



МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

В. А. Карманов

# РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ ЯДЕР



ВСЕСОЮЗНАЯ  
ШКОЛА ПО  
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ  
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКЕ  
ИМ. В. М. ГАЛИЦКОГО

Москва 1991

Государственный комитет СССР по народному образованию  
Московский ордена Трудового Красного Знамени  
инженерно-физический институт

---

В. А. Карманов

РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ВОЛНОВЫЕ  
ФУНКЦИИ ДЦЕР

Текст лекций

Утверждено  
редсоветом института

Москва 1991

Карманов В.А. Релятивистские волновые функции ядер:  
Текст лекций. М.: МЭИ, 1991. - 44с.

Изложен новый подход к теории релятивистских составных систем, в частности ядер при релятивистских относительных импульсах нуклонов. В этом подходе волновые функции определены на поверхности светового фронта и, в отличие от других подходов, явно ковариантны. Помимо относительных импульсов они зависят еще от одной переменной, имеющей вид единичного вектора, что делает более богатой их спиновую структуру и приводит к качественным наблюдаемым следствиям.

© Московский  
инженерно-физический  
институт, 1991 г.



## I. ВВЕДЕНИЕ

"Прощупывая" атомное ядро с помощью пробника (наиболее удобен электромагнитный пробник-электрон), мы встречаем в ядре с преобладающей вероятностью медленные нерелятивистские нуклоны. Однако импульсное распределение нуклонов имеет "хвост", простирающийся в область весьма высоких импульсов порядка нуклонной массы, что соответствует движению нуклонов внутри ядра со скоростями, близкими к скорости света. Именно этими быстрыми нуклонами определяются сечения взаимодействия электронов и адронов высокой энергии с ядрами при больших переданных импульсах. Такие сечения весьма малы, но доступны экспериментальному изучению. В этой области релятивистской ядерной физики ведутся интенсивные исследования и открываются воодушевляющие перспективы, связанные со строительством электронных ускорителей нового поколения с непрерывными во времени интенсивными пучками электронов высоких энергий. Один из таких ускорителей - ускоритель *CEBAF* (*Continuous Electron Beam Accelerator Facility*) строится в США (г. Ньюпорт-Ньюс); предполагаемый срок окончания строительства - весна 1994 года. За счет высокой интенсивности непрерывного во времени пучка электронов на *CEBAF* можно будет продвинуться в область малых сечений по крайней мере на 3 порядка, т.е. исследовать область больших переданных импульсов, получаемых при взаимодействии электронов с истинно релятивистскими внутриядерными нуклонами. Обсуждается также строительство аналогичного европейского ускорителя на большую энергию (10 ГэВ или выше).

В этой ситуации становится особенно актуальной проблема корректного, теоретически последовательного описания релятивистских составных систем, исследование их характерных свойств и соответствующих экспериментальных следствий. Решение этой проблемы затруднено следующим обстоятельством. В нерелятивистском пределе нам известен нуклон-нуклонный потенциал, с помощью которого можно вычислить волновые функции по крайней мере дейтрона и других легких ядер. Этот потенциал определяется главным образом однобозонными обменами между нуклонами с константами связи, найденными из описания *NN*-фаз. В релятивистской же области нет никаких оснований ограничиваться однобозонными обменами - в *NN*-взаимодействии вносят вклад перекрестные и более сложные диаграм-



мы с двумя и более мезонами, полный вклад которых вычислить практически невозможно. Поэтому релятивистское  $\mu\mu$ -взаимодействие неизвестно, и на данном этапе исследований можно опереться лишь на общие свойства релятивистских волновых функций, не зависящие от неизвестных деталей взаимодействия. В экспериментальных следствиях нас будут в первую очередь интересовать качественные проявления релятивистских эффектов в ядрах, которые нельзя получить соответствующей подгонкой  $\mu\mu$ -взаимодействия. В условиях неопределенного взаимодействия необходимо работать в рамках формализма, в котором релятивистская волновая функция ядра была бы естественным обобщением более или менее известной релятивистской волновой функции и в то же время удовлетворяла всем общим принципам релятивистской динамики (правильные трансформационные свойства, зависимость от переменных, являющихся в импульсном представлении естественным обобщением нерелятивистских импульсов и т.д.). Тогда даже без знания деталей релятивистской динамики мы можем продвигаться в релятивистскую область, опираясь на нерелятивистские волновые функции, правильную релятивистскую кинематику и получая представление о характерных динамических зависимостях релятивистских волновых функций из решаемых моделей. Таким образом можно выяснить, что качественно нового привносит релятивизм в ядерные волновые функции и в соответствующие экспериментальные следствия.

В этих лекциях изложены свойства ядерных волновых функций при релятивистских относительных импульсах нуклонов. Изложение опирается на подход, развитый в работах [1-7]. План лекции ясен из приведенного выше содержания. Мы уделим особое внимание принципиальной стороне вопроса: происхождению и физическому смыслу существенных отличий релятивистской волновой функции от нерелятивистской. Изложение подхода, исходящее из первопринципов, т.е. с помощью построения представления группы Пуанкаре, в котором генераторы определены на световом фронте, а также более подробное рассмотрение других вопросов содержится в обзоре [8].

## 2. ЧТО ТАКОЕ РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ

Если мы хотим, чтобы релятивистская волновая функция имела тот же физический смысл, что и нерелятивистская, то мы должны

обратиться к компонентам фоковского столбца вектора состояния. Они представляют собой коэффициенты разложения вектора состояния связанной системы по состояниям свободных полей:

$$\Phi(p) = \int \psi(\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{p}) \delta^{(3)}(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{p}) * \left( \frac{d^3 k_1}{\sqrt{2\epsilon_1}} \frac{d^3 k_2}{\sqrt{2\epsilon_2}} a^+(\vec{k}_1) a^+(\vec{k}_2) |0\rangle + \dots \right) \quad (2.1)$$

Здесь  $a^+(k)$  — оператор рождения;  $|0\rangle$  — состояние вакуума; многоточием обозначен вклад других (например, многочастичных) состояний. Подчеркнем, что хотя сумма импульсов в (2.1) равна полному импульсу:  $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{p}$ , но сумма энергий не равна энергии системы:  $\epsilon(\vec{k}_1) + \epsilon(\vec{k}_2) \neq \epsilon(\vec{p})$ . 4-импульсы находятся на массовых поверхностях, но вне энергетической поверхности. Например, для дейтрона, выписывая только фоковские компоненты, имеем

$$\Phi_d = \left\{ \begin{array}{l} \psi_{NN} \\ \psi_{\Delta\Delta} \\ \psi_{NN^*} \\ \psi_{NN\pi} \end{array} \right\}. \quad (2.2)$$

Здесь  $\psi_{NN}$  — компонента  $NN$ ;  $\psi_{\Delta\Delta}$  — примесь состояния из двух  $\Delta$ -изобар и т.д. Согласно общим правилам квантовой теории, коэффициент  $\psi(\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{p})$  в (2.1) представляет собой амплитуду вероятности обнаружить в связанной системе частицы с импульсами  $\vec{k}_1$  и  $\vec{k}_2$ . Это полностью аналогично тому, как в нерелятивистской квантовой механике, разлагая координатную волновую функцию по свободным состояниям (в интеграл Фурье по плоским волнам)

$$\psi(\vec{r}) = \int \psi(\vec{k}) e^{i\vec{k}\vec{r}} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3}, \quad (2.3)$$

мы получаем коэффициент  $\psi(\vec{k})$  — соответствующую амплитуду вероятности. Состояние  $a^+(\vec{k}_1) a^+(\vec{k}_2) |0\rangle$  в (2.1) как раз и есть плоская волна, записанная во вторичном квантовании. В координатном пространстве, как и в нерелятивистской теории, мы имеем волновую функцию, зависящую от координат частиц  $\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$  и, вообще говоря, от времени  $t$ :  $\psi = \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t)$ .

Таким образом, фоковская компонента вектора состояния релятивистской системы имеет в точности тот же самый физический смысл (амплитуда вероятности), что и нерелятивистская волновая функция. Именно поэтому, как объяснялось выше, мы будем описывать реля-

тивистские связанные системы посредством фоковских компонент, но существенно уточнив их определение.

Мы подчеркиваем это обстоятельство потому, что в релятивистской теории, в отличие от нерелятивистской, имеется несколько объектов, в разной степени приспособленных для описания тех или иных свойств составных систем. Помимо фоковской компоненты это функция Бете - Солпитера [9] (см. обзоры [10, 11]) и квазипотенциальные волновые функции (см. [12-14] и обзор [15]), из которых в ядерной физике используется функция Гросса [16, 17]. Две последние функции не имеют смысла амплитуды вероятности. Хотя в случае дейтрона они были вычислены в рамках модели однобозонного обмена (функция Бете - Солпитера в работе [18], функция Гросса - в [17]), расчеты вряд ли можно считать реалистичными, а сказать о них что-либо, опираясь на опыт, приобретенный в нерелятивистской области, невозможно. В нерелятивистском пределе функция Бете - Солпитера  $\psi(x_1, x_2)$  с равными временами  $t_1 = t_2$ , функция Гросса и фоковская компонента в (2.1) совпадают друг с другом и переходят в обычную квантово-механическую волновую функцию.

### 3. ТРАНСФОРМАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ

Наиболее существенное свойство релятивистской одновременной волновой функции, отличающее ее от нерелятивистской, состоит в том, что при преобразованиях Лоренца волновая функция преобразуется не кинематически, а динамически. Это важное обстоятельство имеет ясную физическую причину, приводит к изменению параметризации релятивистской волновой функции по сравнению с нерелятивистской и вообще определяет все построение теории. Обсудим его подробнее.

Как уже говорилось, релятивистская волновая функция - амплитуда вероятности - зависит в координатном пространстве от координат частиц  $\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$ , взятых в один и тот же момент времени:

$$\psi = \psi(\vec{r}_1, t, \vec{r}_2, t). \quad (3.1)$$

Мы рассматриваем двухчастичную волновую функцию и для наглядности ввели переменную  $t$  в двух местах, хотя достаточно написать  $\psi = \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t)$ .

