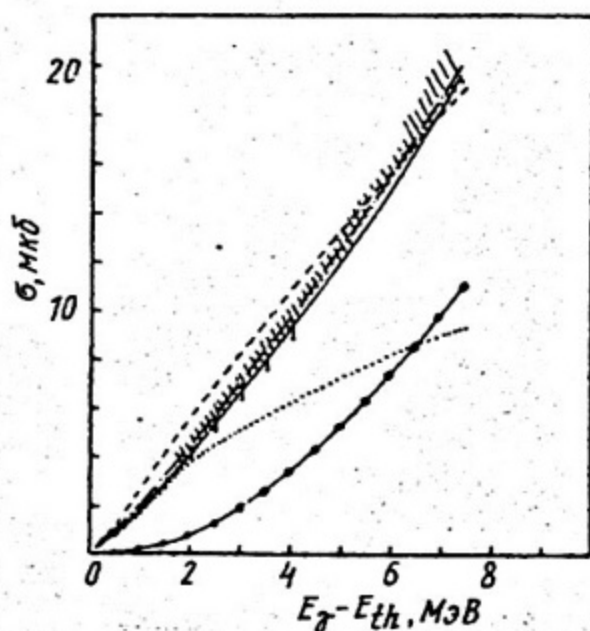


Рис.5. Полное сечение рождения π^+ мезонов на дейтроне монохроматическими γ -квантами. Кривые рассчитаны:

—•— в РВГЛ, ... — поправка B по формулам (2.40) — (2.41) с $a_{\pi\pi} = -16,5$ фм, $\Gamma_{\pi\pi} = 2,7$ фм.
 Остальные кривые — суммарный вклад $A^{(0)} + B$ для следующих наборов параметров:
 — ($a_{\pi\pi} = -16,5$ фм, $\Gamma_{\pi\pi} = 2,7$ фм);
 - - - ($a_{\pi\pi} = -23,71$ фм, $\Gamma_{\pi\pi} = 0$);
 —, — ($a_{\pi\pi} = -23,71$ фм, $\Gamma_{\pi\pi} = 2,76$ фм).
 Экспериментальные данные взяты из /20/ (заштрихованная область) и /21/ (+)

На рис.5 результаты наших вычислений /8/ сравниваются с данными Сакле и МЭТ для реакции $d(\gamma, \pi^+) \pi\pi$ в области порога $E_{ex} = E_\gamma - E_{th} \leq 10$ МэВ. Для оценки чувствительности соответствующих сечений к выбору параметров $\pi\pi$ -рассеяния была использована приближенная формула:

$$B = -\frac{64}{3\alpha^2} \pi \frac{N_d}{q^2} \frac{\tilde{t}^{(+)*} \tilde{t}^{(+)} \Gamma_{\pi\pi}^2(q; p_0^2 + i0)}{i p_0 - p_0 \operatorname{ctg} \delta_0}, \quad (2.40)$$

которая получается из (2.32), если ограничиться вкладом только 1S_0 -состояния и пренебречь *off-shell* зависимостью элемента $\tilde{t}_{00}^{100}(p', p; p_0^2 + i0)$. В приближении эффективного радиуса имеем для фазы $\pi\pi$ -рассеяния в 1S_0 -состоянии:

$$p_0 \operatorname{ctg} \delta_0 = -a_{\pi\pi}^{-1} + \frac{1}{2} p_0^2 \Gamma_{\pi\pi}. \quad (2.41)$$

Для сравнения напишем $PWIA$ -выражение, справедливое вблизи порога ($\rho_0/q \ll 1$):

$$J^{(0)} = \frac{4}{3} \pi \rho_0 u_d^2 \left(\frac{1}{2}q\right) \vec{t}^{(+)*} \vec{t}^{(+)} \quad (2.42)$$

Как видно из рис.5, поправка на ВКС в nn -паре может внести в полное сечение $d(\gamma, \pi^+)$ -реакции гораздо больший вклад по сравнению с $PWIA$. Например, вблизи $E_{ex} = 2$ МэВ это различие достигает двух порядков. Однако по полным сечениям трудно судить о том, какой набор параметров обеспечивает лучшее описание имеющихся данных (может быть, анализируя данные /21/, некоторое предпочтение следует отдать набору ($a_{nn} = -16,5$ фм, $r_{nn} = 2,7$ фм) из /22/, где изучался радиационный захват $\pi^- d \rightarrow \gamma nn$.

Более информативными являются исследования дифференциальных сечений $d(\gamma, \pi^+)_{nn}$ с квазимонохроматическими фотонами /23/. Хотя данные /23/ не являются еще достаточно прецизионными, перспективность работ в этом направлении не вызывает сомнения. Они позволят расширить наши знания о свойствах NN -сил, в частности, о причинах нарушений гипотезы зарядовой независимости ядерных сил.

В заключение несколько слов о расчетах в приближении Чью-Льюиса /II/ (штрихпунктирные кривые на рис.3). В этом приближении, во-первых, пренебрегают ВКС рожденного пиона, и, во-вторых, дельта-функцию в (2.1) заменяют на дельта-функцию, выражающую закон сохранения энергии в $\gamma N \rightarrow \pi N$ реакции на свободном покоящемся нуклоне. Затем, используя условие полноты для векторов $|\psi_{NN}^{(-)}\rangle$:

$$\int |\psi_{NN}^{(-)}\rangle \langle \psi_{NN}^{(-)}| = 1, \quad (2.43)$$

получают

$$d\sigma_{\gamma\pi^+d} = (2\pi)^4 [1 - \zeta F_d(q)] t_{\mu}^{(\pm)*} t_{\mu}^{(\pm)} \delta(\bar{E}_{\gamma} - E_{\gamma}) d\vec{p}_{\pi}; \quad (2.44)$$

$$t_{\mu}^{(\pm)*} t_{\mu}^{(\pm)} = |t_4^{(\pm)}|^2 + \vec{t}^{(\pm)*} \vec{t}^{(\pm)},$$

$$\zeta = [|t_4^{(\pm)}|^2 + \frac{1}{3} \vec{t}^{(\pm)*} \vec{t}^{(\pm)}] / t_{\mu}^{(\pm)*} t_{\mu}^{(\pm)},$$

где $F_d(q) = \langle u_d | \exp(i\vec{q}\vec{r}) | u_d \rangle$ - упругий фактор (Φ_d) дейтрона.

Следовательно, в приближении /II/, которое, будучи основанным на использовании полноты ядерных состояний, часто называют замкнутым приближением ("closure approximation"), распределение пионов стягивается в линию, и это обстоятельство "скрыто" последующим интегрированием по тормозному спектру фотонов:

$$\frac{d\sigma_{\pi d}}{d\vec{p}_{\pi}} Q = \int_{E_{th}}^{E_{max}} \psi(E_{max}, E_{\gamma}) d\sigma_{\pi d} / d\vec{p}_{\pi} dE_{\gamma},$$

$E_{max}(\psi(E_{max}, E_{\gamma}))$ — максимальная энергия и функция распределения фотонов в тормозном спектре.

Если теперь принять во внимание, что положение линии $E_{\gamma} = \bar{E}_{\gamma}$ с точностью до энергии связи дейтрона совпадает с положением максимума КСП ($p_0 = \frac{1}{2}q$), то в тех случаях, когда ширина интервала интегрирования заметно превосходит ширину пика, замкнутое приближение может неплохо работать. Как раз такая ситуация имеет место в кинематических условиях при малых углах вылета фотопионов на рис.3.

Приложение нашего подхода к исследованию полного электрорасщепления ядра ${}^4\text{He}$ ($e^4\text{He} \rightarrow e^+ppn$) можно найти в /24/.

В целом проведенный учет ВКС нейтронов улучшает согласие теории с экспериментом.

2.3. Вычисление поправки на πN -взаимодействие в конечном состоянии.

Эффект компенсации вкладов πN -перерасеяний с перезарядкой и без нее

После некоторых упрощений, среди которых пренебрежение зависимостью амплитуд фоторождения пионов и πN -рассеяния от импульса нуклонов в дейтроне (эффектами ферми-движения) и сходом этих амплитуд с энергетической оболочки, получаем:

$$A_{\alpha}^{(1)} = A^{(\alpha, \alpha)} + A^{(\alpha, 0)}, \quad (\alpha = +, -); \quad (2.45)$$

$$A^{(\alpha, \beta)} = 4\pi^2 \text{Re} [G_d + G_{nd}] K^{(\alpha, \beta)}; \quad (2.46)$$

$$G_d = \int \frac{\langle u_d | \vec{p} + \frac{1}{2}\vec{q} \rangle \langle \vec{q} - \frac{1}{2}\vec{q} + \vec{q}' | u_d \rangle}{p_0'^2 + i0 - (\vec{p} + \vec{\Delta})^2} \delta(p^2 - p_0^2) d\vec{p}' d\vec{p}; \quad (2.47)$$

$$G_{nd} = \int \frac{\langle u_d | \vec{p} - \frac{1}{2}\vec{q} \rangle \langle \vec{p} - \frac{1}{2}\vec{q} + \vec{q}' | u_d \rangle}{p_0'^2 + i0 - (\vec{p} + \vec{\Delta})^2} \delta(p^2 - p_0^2) d\vec{p}' d\vec{p}; \quad (2.48)$$

$$K^{(\alpha, \beta)} = t_{\mu}^{(\alpha)*} t_4^{(\alpha, \beta)} t_{\mu}^{(\beta)} \quad (2.49)$$

Здесь $p_0' = \sqrt{mE_0'}$, $E_0' = E - E_{\pi^+} - q'^2/4m$ — энергия относительного движения нуклонов в промежуточном состоянии, \vec{p}' ($E_{\pi^+} = \sqrt{\vec{p}'^2 + m_{\pi}^2}$) — импульс (энергия) пиона в этом состоянии, $\vec{q}' = \vec{k}_p - \vec{p}'$, $\Delta = \frac{1}{2}(\vec{q}' - \vec{q})$.

При выводе этих соотношений была выделена зарядовая и спиновая структура элементарных амплитуд, полагая, например,

$$t_{\sigma\alpha\pi\beta}(k, 0; x+i0) = \bar{t}_4^{(\alpha, \beta)} \bar{t}^{(\alpha+\beta)} \vec{\sigma}(k), \quad (k=1, 2)$$

так что $A^{(\alpha, \alpha)}$ обозначает вклад πN -перерасеяния без изменения зарядового состояния пиона, $A^{(\alpha, 0)}$ — вклад πN -перерасеяния с перезарядкой.

Полезным при усреднении по спиновым состояниям дейтрона является соотношение:

$$\sigma_{\mu} \sigma_{\nu} = \frac{1}{2} \{ g_{\mu\nu} \sigma_{\rho} S_{\rho} \sigma_{\rho} + \sigma_{\mu} S_{\rho} \sigma_{\nu} + \sigma_{\nu} S_{\rho} \sigma_{\mu} + i \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \sigma_{\alpha} S_{\rho} \sigma_{\beta} \},$$

$$(\mu, \nu = 1, 2, 3, 4),$$

где $\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ — полностью антисимметрический тензор.

Опуская детали вычислений, которые можно найти в работах [6], [7], отметим, что в расчетах амплитуд t_4 и \bar{t} использовались результаты мультипольного анализа [25], основанного на применении дисперсионных соотношений, и феноменологического анализа [26].

На рисунках 2, 3 и 6 показаны результаты вычислений [6], [7], [8] с учетом поправки на πN -взаимодействие. Из рисунков видно, во-первых, что в области $p_0 \rightarrow 0$, где наиболее существенна поправка на $\pi\pi$ -взаимодействие, вклад $A^{(1)}$ пренебрежимо мал. Такой же вывод можно получить качественно, рассматривая конкуренцию факторов (2.47) и (2.48) при $p_0 \ll \frac{1}{2}q$. Это обстоятельство дает возможность использовать опыты по фоторождению π^+ -мезонов на дейтроне как еще один источник информации о свойствах $\pi\pi$ -взаимодействия. Во-вторых, при определенных условиях величины $A^{(+, +)}$ и $A^{(+, 0)}$ могут компенсировать друг друга (рис. 6). Компенсация становится почти полной при энергиях пионов вблизи резонансной $T_{\pi} = (180 + 200)$ МэВ. Это подтверждают измерения (сеанс II), предпринятые для проверки

такого результата (точки ϕ на рис.3). Отметим также, что деструктивный характер интерференции двух механизмов πN -перерас-
сеяния (с перезарядкой и без нее) можно установить непосред-
ственно, обращаясь к изотопической структуре амплитуд, входящих
в комбинации $K^{(+,+)}$ и $K^{(+,0)}$.

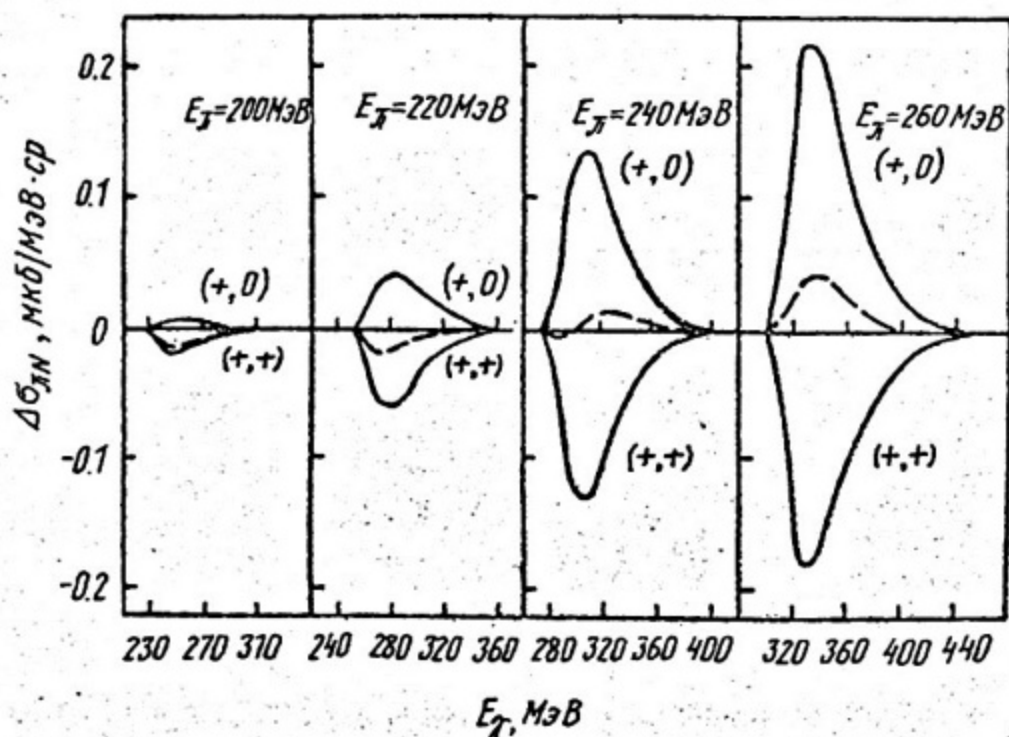


Рис.6. Зависимость поправки на πN -ВКС от энергии фотонов при $\theta_{\pi N} = 90^\circ$.
Кривые (+,+) показывают вклад процесса $\pi^+ n \rightarrow \pi^+ n$; (+,0) – вклад
процесса $\pi^0 p \rightarrow \pi^+ n$; пунктирные кривые – их суммарный вклад

Как показали наши исследования [7,8], суммарная величина поправок $\mathcal{A}^{(1)}$ и B для реакций $d(\gamma, \pi^\pm)$ на тормозном спектре может достигать 10 ± 15%. Отсюда вытекает, что их учет важен не только для интерпретации достаточно прецизионных данных, но также необходим для корректного извлечения из этих данных сведений об амплитудах элементарных процессов (например $\gamma n \rightarrow \pi^- p$) с точностью, лучшей 10±15%.

Ряд наших результатов получил подтверждение позднее [23,27]. Так, в работе [27] в рамках подхода, основанного на применении метода эволюции по константе связи [28], подчеркивается важность исключения двойного учета πN -перерас-
сеяния (ср. график, на рис.1,б).

2.4. Вычисление сечений инклюзивной (e, e)-реакции на дейтроне. ВКС вблизи порога

Интересующее нас дважды дифференциальное сечение реакции $d(e, e')/p\Omega$ в приближении однофотонного обмена может быть записано в л.с. следующим образом:

$$d^2\sigma/d\Omega'dE' = (2\pi)^4 E'^2 (A+B); \quad (2.50)$$

$$A = (t_p^{A*} t_p^A + t_n^{A*} t_n^A) S_d + 2(t_p^{A*} t_n^A + \frac{1}{3} \bar{t}_p^{A*} \bar{t}_n^A) S_{nd};$$

$$B = \pi m \rho_0 \sum_{ST} [1 - (-1)^{S+T}] [|I^{TS}|^2 - I_0^2] (|t_p^A + t_n^A|^2 \delta_{T0} + \frac{S+1}{3} | \bar{t}_p^A + (-1)^T \bar{t}_n^A |^2);$$

$$I_0 = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty j_0(\rho_0 r) j_0(\frac{q}{2} r) u_d(r) r^2 dr; \quad (2.51)$$

$$I^{TS} = \int_0^\infty [\psi_{\rho_0}^{(-)TS}(r)]^* j_0(\frac{q}{2} r) u_d(r) r^2 dr, \quad (2.52)$$

где $E'(d\Omega)'$ — энергия (элемент телесного угла в направлении вылета) рассеянного электрона; q — переданный импульс; величины $t_{p,n}^A = (t_{p,n}^A, \bar{t}_{p,n}^A)$ определяют сечение рассеяния электронов на протоне (нейтроне), $\psi_{\rho_0}^{(-)TS}$ — $B\bar{D}$ $p\bar{p}$ -пары в конечном состоянии с полным изоспином (спином) $T(S)$. Величина A дает сечение $d(e, e')/p\Omega$ в $PWIA$, B — поправку на ВКС в $p\bar{p}$ -системе.