В другой системе координат  $\mathcal{M}'$ , движущейся относительно первоначальной со скоростью  $v$  (вдоль оси  $x$ ), два одновре-



менных события, которым отвечает волновая функция (3.1), становятся неодновременными, и поэтому преобразование Лоренца над координатами и временем переводит одновременную волновую функцию в неодновременную:

$$\psi = \psi(\vec{r}'_1, t'_1, \vec{r}'_2, t'_2), \quad (3.2)$$

где

$$\vec{r}' = (x', y', z'); \quad t'_1 = \frac{t - vx_1}{\sqrt{1-v^2}}; \quad t'_2 = \frac{t - vx_2}{\sqrt{1-v^2}} \quad (3.3)$$

$$(x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1-v^2}}; \quad x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1-v^2}}).$$

Скорость света положена равной 1. Таким образом, волновая функция (3.2) не совпадает с амплитудой вероятности обнаружить частицы 1 и 2 в точках  $\vec{r}'_1$  и  $\vec{r}'_2$  в один и тот же момент времени  $t'$ :

$$\psi' = \psi'(\vec{r}'_1, t', \vec{r}'_2, t'). \quad (3.4)$$

Для того чтобы получить из (3.2) волновую функцию (3.4), необходимо в (3.2) приравнять времена:  $t'_1 = t'_2 = t'$ . Однако зависимость волновой функции от времен  $t'_1$  и  $t'_2$  и от их разности  $\Delta t = t'_2 - t'_1$  динамическая, т.е. определяется гамильтонианом взаимодействия. Следовательно, одновременная волновая функция при преобразованиях Лоренца преобразуется динамически.

В импульсном пространстве это свойство означает динамическую зависимость волновой функции  $\psi(\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{p})$  от полного импульса  $\vec{p}$ . В отличие от нерелятивистской волновой функции введение относительного импульса  $\vec{q}$  не устраняет ее зависимость от  $\vec{p}$ . Действительно, разные системы отсчета отличаются тем, что в них связанная система движется с разными полными импульсами. Поэтому динамическая зависимость волновой функции от системы отсчета тождественна ее динамической зависимости от полного импульса  $\vec{p}$ . Следовательно, указывая импульсное распределение частиц в связанной системе, мы должны сказать, к какой системе отсчета оно относится.

Волновая функция определяется полностью, если задана не только ее зависимость от  $\vec{q}$ , но и от  $\vec{p}$ :

$$\psi = \psi(\vec{q}, \vec{p}). \quad (3.5)$$

Отметим, что этим свойством обладает именно волновая функция при  $q \sim m$ . В нерелятивистской области  $q \ll m$  зависимость волно-

вой функции от  $\vec{q}$  не изменяется при релятивистском движении системы как целого. Конечно, в этом случае  $\vec{q}$  выражается через импульсы частиц с помощью релятивистской кинематики.

Наиболее удобной оказывается система отсчета, движущаяся со скоростью  $v$ , близкой к скорости света  $c$ . Рассматривается предельный случай  $v \rightarrow c$ , а система называется системой с бесконечным импульсом. В этой системе значительно упрощается параметризация волновой функции, поскольку она перестает зависеть от модуля  $\vec{p}$ , а зависит лишь от направления  $\vec{n} = -\vec{p}/|\vec{p}|$  (знак минус выбран из соображений удобства, см. замечание после формулы (4.7)):

$$\psi = \psi(\vec{q}, \vec{n}). \quad (3.6)$$

Еще более важно то, что в системе с бесконечным импульсом подавлены флуктуации вакуума. Это свойство мы обсудим подробнее в разд. 6. Подчеркнем, что переход в систему с бесконечным импульсом не предполагает рассмотрение процессов только с быстро движущимися ядрами. Это удобный теоретический прием, с помощью которого вычисляется амплитуда, справедливая, в силу релятивистской инвариантности, в любой системе, в том числе и в системе покоя ядра.

Другая параметризация волновой функции в системе с бесконечным импульсом получается при введении поперечных и продольных компонент импульса по отношению к направлению бесконечного импульса  $\vec{p}$ :

$$p = (\vec{p}, p_0) \approx (\vec{p}, p + \frac{M^2}{2p}),$$

$$k_1 = (\vec{k}_1, \vec{k}_{11}^{(1)}, k_0^{(1)}) \approx (\vec{k}_1, x\vec{p}, xp + \frac{\vec{k}_1^2 + m^2}{2xp}), \quad (3.7)$$

$$k_2 = (-\vec{k}_1, \vec{k}_{11}^{(2)}, k_0^{(2)}) \approx (-\vec{k}_1, (1-x)\vec{p}, (1-x)p + \frac{\vec{k}_1^2 + m^2}{2(1-x)p}),$$

$$\psi = \psi(\vec{k}_1, x). \quad (3.8)$$

Нетрудно связать пары переменных  $\vec{q}^2, \vec{n}\vec{q}$  и  $\vec{k}_1^2, x$ . Релятивистский относительный импульс  $\vec{q}$  есть импульс одной из частиц ( $\vec{k}_1$ ) в системе, где  $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = 0$ .

Введем инвариант  $s$ :

$$s = (k_1 + k_2)^2 = (e(\vec{k}_1) + e(\vec{k}_2))^2 - (\vec{k}_1 + \vec{k}_2)^2, \quad (3.9)$$

где  $\epsilon(\vec{k})$  — энергия частицы, и учитывая, что  $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = 0$ , имеем  $s = (2\epsilon(\vec{q}))^2 = 4(m^2 + \vec{q}^2)$ . Будучи инвариантным,  $s$  может быть выражен через импульсы в любой системе, в том числе и в системе с  $\vec{p} \rightarrow \infty$ .

Подставим (3.7) в (3.9):

$$s = \left( p + \frac{m^2 + \vec{k}_1^2}{2px} + \frac{m^2 + \vec{k}_1^2}{2p(1-x)} \right)^2 - \vec{p}^2.$$

Мы учли, что при  $\vec{p} \rightarrow \infty$   $k_0^{(1)} = \epsilon(\vec{k}_1) = (m^2 + \vec{k}_1^2 + x\vec{p}^2)^{1/2} \approx xp + \frac{m^2 + \vec{k}_1^2}{2xp}$  (для  $\epsilon(\vec{k}_2)$  аналогично). При  $\vec{p} \rightarrow \infty$  находим:

$$\vec{q}^2 = \frac{m^2 + \vec{k}_1^2}{4x(1-x)} - m^2. \quad (3.10)$$

Аналогично,  $\vec{\pi}\vec{q}$  есть величина  $-\vec{k}_1\vec{p}/|\vec{p}|$  в системе, где  $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = 0$ , выраженная через переменные в системе с бесконечным импульсом.

Запишем ее в инвариантном виде:

$$\sqrt{Q^2} \left( \frac{k_1 p}{Qp} - \frac{Qk_1}{Q^2} \right) \frac{pQ}{((pQ)^2 - m^2 Q^2)^{1/2}}, \quad (3.11)$$

где  $Q = m(k_1 + k_2)/\sqrt{s}$ .

Легко видеть, что при  $Q = (Q_0, \vec{0})$  ( $Q = \vec{0}$ ) выражение (3.11) переходит в  $-\vec{k}_1\vec{p}/|\vec{p}|$ . Подставляя (3.7) в (3.11), находим при  $\vec{p} \rightarrow \infty$ :

$$\vec{\pi}\vec{q} = \left( \frac{\vec{k}_1^2 + m^2}{x(1-x)} \right)^{1/2} \cdot \left( \frac{1}{2} - x \right). \quad (3.12)$$

Соотношения, обратные формулам (3.10) и (3.12), имеют вид

$$\vec{k}_1^2 = \vec{q}^2 - (\vec{\pi}\vec{q})^2, \quad (3.13)$$

$$x = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\vec{\pi}\vec{q}}{\epsilon(\vec{q})} \right), \quad (3.14)$$

где  $\epsilon(\vec{q}) = \sqrt{\vec{q}^2 + m^2}$ .

Переменные  $\vec{q}, \vec{\pi}$  удобны для плавного сопряжения релятивистской волновой функции с известной нерелятивистской. При  $q \ll m$  зависимость волновой функции от переменной  $\vec{\pi}$  плавно исчезает (мы увидим, что параметром, определяющим зависимость от переменной  $\vec{\pi}\vec{q}$ , является масса нуклона) и мы возвращаемся к нерелятивистской волновой функции, зависящей только от  $\vec{q}$ . В переменных  $\vec{k}_1, x$  эта функция зависит от каждой из этих переменных, но только в комбинации (3.10), составляющей относительный импульс. Поэтому естественно ввести переменную  $\vec{q}$  с самого начала.



Физическая причина зависимости релятивистской волновой функции от переменной  $\vec{n}$  состоит в принципиальной невозможности кинематически отделить движение центра тяжести системы релятивистских взаимодействующих частиц от внутреннего движения. Этим свойством обладает не только квантовая, но и классическая система (см. [19]). Динамическая зависимость волновой функции (3.5) не только от  $\vec{q}$ , но и от  $\vec{p}$  как раз и означает, что внутреннее движение (с относительным импульсом  $\vec{q}$ ) и движение центра тяжести (с импульсом  $\vec{p}$ ) не отделяются друг от друга, а связаны динамически. В системе с бесконечным импульсом при  $\vec{p} \rightarrow \infty$  зависимость от  $\vec{p}$  превращается в зависимость от направления  $\vec{n} = -\vec{p}/|\vec{p}|$ .

Обратим внимание на то, что равенство  $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{p}$  аргументов в (2.1) не инвариантно и если справедливо в одной системе отсчета (где соответствующая волновая функция в координатном пространстве одномерна), то разрушается в другой системе отсчета. Это связано с тем, что, как отмечалось, сумма энергий нуклонов не равна энергии дейтрона:  $\epsilon(\vec{k}_1) + \epsilon(\vec{k}_2) \neq \epsilon(\vec{p})$ . Тогда в новой системе отсчета, где

$$k'_{1z} = \frac{k_{1z} - v\epsilon(\vec{k}_1)}{\sqrt{1-v^2}}, \quad k'_{2z} = \frac{k_{2z} - v\epsilon(\vec{k}_2)}{\sqrt{1-v^2}}, \quad p'_z = \frac{p_z - v\epsilon(\vec{p})}{\sqrt{1-v^2}}, \quad (3.15)$$

получаем  $\vec{k}'_1 + \vec{k}'_2 \neq \vec{p}'$ . Отсюда следует парадоксальное на первый взгляд обстоятельство: система покоя центра инерции частиц, составляющих связанную систему (где  $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = 0$ ), не совпадает с системой покоя связанного состояния (где  $\vec{p} = 0$ ). Действительно, чтобы перейти в систему, где  $\vec{p} = 0$ , нужно двигаться со скоростью  $\vec{v}_1 = \vec{p}/\epsilon(\vec{p})$ , а для перехода в систему, где  $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = 0$ , нужно двигаться со скоростью  $\vec{v}_2 = (\vec{k}_1 + \vec{k}_2)/(\epsilon_1 + \epsilon_2) = \vec{p}/(\epsilon(\vec{k}_1) + \epsilon(\vec{k}_2))$ . Но поскольку  $\epsilon(\vec{p}) \neq \epsilon(\vec{k}_1) + \epsilon(\vec{k}_2)$ , то  $\vec{v}_1 \neq \vec{v}_2$ , т.е. переходим в разные системы.

Соотношение между 4-импульсами нуклонов и ядра удобно записать в 4-мерном виде:

$$k_1 + k_2 = p + \lambda \tau, \quad (3.16)$$

где  $\lambda$  — 4-вектор;  $\lambda = (\lambda_0, \vec{\lambda})$ , причем в системе, где справедливо равенство  $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{p}$ , пространственная часть  $\vec{\lambda}$  равна нулю:  $\vec{\lambda} = 0$ . Наличие скалярного параметра  $\tau$  в (3.16) как раз и

учитывает, что  $\epsilon(\vec{k}_1) + \epsilon(\vec{k}_2) \neq \epsilon(\vec{p})$  и что в других системах отсчета  $\vec{k}_1' + \vec{k}_2' \neq \vec{p}'$ . С помощью  $\lambda$  соотношение между координатами и временами в (3.2) можно записать в 4-мерном виде  $\lambda x_1 = \lambda x_2 = 0$  (здесь  $x = (t, \vec{r})$ ). В системе, где  $\vec{\lambda} = 0$ , функция (3.2) становится одновременной. В произвольной системе отсчета она не одновременна, а определена на плоской гиперповерхности  $\lambda x = \lambda_0 t - \vec{\lambda} \vec{r} = 0$ . Такая функция преобразуется кинематически при условии, что и поверхность в новой системе координат  $\lambda'$  занимает новое положение относительно координатных осей, задаваемое уравнением  $\lambda' x' = 0$ . Волновые функции, определенные в данной системе на разных гиперповерхностях (с разными  $\lambda$  в уравнении  $\lambda x = 0$  и в (3.16)), становятся одновременными в разных системах отсчета и описывают в них объекты с разными значениями полного импульса  $\vec{p}$ . Как уже говорилось, такие функции связаны между собой динамически. Поэтому невозможность отделить движение центра инерции и связанная с этим зависимость волновой функции от  $\vec{p}$  эквивалентна динамической зависимости волновой функции от положения гиперповерхности, на которой она определена. Примеры этой зависимости будут даны ниже.

На какой гиперповерхности в произвольной системе отсчета определена волновая функция, одновременная в системе с бесконечным импульсом? Поскольку  $t = (t' + vz')/\sqrt{1-v^2}$ , то  $t = 0$  отвечает при  $v \rightarrow 1$  поверхности  $t' + x' = 0$ . Соотношение  $x' = -ct'$  есть уравнение движения световой волны, а соответствующая функция называется волновой функцией на световом фронте. Как и в случае пространственноподобной поверхности, явно ковариантная функция, преобразующаяся кинематически, получается, если ее определить на произвольной поверхности светового фронта, заданной инвариантным уравнением  $\omega x = 0$ , где  $\omega = (\omega_0, \vec{\omega})$ ,  $\omega^2 = 0$ . В частном случае  $\omega = (1, 0, 0, -1)$  мы возвращаемся к поверхности  $t + x = 0$ . Такая функция одновременна в системе с бесконечным импульсом, движущимся в направлении  $\vec{\omega}$ . В импульсном пространстве аргументы такой волновой функции связаны соотношением, получаемым из (3.16) заменой  $\lambda$  на  $\omega$ :

$$\psi = \psi(k_1, k_2, p, \omega \tau), \quad (3.17)$$

$$\text{где } k_1 + k_2 = p + \omega \tau. \quad (3.18)$$

Подчеркнем еще раз, что все 4-импульсы находятся на соответствующих массовых поверхностях:  $k_1^2 = k_2^2 = m^2$ ,  $p^2 = M^2$ ,  $(\omega\tau)^2 = 0$ .

Как система с бесконечным импульсом получается предельным переходом  $v \rightarrow c$  (или  $\vec{p} \rightarrow \infty$ ), так и (3.18) может быть получено из (3.16) плавным доворотом поверхности  $\Delta x = 0$  до поверхности светового фронта  $\omega x = 0$ , например введением "массы"  $M^2 = \delta^2$  и переходом к пределу  $\delta \rightarrow 0$ .

Волновую функцию (3.17) можно получить непосредственно, разлагая по свободным полям вектор состояния, определенный в отличие от (2.1) на гиперповерхности  $\omega x = 0$  (см. [8]).

Условие (3.18) в этом подходе, как обычно, следует из трансляционной инвариантности.

Следовательно, волновая функция (3.17) представляет собой ковариантным образом параметризованную волновую функцию в системе с бесконечным импульсом. Поэтому она объединяет в себе все преимущества системы с бесконечным импульсом и явной релятивистской ковариантности. Ниже мы будем изучать свойства волновой функции (3.17).

#### 4. ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ

Аргументы в волновой функции (3.17) связаны между собой соотношением (3.18) точно так же, как 4-импульсы в амплитуде реакции  $1+2 \rightarrow 3+4$ . Поэтому волновая функция (3.17) может быть изображена графически в виде 4-хвостка (рис.1). Пунктирную линию отвечающую 4-импульсу  $\omega\tau$ , будем сопоставлять фиктивной частице - шпурриону.

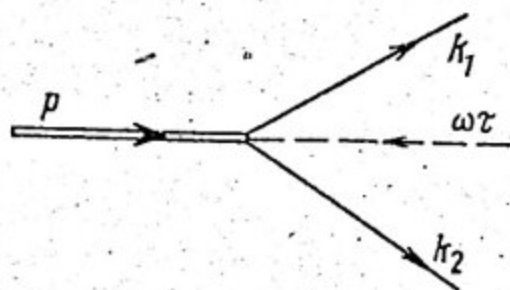


Рис.1. Графическое изображение двухчастичной волновой функции на световом фронте. Штриховая линия соответствует фиктивной частице - шпурриону

Рассмотрим случай бесспиновых частиц, образующих связанную систему с полным моментом, равным нулю. Волновая функция такой



системы — скаляр и поэтому, как и амплитуда реакции, зависит от двух инвариантных переменных:

$$\begin{aligned} s_1 &= (k_1 + k_2)^2 = (p + \omega\tau)^2, \\ t_1 &= (p - k_1)^2, \\ u_1 &= (p - k_2)^2, \\ s_1 + t_1 + u_1 &= M^2 + 2m^2, \\ \psi &= \psi(s_1, t_1). \end{aligned} \quad (4.1)$$

Удобно ввести другие переменные, в которых волновая функция приобретает вид, наиболее близкий к нерелятивистскому. Это — относительный импульс  $\vec{q}$ , имеющий смысл импульса частицы I в системе, где  $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = 0$  (но  $\vec{p} \neq 0$ ), и единичный вектор  $\vec{n}$  в направлении  $\vec{\omega}$  в этой системе. Эти переменные строятся из импульсов частиц следующим образом (ср. с [13]):

$$\vec{q} = L^{-1}(Q)\vec{k}_1 = \vec{k}_1 - \frac{Q}{m} \left[ c(\vec{k}_1) - \frac{\vec{k}_1 Q}{m + q_0} \right], \quad (4.2)$$

$$\vec{n} = L^{-1}(Q)\vec{\omega} / |L^{-1}(Q)\vec{\omega}| = \sqrt{s_1} L^{-1}(Q)\vec{\omega} / (\omega p), \quad (4.3)$$

где  $Q = m(k_1 + k_2) / \sqrt{s_1} = m(p + \omega\tau) / \sqrt{s_1}$ . Операция  $L^{-1}(Q)$  представляет собой следующее преобразование Лоренца:  $L^{-1}(Q)(m, 0, 0, 0) = (Q_0, -\vec{Q})$ . В нерелятивистском пределе, очевидно, получаем разность векторов  $\vec{k}_1 - \vec{Q} = \vec{k}_1 - \frac{1}{2}\vec{p} = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)/2$ . Из определений (4.2), (4.3) следует, что при вращении или преобразовании Лоренца  $g$  над 4-векторами, из которых составлены  $\vec{q}$  и  $\vec{n}$ , векторы  $\vec{q}$  и  $\vec{n}$  испытывают только вращения:

$$\vec{q}' = R(q, Q)\vec{q}, \quad \vec{n}' = R(q, Q)\vec{n}, \quad (4.4)$$

$$R(q, Q) = L^{-1}(gQ)gL(Q) - \quad (4.5)$$

оператор вращения.

Поэтому  $\vec{q}^2$  и  $\vec{n}\vec{q}$  — инварианты и могут быть выражены через  $s_1$  и  $t_1$ :

$$\begin{aligned} \vec{q}^2 &= \frac{1}{4}s_1 - m^2, \\ \vec{n}\vec{q} &= (2m^2 + M^2 - s_1 - 2t_1)\sqrt{s_1} / 2(s_1 - M^2). \end{aligned} \quad (4.6)$$

Для волновой функции с нулевым моментом получаем (ср. с (3.6)):

$$\psi = \psi(\vec{q}, \vec{n}) = \psi(\vec{q}^2, \vec{n}\vec{q}). \quad (4.7)$$

В системе, где  $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{p} + \tau \omega_0 \vec{n} = 0$  ( $\tau > 0, \omega_0 > 0$ ), направления  $\vec{p}$  и  $\vec{n}$  противоположны. Разложение волновой функции  $\psi(\vec{q}^2, \vec{n}\vec{q})$  по шаровым функциям  $Y_{lm}(\vec{q})$  имеет вид суммы по  $l$ . Подчеркнем, что тем не менее волновая функция  $\psi(\vec{q}^2, \vec{n}\vec{q})$  отвечает определенному (нулевому) моменту, так как является скаляром. Оператор момента в данном представлении имеет вид [3] (см. пояснение после формулы (5.3)):

$$\hat{J} = -i[\vec{q} \frac{\partial}{\partial \vec{q}}] - i[\vec{n} \frac{\partial}{\partial \vec{n}}] \quad (4.8)$$

и действительно дает нуль на функции (4.7). На функциях, не зависящих от  $\vec{n}$ , слагаемое  $-i[\vec{n} \frac{\partial}{\partial \vec{n}}]$  в (4.8) дает нуль и может быть опущено, и мы возвращаемся к нерелятивистскому выражению для оператора момента. Наконец, введем еще одну пару переменных, в которых волновая функция на световом фронте параметризуется так же, как одновременная волновая функция в системе с бесконечным импульсом. Определим переменные

$$x_1 = \omega k_1 / \omega p, \quad x_2 = \omega k_2 / \omega p, \quad (4.9)$$

причем  $x_1 + x_2 = 1$ ,  
и 4-векторы

$$R_1 = k_1 - x_1 p, \quad R_2 = k_2 - x_2 p, \quad (4.10)$$

причем  $R_1 + R_2 = \omega \tau$ ,  $R_1 \omega = R_2 \omega = 0$ .