При выводе (2.50) мы считали, что искажение $B\bar{D}$ $p\bar{p}$ -пары за счет ВКС происходит главным образом в S -состояниях, и пренебрегли вкладом примеси D -волны в дейтронной функции. Последнее оправдано при небольших значениях q . Кроме того, следуя /17/ (с. 647), были введены диагональная (S_d) и недиагональная (S_{nd}) части динамического $\Phi\Phi$ дейтрона:

$$S_d = \frac{1}{2} \rho_0 m \int | \langle \rho_0 \bar{n} - \frac{1}{2} \bar{q} | u_d \rangle |^2 d\bar{n}; \quad (2.53a)$$

$$S_{nd} = \frac{1}{2} \rho_0 m \int \langle u_d | \rho_0 \bar{n} + \frac{1}{2} \bar{q} \rangle \langle \rho_0 \bar{n} - \frac{1}{2} \bar{q} | u_d \rangle d\bar{n}. \quad (2.53b)$$

Величина S_d (S_{nd}) характеризует некогерентную часть инклюзивного рассеяния частицы (электрона) на ядре-мишени (интерференцию актов рассеяния на нуклонах с различными номерами).

В $\psi_{p_0}^{(-)TS}$ были рассчитаны с помощью метода обращения матрицы /29/, который был применен нами к различным задачам потенциального рассеяния в /30/. Как показано в приложении А, В ψ непрерывного спектра может быть представлена в виде суперпозиции плоских волн. В частности,

$$\psi_{p_0}^{(-)TS}(r) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{i=1}^{N+1} J_i^{TS}(p_0) j_0(p_i r). \quad (2.54)$$

Воспользовавшись (2.54), нетрудно вычислить интегралы I^{TS} , если в качестве $u_d(r)$ взять функцию Хьюлленовского типа (2.35):

$$I^{TS} = \frac{N_d}{\sqrt{2\sigma q}} \sum_k C_k \sum_{i=1}^{N+1} \frac{J_i^{TS}(p_0)}{p_i} \ln \frac{(p_i + \frac{q}{2})^2 + \alpha_k^2}{(p_i - \frac{q}{2})^2 + \alpha_k^2};$$

$$I_0 = \frac{N_d}{\sqrt{2\sigma p_0 q}} \sum_k C_k \ln \frac{(p_0 + \frac{q}{2})^2 + \alpha_k^2}{(p_0 - \frac{q}{2})^2 + \alpha_k^2}.$$

Функции $\varphi(r)$ (см. рис.4) связаны с $\psi^{(-)}(r)$ соотношением:

$$\psi^{(-)}(r) = e^{-i\delta_0} \cos \delta_0 \varphi(r). \quad (2.55)$$

δ_0 - фаза pr -рассеяния в 1S_0 -состоянии. Заметное различие между сплошными и штрихпунктирными кривыми объясняется тем, что существенно различаются значения длины рассеяния ($a(^1S_0) = -23.678$ фм, -17.1 фм соответственно). Штрихпунктирные и точечные кривые отличаются друг от друга лишь на малых расстояниях ($r < 1$ фм), где проявляются особенности отталкивающего кора соответствующих потенциалов. Появление дополнительного узла в сплошных линиях - характерная черта потенциала Монгана (нелокального взаимодействия)*. Дейтронные В ψ на рис.4 ведут себя по-разному на малых расстояниях: $r u_d(r) \sim r(r^3)$ для потенциала Монгана (Рида).

Благодаря указанным различиям интегралы I^{TS} чувствительны к выбору В ψ pr -пар. Сечения, рассчитанные с функциями для потенциалов Рида и Монгана, отличаются друг от друга даже при небольших значениях q (рис.7 - 9). При больших углах рассеяния $\theta_c \gtrsim 90^\circ$ спектры электронов вблизи порога реакции ($p_0 \rightarrow 0$), когда сечение определяется поправкой ВКС в pr -состоянии, изменяются (иногда заметно) при переходе от одной модели к другой.

* Разумеется, В ψ для этого потенциала могут быть вычислены аналитически, что было бы еще одним тестом для метода обращения матрицы.

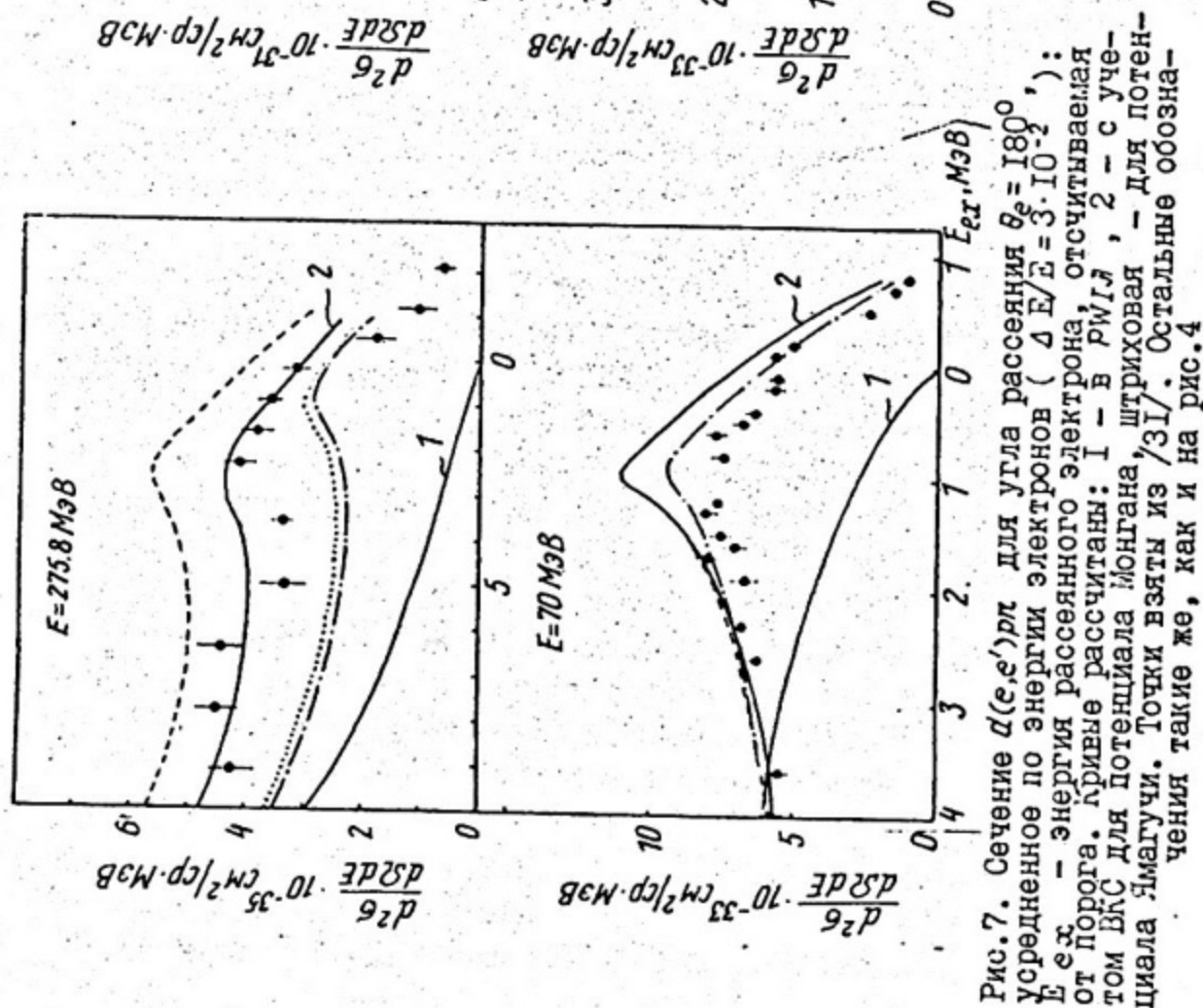


Рис. 7. Сечение $d(\sigma, e^+)_{pl}$ для угла рассеяния $\theta_e = 180^\circ$ усредненное по энергии электронов ($\Delta E/E = 3 \cdot 10^{-2}$), E_{ex} — энергия рассеянного электрона, отсчитываемая от порога. Кривые рассчитаны: 1 — в $RWIA$, 2 — с учетом ВЭС для потенциала Монгана, штриховая — для потенциала Ямагучи. Точки взяты из $/31/$. Остальные обозначения такие же, как и на рис. 4

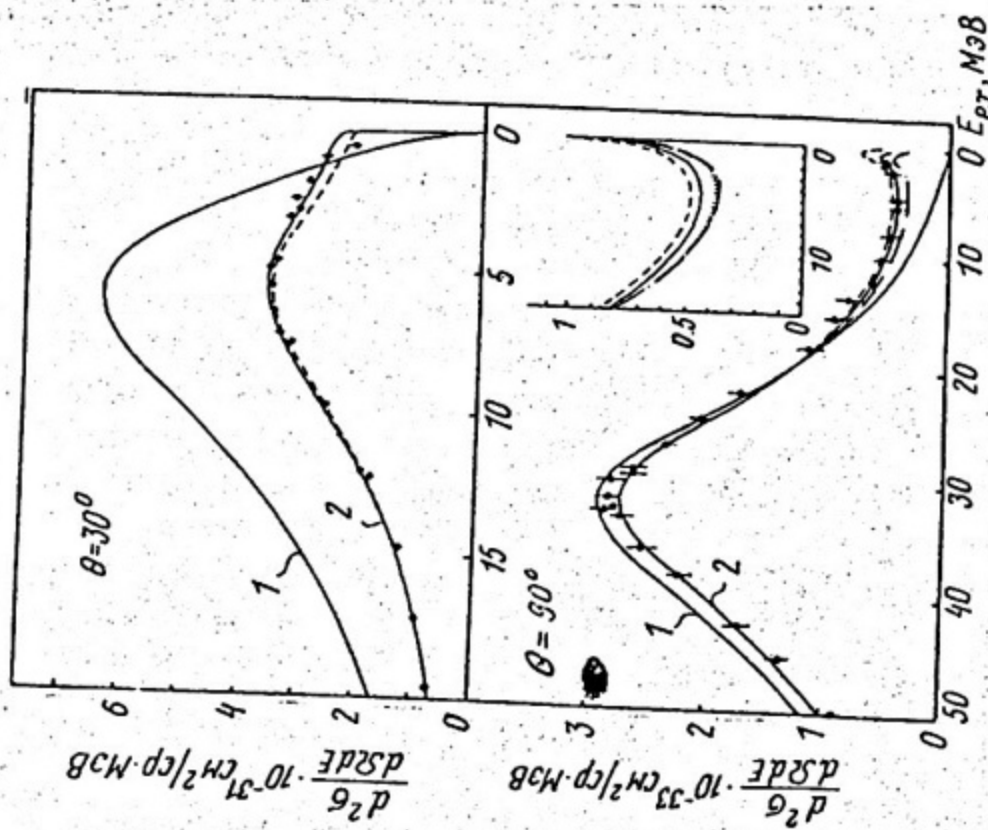


Рис. 8. То же, что на рис. 7 для энергии налетающего электрона $E = 298.87$ МэВ (точки из $/32/$, $\Delta E/E = 10^{-3}$) На вставке показаны спектры, не усредненные по энергии

Важное значение при изучении этих изменений имеет также рассмотрение, в котором \bar{D} связанного состояния и состояния рассеяния вычисляются в одном и том же потенциале.

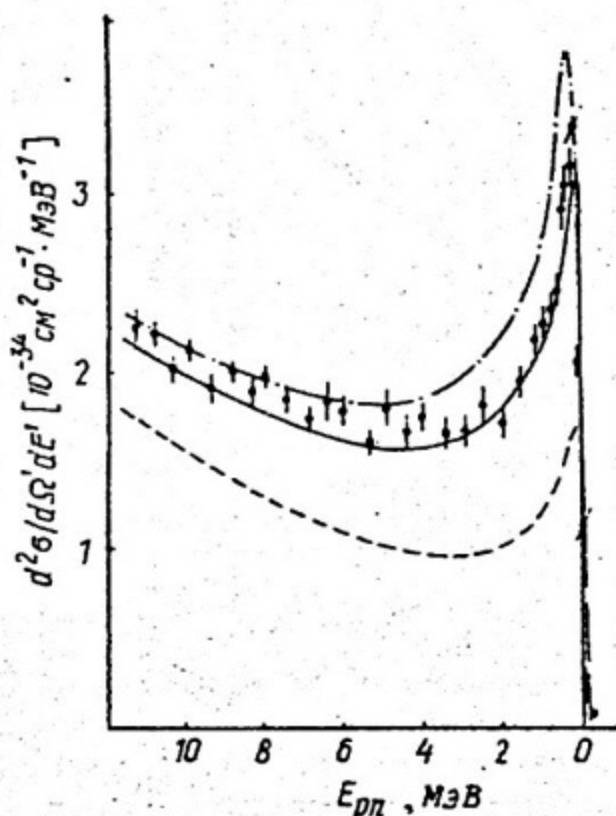


Рис.9. То же, что на рис.8 для $\theta_e = 157^\circ$, $E = 222.6$ МэВ (точки из /33/, $\Delta E/E = 10^{-3}$). Сплошная (штриховая) кривая рассчитана /33/ с MOT (без MOT) для потенциала РЖК, штрихпунктирная кривая — наш расчет /34/ с потенциалом Монгана. В этих условиях $\bar{q}^2 \approx 4 \text{ fm}^{-2}$

Отметим также, что отношение высот ВКС-пиков на рис.9 примерно равно $[a(\text{Монган}) / a(\text{РЖК})] \approx 2$. С другой стороны, даже при одинаковых on -shell свойствах $p\rho$ -рассеяния, различия между потенциалами видны в инклюзивных сечениях: сравните кривые для потенциалов Монгана и Ямагучи (последний является чисто притягивающим).

В рассмотренных кинематических условиях лучшее описание экспериментальных данных достигается с потенциалом Монгана, который позволяет получить многие известные свойства $p\rho$ -системы (в частности, дает правильное значение длины рассеяния в состоянии). Расчеты с потенциалом РЖК, параметры которого подогнаны для описания свойств NN -взаимодействия в 3S_1 , 3D_1 -состояниях, недооценивают данные на рис.7 - 9. В этой связи на рис.9 приведены вычисления /35/ с мезонными обменными токами (MOT) и без них для РЖК. Видно, что включение MOT позволило

авторам /35/ устранить расхождения между теорией и экспериментом. Однако следует иметь в виду, что это согласие достигнуто с током, который не удовлетворяет уравнению непрерывности с РМЖ. Возникают вопросы: каким образом можно построить э.м. ток ядра, согласованный с нелокальным M/M -взаимодействием (например /9/ и /18/)? Какие изменения в рассчитанных сечениях могут быть вызваны соответствующими модификациями тока дейтрона? Эти вопросы остаются открытыми.

Конечно, МОТ оказывают сильное влияние на формирование спектров рассеянных электронов на дейтроне вблизи порога при больших значениях q_{μ}^2 . Результаты наших исследований $d(e, e')p$ реакции при $q_{\mu}^2 \geq 10 \text{ фм}^{-2}$ можно найти в /37, 38/.

Наконец, при небольших углах рассеяния важную роль начинает играть ВКС в 3S_1 -состоянии (рис.8). Учет связи $^3S_1 - ^3D_1$ каналов не отражается сколько-нибудь заметно на полученных результатах.

3. ЭКСКЛЮЗИВНЫЕ РЕАКЦИИ НА СЛОЖНЫХ ЯДРАХ С ВЫБИВАНИЕМ НУКЛОНОВ

В лекции I рассматривалось влияние ВКС на угловые распределения и поляризацию протонов в эксклюзивной реакции $d(e, e')p$ на простейшей системе - дейтроне. Результаты исследований этого влияния на извлечение информации о такой фундаментальной характеристике, как электрический Q^2 нейтрона, обсуждаются в докладе /37/. Здесь нас будут интересовать реакции выбивания нуклонов (типа $(e, e'p)$) на сложных ядрах, когда требуется иные методы описания ВКС.

3.1. Учет нуклон-ядерного ВКС в реакции $A(e, e'N)B$.