Представим пространственные части  $\vec{R}_1$  и  $\vec{R}_2$  в виде:

$$\vec{R}_1 = \vec{R}_{1\parallel} + \vec{R}_1, \quad \vec{R}_2 = \vec{R}_{2\parallel} - \vec{R}_1,$$

где  $\vec{R}_{i\parallel}$  - параллельно  $\vec{\omega}$ ,  $\vec{R}_1$  - ортогонально  $\vec{\omega}$ . Поскольку  $R\omega = R_0\omega - \vec{R}_{i\parallel}\vec{\omega} = 0$ , то  $R_0 = |\vec{R}_{i\parallel}|$  и, следовательно,  $\vec{R}^2 = -\vec{R}_1^2$ . Таким образом,  $\vec{R}_1^2 = -R_1^2 = -R_2^2$  - инвариант. Поэтому в качестве двух скаляров, от которых зависит волновая функция, можно взять  $\vec{R}_1^2$  и  $x$  (ср. с (3.8)):

$$\psi = \psi(\vec{R}_1^2, x). \quad (4.11)$$

Пользуясь определениями переменных  $\vec{R}_1^2, x$ , легко связать их с  $\vec{q}^2, \vec{n}\vec{q}$ . В результате воспроизводятся формулы (3.10), (3.12)-(3.14).

Введенные выше переменные легко обобщаются на случай разных масс и произвольного числа частиц. Так, волновая функция  $l$  частиц имеет вид, аналогичный двухчастичной волновой функции (см. (3.17)):

$$\psi = \psi(k_1, \dots, k_l, p, \omega, \tau), \quad (4.12)$$

где  $\sum_{i=1}^n k_i = p + \omega\tau$ . Вводя переменные  $\vec{q}_i = L^{-1}(Q_i)\vec{k}_i$ , где  $Q_i = m_i(p + \omega\tau) / \sqrt{(p + \omega\tau)^2 + \sum_{i=1}^n \vec{q}_i^2} = 0$ , получаем:

$$\psi = \psi(\vec{q}_1, \dots, \vec{q}_{n-1}, \vec{\pi}). \quad (4.13)$$

Аналогично обобщаются переменные (4.9) и (4.10)

$$\begin{aligned} x_i &= \omega k_i / \omega p, & \sum_{i=1}^n x_i &= 1, \\ R_i &= k_i - x_i p, & \sum_{i=1}^n R_i &= \omega\tau, \\ \psi &= \psi(\vec{R}_{1,1}, \dots, \vec{R}_{n-1,1}, x_1, \dots, x_{n-1}), \end{aligned} \quad (4.14)$$

где  $\vec{R}_{i,1}$  — двумерные векторы, находящиеся в плоскости, ортогональной  $\vec{\omega}$ . Легко проверить, что число скалярных переменных в (4.13) (т.е. число модулей векторов  $\vec{q}_i$  и независимых углов между ними и между  $\vec{q}_i$  и  $\vec{\pi}$ ), равное  $3n - 4$ , совпадает с числом скалярных переменных в (4.14) ( $n - 7$  — модулей векторов  $\vec{R}_{i,1}$ ,  $n - 2$  угла между  $\vec{R}_{i,1}$ , так как все  $\vec{R}_{i,1}$  находятся в одной плоскости, и  $n - 1$  переменных  $x_i$ ; всего  $3n - 4$  переменных).

Условие нормировки волновой функции определяется условием нормировки вектора состояния  $|p\rangle \equiv \Phi(p)$ :

$$\langle p' | p \rangle = 2\epsilon(\vec{p}) \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}').$$

Для двухчастичной волновой функции оно имеет вид (см. [8]):

$$\int |\psi(\vec{q}, \vec{\pi})|^2 \frac{\pi d^3 q}{\epsilon(q)(2\pi)^3} = 1. \quad (4.15)$$

В переменных  $R_i$  и  $x$  нормировочное условие (4.15) приобретает вид:

$$\int |\psi(\vec{R}_1, x)|^2 \frac{x^2 R_1 dx}{2x(1-x)} = 1. \quad (4.16)$$

## 5. УЧЕТ СПИНА

Формулу для преобразования волновой функции легко написать, опираясь на уже упоминавшуюся аналогию между волновой функцией и амплитудой реакции  $J + 0 \rightarrow j_1 + j_2$ . На рис. I частицы 1 и 2 теперь имеют спины  $j_1$  и  $j_2$ , связанное состояние имеет полный спин  $J$ , а шпурин несет только импульс и поэтому является бесспиновым. Поскольку спины  $j_1$  и  $j_2$  и моменты складываются так, чтобы получился спин  $J$  (это же происходит и в амплитуде реакции  $J + 0 \rightarrow j_1 + j_2$ ), то волновая функция преобразуется точно так же, как амплитуда реакции  $J + 0 \rightarrow j_1 + j_2$ :



$$\psi_{j_1 \sigma_1 j_2 \sigma_2}^{J_s}(q k_1, q k_2, q p, q \omega \tau) = \sum_{s' \sigma'_1 \sigma'_2} D_{ss'}^{*J} \{R(q, p)\} \times \quad (5.1)$$

$$\times D_{\sigma_1 \sigma'_1}^{j_1} \{R(q, k_1)\} D_{\sigma_2 \sigma'_2}^{j_2} \{R(q, k_2)\} \psi_{j_1 \sigma'_1 j_2 \sigma'_2}^{J_{s'}}(k_1, k_2, p, \omega \tau).$$

Здесь  $s, \sigma_1, \sigma_2$  — проекции спинов на ось  $z$  в системах покоя каждой из частиц;  $R$  — оператор вращения, определяемый формулой (4.5);  $q$  — вращение и (или) преобразование Лоренца. Углы Эйлера, определяющие, например, вращение  $R(q, p)$ , могут быть выражены через  $p$  и через параметры преобразования  $q$ . Именно в этом смысле следует понимать выражение  $D\{R\}$ . Другие выражения для углов Эйлера через  $q$  и  $p$  нам не понадобятся. Вывод формулы (5.1) из трансформационных свойств вектора состояния  $\Phi_s^J(p)$  содержится в приложении к обзору [8].

В силу аналогии между волновой функцией и амплитудой рассеяния задача построения состояний со спином сводится к известной задаче — к разложению амплитуды рассеяния на инвариантные амплитуды. При этом удобно перейти к новому представлению, в котором волновая функция  $\tilde{\psi}$ , в отличие от (5.1), преобразуется по каждому индексу с помощью  $D$ -функций, содержащих один и тот же оператор вращения. Так же преобразуется нерелятивистская волновая функция. В новом представлении  $\tilde{\psi}$  связана с волновой функцией  $\psi$  в старом представлении по формуле [3]:

$$\tilde{\psi}_{j_1 \sigma_1 j_2 \sigma_2}^{J\mu} = \sum_{\mu \mu'} D_{\mu \mu'}^{*J} \{R(L^{-1}(Q), p)\} D_{\sigma_1 \sigma'_1}^{j_1} \{R(L^{-1}(Q), k_1)\} \times \quad (5.2)$$

$$\times D_{\sigma_2 \sigma'_2}^{j_2} \{R(L^{-1}(Q), k_2)\} \psi_{j_1 \sigma'_1 j_2 \sigma'_2}^{J\mu'}$$

где операторы  $R$  определены формулой (4.5) с заменой  $Q$  на  $p$  или  $k_{1,2}$  и с  $q = L^{-1}(Q)$ ,  $Q = \pi(k_1 + k_2) / \sqrt{s_1}$ . Волновая функция преобразуется по формуле (5.1), в которой аргументы всех  $D$ -функций следует заменить на  $R(q, Q)$ . В этом легко убедиться посредством прямой проверки с помощью тождества [3]

$$R(L^{-1}(qQ), q k_1) \equiv R(q, Q) R(L^{-1}(Q), k_1) R^{-1}(q, k_1) \quad (5.3)$$

и с учетом того, что  $D\{R_1 R_2\} = D\{R_1\} D\{R_2\}$ . С помощью этого же оператора вращения  $R(q, Q)$  преобразуются переменные  $\vec{q}$  и  $\vec{\pi}$  (см. (4.4), (4.5)). Отсюда также следует, что в "тильдованном" представлении оператор момента для бесспиновых частиц строится

из  $\vec{q}$  и  $\vec{\pi}$  по нерелятивистским формулам (см. (4.8)), а для частиц со спином к выражению (4.8) следует прибавить оператор спина частиц. Ясно, что волновая функция  $\tilde{\psi}$  есть собственная функция операторов  $\hat{J}^2$  и  $\hat{J}_3$ , отвечающая собственным значениям  $J(J+1)$  и  $\mu$ .

Теперь легко написать общее выражение для волновой функции дейтрона на световом фронте. Построение вполне аналогично нерелятивистскому случаю, но с тем существенным отличием, что в нашем распоряжении помимо  $\vec{q}$  появляется вектор  $\vec{\pi}$  :

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}(\vec{q}, \vec{\pi}) = & (f_1 \sqrt{\frac{1}{2}} \vec{\sigma} + f_2 \frac{1}{2} (3\vec{q}(\vec{q}\vec{\sigma})/\vec{q}^2 - \vec{\sigma}) + f_3 \frac{1}{2} (3\vec{\pi}(\vec{\pi}\vec{\sigma}) - \vec{\sigma}) + \\ & + f_4 \frac{1}{2} (3\vec{q}(\vec{\pi}\vec{\sigma}) + 3\vec{\pi}(\vec{q}\vec{\sigma}) - 2(\vec{q}\vec{\pi})\vec{\sigma})/q + \\ & + f_5 i \sqrt{\frac{3}{2}} [\vec{q} \times \vec{\pi}]/q + f_6 \frac{\sqrt{3}}{2} [[\vec{q} \times \vec{\pi}] \times \vec{\sigma}]/q) \cdot \sigma_y. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Связь между  $\tilde{\psi}^\mu$  в формуле (5.2) и  $\tilde{\psi}$  в (5.4) аналогична соотношению между сферической функцией  $Y_{1\mu}^*(\vec{n})$  и вектором  $\vec{n}$ . Функции  $f_1, \dots, f_6$  зависят от скаляров  $\vec{q}^2, \vec{\pi}\vec{q}$ . Нормировочный интеграл имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{1}{(2\pi)^3} \int F(\vec{q}^2, \vec{\pi}\vec{q}) \frac{m d^3q}{c(\vec{q})} = 1, \\ F = f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + (3 + x^2)f_4^2 + (1 - x^2)(f_5^2 + f_6^2) + (3x^2 - 1)f_2 f_3 + \\ + 4x f_4 (f_2 + f_3), \end{aligned} \quad (5.5)$$

где  $x = \vec{q}\vec{\pi}/q$ .