Применение теории многократного рассеяния (ТМР)

Электрорасщепление ядер с регистрацией рассеянного электрона на совпадение с быстрым выбитым нуклоном * является важным средством в изучении одночастичных свойств ядерной структуры. Большим стимулом для теоретических исследований в этой области

* Будем считать импульс протона k_p значительно превосходящим импульс Ферми p_F , полагая кинетическую энергию $T_p \geq 100 \text{ МэВ}$.

были (e, e p) эксперименты, выполненные в Харькове /39/ и Сакле /40, 41/ (особенно последние с высоким разрешением по энергии). В результате вычислений /42, 43, 44/ оказалось, что без тщательного рассмотрения ВКС выбитого протона из этих данных нельзя получить надежную информацию о микроскопических свойствах дырочных возбуждений в ядрах, о роли короткодействующих корреляций (КДК) в основном состоянии (g, s), etc.

Подобно соотношению (6.4) из лекции I $d^4\sigma$ -сечение (e', p) - реакции выражается в терминах четырех O_3 , каждая из которых является билинейной комбинацией матричных элементов $j_{if}^\mu = \langle \psi_{\bar{k}pf}^{(-)} | \hat{j}^\mu(q) | \psi_A^i \rangle$ от оператора э.м. тока ядра:

$$j^\mu = (j^0, \vec{j})$$

между g, s мишени и состоянием:

$$| \psi_{\bar{k}pf}^{(-)} \rangle = -i \lim_{\eta \rightarrow +0} \eta (E_p + E_f - i\eta - H_A)^{-1} | \psi_{\bar{k}p}^f \rangle, \quad (3.1)$$

где вектор $| \psi_{\bar{k}p}^f \rangle$ списывает конечное состояние из A нуклонов с протоном в континууме и остальными нуклонами в состоянии $| \psi_{A-1}^f \rangle$. В частности, кулоновская O_3 W_C равна

$$W_C = \sum_f |j_{if}^0|^2 \delta(\omega + E_i - E_f - E_p), \quad (3.2)$$

где E_i (E_f) - собственное значение гамильтониана H_A (H_{A-1}) для A ($A-1$) - системы, ψ_A^i (ψ_{A-1}^f) $\in E_i$ (E_f). Черта над матричным элементом обозначает необходимые суммирование и усреднения по проекциям спинов.

В дальнейшем будем считать ток одночастичным оператором и воспользуемся приближением искаженных волн:

$$| \psi_{\bar{k}pf}^{(-)} \rangle = \Lambda | \psi_{\bar{k}p}^{(-)}(1) \rangle | \psi_{A-1}^f(2 \dots A) \rangle, \quad (3.3)$$

где $\Lambda = \sum_{i=2}^A \frac{1}{2} (1, i)$ - антисимметризатор, представляющий сумму транспозиций $(1, i)$ номера выделенного нуклона с номерами остальных нуклонов, искаженная волна $\psi_{\bar{k}p}^{(-)}$ вычисляется в некотором нуклон-ядерном оптическом потенциале (ОП):

$$| \psi_{\bar{k}p}^{(-)} \rangle = \Omega_{opt}^{(-)} | \bar{k}_p \rangle = [1 + t_{opt} q_0 (T_p + i0)]^+ | \bar{k}_p \rangle; \quad (3.4)$$

$$\hat{t}_{opt} = U_{opt} + U_{opt} g_0 (T_p + i0) \hat{t}_{opt} ; \quad (3.5)$$

$$g_0(z) = (z - K_1)^{-1}$$

Оператор U_{opt} , входящий в уравнения Лил (3.5) для \hat{t} -матрицы, либо вводится феноменологически /40, 41, 43/, либо определяется по рецептам ТМР /4/. Напомним, что переход от точного вектора

$$|\psi_{\vec{k}_p f}^{(-)}\rangle = \Omega^{(-)} |\psi_{\vec{k}_p}^f\rangle = [1 + \mathcal{J} G_0 (T_p + E_f + i0)]^+ |\psi_{\vec{k}_p}^f\rangle ; \quad (3.6.)$$

$$\mathcal{J} = \sum_{k=1}^{\mathcal{N}} \mathcal{J}_{KMT}(k) [1 + G_0 (T_p + E_f + i0) \mathcal{J}] ;$$

$$G_0(z) = (z - K_1 - H_{\mathcal{N}-1})^{-1}$$

к вектору (3.3) основан на приближении когерентности /4/, когда предполагается, что рассеивающая система не успевает перестроиться в процессе рассеяния на ней быстрой частицы, оставаясь в исходном состоянии между последовательными соударениями частицы с нуклонами-спектаторами. Этим соударениям в (3.6) отвечают операторы рассеяния на связанном нуклоне \mathcal{J}_{KMT} , определение которых дано в /45/.

Пренебрегая зависимостью "оптических" свойств среды от состояния рассеивателя, получают для не слишком легкого ядра с $\mathcal{N} \gg 1$:

$$U_{opt} = \langle 0 | U_{KMT} | 0 \rangle ; \quad (3.7)$$

$$U_{KMT} = \sum_{k=1}^{\mathcal{N}} \mathcal{J}_{KMT}(k) [1 + G_0 (1 - P_0) U_{KMT}] , \quad (3.8)$$

где P_0 - оператор проектирования на $q.s.$ рассеивателя.

Ограничившись первой итерацией уравнения (3.8) и пренебрегая поправками на связь нуклонов, приходим к потенциалу Ватсона в первом порядке по числу столкновений:

$$\langle \vec{k}' | U^{(1)}(T_0) | \vec{k} \rangle = \langle 0 | \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} e^{i\vec{q}\vec{r}_i} \hat{t}_i^{sym}(\vec{k}', \vec{k}; k_0) | 0 \rangle . \quad (3.9)$$

$T_0(k_0 = \sqrt{2mT_0})$ - энергия (импульс) рассеиваемого нуклона, \hat{t}_i^{sym} - антисимметризованная \hat{t} -матрица NN -рассеяния, $\vec{q} = \vec{k} - \vec{k}'$.

Выход за рамки любого из указанных упрощений сложной много-частичной задачи представляет интересную проблему. Однако это находится за пределами нашего обсуждения.

Как показано в /46/, для ядра с изоспином и спином, равными нулю, имеем:

$$\langle \bar{k} | U^{(1)}(T_0) | \bar{k} \rangle = \sum_{LM} V_L(k', k; k_0) Y_{LM}(\hat{k}') Y_{LM}^*(\hat{k}); \quad (3.10)$$

$$V_L(k', k; k_0) = \sum_{l, l', l'' \leq l} d_{ll'}(l' 0 l 0 | l'' 0)^2 f_l(\chi', \chi; \chi_0) F_{ll}(k', k); \quad (3.11)$$

$$f_l(\chi', \chi; \chi_0) = \frac{J}{64\pi} \left(1 - \frac{T_0}{2m}\right) \sum_{STJ} (2J+1)(2T+1) [1 - (-1)^{L+T+S}] t_{ll}^{TSJ}(\chi', \chi; \chi_0),$$

где t_{ll}^{STJ} - элемент t -матрицы (вообще говоря, вне энергетической оболочки) в $lTSJ$ -представлении (ср. (2.33)), χ' , χ и χ_0 - импульсы нуклонов в их с.ц.м., величины $F_{ll}(k', k)$ являются коэффициентами разложения упругого $\Phi\Phi$ ядра по парциальным волнам (см. /46/).

Коэффициенты $d_{ll'}$ появились в результате преобразования углов:

$$\frac{\hat{\chi}}{\chi} \frac{\hat{\chi}'}{\chi'} = \frac{\chi^2 + \chi'^2 - k^2 - k'^2}{2\chi\chi'} + \frac{k k'}{\chi\chi'} \frac{\hat{k} \hat{k}'}{k k'};$$

$$P_l(\frac{\hat{\chi}}{\chi} \frac{\hat{\chi}'}{\chi'}) = \sum_{l'' \leq l} d_{ll''} P_{l''}(\frac{\hat{k} \hat{k}'}{k k'}).$$

Завершая эту преамбулу к последующим расчетам, отметим, что после подстановки (3.3) матричный элемент тока разбивается на две части:

$$j_{if} = j_{if}^{dir} + j_{if}^{rec}; \quad (3.12)$$

$$j_{if}^{dir} = \sqrt{J} \langle \psi_{\hbar p}^{(-)}(1) | \langle \psi_{J-1}^f(2 \dots J) | j(1) | 0 \rangle; \quad (3.13)$$

$$j_{if}^{rec} = \sqrt{J} (J-1) \langle \psi_{\hbar p}^{(-)}(1) | \langle \psi_{J-1}^f(2 \dots J) | j(2) | 0 \rangle, \quad (3.14)$$

где j_{if}^{dir} (j_{if}^{rec}) представляет вклад так называемого прямого механизма реакции (механизма отдачи).

Исследования показывают, что прямой механизм доминирует в области КСП при небольших значениях импульса-отдачи $q_R = |\vec{q} - \vec{k}_p| \ll q$. Однако вдали от КСП при значительных отклонениях \vec{k}_p от \vec{q} роль механизма быстро возрастает (ср. /47/). Это замечание представляет интерес при изучении e/p -совпадений в кумулятивной области, т.е. при углах вылета протонов $\theta_p > 90^\circ$, где кинематически запрещена реакция $eN \rightarrow e'N'$ на свободном покоящемся нуклоне.

3.2. Эффекты нелокальности нуклон-ядерного ОП. Средние числа заполнения дырочных состояний

Из формул (3.10) - (3.11), определяющих комплексный нелокальный потенциал, зависящий от энергии, можно получить приближение "рассеяния вперед" (ПРВ) и широко используемое приближение локального ОП. Первое вытекает из (3.11), если в ней заменить $d_{ll'}$ на $\delta_{ll'}$ и $(l_0 l_0 / l'' 0)$ на $\delta_{ll''}$, а второе, если наряду с такими заменами пренебречь *off-shell* зависимостью t -матрицы, т.е. положить $f_l(\lambda', \lambda; \lambda_0) = f_l(\lambda_0, \lambda_0; \lambda_0) = f_l(\lambda_0)$. Тогда локальный потенциал в координатном представлении имеет вид:

$$V(\vec{r}, T_0) = (2\pi)^3 \sum_l f_l(\lambda_0) \rho(\vec{r}), \quad (3.15)$$

где $\rho(\vec{r})$ - плотность пространственного распределения нуклонов в ядре.

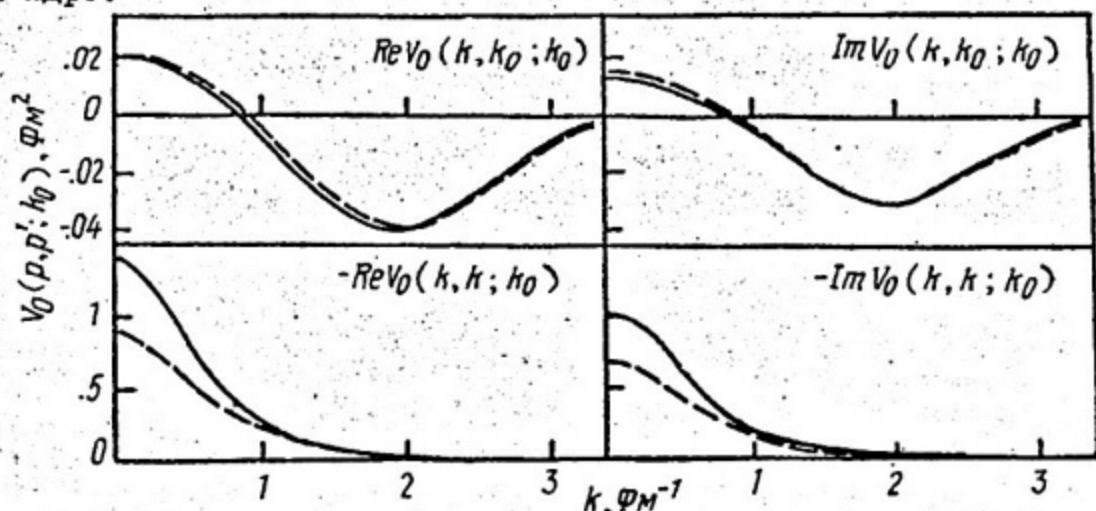


Рис.10. ОП для рассеяния нуклона в S -состоянии ($l = 0$) с энергией $T_0 = 100$ МэВ на ядре ^{12}C . Кривые рассчитаны: сплошные (пунктирные) - нелокальным потенциалом (3.10) (локальным потенциалом (3.15))

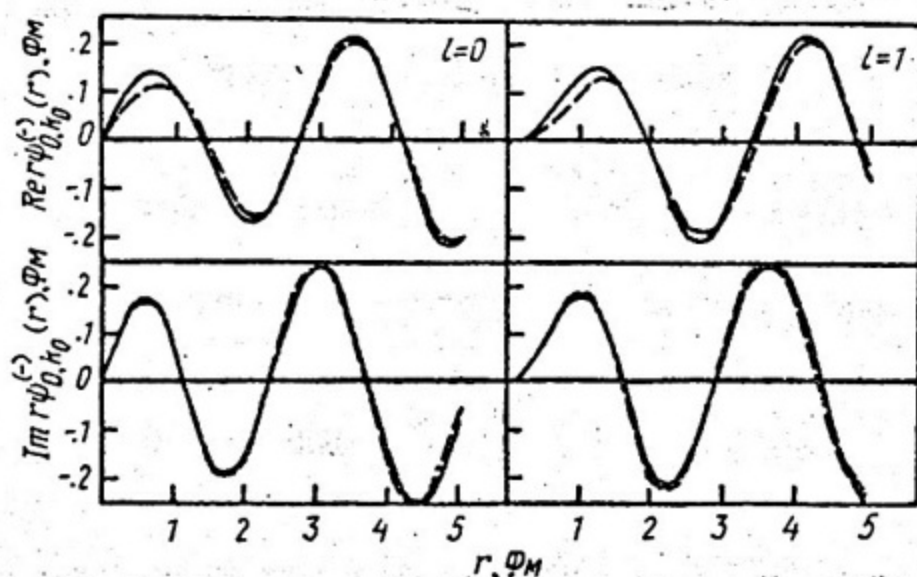


Рис. II. В) рассеяния нуклона нелокальным (сплошные) и локальным (пунктирные) потенциалами ($T_0 = 100$ МэВ)

Результаты вычислений /46/ с потенциалом (3.10) и в указанных приближениях показаны на рис.10, II. Изображенные на рис. II волновые функции имеют асимптотику:

$$\psi_{L, k_0}^{(-)}(r) \sim i^L e^{-i\delta_L^*} \sin(k_0 r - \frac{L\pi}{2} + \delta_L^*) / kr. \quad (3.16)$$

Они были вычислены с помощью метода обращения матрицы (см. приложение А).

Значения реальной части фазы рассеяния δ_L и коэффициента поглощения $\eta_L = \exp(-2\text{Im} \delta_L^*)$ для нескольких первых значений орбитального момента приведены в таблице.

Значения фаз нуклон-ядерного рассеяния при $T_0 = 100$ МэВ (ядро ^{12}C)

l	Локальный ОП (3.15)		Нелокальный ОП (3.10)	
	$\text{Re} \delta_L$, рад	η_L	$\text{Re} \delta_L$, рад	η_L
0	1,116	0,218	0,959	0,267
1	1,104	0,221	0,927	0,295
2	1,034	0,234	0,849	0,316
3	0,888	0,257	0,727	0,352
4	0,614	0,316	0,546	0,413
5	0,335	0,496	0,343	0,540

В качестве *off-shell* t -матрицы NN -рассеяния в наших расчетах была использована сепарабельная t -матрица в модели /9/ (был учтен вклад NN -состояний с $l \leq 4$).

Как видно из рис. II, учет нелокальности ОП приводит к некоторому увеличению вероятности нахождения частицы в области действия потенциала (точнее, в части этой области вблизи $\vec{r} = 0$ с размерами порядка радиуса NN -взаимодействия). Заметим, что такое увеличение не противоречит эффекту Перри (см., например /48/). В самом деле, при рассмотрении происхождения этого эффекта сравнивают поведение B^p для нелокального и фазово-эквивалентного потенциалов. Но из таблицы видно, что рассматриваемые здесь локальный и нелокальный ОП не являются фазово-эквивалентными.

В целом, как показывает более детальный анализ /36, 46/, эффекты нелокальности при $100 \text{ МэВ} \leq T_0 \leq 300 \text{ МэВ}$ невелики. Вклад малых расстояний оказывается подавлен за счет поглощения нуклонной волны в ядерном веществе.

Сохраняя только первый член в (3.12), получаем импульсное приближение с искаженными волнами ($DWIA$). В $DWIA$ S могут быть выражены через спектральную функцию /49/:

$$S(\vec{p}, \vec{p}'; E_M) = \langle 0 | a_{\vec{p}'}^{\dagger} \delta(H_H - E_M) a_{\vec{p}} | 0 \rangle, \quad (3.17)$$

где $a_{\vec{p}}^{\dagger}$ ($a_{\vec{p}}$) — оператор рождения (уничтожения) нуклона с импульсом \vec{p} . Диагональный элемент $S(\vec{p}; E_M) = S(\vec{p}, \vec{p}; E_M)$ определяет вероятность удаления из ядра-мишени протона с импульсом \vec{p} при условии, что ядро-остаток имеет энергию E_M (*missing energy*).

Методы расчета (3.17) обсуждаются в /38/. В одночастичной оболочечной модели, когда вектор $|0\rangle$ представляет собой детерминант Слэтера, составленный из орбиталей $|u_j\rangle$, имеем:

$$S(\vec{p}, \vec{p}'; E_M) = \sum_{\lambda \in F} S_{\lambda\lambda}(E_M) u_{\lambda}(\vec{p}) u_{\lambda}^*(\vec{p}'). \quad (3.18)$$

Средние числа заполнения, по определению, равны:

$$N_{\lambda} = \langle 0 | a_{\lambda}^{\dagger} a_{\lambda} | 0 \rangle = \int S_{\lambda\lambda}(E) dE. \quad (3.19)$$

При исследовании угловых распределений протонов в реакциях $^{12}\text{C}(e, e'p)$ и $^{16}\text{O}(e, e'p)$ для условий Сакле /40, 41/, мы использовали соотношения (3.18) и (3.19). Тогда $d^2\sigma$ -сечение

ϵ_p -совпадений выражается в терминах искаженных импульсных распределений нуклонов в различных оболочках ядра /44/:

$$\epsilon_j(\vec{q}, \vec{k}_p) = (2l_j + 1)^{-1} \sum_{m_j} |\varphi_{m_j}^j(\vec{q}, \vec{k}_p)|^2; \quad (3.20)$$

$$\varphi_{m_j}^j(\vec{q}, \vec{k}_p) = (2\pi)^{-3/2} \int \psi_{\vec{k}_p}^{(-)*}(\vec{r}) e^{i\vec{q}\vec{r}} u_j(r) Y_{l_j m_j}(\vec{n}) d\vec{r}, \quad (3.21)$$

где набор квантовых чисел $\lambda = \{l_j, j_j, l_j\}$ описывает *s.p.* состояние с энергией ϵ_j , главным квантовым числом n_j , полным j_j и орбитальным l_j угловыми моментами, $u_j(r)$ - радиальная Ψ в этом состоянии.

Распределения (3.20) были рассчитаны с ОП (3.15), в котором

$$\rho(\vec{r}) = \sum_{\lambda \in F} u_\lambda^2(r), \quad (3.22)$$

и с потенциалом Глассгольда-Келлога (ГК) /50/:

$$U(\vec{r}, T_0) = \frac{U(T_0) + iW(T_0)}{1 + \exp \frac{r-R}{a}}. \quad (3.23)$$

При вычислении интегралов перекрытия (3.21) и плотности (3.22) были использованы два набора *s.p.* орбиталей:

орбитали Элтона-Свиджта (ЭС) /51/ - численные решения уравнения Шредингера для потенциала Вудса-Саксона (ВС) с параметрами, различными для протонов и нейтронов;

Хартри-Фокские (ХФ) Ψ /52/ для сил Скирма /53/.

Парциальные волны $\psi_{k_p, l}^{(-)}$ были вычислены с помощью двух численных методов: метода фазовых функций (подробности в /42/) и метода обращения матрицы. Учет вкладов волн с орбитальными моментами, не превосходящими $l_{max} = 20$, оказался достаточным для получения сходимости результатов.

При обсуждении наших результатов на рис. 12, 13, а, б отметим, что в условиях эксперимента /40/ $T_0 = 87$ МэВ и для потенциала Ватсона (ГК) $V(0, T_0) = -50,8 - i 34,2$ (-24,5 - i 9,8) МэВ. Кроме того, радиальные зависимости соответствующих величин $V(r; T_0) /$

$V(0; T_0)$ заметно отличаются друг от друга (см. /42/). Это связано, прежде всего, с различиями *г.т.с.* радиусов: в то время как этот радиус для потенциала (3.15) в случае ядра ^{12}C равен 2,45 фм, для (3.23) он определяется соотношением:

$$\langle r^2 \rangle = \frac{1}{5} a^2 (7\pi^2 + 3R_0^2 / a^2).$$

При значениях $R_0 = 2,82$ фм, $a = 0,53$ фм из этой формулы получаем $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 2,94$ фм. При наличии указанных различий интерес-

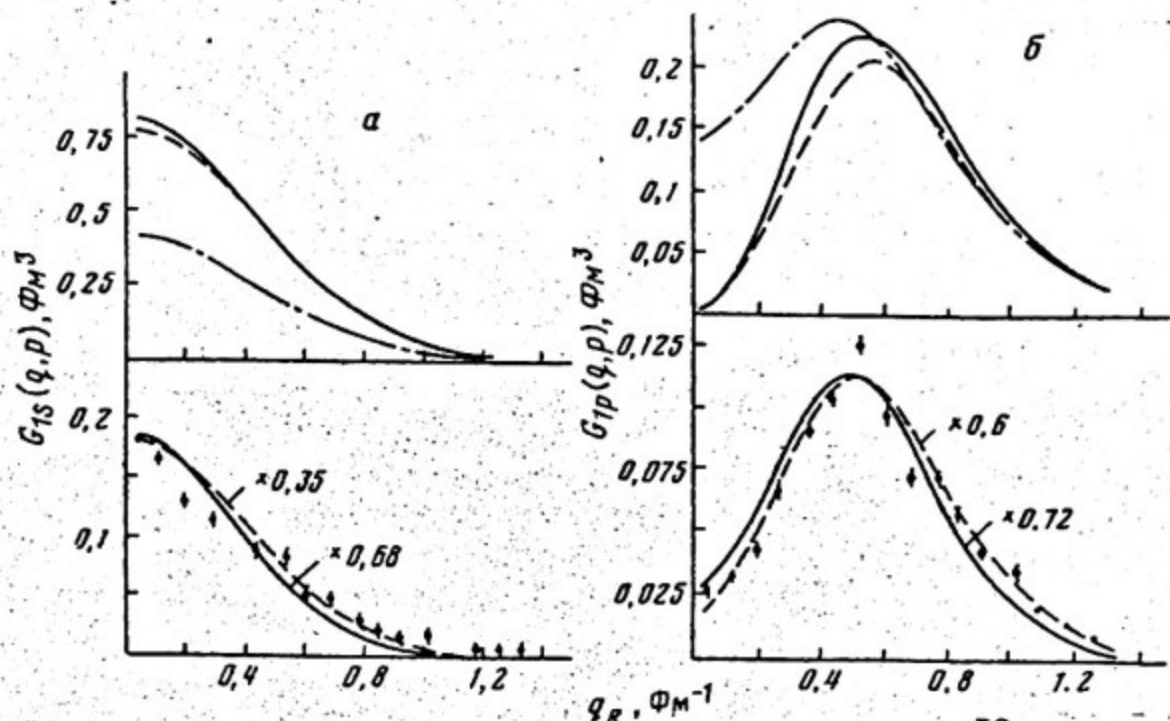


Рис. 12. Импульсные распределения протонов в ядре ^{12}C :

а — $1s$ — оболочка; б — $1p$ — оболочка. Кривые рассчитаны: штрих-пунктирные — с учетом ВКС в потенциале (3.23) ($W = 0$) с параметрами $|5I|$, сплошные (пунктирные) на верхней части — в PWIA для ЭС орбиталей (осцилляторной модели), на нижней части — в потенциале Ватсона (3.15) (потенциале ГК). Точки взяты из /40/

но сравнить значения параметра "мощности" потенциалов $\alpha = \pi V(0; T_0) \langle r^2 \rangle$. Находим: $\alpha_W = -7,36 - i 4,96$, $\alpha_{ГК} = -5,11 - i 2,04$ при $T_0 = 87$ МэВ.

Как видно на рис. 12, рассчитанные распределения по форме близки к экспериментальным. Чтобы показать это более отчетливо, расчетные значения умножались на факторы подавления. Сравнение этих факторов показывает, что максимальное значение $G_1(\bar{q}, \bar{q})$ для потенциала ГК превышает соответствующее значение для потенциала Ватсона. Например, имеем:

$$G_{ГК}(\bar{q}, \bar{q}) / G_W(\bar{q}, \bar{q}) \approx 2 \quad \text{для } 1s\text{-оболочки.}$$

Следовательно, в анализах $e p$ — совпадений использование потенциала Ватсона может существенно влиять на информацию о средних числах заполнения ядерных оболочек. Так, по нашим оценкам, такое число для $1s$ — оболочка ядра ^{12}C ближе к двум, чем к единице (значению, полученному в /40/).

Таким образом, в наших DWIA — расчетах достигнуто лучшее согласие с данными Сакле об абсолютных значениях сечений реакции $^{12}\text{C}(e, e'p)$, чем в феноменологическом анализе /40/.

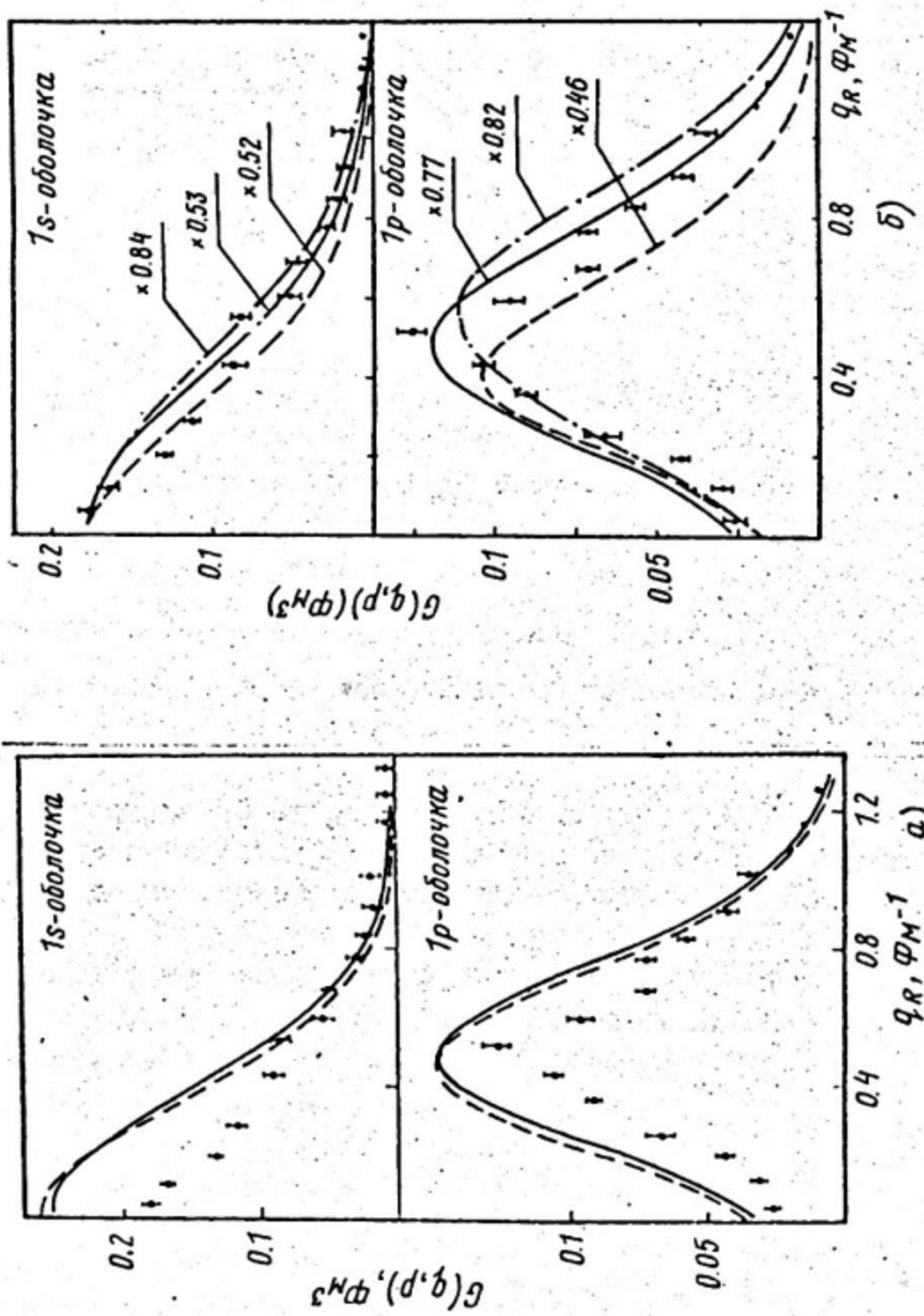


Рис. 13. Импульсные распределения протонов в ядре ^{12}C : а - кривые вычислены для ОП (3.15) с XФ орбиталей и $\rho_{\text{XФ}}(r)$ (сплошные); с ЭС орбиталей и $\rho_{\text{ЭС}}(r)$ (штриховые); б - с XФ орбиталей /52/ (сплошные); с XФ орбиталей /53/ (пунктирные и штрихпунктирные). Кривые представлены с соответствующими *reduction* факторами

3.3. Вычисления с ХФ орбиталями.
Эффекты ВКС при зондировании высокоимпульсных
компонент ядерных ВФ

Рис. I3-I5 демонстрируют чувствительность импульсных распределений к структурным эффектам. Как показано на рис. I4, $PWIA$ распределения, вычисленные с ЭС и ХФ ВФ, довольно близки при $q_R \ll p_F = 250$ МэВ/с. При больших значениях импульса отдачи они могут качественно отличаться друг от друга (например, ХФ распределение для $1s$ -оболочки имеет более тонкую структуру).

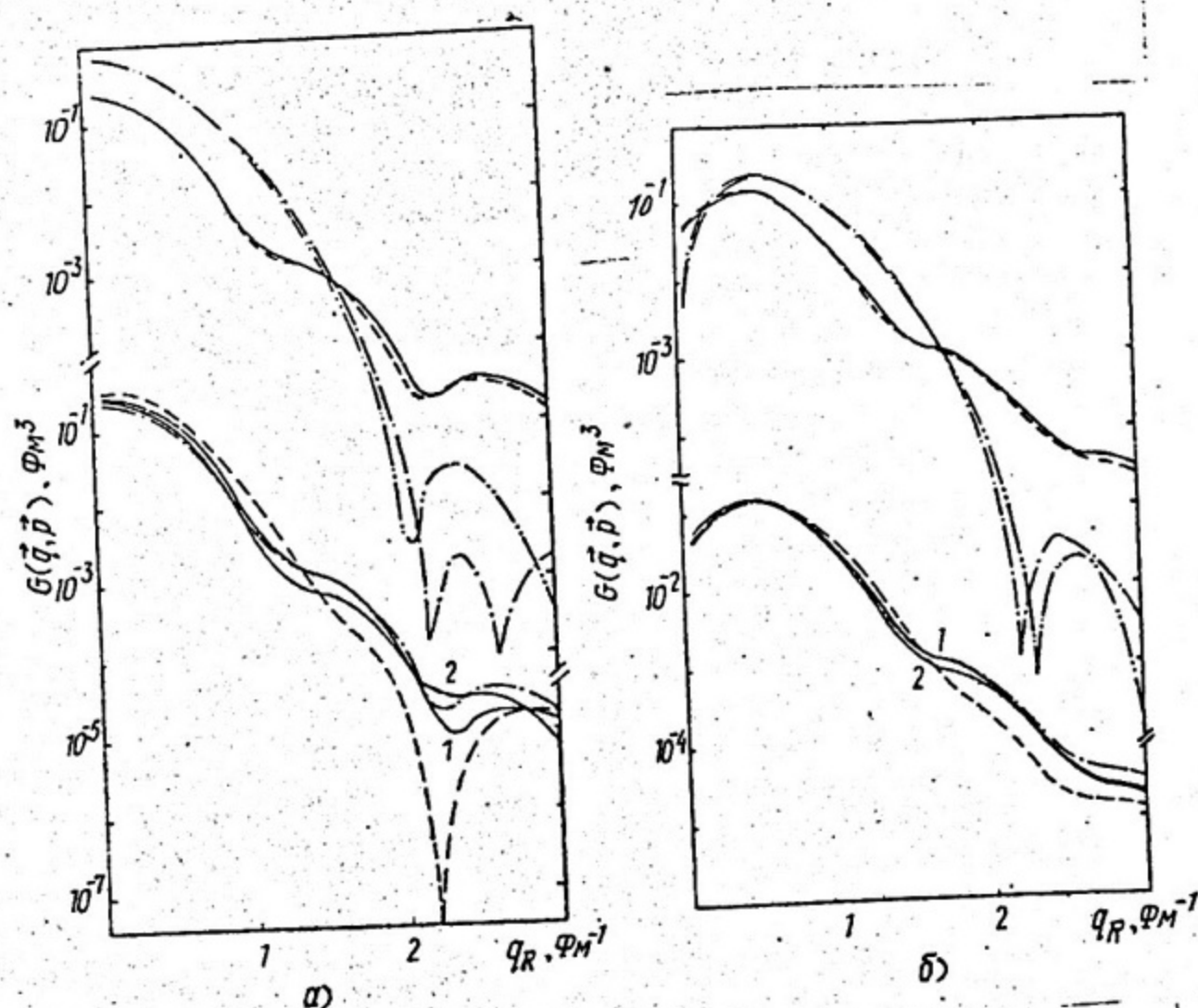


Рис. I4. Зависимость импульсных распределений протонов в ядре ^{12}C от выбора связанных состояний и состояний рассеяния: а - $1s$ -оболочка; б - $1p$ -оболочка. Верхние кривые $---$ ($---$) и $---$ ($---$) представляют $PWIA$ ($DWIA$ для ОП (3.15) с $\rho_{VCS}(r)$) вычисления с ХФ /52/ и ЭС орбиталями соответственно. Остальные пояснения можно найти в /44/

Далее, ВКС эффекты проявляются, с одной стороны, в заметном подавлении $PWIA$ распределений при умеренных значениях q_R и существенных искажениях их высокоимпульсных компонент. В самом деле, при $q_R > 250$ МэВ/с дифракционные картины в $PWIA$ распределениях почти полностью размываются за счет ВКС: минимумы заполняются, максимумы сглаживаются.