Из формулы (5.4) видно, что релятивистская волновая функция дейтрона на световом фронте определяется шестью инвариантными функциями вместо двух ( $S$ - и  $D$ -волны) в нерелятивистском случае. Увеличение числа функций произошло из-за того, что вектор  $\vec{\pi}$  участвует в построении момента на равных правах с относительным импульсом  $\vec{q}$ . В нерелятивистском пределе  $q \ll m$  функции  $f_3, \dots, f_6$  становятся пренебрежимо малыми, а функции  $f_1$  и  $f_2$  перестают зависеть от  $\vec{\pi}\vec{q}$  и переходят в обычные  $S$ - и  $D$ -волны. В результате мы возвращаемся к обычной нерелятивистской волновой функции дейтрона. Эти свойства подтверждаются, в частности, расчетом волновой функции дейтрона в модели однобозонного

обмена [6]. Если принять  $f_1$  за единицу, то при  $\frac{1}{R} \ll q \ll m$  расчет дает [6]:

$$f_1 \sim 1, \quad f_2 \sim q^2/m^2, \quad f_3 = q^4/m^4, \\ f_4 \sim 2q^6/m^6, \quad f_5 \sim q^3/m^3, \quad f_6 \sim 2q^6/m^6.$$

Поверхность уровней функции  $F(\vec{q}^2, \vec{\pi}\vec{q})$  (5.5) показана на рис.2. При  $q \sim m$  заметно отличие от сферической симметрии, что отвечает зависимости волновой функции от переменной  $\vec{\pi}$  (волновая функция сплюснута вдоль  $\vec{\pi}$ ). При  $q \ll m$  поверхность уровней сферически симметрична, как и должно быть в нерелятивистском пределе.

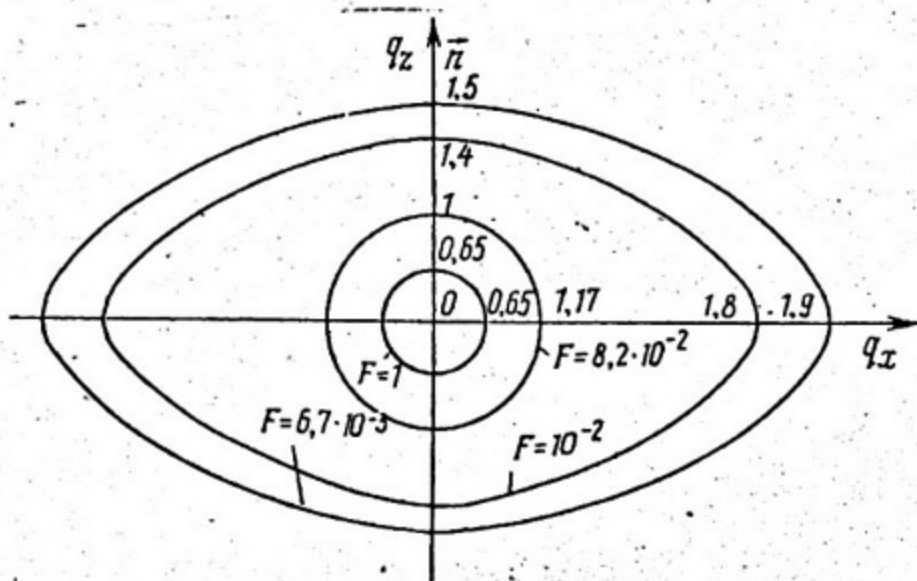


Рис.2. Поверхность уровней функции, определяемой формулой (5.5). Значения  $F$  приведены в единицах  $(\text{ГэВ}/c)^{-3}$

## 6. ДИАГРАММНАЯ ТЕХНИКА

Амплитуды процессов с участием связанных систем выражаются через волновые функции на световом фронте с помощью специальной диаграммной техники. Чтобы ее пояснить, мы прежде напомним старую теорию возмущений, в которой, как и в нерелятивистской квантовой механике, амплитуды выражаются через матричные элементы от взаимодействия, энергетические знаменатели и суммы по промежуточным состояниям. Рассмотрим в низшем порядке процесс  $2 \rightarrow 2$ , происходящий за счет обмена частицей в  $s$ -канале. Для этого



процесса есть только два промежуточных состояния, изображенных на рис.3. Соответствующие им амплитуды имеют вид:

$$F_{\alpha} = \frac{g^2}{(2\pi)^2} \frac{1}{2\epsilon(\vec{p})} \frac{1}{(\epsilon(\vec{p}) - \epsilon(\vec{k}_1) - \epsilon(\vec{k}_2))}, \quad (6.1)$$

$$F_{\beta} = \frac{g^2}{(2\pi)^2} \frac{1}{2\epsilon(\vec{p})} \frac{1}{(\epsilon(\vec{p}) + \epsilon(\vec{k}_1) + \epsilon(\vec{k}_2))}. \quad (6.2)$$

Вклад  $F_{\beta}$  происходит от рожденного в результате флуктуаций вакуума промежуточного состояния, содержащего античастицу. Сумма  $F_{\alpha} + F_{\beta}$  совпадает с обычной фейнмановской амплитудой:

$$F = F_{\alpha} + F_{\beta} = \frac{g^2}{(2\pi)^2} \frac{1}{\mu^2 - (k_1 + k_2)^2}. \quad (6.3)$$

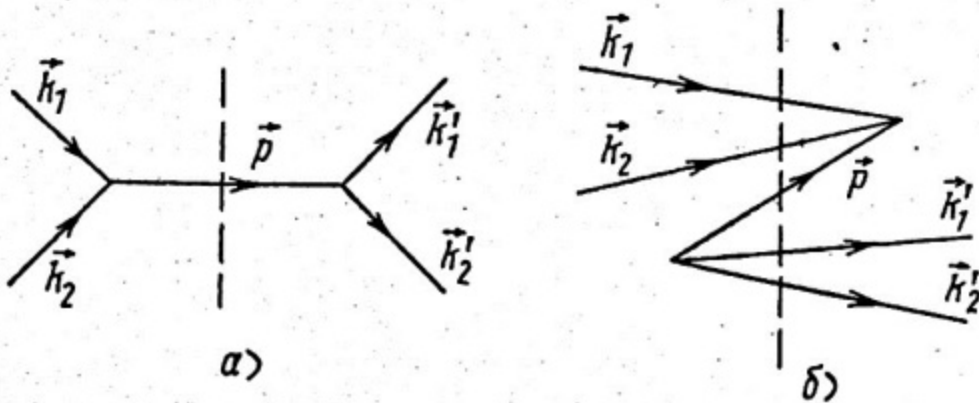


Рис.3. Диаграммы старой теории возмущений, отвечающие процессу  $2 \rightarrow 2$ . Промежуточное состояние на диаграмме "б" образовалось в результате флуктуации вакуума

В системе с бесконечным импульсом вклад  $F_{\beta}$ , содержащий сумму энергий, вымирает, и вся амплитуда исчерпывается диаграммой на рис.3,а. Аналогичное вымирание флуктуаций вакуума происходит и во всех более сложных диаграммах. Можно сказать, что в силу принципа неопределенности эти флуктуации рождаются на время  $\Delta t \sim \hbar / \Delta E$ , стремящееся к нулю при  $\Delta E \rightarrow \infty$  в системе с бесконечным импульсом. Именно это важное свойство мы имели в виду, когда в разд.3 после формулы (3.6) отмечали, что флуктуации вакуума не дают вклад в вектор состояния в системе с бесконечным импульсом. Это не значит, что в теории вообще отсутствуют античастицы. Они есть. Например,  $\pi$ -мезон (но не вакуум!) может виртуально родить пару  $N\bar{N}$ . Но вклады частиц и античастиц в теории разделены, в отличие от фейнмановского подхода.

Правила диаграммной техники, позволяющие получить амплитуду непосредственно в системе с бесконечным импульсом, были сформулированы Вайнбергом в работе [20]. Как уже говорилось в разд.3, подход, эквивалентный в принципе (но весьма отличный по форме), получается, если в произвольной системе рассмотреть вектор состояния на световом фронте  $\omega x = \sigma$ . Диаграммная техника, позволяющая выразить амплитуды процессов через введенные в разд.3 (формула (3.17)) ковариантные волновые функции, изложена ниже. Она, как и фейнмановский подход, явно релятивистски инвариантна, а с другой стороны, удерживает все положительные черты старой теории возмущений в системе с бесконечным импульсом. Для случая пространственно-подобной поверхности  $\lambda x = \sigma$  ( $\lambda^2 = 1, \lambda_0 > 0$ ), такая техника была впервые развита Кадышевским [21, 22], а для случая светового фронта - в работах [1, 23, 24]. Эта техника возникает, если в выражении для  $S$ -матрицы снять знак  $T$ -произведения, представив упорядочение во времени явно с помощью введения  $\theta$ -функций:

$$S = T \exp \left\{ -i \int H^{int}(x) d^4x \right\} =$$

$$= 1 + \sum_n \frac{(-i)^n}{n!} \int H^{int}(x_1) \theta(t_1 - t_2) H^{int}(x_2) \dots \theta(t_{n-1} - t_n) H^{int}(x_n) \times$$

$$\times d^4x_1 \dots d^4x_n. \quad (6.4)$$

Затем выражение (6.4) переписывается в виде:

$$S_\omega = 1 + \sum_n \frac{(-i)^n}{n!} \int H^{int}(x_1) \theta(\omega(x_1 - x_2)) H^{int}(x_2) \dots \theta(\omega(x_{n-1} -$$

$$- x_n)) H^{int}(x_n) d^4x_1 \dots d^4x_n, \quad (6.5)$$

где  $\omega$  - введенный выше 4-вектор;  $\omega^2 = 0, \omega_0 > 0$ . Если  $(x_1 - x_2)^2 > 0$ , то знаки  $\omega(x_1 - x_2)$  и  $t_1 - t_2$  совпадают. Значит, совпадают и подынтегральные выражения в (6.4) и (6.5). Если  $(x_1 - x_2)^2 < 0$ , то в этой области операторы коммутируют:

$$[H^{int}(x_1), H^{int}(x_2)] = 0$$

и их порядок не имеет значения. Если  $(x_1 - x_2)^2 = 0$ , то знаки  $\omega(x_1 - x_2)$  и  $t_1 - t_2$  могут отличаться. Область, где это может быть, представляет собой линию на световом конусе. Разбивая интегралы по  $d^4x$  на интегралы по  $d^3x$  и  $dt$ , видим, что в плоскости  $t = const$  имеется только одна точка, где подынтегральное выражение в (6.5) отличается от  $T$ -упорядочения. Вопрос о том, может ли в результате измениться интеграл, зависит от характера сингулярностей на световом конусе. В случае скалярного поля  $T$ -произведение совпадает с (6.5).