Ясно, что такие изменения не могут быть описаны введением так называемых факторов подавления.

Различия между $PWIA$ предсказаниями с ЭС и X^2 орбиталиями в значительной мере нивелируются ВКС эффектами, которые усиливают примерно на два порядка хвосты распределений. Последнее наблюдение, на наш взгляд, является важным, поскольку КДК эффекты могут быть замаскированы столь сильными ВКС искажениями. В самом деле, включение КДК в ВЭ ядра, как правило, приводит к обогащению импульсных распределений нуклонов высокоимпульсными компонентами. Однако, в силу сказанного, это усиление может иметь другое происхождение.

Сравнительно медленный спад $DWIA$ распределений при $q_R > 300$ МэВ/с благоприятствует проведению измерений в этой кинематической области. Такие измерения находятся на повестке дня в связи с сооружением ускорителей электронов непрерывного действия.

Изучение ВКС эффектов в специальных условиях эксперимента /41/, перпендикулярной и параллельной кинематиках, сделано в /44/.

4. ВКС В ИНКЛЮЗИВНЫХ ПРОЦЕССАХ НА СЛОЖНЫХ ЯДРАХ

Излагаемый ниже подход был предложен /54, 55/ для описания инклюзивного фоторождения пионов на ядрах в районе (3.3) - резонанса. И хотя здесь демонстрируются возможности этого подхода при объяснении свойств энергетических спектров электронов, рассеянных в квазисвободной области (широкий бамп на рис.15), кажется, что некоторые идеи могут быть полезными при изучении других процессов, инклюзивных по ядерным состояниям (например, $(e, e'\pi)$, (π, π') , $e'tc$).

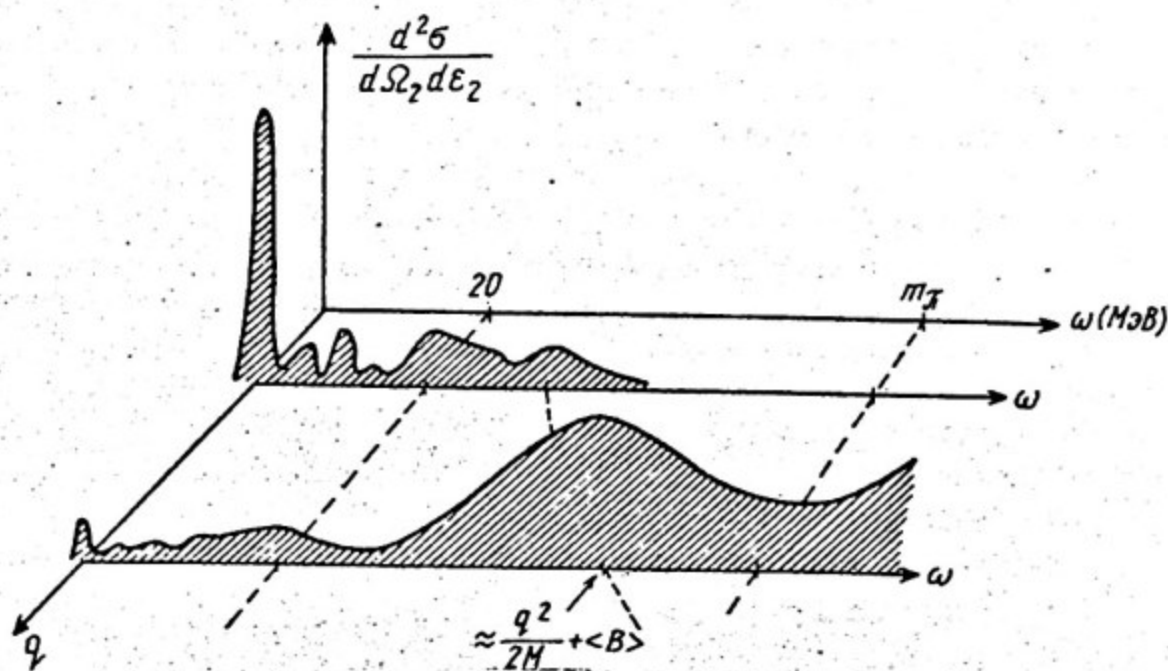


Рис.15. Зависимость дважды дифференциального сечения (e, e') -реакции от переданной энергии при различных значениях переданного импульса

4.1. Вычисления динамического фактора ядра в одночастичной модели оболочек.

Соотношение между сечениями (e, e') - и $(e, e'N)$ -реакций

Можно показать /56/, что при выполнении условий квазисвободного рассеяния /17, с.648/:

$$q \gg \sqrt{2m \langle K \rangle}, \quad q \gg \sqrt{2m \langle U \rangle}, \quad (4.1)$$

где $\langle K \rangle, \langle U \rangle$ - средняя кинетическая (потенциальная) энергия, приходящаяся на один нуклон в ядре, $d^2\sigma^T$ - сечение (e, e') -реакции на ядре может быть выражено через его динамический $\mathcal{Q}\mathcal{Q}$ (точнее, диагональную часть этого $\mathcal{Q}\mathcal{Q}$):

$$S_d(\vec{q}, \omega) = \sum_{\alpha=1}^J \langle 0 | e^{-i\vec{q}\vec{r}_\alpha} \delta(H_J - \omega - E_0) e^{i\vec{q}\vec{r}_\alpha} | 0 \rangle. \quad (4.2)$$

В рассматриваемой модели ядерного гамильтониана:

$$H_J = \sum_{\alpha=1}^J h_\alpha = \sum_{\alpha} (K_\alpha + U_\alpha), \quad (4.3)$$

где $H_\alpha (U_\alpha)$ – оператор кинетической (потенциальной) энергии в пространстве состояний нуклона α , среднее (4.2) * можно записать в терминах "искаженных" импульсных распределений нуклонов в отдельных оболочках (ср. (3.2I)):

$$S_d(\vec{q}, \omega) = m \sum_{\lambda \in F} \rho_\lambda \int |\langle \psi_{\rho_\lambda}^{(-)} | \exp(i\vec{q}\vec{r}) | \lambda \rangle|^2 d\vec{r}, \quad (4.4)$$

где искаженная волна $|\psi_{\rho_\lambda}^{(-)}\rangle$ описывает ВКС нуклона с импульсом $\vec{p}_\lambda = \rho_\lambda \vec{p}$ ($\rho_\lambda = \sqrt{2m(\omega - \epsilon_\lambda)}$), выбитого из λ -оболочки, интегрирование проводится по направлениям этого импульса. Подчеркнем, что в отличие от (3.2I) ВР непрерывного спектра $\psi_{\rho_\lambda}^{(-)}(\vec{r})$ вычисляется в том же среднем поле, что и орбитали $u_\lambda(\vec{r})$ связанных состояний.

Результат (4.4) нетрудно получить, воспользовавшись интегральным представлением

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(ix\tau) d\tau, \quad (4.5)$$

с помощью которого находим:

$$\begin{aligned} S_d(\vec{q}, \omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} \langle 0 | \sum_{\alpha} e^{-i\vec{q}\vec{r}_\alpha} e^{i\vec{q}\vec{r}_\alpha(\tau)} | 0 \rangle d\tau = \\ &= \sum_{\lambda \in F} \langle \lambda | e^{-i\vec{q}\vec{r}} \delta(\hbar - \omega - \epsilon_\lambda) e^{i\vec{q}\vec{r}} | \lambda \rangle. \end{aligned} \quad (4.6)$$

При выводе был введен оператор траектории нуклона с номером α :

$$\vec{r}_\alpha(\tau) = e^{i\hbar\alpha\tau} \vec{r}_\alpha e^{-i\hbar\alpha\tau}. \quad (4.7)$$

После разложения по парциальным волнам имеем:

$$S_d(\vec{q}, \omega) = 2m \sum_{\substack{\lambda' L \lambda \\ \lambda \in F}} (\lambda' + 1)(\lambda + 1) (L_0 L_0 / L_0)^2 \rho_\lambda |I_{\lambda' L L}(q)|^2; \quad (4.8)$$

$$I_{\lambda' L L}(q) = \langle \psi_{\rho_\lambda}^{(-)} | j_L(qr) | u_\lambda \rangle. \quad (4.9)$$

* Следуя /17/ (с.643) в (3.25) вместо $g.s. | \psi_\lambda \rangle \in E_0$ стоит волновой пакет $|0\rangle$, представляющий собой суперпозицию собственных векторов, принадлежащих различным собственным значениям $\rho_\lambda \approx 0$ оператора импульса ядра. Ширина пакета устремляется к нулю в конце вычислений.

При вычислении функций рассеяния методом обращения матрицы задача сводится к радиальным интегралам перекрытия:

$$I_{LL}^{(\lambda)}(p, q) = \int_0^{\infty} j_L(pr) j_L(qr) u_{\lambda}(r) r^2 dr. \quad (4.10)$$

В приложении В указан аналитический способ расчета таких интегралов для орбиталей u_{λ}^{HO} осцилляторной модели оболочек (полиномов Лаггера). С одной стороны, обращение к этой модели, которая хорошо работает для легких ядер, представляет самостоятельный интерес, и, с другой стороны, орбитали для ямы конечной глубины могут быть хорошо аппроксимированы внутри ядра линейными комбинациями u_{λ}^{HO} (ср. обсуждение в /56/).

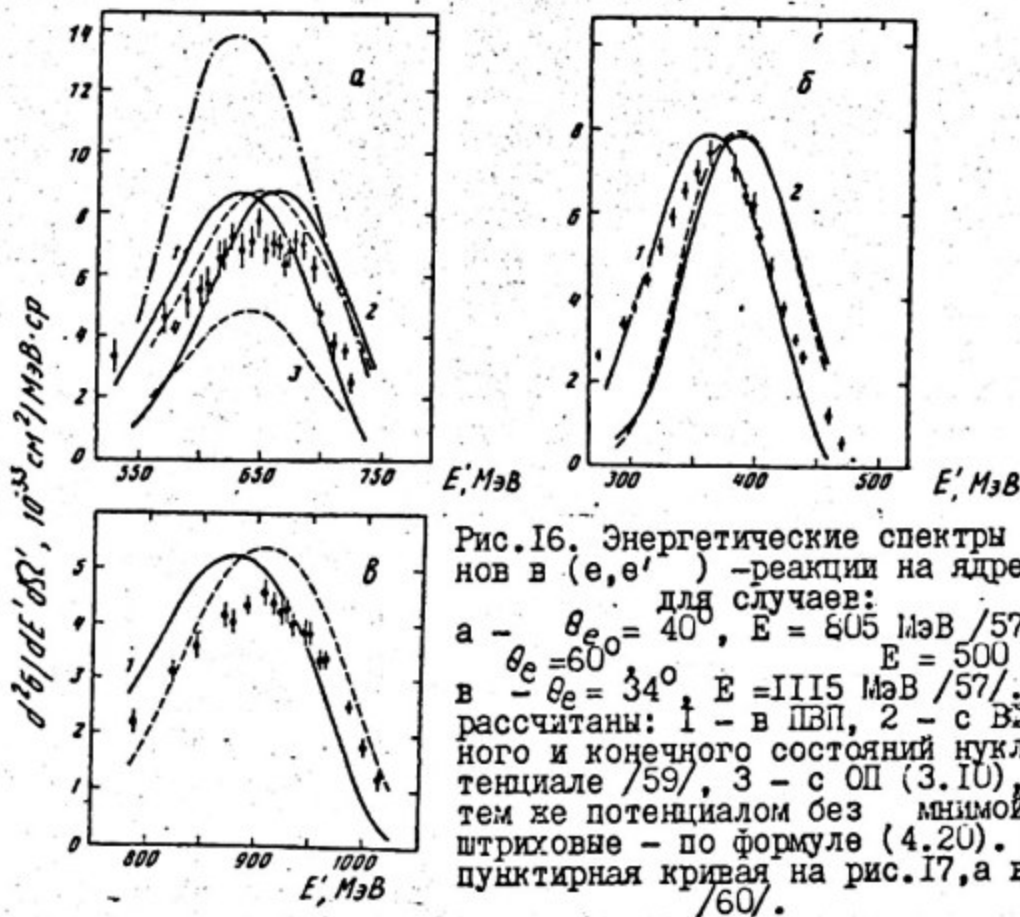


Рис. 16. Энергетические спектры электронов в (e, e') -реакции на ядре ^{12}C для случаев:
 а - $\theta_{e0} = 40^\circ$, $E = 805$ МэВ /57/; б - $\theta_{e0} = 60^\circ$, $E = 500$ МэВ /58/;
 в - $\theta_{e0} = 34^\circ$, $E = 1115$ МэВ /57/. Кривые рассчитаны: 1 - в ПВП, 2 - с ВД начального и конечного состояний нуклона в потенциале /59/, 3 - с ОП (3.10), 4 - с тем же потенциалом без мнимой части, штриховые - по формуле (4.20). Штрих-пунктирная кривая на рис. 17, а взята из /60/.

Результаты из /56/ для ^{12}C со средним полем ВС показаны на рис. 16. Как видно из рис. 16, а, б, учет искажений нуклонной волны в потенциале Вудса - Саксона (кривые 2) приводит к сдвигу КСП относительно его положения в ПВП (кривые 1) в сторону меньших ω без заметного изменения формы и высоты пика. Этот резуль-

тат согласуется с выводами многих авторов (см. /36/, /56/), где указаны соответствующие ссылки). Однако имеется существенное расхождение наших результатов с полученными в /60/ (см. обсуждение в /56/).

В силу этого наши расчеты /56/ не позволяют сделать выводы, которые были получены в /60/ (см. также /61/), где $d^2\sigma$ -сечения (e, e)-реакции вычисляются путем интегрирования по импульсу выбитого нуклона $d^3\sigma$ -сечения ($e, e'N$)-реакции. В частности, согласно рис. 16, а (кривая 3) вклад последней в инклюзивные сечения далеко не исчерпывает силу переходов, составляя 60 % в максимуме КСП. Такая ситуация является типичной. К такому же результату пришли авторы работы /62/, хотя ОП там был построен на основе эмпирических соображений, и его структура отличается от потенциала Ватсона.

Что касается роли ортогональности начального и конечного ядерных состояний, то как видно на рис. 16, а, б, в квазисвободной области включение искажений вещественным потенциалом сводится к смещению спектров электронов. Величина смещения пропорциональна глубине потенциала.

4.2. Временной формализм. Квантовый аналог классической траектории нуклона в поле ядерных сил.

Режим Y -скейлинга в квазисвободном рассеянии электронов на ядрах

В более реалистических моделях при вычислении среднего (4.2) от существенно многочастичного оператора можно применить, по меньшей мере, два подхода. Один из них состоит в замене:

$$\delta(N_f - \omega - E_0) \rightarrow \sum_f |f\rangle \delta(E_f - E_0 - \omega) \langle f|,$$

где штрих у знака суммы означает суммирование по конечным состояниям, которые, по предположению, вносят главный вклад в $d^2\sigma$ -сечение. При таком подходе приходится решать задачу ВКС для каждого выделенного канала (с одним, двумя и более нуклонами в континууме), и во всяком случае исходная проблема не становится проще.

Другой путь, который был предложен в наших работах /54/, /55/ (см. также /64/), позволяет рассматривать ВКС проблему для инклюзивного процесса, изучая свойства временной корреляционной функции $S_T(\vec{q}, \tau)$:

$$S_d(\vec{q}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} S_d(\vec{q}, \tau) d\tau; \quad (4.11)$$

$$S_d(\vec{q}, \tau) = \langle 0 | \sum_{\alpha} e^{-i\vec{q}\vec{r}_{\alpha}} e^{i(H_d - E_0)\tau} e^{i\vec{q}\vec{r}_{\alpha}} | 0 \rangle = \\ = \langle 0 | \sum_{\alpha} e^{-i\vec{q}\vec{r}_{\alpha}(0)} e^{i\vec{q}\vec{r}_{\alpha}(\tau)} | 0 \rangle, \quad (4.12)$$

где введен гейзенберговский оператор

$$\vec{r}_{\alpha}(\tau) = e^{-iH_d\tau} \vec{r}_{\alpha} e^{iH_d\tau}. \quad (4.13)$$

В соответствии с (4.12) эта функция является мерой корреляций между изменениями в состоянии какого-либо нуклона в момент времени $\tau = 0$ и в момент τ под действием внешнего возмущения. По-видимому, физический смысл информации, которую несет $S_d(\vec{q}, \tau)$, может быть выражен более точно, если для каждого момента времени τ ввести вектор:

$$|\Psi(\tau)\rangle = e^{-iH_d\tau} e^{i\vec{q}\vec{r}_{\alpha}} |0\rangle.$$

Тогда

$$S_d(\vec{q}, \tau) = \mathcal{N} e^{-iE_0\tau} \langle \Psi(\tau) | \Psi(0) \rangle, \quad (4.14)$$

т.е. определяется интегралом перекрытия между вектором "возмущенного" состояния $|\Psi(0)\rangle$ и вектором $|\Psi(\tau)\rangle$, который развивается из $|\Psi(0)\rangle$ по закону:

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(\tau)\rangle = H_d |\Psi(\tau)\rangle.$$

Выполняя последовательные коммутации \vec{r}_{α} с H_d , можно написать:

$$\vec{r}_{\alpha}(\tau) = \vec{r}_{\alpha} + \frac{\vec{p}_{\alpha}}{m} \tau + i \frac{\tau^2}{2m} [\vec{p}_{\alpha}, U_{\alpha}^{\text{эфф}}] + \dots, \quad (4.15)$$

где $U_{\alpha}^{\text{эфф}}$ — эффективный потенциал, действующий в ядре на нуклон α . Для гамильтониана с двухчастичным взаимодействием

$$H_d = \sum_{\alpha} K(\vec{p}_{\alpha}) + \sum_{\alpha < \beta} V(\alpha, \beta) \quad (4.16)$$

имеем:

$$U_{\alpha}^{\text{эфф}} = \sum_{\alpha \neq \beta} V(\alpha, \beta).$$

С точки зрения классической механики коммутатор $\pi^{-1} [i\vec{p}, U^{\text{эфф}}]$ можно рассматривать как ускорение, которое приобретает нуклон, движущийся в поле сил с потенциалом $U^{\text{эфф}}$. Вклад этого коммутатора и коммутаторов более высокого порядка в (4.15) становится заметным в той пространственной области, где поле ядерных сил является существенно неоднородным, т.е. в поверхностном слое ядра. Толщина поверхностного слоя для не слишком легкого ядра мала по сравнению с его радиусом R . Если теперь учесть, что основной вклад в среднее (4.12) вносит центральная область с размерами порядка R , то при достаточно малом "времени взаимодействия" можно положить:

$$\vec{r}_\alpha(\tau) = \vec{r}_\alpha + \frac{\vec{p}_\alpha}{m} \tau \quad (4.17)$$

Как мы увидим, корреляционная функция сосредоточена в интервале $\beta^{-1} = 2m(p_0 q)^{-1}$ вблизи $\tau = 0$, где параметр p_0 — величина порядка $\hbar \cdot m \cdot s$ импульса ядерных нуклонов. В этом интервале

$$\begin{aligned} \frac{\tau^2}{2m} | [i\vec{q} \vec{p}_\alpha, U^{\text{эфф}}] | &= \frac{\tau^2}{2m} | \vec{q} \cdot \nabla U(\vec{r}) | \ll \\ &\ll \frac{2m(U_0)}{p_0 q} \left[4p_0 d \text{ch}^2 \frac{r-R}{2d} \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (4.18)$$

когда скоро $U^{\text{эфф}} = U(r) = U_0 \left[1 + \exp \frac{r-R}{d} \right]^{-1}$.

Следовательно, при обычных значениях ядерных параметров ($p_0 \ll \hbar \cdot m \cdot s$, $R = (2-5) \text{ фм}$, $d \approx 0,5 \text{ фм}$, $|U_0| \approx 50 \text{ МэВ}$) соответствующая поправка к фазе экспоненты в (4.12), во-первых, локализована вблизи границы ядра, и, во-вторых, при выполнении условий (4.1) является относительно малой (например, по сравнению с фазовым сдвигом $|iqr| \approx qR$). Разумеется, эти рассуждения носят качественный характер. Количественная оценка справедливости приближения была дана в [36], [55], [56], [65], [66] (см. рис.16,б).

Итак, в основе рассматриваемого приближения лежит замена многочастичного оператора $\vec{r}(\tau)$ квантовым аналогом классической траектории в случае равномерного поступательного движения.

Подставляя (4.17) в (4.12), получаем:

$$S_d(\vec{q}, \tau) = A \langle 0 | e^{-i\vec{q} \vec{r}_1} e^{i\vec{q} \left(\vec{r}_1 + \frac{\vec{p}_1}{m} \tau \right)} | 0 \rangle \quad (4.19)$$

Алгебраическая техника для исследования этой величины показана в приложении С.

Из формулы (С.9) с учетом поправок на движение центра масс ядра /68/ имеем:

$$S_d(\bar{q}, \omega) = \frac{A}{2\sqrt{\pi} b_0} \left[1 - \frac{A-4}{3(A-1)} \left(1 - \frac{a^2}{2b_0^2} \right) \right] \exp\left(-\frac{a^2}{4b_0^2}\right), \quad (4.20)$$

$$a = \omega - \frac{q^2}{2m}, \quad b_0 = \sqrt{\frac{A-1}{A}} p_0 q / 2m.$$

Таким образом, в данном подходе динамический $\Phi\Phi$ имеет гауссовскую зависимость от переданной энергии типа $\exp(-y_0^2/\rho_0^2)$, где введена скейлинговая переменная

$$y_0 = \frac{\pi}{q} \left(\omega - \frac{q^2}{2m} \right). \quad (4.21)$$

Максимум такого распределения (КСП) находится при значении

$$\omega_{nonrel} = q^2/2m, \quad (4.22)$$

а его ширина и высота определяются параметром b_0 . Величину b_0^{-1} можно трактовать как время прохождения через ядро нуклона с импульсом q . При изменении q в интервале (1 ± 4) $\Phi\Phi^{-1}$ значения $b_0^{-1} \sim (4 \pm 1) \cdot 10^{-22}$ с, т.е. сравнимы с ядерным временем пролета τ_{nucl} (например, для ядра с радиусом $R = 4$ фм и скорости нуклонов $v = 10^9$ см/с, $\tau_{nucl} = R/v = 4 \cdot 10^{-22}$ с). Тем самым, сечение прямой реакции оказывается непосредственно связанным со временем ее протекания.

Результаты вычислений в приближении (4.20) и точного (численного) расчета в *S.p.* модели с потенциалом ВС близки друг к другу (ср. штриховую кривую и кривую 2, на рис.16,б) *.

Такая ситуация является типичной в квазисвободной области (рис.17). Для нас сопоставление расчетов на рис.17 представляет интерес также в связи с обсуждением (см./66/и ссылки там) явления Υ -скейлинга в квазисвободном рассеянии электронов на ядрах. Временной формализм дает альтернативный взгляд на происхождение двух версий (y_0 и y_1) этого скейлинга. В частности, из (С.3) следует, что

$$S_d(\bar{q}, \omega) = \int g(\rho) \delta\left(\omega - \frac{q^2}{2m} - \frac{\vec{p}\vec{q}}{m}\right) d\vec{p} \quad (4.23a)$$

* Параметр p_0 был вычислен по $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 2.45$ фм для этого потенциала.

или

$$S_d(\vec{q}, \omega) = \frac{2\pi m}{q} \int_0^{\infty} \rho(r) r dr, \quad (4.23в)$$

т.е. для любого заданного импульсного распределения нуклонов в ядре $\rho(r)$ получаем результат Веста (см. /66/).

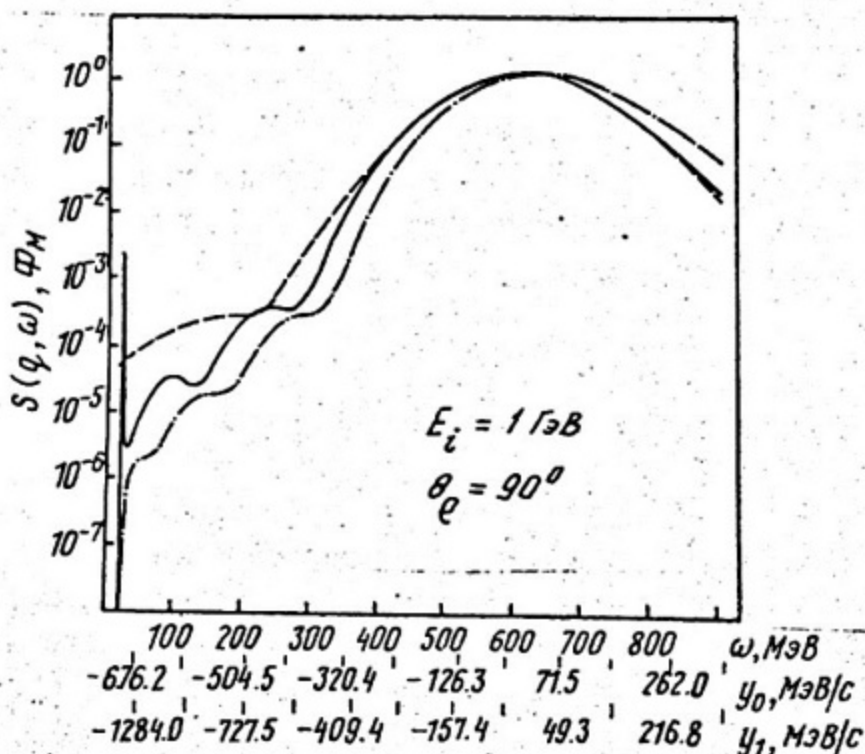


Рис.17. Динамический ФФ для ядра ${}^4\text{He}$. Сплошная кривая – результаты точного численного расчета, пунктирная (штрихпунктирная) кривая вычислена по формуле (4.23в) (по той же формуле с заменой y_0 на другую скейлинговую переменную y_1 , определение которой дано в /66/)

Однако, как отмечалось в /66/, в отличие от Веста, который полагал, что его результат справедлив в случае локального NN -взаимодействия, в нашем подходе режим Y -скейлинга возникает в приближении (4.17), т.е. пренебрегая пространственной неоднородностью поля ядерных сил.

Из рис.17 видно, что в области КСП y_0 -приближение согласуется с точным расчетом лучше, чем y_1 -приближение. Однако на левом крыле КСП последнее передает дифракционную картину, характерную для $\rho(r)$ в случае потенциала конечной глубины с достаточно резкой границей (рис.18).

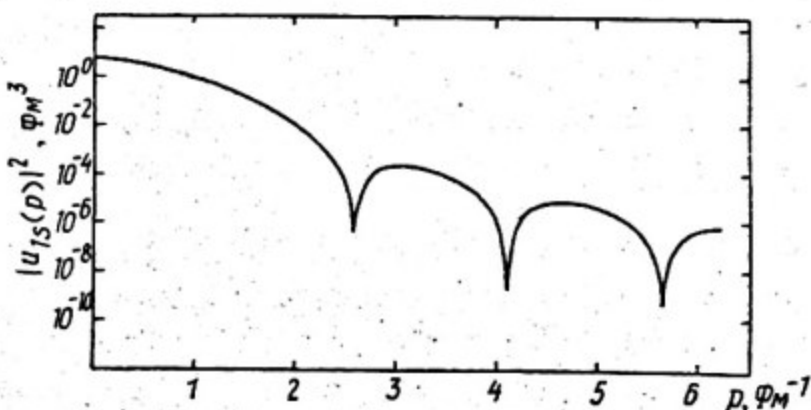


Рис. 18. Импульсное распределение нуклонов для ядра ${}^4\text{He}$ в *s.p.* модели с прямоугольной ямой

4.3. Учет нелокальных и обменных свойств NN -взаимодействия.

Приближение малых времен взаимодействия.

Разложение Грама-Шарлье для ядерных функций отклика

В /56/ изложенный подход получил дальнейшее развитие (ср./64/). Причиной послужило то, что замена (4.17) может быть оправдана, как мы видели, для среднего поля, существенно неоднородного только на границе ядра. Однако остаточное взаимодействие приводит к неоднородностям, распределенным по всему объему ядра. При вычислении среднего (4.12) возникает проблема учета таких неоднородностей поля ядерных сил.

В поисках ее решения мы сталкиваемся с трудностями расщепления экспонент типа $\exp(A + B)$ с некоммутирующими операторами A и B . Возможный путь изучения временной зависимости функции $S_d(\vec{q}, \tau)$ подсказывается представлением:

$$S_d(\vec{q}, \tau) = \mathcal{N} \langle 0 | \exp[i(H_{\vec{q}} - E_0)\tau] | 0 \rangle; \quad (4.24)$$

$$H_{\vec{q}} = e^{-i\vec{q}\vec{r}_1} H_{\vec{q}} e^{i\vec{q}\vec{r}_1}.$$

Если теперь в гамильтониане выделить остаточное взаимодействие:

$$H_{\vec{q}} = H_{s.p.} + V_{res} \quad (4.25)$$

и считать средний ядерный потенциал локальным, то

$$H_{\vec{q}} = H_{\vec{q}} + \frac{q^2}{2m} - \frac{\vec{p}_1 \vec{q}}{m} + e^{i\vec{q}\vec{r}_1} V_{res} e^{i\vec{q}\vec{r}_1} - V_{res}. \quad (4.26)$$

Из (4.26) видно, что, если V_{res} является нелокальным оператором ($[V_{res}, \vec{r}_j] \neq 0$), то можно ожидать, по меньшей мере, сдвига положения максимума КСП.

Подобные эффекты можно изучать, если, следуя /55/, написать:

$$S_d(\vec{q}, \tau) = \mathcal{N} \exp \{ \ln S(\tau) \}, \quad (4.27)$$

а затем разложить $\ln S(\tau)$ в степенной ряд по τ .

Таким способом мы получаем разложение штересующей нас величины по кумулянтам /64/. Опуская выкладки, укажем простой результат /55/, который получается, если в этом разложении ограничиться членами порядка τ^2 и пренебречь нелокальностью V_{res} :

$$S_d(\vec{q}, \tau) = \mathcal{N} \exp \left[i \frac{q^2}{2m} \tau - \frac{1}{6} \frac{\bar{p}^2 q^2}{m^2} \tau^2 \right], \quad (4.28)$$

где \bar{p}^2 — г. м. с. импульс нуклонов в ядре:

$$\bar{p}^2 = \langle 0 | \sum_{\alpha} p_{\alpha}^2 | 0 \rangle / \mathcal{N}. \quad (4.29)$$

Соотношение (4.28) составляет основу приближения малых времен взаимодействия для вычисления сечений инклюзивных процессов на ядрах.

Из (4.28) снова приходим к гауссовскому распределению:

$$S_d(\vec{q}, \omega) = \frac{\mathcal{N}}{2\sqrt{\pi}b} \exp \left[-\frac{a^2}{4b^2} \right]; \quad (4.30)$$

$$b^2 = \frac{2}{3} \bar{p}^2 q^2 / m^2.$$

Эффекты нелокальности NN -сил приводят к определенной перенормировке параметров a и b в этой формуле (см. (4.35)). Прежде чем указать систематический путь нахождения поправок k (4.30), напомним определения продольной S_L и поперечной S_T функций отклика ядра, через которые выражается $d^2\sigma$ -сечение (s, s')-реакции:

$$\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega'} = \bar{\sigma}_M f^2(q_\mu^2) \left[\frac{q_\mu^4}{q^4} S_L(\vec{q}, \omega) + \left(tq^2 \frac{2\theta}{2} - \frac{q_\mu^2}{2q^2} \right) S_T(\vec{q}, \omega) \right]. \quad (4.31)$$

По определению,

$$S_L(\vec{q}, \omega) = \langle 0 | \rho^{\dagger}(\vec{q}) \delta(\omega + E_0 - H_H) \rho(\vec{q}) | 0 \rangle; \quad (4.32a)$$

$$S_T(\vec{q}, \omega) = \langle 0 | \vec{j}_T^{\dagger}(\vec{q}) \delta(\omega + E_0 - H_H) \vec{j}_T(\vec{q}) | 0 \rangle, \quad (4.32b)$$

где $\rho(\vec{q})$ и $\vec{j}_T(\vec{q})$ - Фурье-компоненты оператора плотности э.м. тока ядра:

$$\vec{j}_T(\vec{q}) = \vec{j}(\vec{q}) - \vec{q}(\vec{q} \vec{j}(\vec{q})) / q^2.$$

Согласно /56, 69/ в приближении малых времен взаимодействия:

$$S_{L,T}(\vec{q}, \omega) = \pi_{L,T}^{(0)} \exp[-(\omega - a_{L,T})^2 / 4b_{L,T}^2] / 2\sqrt{\pi} b_{L,T}; \quad (4.33)$$

$$a_{L,T} = \pi_{L,T}^{(1)} / \pi_{L,T}^{(0)}, \quad b_{L,T}^2 = \frac{1}{2} [\pi_{L,T}^{(2)} / \pi_{L,T}^{(0)} - a_{L,T}^2]. \quad (4.34)$$

Входящие сюда первые моменты функций отклика определяются соотношениями:

$$\pi_{L,T}^{(k)} = \langle 0 | \rho^+(\vec{q}) (H - E_0)^k \rho(\vec{q}) | 0 \rangle; \quad (4.35)$$

$$\pi_{L,T}^{(k)} = \langle 0 | \vec{j}_T^+(\vec{q}) (H - E_0)^k \vec{j}_T(\vec{q}) | 0 \rangle.$$

($k = 0, 1, \dots$)

Тем самым, в данном подходе инклюзивное сечение выражается через инклюзивные величины $\pi_{L,T}^{(k)}$, которые представляют собой ни что иное, как энергетически взвешенные правила сумм (ПС):

$$\pi_{L,T}^{(k)} = \int_0^{\infty} \omega^k S_{L,T}(\vec{q}, \omega) d\omega. \quad (4.36)$$

($k = 0, 1, 2, \dots$)

Важно подчеркнуть, что величины $S_{L,T}(\vec{q}, \omega)$, определены, строго говоря, в пространственно подобной области с $q_\mu^2 = \vec{q}^2 - \omega^2 > 0$, в то время как равенства (4.36) справедливы при независимом интегрировании функций отклика по переданной энергии. Это нужно иметь в виду при сравнении модельных расчетов моментов с ПС, извлекаемыми из экспериментов с розенблотовским разделением продольной и поперечной функций отклика.