В случае полей со спином выражения (6.4) и (6.5) отличаются, и для компенсации этого отличия в (6.5) следует добавить контрчлены [24]. Соответствующая диаграммная техника для полей со спином в случае пространственноподобной поверхности  $\lambda x = b$  ( $\lambda^2 = 1$ ) была развита в работах [25, 26], а в случае светового фронта - в работе [24].

Вводя фурье-образ гамильтониана

$$\tilde{H}(p) = \int H^{int}(x) e^{-ipx} d^4x \quad (6.6)$$

и используя интегральное представление  $\theta$ -функции

$$\theta(\omega(x_1 - x_2)) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\tau\omega(x_1 - x_2)}}{\tau - i0} d\tau, \quad (6.7)$$

преобразуем выражение (6.5) к виду:

$$S_\omega = 1 + \sum_n (-i)^n \int \tilde{H}(-\omega\tau_1) \frac{d\tau_1}{2\pi i(\tau_1 - i0)} \tilde{H}(\omega\tau_1 - \omega\tau_2) \dots \frac{d\tau_{n-1}}{2\pi i(\tau_{n-1} - i0)} \tilde{H}(\omega\tau_{n-1}). \quad (6.8)$$

Рассмотрим далее для примера теорию с гамильтонианом  $H^{int}(x) = -g\varphi^3(x)$ ;  $\varphi$  - скалярное поле. В этом случае [23]  $S_\omega = S$ . Таким образом, зависимость  $S$ -матрицы (6.8) от  $\omega$  является фиктивной. Матричные элементы в данном порядке теории возмущений от  $\omega$  не зависят. Введем фурье-образ поля:

$$\tilde{\varphi}(k) = (2\pi)^{-5/2} \int \varphi(x) e^{-ikx} d^4x. \quad (6.9)$$

При приведении  $S$ -матрицы (6.8) к нормальной форме возникают свертки:

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}(k) \tilde{\varphi}(p) &= \tilde{\varphi}(k) \tilde{\varphi}(p) - N(\tilde{\varphi}(k) \tilde{\varphi}(p)) = \\ &= \theta(p_0) \delta(p^2 - m^2) \delta^{(4)}(p+k). \end{aligned} \quad (6.10)$$

Подчеркнем, что пропагатор (6.10) содержит  $\delta$ -функцию  $\delta(p^2 - m^2)$ , поэтому в данной диаграммной технике все частицы находятся на массовых поверхностях. Удобно заменить  $\theta(p_0)$  в (6.10) на  $\theta(\omega p)$ , 4-векторы  $\omega\tau_j$  в (6.7) становятся импульсами шпуриона, а множители  $1/(\tau_j - i0)$  - пропагаторами шпуриона, ответственного за сход промежуточных состояний с энергетической поверхности. Так, согласно работам [24-26], возникает трехмерная диаграммная техника, приспособленная в работе [1] для случая светового фронта. Сформулируем правила этой диаграммной техники для скалярного поля.



Введем амплитуду перехода  $F_{\pi m}$ , связанную с  $S$ -матрицей:

$$S_{\pi m} = 1 + iT_{\pi m},$$

$$T_{\pi m} = \delta^{(4)} \left( \sum_1^{\pi} k_i' - \sum_1^m k_i \right) \frac{F_{\pi m}}{(2\epsilon_1' \dots 2\epsilon_n' \cdot 2\epsilon_1 \dots 2\epsilon_m)^{1/2}} \quad (6.11)$$

и с сечением процесса  $1 + 2 \rightarrow 3 + \dots + n$ :

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^2}{4j\epsilon_1\epsilon_2} |F|^2 \frac{d^3k_3}{2\epsilon_3} \dots \frac{d^3k_n}{2\epsilon_n} \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - k_3 - \dots - k_n), \quad (6.12)$$

где  $j$  - плотность потока падающих частиц:

$$j\epsilon_1\epsilon_2 = \frac{1}{2} [s - (m_1 + m_2)^2]^{1/2} [s - (m_1 - m_2)^2]^{1/2}, \quad s = (k_1 + k_2)^2.$$

Чтобы найти матричный элемент  $n$ -го порядка  $F\delta^{(4)}(\dots)$ , необходимо [21-26, I]:

1) в фейнмановском графике  $n$ -го порядка произвольным образом пронумеровать вершины. Соединить направленной пунктирной линией (линией шпуриона) вершины в порядке возрастания номеров. Ориентировать сплошные линии (линии частиц) в направлении от большего номера к меньшему. Диаграммы, в которых имеются вершины с тремя входящими или выходящими сплошными линиями (вакуумные вершины, рис. 4, а, б) можно не рассматривать (они равны нулю). Каждой сплошной линии приписать соответствующий 4-импульс, каждой  $j$ -й пунктирной линии приписать 4-импульс  $\omega\tau_j$ ;

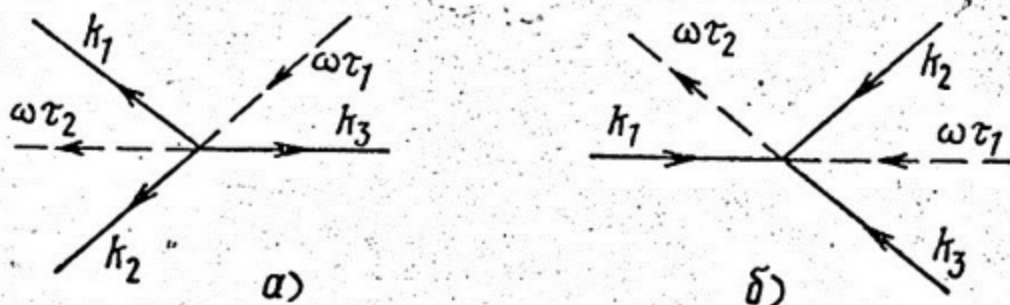


Рис. 4. Вершины с образованием частиц из вакуума (а) и с поглощением частиц вакуумом (б)

2) каждой внутренней сплошной линии с 4-импульсом  $k$  сопоставить пропагатор  $\theta(\omega k) \delta(k^2 - m^2)$ , каждой линии шпуриона - множитель  $\frac{1}{2\pi(\tau_j - i0)}$ ;

3) каждой вершине сопоставить  $(2\pi)^{-1/2} g \delta^{(4)}(\dots)$ , где  $\delta$  - функция учитывает закон сохранения 4-импульсов в вершине, включая и импульс шпуриона;

4) проинтегрировать по всем 4-импульсам внутренних частиц и по  $d\tau_j$  для линий шпуриона в бесконечных пределах;

5) повторить процедуру, описанную в пп.2-4, для всех  $l$  возможных нумераций вершин.

Мы опускаем здесь факториальные множители, возникшие из-за тождественности частиц и зависящие от варианта теории.

Вакуумные вершины рис.4,а и б в скалярной теории исчезают по тривиальной причине: из-за невозможности удовлетворять в них закону сохранения 4-импульса. Действительно, мы можем считать, что в вершине рис.4,а имеется только одна безмассовая частица с 4-импульсом  $\omega(\tau_1 - \tau_2)$  ( $[\omega(\tau_1 - \tau_2)]^2 = 0$ ). Поскольку все  $k_{0i} > 0$ , то существование вершины рис.4,а в зависимости от знака  $\omega_0(\tau_1 - \tau_2)$  означает распад безмассовой частицы на массивные, либо рождение из вакуума трех массивных частиц и одной безмассовой. В силу того что все 4-импульсы в вершине рис.4,а и б лежат на массовых поверхностях, такие процессы невозможны.

В качестве примера снова рассмотрим амплитуду рассеяния, определяемую обменом частицей в  $s$ -канале (диаграмма рис.5,а). В соответствии с приведенными выше правилами амплитуда, соответствующая диаграмме рис.5,а, имеет вид:

$$F = \frac{g^2}{2\pi} \int \delta((k_1 + k_2 + \omega(\tau_1 - \tau))^2 - m^2) \theta(\omega(k_1 + k_2)) \frac{d\tau_1}{2\pi(\tau_1 - i0)} =$$

$$= \frac{g^2}{(2\pi)^2} \frac{1}{2\tau\omega(k_1 + k_2) + m^2 - (k_1 + k_2)^2} \quad (6.13)$$

Амплитуда диаграммы рис.5,б содержит вершины с рождением частиц из вакуума и поэтому равна нулю. Все 4-импульсы в (6.13) находятся на массовых поверхностях, но при  $\tau \neq 0$  амплитуда  $F$  находится вне энергетической поверхности. На энергетической поверхности амплитуда  $F$  не зависит от  $\omega$  и совпадает с

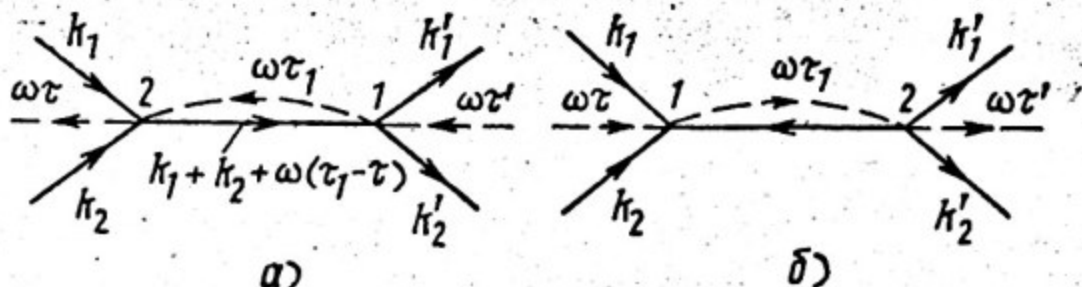


Рис.5. Диаграммы, отвечающие обмену частицей в  $s$ -канале

фейнмановской амплитудой (6.3). Сумма всех диаграмм в любом фиксированном порядке теории возмущений на энергетической поверхности также приводит к амплитуде, совпадающей с фейнмановской, поэтому не зависит от  $\omega$ . Однако амплитуда отдельно взятой диаграммы зависит от  $\omega$  даже на энергетической поверхности. Эта зависимость сокращается только в сумме диаграмм. Практически же точное решение задачи бывает обычно невозможным и приходится ограничиваться каким-либо механизмом процесса. Соответствующая приближенная амплитуда в этом случае оказывается зависящей от положения поверхности светового фронта. Поэтому при практических расчетах возникает проблема оптимального выбора положения  $\omega$  относительно 4-импульсов частиц. Обычно  $\omega$  выбирается так, чтобы минимизировать или, если удастся, занулить вклад неучтенных диаграмм.