Примеры вычислений по формулам (4.33) с одночастичным током даны на рис. 19-21. Важное значение для достижения согласия между теорией и экспериментом на этих рисунках имело корректное выделение движения центра масс ядра /70/, в результате которого происходит одновременное сужение пространственного и импульсного распределений ядерных нуклонов, рассчитанных с ВЭ, не обладающими свойством трансляционной инвариантности. Кроме того, мы

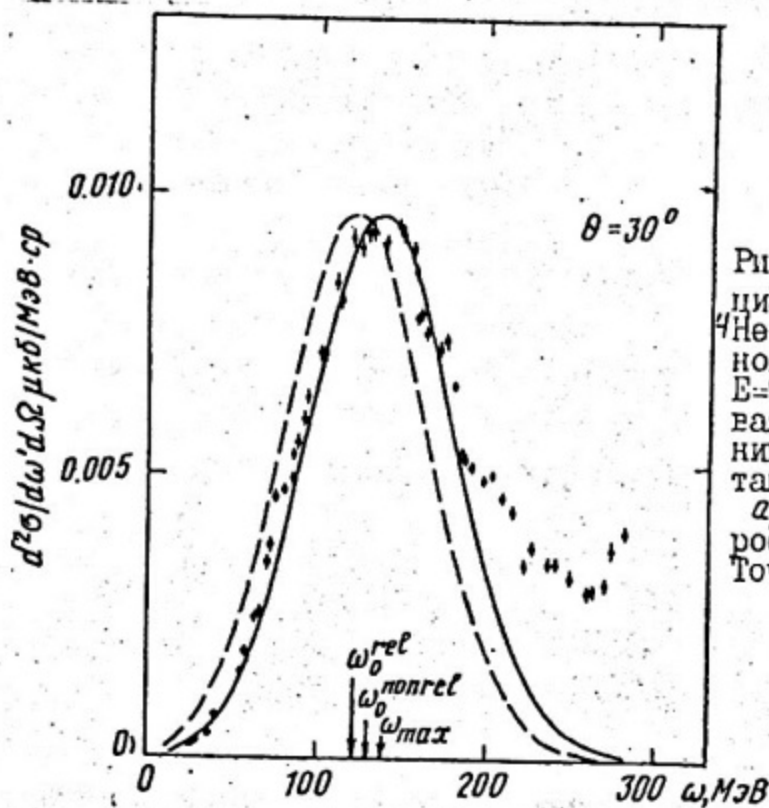


Рис.19. Двуми дифференциальное сечение реакции ${}^4\text{He}(\epsilon, \epsilon')$ при начальной энергии электронов $E=988$ МэВ. Сплошная кривая - расчет в приближении (4.33), пунктирная - такой же расчет с заменой $a_{\frac{1}{2}, \tau}$ на ω_0^{rel} (подробности см. в /69/). Точки взяты из /70/.

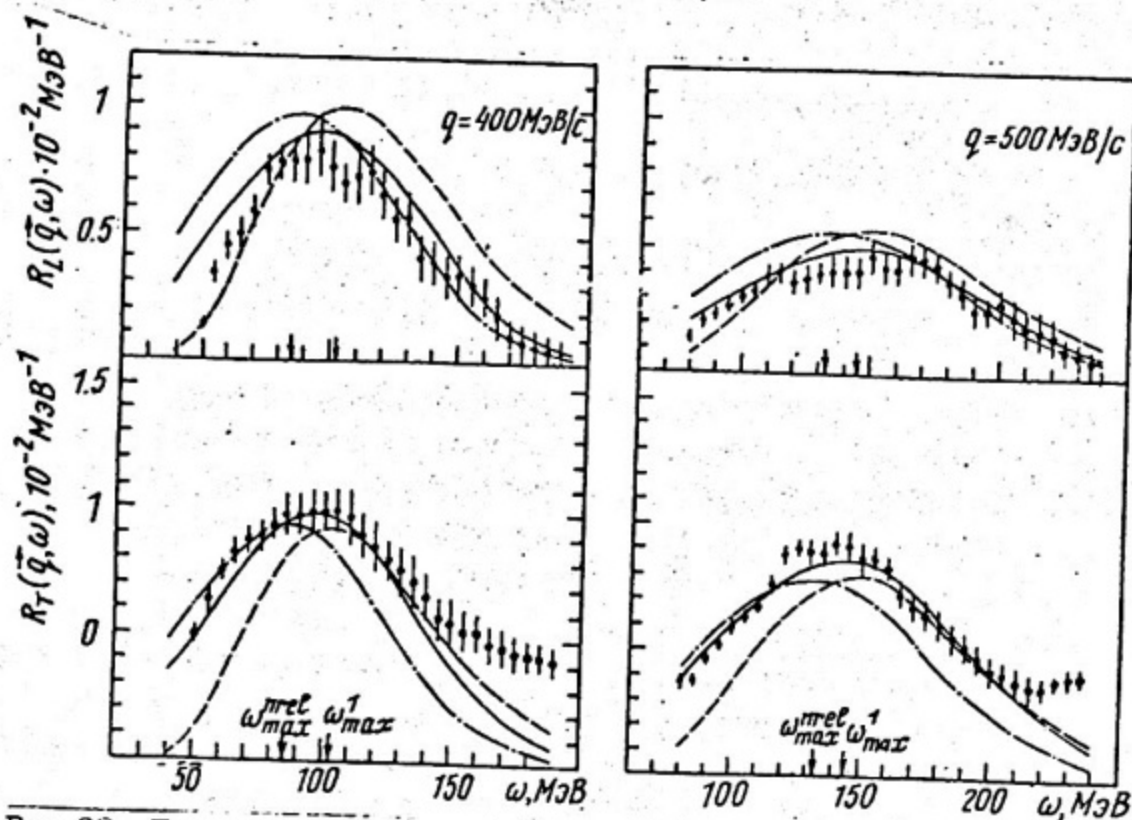


Рис.20. Продольная (вверху) и поперечная (внизу) функции отклика ядра ${}^4\text{He}$ для кинематики МИТ /71/. Кривые вычислены: сплошные - по формуле (4.33), пунктирные (штрихпунктирные) - в приближении γ -скейлинга с переменной y_1 (y_0)

наблюдали /70/ определенную компенсацию релятивистских поправок к оператору кинетической энергии нуклонов и эффектов NN -взаимодействия. Как показано на рис.21, эти эффекты увеличивают (уменьшают) ширину (высоту) КСИ. Другими словами, наряду с доплеровским уширением, обусловленным распределением импульсов нуклонов в ядре, необходимо учитывать обменные и нелокальные свойства их взаимодействия.

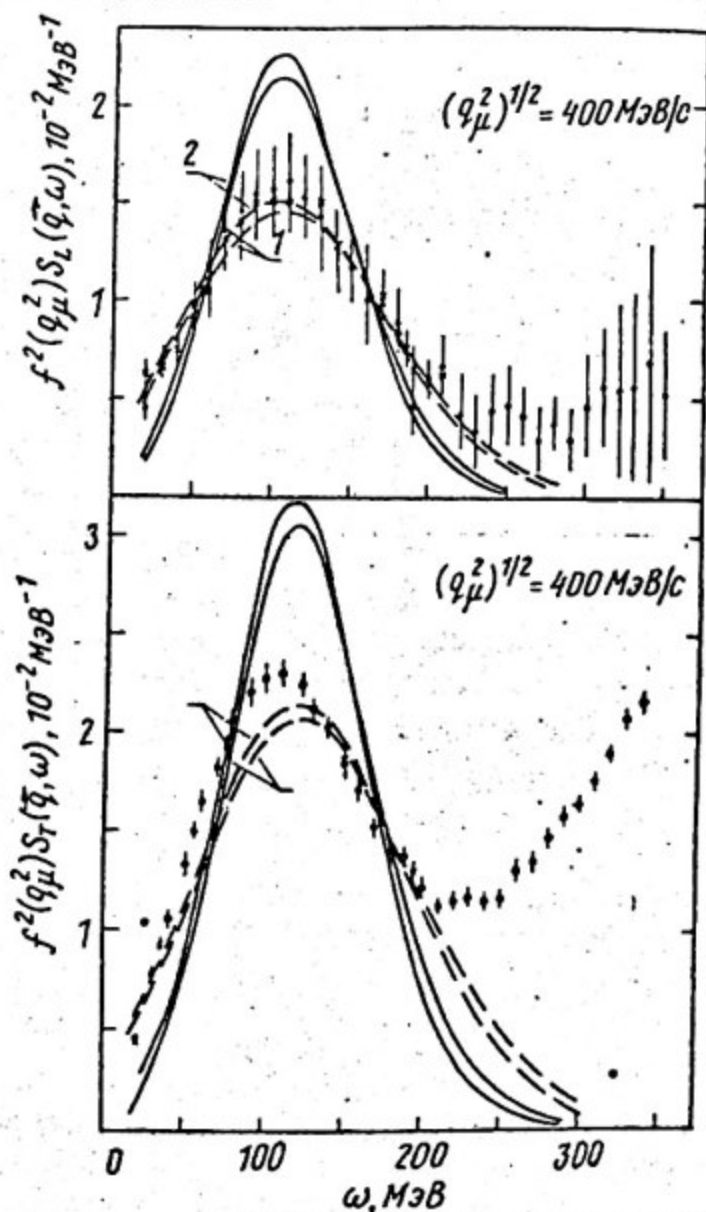


Рис.21. То же самое, что на рис.20. для кинематики Сакле /72/ (ядро ^{12}C). Сплошные (пунктирные) кривые получены без учета (с учетом) эффектов NN -взаимодействия в параметрах $a_{L,T}$ и $b_{L,T}$ формулы (4.33). Различия между остальными кривыми указаны в /65/.

Отметим, что никакие специально подгоняемые параметры не были использованы в наших расчетах.

В заключение, напишем разложения Грама - Шарлье для функций отклика /65/:

$$S_{L,T}(\bar{q}, \omega) = \frac{m_{L,T}^{(0)}}{2\sqrt{\pi} b_{L,T}} \exp\left[-\left(\frac{\omega - a_{L,T}}{2b_{L,T}}\right)^2\right] \left\{ 1 + \right. \\ \left. + [m_{L,T}^{(0)}]^{-1} \sum_{k=3}^{\infty} \frac{e_{L,T}^{(k)}}{2^k k!} H_k\left(\frac{\omega - a_{L,T}}{2b_{L,T}}\right) \right\}, \quad (4.37)$$

где $H_k(x)$ - полином Эрмита.

Коэффициенты этих разложений определяются следующим образом:

$$e_L^{(k)} = \langle 0 | \rho^{\dagger}(\bar{q}) H_k\left(\frac{H_L - E_0 - a_L}{2b_L}\right) \rho(\bar{q}) | 0 \rangle; \quad (4.38a)$$

$$e_T^{(k)} = \langle 0 | \bar{j}_T^{\dagger}(\bar{q}) H_k\left(\frac{H_T - E_0 - a_T}{2b_T}\right) \bar{j}_T(\bar{q}) | 0 \rangle. \quad (4.38b)$$

С помощью соотношения ортогональности для полиномов Эрмита находим:

$$S_{L,T}(\bar{q}, \tau) = m_{L,T}^{(0)} \exp[i a_{L,T} \tau - b_{L,T}^2 \tau^2] \left\{ 1 + [m_{L,T}^{(0)}]^{-1} \sum_{k=3}^{\infty} \frac{e_{L,T}^{(k)}}{2^k k!} \times (i b_{L,T} \tau)^k \right\}. \quad (4.39)$$

Видно, что пренебрежение степенным рядом в (4.39) приводит к приближению (4.33). Вопросы сходимости разложений такого типа обсуждаются в /65/. Здесь отметим, что любая частная сумма ряда может быть рассчитана, если обратиться к формуле Кристоффеля-Дарбу (/73/, с 193):

$$\sum_{k=0}^n \frac{H_k(x) H_k(y)}{2^k k!} = \frac{H_{n+1}(x) H_n(y) - H_n(x) H_{n+1}(y)}{2^{n+1} n! (x-y)}. \quad (4.40)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Austern N. Direct Nuclear Reaction Theories. New York. Wiley-Interscience, 1970.
2. Шебеко А.В., Ганенко В.Б. // УФЖ. 1976. 21. с.976.
3. Левчук Л.Г., Шебеко А.В. // ЯФ. 1989. 50. с. 974.
4. Watson K.M. Phys. Rev. 1953. 89. p.575.
5. Фаддеев Л.Д. // ЖЭТФ. 1960. 39. с. 1459.
6. Шебеко А.В., Ганенко В.Б. // УФЖ. 1978. 23. с.390.
7. Ганенко В.Б. Кандидатская диссертация. ХФТИ. Харьков. 1978.

8. Ганенко В.Б. и др. // ЯФ. 1979. 29., с. 565.
9. Mongan T.R. Phys. Rev. 1969. 178. p.1597.
10. McGee T.G. Phys. Rev. 1966. 151. p. 772.
11. Chew G.F., Lewis H.W. Phys. Rev. 1951. 84. p.779.
12. Александров Ю.М. и др. // ЯФ. 1974. 20. с. 915.
13. Fujii T. et al. Preprint VTPN-26, Tokyo Univ., 1973.
14. Базь А.И., Зельдович Я.Б., Переломов А.М. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М.: Наука, 1971.
15. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. М.: Физматгиз, 1963.
16. Мигдал А.Б. Качественные методы в квантовой теории. М.: Наука, 1975.
17. Гольдбергер М., Ватсон К. Теория столкновений. М.: Мир, 1967.
18. Reid R.V. Ann. Phys. 1968. 50. p.411.
19. De Turreil R., Sprung O.W. Nucl. Phys. 1973, A 201, p.193.
20. Booth E.C. et al. Phys. Lett. 1977. 66B. p.236.
21. Audit G. et al. Preprint DPhW-HE 77/1, 1977, Saclay, 9p.
22. Gibbs et al. Phys. Rev. 1977. C 16. p.327.
23. Faure J.L. et al. Rapport DPh-N/Saclay n°2122, 1984, 15p.
24. Семисалов И.Л., Шебеко А.В. // УФЖ. 1980. 25. с.788.
25. Schwela D. Preprint P-12-86. Bonn Univ. 1970. p.25.
26. Walker R.L. Phys. Rev. 1969. 182. p.1729.
27. Беляев В.Б., Соловцева О.П. // ЯФ. 1982. 35. с.868.
28. Кяржниц Д.А. // ЖЭТФ. 1965. 49. с. 1544.
29. Brown G.E., Jackson D.D., Кuo T.T.S. Nucl. Phys. 1969, A 133, p. 81.
30. Корчин А.Ю., Шебеко А.В. Препринт ХЭТИ 77-35, Харьков, 1977, с.16.
31. Genichot D. et al. Nucl. Phys. 1972. A 178. p.545.
32. Simon G.G. et al. Phys. Rev. Lett. 1976. 37. p.739.
33. Simon G.G. et al. Contr. 7.7 to Intern. Conf. Nucl. Phys. with Electr. Interactions. Mainz, 1979.
34. Ганенко В.Б., Корчин А.Ю., Шебеко А.В. ВАНТ. вып.4(10). Харьков, 1979, с. 51.
35. Корчин А.Ю., Шебеко А.В. // ЯФ. 1984. 39. с.12.
36. Корчин А.Ю. Кандидатская диссертация. ХЭТИ, Харьков. 1985.
37. Korchin A.Yu, Mel'nik Yu.P., Shebeko A.N. In: Proc. 7-th Conf. on Polarization Phenomena in Nucl. Phys. (eds.) A. Boudard, Y. Terrien. Paris. 1990. C6-499.
38. Шебеко А.В. В трудах 6-го семинара по электромагнитным взаимодействиям ядер при низких и средних энергиях. Москва. 1986. с.200
39. Антуфьев Ю.П. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1972. 16. с.77, 339 ; ЯФ. 1975. 21. с. 1206.

40. Mougey J. et al. Nucl. Phys. 1976. A 262. p. 461.
41. Bernheim et al. Nucl. Phys. 1982. A 375. p. 381.
42. Березовой В.П. и др. // ЯФ. 1979. 30. с. 1493.
43. Boffi S., Guisti C., Pacati F.D. Nucl. Phys. 1980. A336. p.437.
44. Berezovoj V.P., Mel'nik Yu.P., Shebeko A.V. Nucl. Phys. 1983. A 404. p. 443.
45. Kerman A.K., McManus H., Thaler R.M. Ann. Phys. 1959. 8. p. 551
46. Корчин А.Ю., Шебеко А.В. // УФЖ. 1982, 27 с. 1797.
47. Мельник Ю.П., Шебеко А.В. Препринт ХФТИ 84-27. Харьков 1984.
48. De Forest T. Nucl. Phys. 1971. A 163. p. 237.
49. Gross D.H.E., Lipperheide R. Nucl. Phys. 1970. A150. p.449.
50. Glassgold A.E., Kellogg P.J. Phys. Rev. 1958. 129. p. 1291.
51. Elton L.R.B., Swift A. Nucl. Phys. 1967. A 94. p. 52.
52. Гончар В.Ю., Инопин Е.В., Куприков В.И. // ЯФ. 1977. 25. с.46.
53. Hasan T., Naqvi J.H., Nuovo Cim. 1977. 38 A. p. 120.
54. Шебеко А.В., Гончаров Н.В. // ЯФ. 1973. 18. с.1034.
55. Шебеко А.В. // ЯФ. 1975. 21. с.82.
56. Корчин А.Ю., Шебеко А.В. // ЯФ. 1980. 32. с.87.
57. Афанасьев И.Г. и др. Препринт ХФТИ 74-7, Харьков. 1974.
58. Whitney R.R. et al. Phys. Rev. 1974. 29. p. 2230.
59. Пасичный А.А., Тартаковский В.К. // УФЖ. 1968. 13. с.2013.
60. Ситенко А.Г., Пасичный А.А., Тартаковский В.К. // ЯФ. 1970. 12. с.1208.
61. Пасичный А.А. // УФЖ. 1986. 31. с. 27.
62. Horikawa Y., Lenz F., Mukhopadhyay N.C. Phys. Rev. 1980. C 22. p. 1680.
63. Градштейн И.С., Ризик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1963.
64. Rosenfelder R. Phys. Lett. 1978. 79B. p.15; Ann. Phys. 1980. 128. p. 188.
65. Korchin A.Yu., Shebeko A.V. Z.Phys. 1982. A 308. p.267.
66. Korchin A. Yu., Shebeko A.V. Z.Phys. 1985. A 321. p.687.
67. Неудачин В.Г., Смирнов Ю.Ф. Нуклонные ассоциации в легких ядрах. М.: Наука, 1969.
68. Корчин А.Ю., Шебеко А.В. // УФЖ. 1977. 22. с. 1646.
69. Korchin A.Yu., Shebeko A.V. Z.Phys. 1981. A 299. p.131.
70. Дементий С.В. и др. // ЯФ. 1975. 22. с. 13.
71. Von Reden K.F. et al. Phys. Rev. 1990, 41 C. p.1084.
72. Barreau P. et al. Nucl. Phys. 1981, A 358. p. 287.
73. Бейгман Г., Эрдели А. Высшие трансцендентные функции. Т. 2. М.: Наука, 1965.

В качестве иллюстрации рассмотрим интегральное уравнение для R -матрицы (см., например [1], с. 196) в задаче рассеяния нерелятивистской частицы с массой m на потенциале V :

$$\langle \vec{k}' | R(E_0) | \vec{k} \rangle = \langle \vec{k}' | V | \vec{k} \rangle + P \int \frac{\langle \vec{k}' | V | \vec{q} \rangle \langle \vec{q} | R(E_0) | \vec{k} \rangle}{E_0 - E(\vec{q})} d\vec{q}, \quad (\text{A.1})$$

$E(\vec{q}) = q^2 / 2m$, символ P обозначает интегрирование в смысле главного значения. Для простоты будем считать взаимодействие центральным, в остальном оператор V может быть локальным или нелокальным, вещественным или комплексным.

В представлении углового момента имеем:

$$R_l(k', k; k_0) = V_l(k', k) + P \int_0^\infty \frac{V_l(k', q) R_l(q, k; k_0)}{E_0 - E(q)} q^2 dq, \quad (\text{A.2})$$

где $k_0 = \sqrt{2mE_0}$.

Отметим связь парциальных элементов R -матрицы с соответствующими элементами T -матрицы:

$$T_l(k', k; k_0) = R_l(k', k; k_0) - i\pi q(k_0) \frac{R_l(k', k_0; k_0) R_l(k_0, k; k_0)}{1 + i\pi q(k_0) R_l(k_0)}, \quad (\text{A.3})$$

$$q(k_0) = \left[k^2 / \frac{dE}{dk} \right]_{k=k_0} = \pi k_0, \quad R_l(k_0) \equiv R_l(k_0, k_0; k_0),$$

которая вытекает из соотношения Гайтлера [17].

ψ_{l, k_0} , обладающая в координатном представлении асимптотикой стоячей волны, связана с R -матрицей соотношением:

$$\psi_{l, k_0}(k) = \delta(k - k_0) / k_0^2 + P(E_0 - E(k))^{-1} R_l(k, k_0; k_0). \quad (\text{A.4})$$

Фаза рассеяния в состоянии с орбитальным моментом l выражается через $on-shell$ значения R -матрицы:

$$R_l(k_0) = -(\pi m k_0)^{-1} \tan \delta_l(k_0). \quad (\text{A.5})$$

Таким образом, для нахождения ψ_{l, k_0} непрерывного спектра и фаз рассеяния достаточно рассмотреть R -матрицу "наполовину

вне энергетической оболочки", т.е. величину $R_l(k, k_0) \equiv R_l(k, k_0; k_0)$.

Для нее из (А.2) находим:

$$R_l(k, k_0) = V_l(k, k_0) + P \int_0^{\infty} \frac{V_l(k, q) R_l(q, k_0)}{\epsilon_0 - E(q)} q^2 dq. \quad (\text{А.6})$$

Для вычисления интеграла в правой части (А.6) сделаем замену $q = \mathcal{A} \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} (1+y)$ и воспользуемся квадратурной формулой Гаусса:

$$\int_{-1}^1 f(y) dy \approx \sum_{j=1}^N f(y_j) \nu_j,$$

где y_j и ν_j — узлы и веса Гаусса, \mathcal{A} — произвольный масштабный коэффициент.

В результате вместо интегрального уравнения (А.6) получаем систему алгебраических уравнений:

$$\sum_{j=1}^{N+1} \mathcal{A}_{lj}^{(l)} R_l(k_j, k_0) = V_l(k_i, k_0), \quad (\text{А.7})$$

$$(i=1, \dots, N+1);$$

$$\mathcal{A}_{lj}^{(l)} = \delta_{ij} + 2\pi k_j^2 \Omega_j V_l(k_i, k_j),$$

$$k_i = \mathcal{A} \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} (1+y_i), \quad \Omega_i = \frac{\omega_i}{k_i^2 - k_0^2}; \quad (\text{А.8})$$

$$\omega_i = \frac{\pi \mathcal{A}}{4} \frac{\nu_j}{\cos^2 \frac{\pi}{4} (1+y_i)}, \quad (i=1, \dots, N);$$

$$k_{N+1} = k_0, \quad \Omega_{N+1} = -\sum_{j=1}^N \Omega_j.$$

Переход от (А.6) к системе (А.7) составляет суть метода обращения матрицы [29], [30]. Решение системы может быть получено с помощью известного правила:

$$R_l(k_i, k_0) = \sum_{j=1}^{N+1} B_{ij}^{(l)} V_e(k_j, k_0), \quad (i=1, \dots, N+1), \quad (\text{А.9})$$

где $B^{(l)} = [\mathcal{A}^{(l)}]^{-1}$ — матрица, обратная к $\mathcal{A}^{(l)}$.

В теории ядерных реакций часто приходится иметь дело с интегралами вида:

$$I_L = \int_0^{\infty} \psi_{L, k_0}(k) h(k) k^2 dk,$$

где $h(k)$ — некоторая весовая функция.

С помощью процедуры, примененной выше, можно показать, что

$$I_L = \sum_{j=1}^{N+1} B_{N+1, j}^{(L)} h(k_j). \quad (\text{A.10})$$

Согласно (A.10) ВЭ непрерывного спектра может быть представлена следующим образом:

$$\psi_{L, k_0}(r) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} i^L \int_0^{\infty} \psi_{L, k_0}(k) j_L(kr) k^2 dk = \sqrt{\frac{2}{\pi}} i^L \sum_{j=1}^{N+1} B_{N+1, j}^{(L)} j_L(k_j r).$$

Примеры расчетов *off-shell* R -матрицы для реалистических потенциалов даны в /30/.

Приложение В

Чтобы вычислить интегралы (4.10) для $1p$ -оболочки \ddagger , напомним в импульсном представлении:

$$\langle \vec{p} | n l j m_j \rangle = \sum_{\nu} u_{n l m}(\vec{p}) | \frac{1}{2} \nu \rangle \langle l m \frac{1}{2} \nu | j m_j \rangle. \quad (\text{B.1})$$

Кроме того, заметим, что

$$u_{l m}(\vec{k} + \vec{q}) = -2i \sqrt{6} \sum_{L M l' m'} \frac{\sqrt{2L+1}}{\sqrt{2l'+1}} \langle l 0 1 0 | l' 0 \rangle \langle l m 1 m' | l' m' \rangle I_{l' l 1}^{(1p)}(kq) Y_{l' m'}(\hat{k}) \hat{Y}_{l m}(\hat{q}). \quad (\text{B.2})$$

Далее, по определению,

$$u_{l m}^{HO}(\vec{k} + \vec{q}) = -i C_{1p} \rho_0^{-5} |\vec{k} + \vec{q}| Y_{l m}(\hat{k} + \hat{q}) \exp \left[-\frac{(\vec{k} + \vec{q})^2}{2\rho_0^2} \right], \quad (\text{B.3})$$

где ρ_0 — параметр осцилляторной модели, C_{1p} — известная нормировочная константа. Отсюда с помощью

\ddagger Для случая u_{1s}^{HO} ответ известен /63/.

$$\exp\left[-\frac{\vec{k}\vec{q}}{\rho_0^2}\right] = 4\pi \sum_{LM} (-1)^L i_L(x) Y_{LM}(\hat{k}) Y_{LM}^*(\hat{q}), \quad (x = kq/\rho_0^2) \quad (\text{B.4})$$

находим:

$$I_{LL1}^{(1\rho)}(k, q) = i^{L-1} \sqrt{\frac{x}{2}} C_{1\rho} \rho_0^5 [k i_L(x) - q i_L(x)] \exp\left[-\frac{k^2+q^2}{2\rho_0^2}\right], \quad (L=L_{\pm}+1). \quad (\text{B.5})$$

Интегралы для $2s-1d$ оболочек нетрудно найти с помощью соотношений:

$$I_{LL2}^{(1d)}(k, q) = -2 \frac{C_{1d}}{C_{1s}} \frac{\partial^2}{\partial \rho_0^2} I_{LL0}^{(1s)}(k, q);$$

$$I_{LL0}^{(2s)}(k, q) = \frac{C_{2s}}{C_{1s}} I_{LL0}^{(1s)}(k, q) - \frac{2}{3} \rho_0^2 \frac{C_{2s}}{C_{1d}} I_{LL0}^{(1d)}(k, q).$$

Приложение С

Во-первых, используем соотношение Хаусдорфа:

$$e^{a+b} = e^a e^b e^{-\frac{1}{2}[a,b]}, \quad (\text{C.1})$$

которое справедливо для операторов a и b , когда коммутатор $[a, b]$ есть C -число.

В силу (C.1)

$$\exp\left[i\vec{q}\left(\vec{r}_1 + \frac{\vec{p}_1}{m}\tau\right)\right] = e^{i\vec{q}\vec{r}_1} e^{i\frac{\vec{q}\vec{p}_1}{m}\tau} e^{i\frac{q^2}{2m}\tau} \quad (\text{C.2})$$

и поэтому

$$S_d(\vec{q}, \tau) = \mathbb{A} e^{i\frac{q^2}{2m}\tau} \langle 0 | e^{i\frac{\vec{q}\vec{p}_1}{m}\tau} | 0 \rangle. \quad (\text{C.3})$$

Введем теперь вместо операторов координаты и импульса операторы рождения и уничтожения колебательных квантов в "декартовом" представлении (см., например, /67/):

$$\vec{r} = \frac{\vec{r}_0}{\sqrt{2}} (\vec{a} + \vec{a}^\dagger), \quad \vec{p} = \frac{\vec{p}_0}{2\sqrt{2}} (\vec{a} - \vec{a}^\dagger),$$

где \vec{r}_0 и \vec{p}_0 — параметры осцилляторной модели, связанные

соотношением $\gamma_0 \rho_0 = 1$. Операторы a_i и a_k^\dagger удовлетворяют следующим правилам коммутации:

$$[a_i, a_k^\dagger] = \delta_{ik}, \quad [a_i, a_k] = [a_i^\dagger, a_k^\dagger] = 0, \quad (i, k=1, 2, 3). \quad (C.4)$$

Применяя соотношение (C.1) еще раз, находим:

$$S_d(\vec{q}, \tau) = \mathcal{N} e^{i \frac{q^2}{2m} \tau} e^{-\beta^2 \tau^2} \langle 0 | e^{-\sqrt{2} \beta a_{\vec{q}}^\dagger \tau} e^{\sqrt{2} \beta a_{\vec{q}} \tau} | 0 \rangle, \quad (C.5)$$

$$\beta = \rho_0 q / 2m, \quad a_{\vec{q}} = \vec{a} \vec{q} / q.$$

В s.p. модели оболочек

$$S_d^{s.p.}(\vec{q}, \tau) = e^{i \frac{q^2}{2m} \tau} e^{-\beta^2 \tau^2} \sum_{\lambda \in F} \langle \lambda | e^{-\sqrt{2} \beta a_{\vec{q}}^\dagger \tau} e^{\sqrt{2} \beta a_{\vec{q}} \tau} | \lambda \rangle. \quad (C.6)$$

Орбитали $|\lambda\rangle$ можно представить в виде суперпозиции векторов "сферического" осцилляторного базиса $|nlm\rangle$. В связи с этим рассмотрим действие $e^{-\tau a_3}$ на $|nlm\rangle$. Перейдем к "декартовому" представлению:

$$|nlm\rangle = \sum_{n_1+n_2+n_3=n} |n_1 n_2 n_3\rangle \langle n_1 n_2 n_3 | nlm\rangle;$$

$$|n_1 n_2 n_3\rangle = [n_1! n_2! n_3!]^{-\frac{1}{2}} (a_1^\dagger)^{n_1} (a_2^\dagger)^{n_2} (a_3^\dagger)^{n_3} |000\rangle; \quad (C.7)$$

$$(n_1, n_2, n_3 = 0, 1, 2, \dots).$$

Коэффициенты разложения можно найти в /67/. Искомый результат нетрудно установить, замечая, что

$$e^{-\tau a_3} |n_1 n_2 n_3\rangle = [n_3!]^{-\frac{1}{2}} (a_3^\dagger - \tau)^{n_3} |n_1 n_2 0\rangle. \quad (C.8)$$

Примеры для различных оболочек даны в /54/.

Поступая таким образом, можно получить, например, для ядра I_2^C :

$$S_d^{HO}(\vec{q}, \tau) = 6 \left(1 - \frac{4}{9} \beta^2 \tau^2\right) e^{-\beta^2 \tau^2 + i \frac{q^2}{2m} \tau} \quad (C.9)$$

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	3
2. Некогерентные фоторождения пионов и неупругое рассеяние электронов на дейтроне	4
3. Эксклюзивные реакции на сложных ядрах с выбиванием нуклонов	23
4. ВКС в инклюзивных процессах на сложных ядрах	34
Список литературы	48
Приложение А	51
Приложение В	53
Приложение С	54

Редактор Н.В.Шумакова
Техн. редактор Е.Н.Кочубей
Корректоры А.В.Цветкова,
Е.Т.Щудло

Тем.план 1991 г.; по письму

Подписано в печать 7.5.91 Формат 60x84 1/16
Печ.л. 3,5 Уч.-изд.л. 3,5 Тираж 130 экз. Заказ 746
Изд. № 052-1 Цена 20 коп.

Московский инженерно-физический институт. Типография ИИИИ.
ИИ5409, Москва, Каширское шоссе, 31