Старая теория возмущений, правила Вайнберга [20] и изложенная выше техника на световом фронте соотносятся между собой также, как одновременная волновая функция (3.5), волновая функция в системе с бесконечным импульсом (3.8) и функция на световом фронте (3.17). Как параметризация (3.17) связана с (4.11) заменой переменных (4.10), так и амплитуды, получаемые в настоящей диаграммной технике, связаны с амплитудами в системе с бесконечным импульсом, вычисляемым по правилам Вайнберга [20] заменой переменных, аналогичной (4.10). В явном виде это показано в работе [2]. В диаграммной технике Кадышевского [22, 21] с  $\lambda^2 = 1$  вместо  $\omega^2 = 0$  вакуумные вершины рис. 4 а, б и диаграмма рис. 5, б не исчезают. Если в амплитуде с  $\lambda^2 = 1$  положить  $\vec{\lambda} = 0$ ,  $\lambda_0 = 1$ , то она перейдет в амплитуду старой теории возмущений. Так, амплитуды диаграмм рис. 5, а, б, вычисленные по приведенным выше правилам с заменой  $\omega \rightarrow \lambda$ , переходят при  $\vec{\lambda} = 0, \lambda_0 = 1$  в выражения (6.1) и (6.2).

В заключение этого раздела приведем соотношение между волновой функцией и вершиной  $\Gamma$  диаграммной техники, имеющей такое же графическое изображение, как и волновая функция:

$$\psi(k_1, \dots, k_n, p, \omega\tau) = \sqrt{\frac{2\pi}{m}} \frac{\Gamma(k_1, \dots, k_n, p, \omega\tau)}{s_1 - M^2}. \quad (6.14)$$

Формулу (6.14) можно получить, сравнивая, например, два способа вычисления амплитуды расщепления связанного состояния каким-нибудь возмущением: I — с помощью диаграммной техники (в ответ



входит  $\Gamma$ ); 2 — вычислением матричного элемента оператора возмущения между связанными и свободными состояниями  $\mathcal{L}$  частиц (в ответ входит  $\psi$ ). При вычислении амплитуды процесса соответствующей вершине мы сопоставляем  $\Gamma$ , а затем выражаем  $\Gamma$  через  $\psi$  по формуле (6.14).

## 7. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ

Уравнение для волновой функции может быть получено из уравнения для вершинной части, показанного графически на рис.6. Мы ограничимся случаем двухчастичной системы. Сопоставляя по приведенным выше правилам аналитические выражения диаграммам рис.6, находим уравнение для вершинной части:

$$\Gamma(k_1, k_2, p, \omega\tau) = \int \Gamma(k'_1, k'_2, p, \omega\tau') \theta(\omega k'_1) \delta(k'^2_1 - m^2) \theta(\omega k'_2) \delta(k'^2_2 - m^2) \delta^{(4)}(k'_1 + k'_2 - p - \omega\tau') \frac{1}{2\pi(\tau' - i0)} K(k'_1, k'_2, \omega\tau', k_1, k_2, \omega\tau) d^4 k'_1 d^4 k'_2 d\tau' \quad (7.1)$$

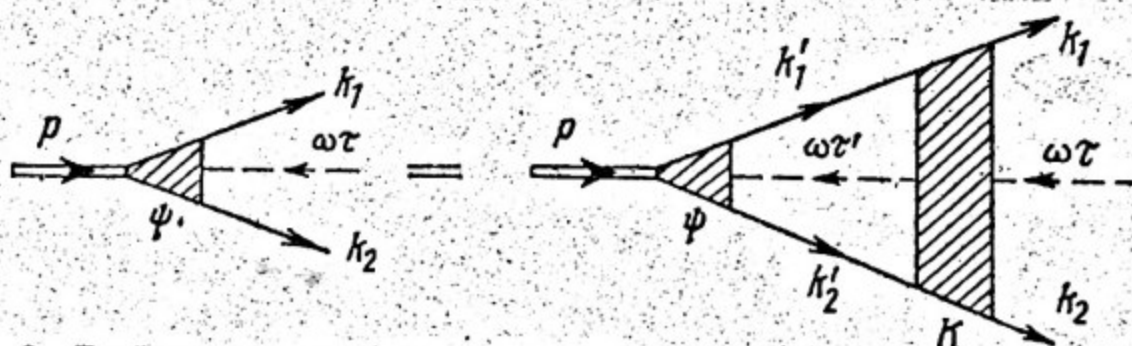


Рис.6. Графическое изображение уравнения для двухчастичной волновой функции на световом фронте

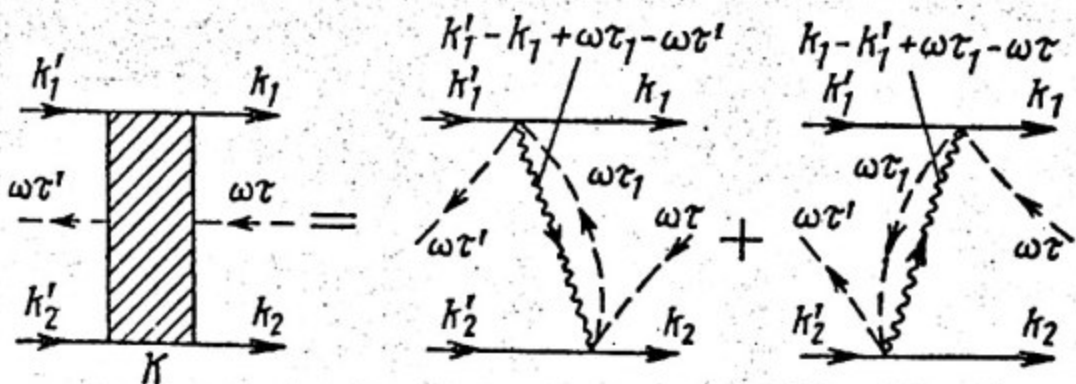


Рис.7. Диаграммы, определяющие в лестничном приближении ядро уравнения для волновой функции на световом фронте

Ядро  $K$  представляет собой неприводимый блок (рис. 7) и вычисляется непосредственно по правилам диаграммной техники. Выразим вершинную часть  $\Gamma$  в (7.1) через волновую функцию по формуле (6.14) (следует учесть, что  $s_1 - M^2 = 2(\omega p) \tau$ ). Введем обозначение  $V = -\frac{\sigma^2}{m^2} K$  и перейдем к переменным  $\vec{q}, \vec{n}$  (формулы (4.2), (4.3)). Интеграл в уравнении (7.1) преобразуется к переменной  $\vec{q}' = L^{-1}(Q')\vec{k}_1$ , где  $Q' = m(k'_1 + k'_2) / \sqrt{s'_1}$ ,  $s'_1 = (k'_1 + k'_2)^2$ . В результате уравнение (7.1) приобретает вид [1]:

$$(4(\vec{q}'^2 + m^2) - M^2) \psi(\vec{q}, \vec{n}) = -\frac{m^2}{2\sigma^3} \int \psi(\vec{q}', \vec{n}) V(\vec{q}', \vec{q}, \vec{n}, M^2) \frac{d^3 q'}{\epsilon(\vec{q}')}. \quad (7.2)$$

В близком к (7.2) виде уравнение для волновой функции на световом фронте рассматривалось в работах [27-31].

Ядро уравнения (7.2) зависит от векторной переменной  $\vec{n}$ , как от параметра. Мы увидим, что эта зависимость связана с запаздыванием взаимодействия. Поэтому и решение уравнения, т.е. волновая функция  $\psi(\vec{q}, \vec{n})$ , также оказывается зависящим от  $\vec{n}$ . В нерелятивистском пределе уравнение (7.2) переходит в уравнение Шредингера в импульсном представлении, ядро  $V$  совпадает с фурье-образом потенциала:  $V(\vec{q}' - \vec{q}) = \int V(r) \exp(i(\vec{q}' - \vec{q})\vec{r}) d^3 r$ , а волновая функция перестает зависеть от  $\vec{n}$ . Подчеркнем, что волновая функция на световом фронте, неодновременная в системе покоя, а одновременная в системе с бесконечным импульсом, переходит в нерелятивистском пределе в обычную нерелятивистскую волновую функцию, одновременную в системе покоя. Этого и следовало ожидать, так как в нерелятивистской теории два события, одновременные в одной системе, одновременны и во всех остальных системах.

В переменных  $\vec{R}_1$  и  $x$  (см. (4.9), (4.10)) уравнение (7.2) переписывается в виде:

$$\left( \frac{\vec{R}_1^2 + m^2}{x(1-x)} - M^2 \right) \psi(\vec{R}_1, x) = -\frac{m^2}{2\sigma^3} \int \psi(\vec{R}_1', x') V(\vec{R}_1', x', \vec{R}_1, x, M^2) \frac{d^2 R_1' dx'}{2x'(1-x')}. \quad (7.3)$$

В форме (7.3) это уравнение называется уравнением Вайнберга [20].

Преимущества уравнения для волновой функции в форме (7.2)

по сравнению с (7.3) состоят в его явной ковариантности, максимальной близости к нерелятивистскому уравнению Шредингера в импульсном пространстве и в простоте учета спина. Эти свойства делают уравнение (7.2) удобным для практических расчетов, что подтверждается работами [5,6], а также [27-31].

## 8. ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ В РЕШАЕМОЙ МОДЕЛИ

Для примера найдем волновую функцию на световом фронте в лестничном приближении, считая, что система состоит из скалярных частиц с массой  $m$ , взаимодействующих посредством обмена скалярной безмассовой частицей. Диаграммы, определяющие ядро, показаны на рис.7. Им соответствует следующее аналитическое выражение:

$$K = \frac{g^2}{2\pi} \int \theta(\omega(k'_1 - k_1)) \delta((k'_1 - k_1 + \omega\tau_1 - \omega\tau')^2) \frac{d\tau_1}{2\pi(\tau_1 - i0)} + \frac{g^2}{2\pi} \int \theta(\omega(k_1 - k'_1)) \delta((k_1 - k'_1 + \omega\tau_1 - \omega\tau')^2) \frac{d\tau_1}{2\pi(\tau_1 - i0)} = \frac{g^2}{(2\pi)^2} \frac{\theta(\omega(k'_1 - k_1))}{2\tau'\omega(k'_1 - k_1) - (k'_1 - k_1)^2 - i0} + \frac{g^2}{(2\pi)^2} \frac{\theta(\omega(k_1 - k'_1))}{2\tau\omega(k_1 - k'_1) - (k_1 - k'_1)^2 - i0} \quad (8.1)$$

Отметим, что на энергетической поверхности  $\tau = \tau' = 0$  выражение (8.1) для ядра совпадает с Фейнмановской амплитудой:

$$K(\tau = \tau' = 0) = -\frac{g^2}{(2\pi)^2} \frac{1}{(k_1 - k'_1)^2 + i0} \quad (8.2)$$

Переходя от ядра  $K$  к  $V = -\frac{\pi^2}{m^2} K$ , вводя константу  $\alpha = g^2/(16\pi m^2)$  и записывая выражение (8.1) в переменных  $\vec{q}, \vec{q}', \vec{\pi}$ , получаем [5]

$$V(\vec{q}', \vec{q}, \vec{\pi}, M^2) = -4\pi\alpha \left[ (\vec{q}' - \vec{q})^2 - (\vec{\pi} \vec{q}') (\vec{\pi} \vec{q}) \frac{(\epsilon(\vec{q}') - \epsilon(\vec{q}))^2}{\epsilon(\vec{q}') \epsilon(\vec{q})} + (\epsilon^2(\vec{q}') + \epsilon^2(\vec{q}) - \frac{1}{2}M^2) \left| \frac{\vec{\pi} \vec{q}'}{\epsilon(\vec{q}')} - \frac{\vec{\pi} \vec{q}}{\epsilon(\vec{q})} \right| \right]^{-1} \quad (8.3)$$

где

$$\vec{q}' = L^{-1}(Q') \vec{k}'_1, \quad Q' = \frac{m(p + \omega\tau')}{[(p + \omega\tau')^2]^{1/2}}$$



При  $q, q' \ll m$  формула (8.3) переходит в кулоновский потенциал в импульсном представлении:

$$V(\vec{q}', \vec{q}) = -\frac{4\pi\alpha}{(\vec{q}' - \vec{q})^2} \quad (8.4)$$

При  $\alpha \ll 1$   $|\epsilon| = |M - 2m| = \frac{1}{4} m \alpha^2 \ll m$  волновая функция сконцентрирована в нерелятивистской области импульсов. Перерелятивистская волновая функция основного состояния в потенциале Кулона имеет вид:

$$\psi(\vec{q}) = \frac{2^3 \pi^{1/2} \alpha^{5/2}}{(\vec{q}^2 + \alpha^2)^2}, \quad (8.5)$$

где  $\alpha = \sqrt{m|\epsilon|} = \frac{1}{2} m \alpha$ . Интеграл по  $d^3q'$  в уравнении (7.2) сосредоточен в области  $q' \sim \alpha$ , поэтому при  $q \gg \alpha$  импульсом  $\vec{q}'$   $V(\vec{q}', \vec{q}, \vec{\pi}, M^2)$  можно пренебречь; из (7.2) находим:

$$\psi(\vec{q}, \vec{\pi}) = -\frac{mV(\vec{q}'=0, \vec{q}, \vec{\pi}, M^2)}{(2\pi)^3 \vec{q}^2} \int \psi(\vec{q}') d^3\vec{q}'. \quad (8.6)$$

Подставляя в (8.6) выражение (8.3) для  $V$  и (8.5) для  $\psi$ , а также сшивая (8.6) и (8.5), получаем:

$$\psi(\vec{q}, \vec{\pi}) = \frac{2^3 \pi^{1/2} \alpha^{5/2}}{(\vec{q}^2 + \alpha^2)^2 \left(1 + \frac{|\vec{\pi}\vec{q}|}{\epsilon(\vec{q})}\right)} \quad (8.7)$$

Волновую функцию (8.7) можно также получить с помощью найденного в данной модели в работах [32, 33] (см. обзоры [10, 11]) явного решения для функции Бете - Солпитера. Ограничивая аргументы последней условиями  $\omega_1 = \omega_2 = 0$  и совершая затем фурье-преобразование (см. [5, 8]), мы воспроизводим функцию (8.7).

Наличие в (8.7) модуля  $|\vec{\pi}\vec{q}|$ , нарушающего аналитичность в точке  $\vec{\pi}\vec{q} = 0$ , связано с приближенным характером решения (8.6), (8.7). Точное решение отличается от (8.7) в узкой области вблизи  $\vec{\pi}\vec{q} = 0$  тем, что эта нефизическая особенность сглаживается.

Отметим, что релятивистский относительный импульс  $\vec{q}$ , определяемый формулой (4.2), оказывается очень естественной переменной. Замена аргумента в нерелятивистской кулоновской функции (8.5) на релятивистский импульс  $\vec{q}$  приводит с точностью до множителя  $(1 + |\vec{\pi}\vec{q}|/\epsilon(\vec{q}))^{-1}$  к правильной релятивистской функции (8.7). Поэтому и в случае дейтрона такая процедура кажется осмысленной.

Из выполненного расчета видно, что именно запаздывание взаимодействия служит динамической причиной зависимости волновой функции от переменной  $\vec{k}$ . Нерелятивистское кулоновское выражение для ядра (8.4) не содержит запаздывания и не зависит от  $\vec{k}$ ; точное выражение (8.3) содержит запаздывание и зависит от  $\vec{k}$ , что приводит к зависимости от аргумента  $\vec{k}$  решения (8.7). Этот вывод качественно согласуется с сделанным выше утверждением, что к зависимости волновой функции от аргумента  $\vec{k}$  приводит принципиальная невозможность ковариантно отделить движение центра инерции в системе релятивистских взаимодействующих частиц. Именно конечная скорость распространения сигнала, другими словами — запаздывание взаимодействия, препятствует отделению движения центра инерции. Из формулы (8.7) видно, что зависимость волновой функции от  $\vec{k}$  не связана с вкладом многочастичных секторов. Связь двухчастичного сектора с другими секторами должна содержать константу взаимодействия, а параметр, определяющий в (8.7) зависимость от  $\vec{k}$ , есть масса нуклона и не содержит константу взаимодействия. Конкретная простейшая зависимость волновой функции (8.7) от  $\vec{k}$  есть следствие простейшей модели для ядра взаимодействия.

Разумеется, запаздывание взаимодействия приводит также и к появлению промежуточных состояний, в которых помимо исходных частиц присутствуют переносчики взаимодействия. Это в свою очередь ведет к появлению многочастичных секторов в векторе состояния. Однако хотя  $\vec{k}$ -зависимость волновой функции и вклад многочастичных секторов имеют одну и ту же причину, их количественные проявления в значительной степени независимы друг от друга и могут иметь разные порядки величин. Это, в частности, видно из рассмотренного выше примера. Пренебрежение вкладом многочастичных секторов в слабосвязанных системах (там, где это оправдано) никак не влечет за собой необходимость пренебрежения  $\vec{k}$ -зависимостью волновой функции при  $q \sim \pi$ . Поэтому вполне разумно, а часто и просто необходимо, ограничиваясь в дейтроне двухнуклонным сектором, учитывать зависимость волновой функции от  $\vec{k}$  там, где есть основания полагать, что это повлияет на расчетное сечение (более того, как показывают примеры [8], пренебрежение  $\vec{k}$ -зависимостью может привести к грубой ошибке). Примером слабой чувствительности к зависимости волновой функции дейтрона от  $\vec{k}$  может служить инклюзивное сечение электрорасщеп-

ления дейтрона, а примером сильной зависимости — эксклюзивное сечение  $d(e, e'p)n$  в специально подобранной кинематике (разд.9).

## 9. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ СЛЕДСТВИЯ

Из изложенного выше видно, что учет релятивистских эффектов отнюдь не сводится к тривиальному учету релятивистской кинематики или уточнению зависимости ядерных волновых функций при больших импульсах. Изменяется сама параметризация волновой функции, т.е. появляется еще одна переменная — вектор  $\vec{l}$ . Кроме того, нерелятивистские относительные импульсы нуклонов имеют смысл импульсов в системе, где равна нулю их сумма, но не импульс всего ядра (как было показано выше, эти системы отсчета не совпадают; см. пояснение после формулы (3.15)). Эти два свойства качественно отличают релятивистскую волновую функцию-амплитуду вероятности — от нерелятивистской волновой функции и от других релятивистских подходов, не использующих амплитуду вероятности.

В практических расчетах сечений помимо чисто релятивистских эффектов дают вклад мезонные обменные токи, изобарные примеси в ядрах, взаимодействие в конечном состоянии, сказываются неспределенности в волновых функциях, в факторах нуклонов и в сходе амплитуд с энергетической поверхности, в механизме ядерной реакции. Поэтому наряду с корректным учетом релятивистских эффектов всюду, где необходимо, наибольший интерес в настоящее время представляет, по-нашему мнению, также поиск явлений, в которых обсуждавшиеся выше нетривиальные изменения в структуре ядерной волновой функции проявили бы себя качественно, т.е. не могли бы имитироваться другими процессами или оставались различимы на их фоне. Именно под этим углом зрения мы рассмотрим ниже реакцию электрорасщепления дейтрона в инклюзивной и эксклюзивной постановке эксперимента.

Согласно работе [34], инклюзивное сечение электрорасщепления дейтрона  $ed \rightarrow e'p$  в рамках импульсного приближения определяется скейлинговой функцией  $F(y)$  :

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_e dE'} = \left( \frac{d\sigma_p}{d\Omega_e} + \frac{d\sigma_n}{d\Omega_e} \right) \left( \frac{dE'}{dy} \right)^{-1} F(y) = \left( \frac{d\sigma_p}{d\Omega_e} + \frac{d\sigma_n}{d\Omega_e} \right) \frac{m^2 E}{2E'q_L} I(y), \quad (9.1)$$



где

$$F(y) = \frac{m^2 E}{2q_L E'} \frac{dE'}{dy} \int_{|y|}^{|y+q_L|} \psi^2(\bar{k}) \frac{k dk}{\epsilon(k)}, \quad (9.2)$$

$d\sigma_{p,n}/d\Omega_e$  — сечения упругого  $e p$ - и  $e n$ -рассеяния в л.с.;  $E, E'$  — энергии электрона до и после рассеяния;  $q_L$  — переданный импульс в л.с.;  $m$  — масса нуклона;  $\psi(\bar{k})$  — волновая функция дейтрона. Переменная  $y$  имеет смысл минимального импульса нуклона-спектатора в л.с. и определяется законом сохранения энергии:

$$E + 2m = E' + \epsilon(\bar{q}_L - \vec{y}) + \epsilon(\vec{y}), \quad (9.3)$$

где  $\epsilon(\vec{y}) = \sqrt{m^2 + \vec{y}^2}$ ; энергией связи дейтрона пренебрегаем. Значение переменной  $y = y(Q^2, \nu)$  находится из решения уравнения (9.3) при условии, что  $y$  и  $q_L$  антипараллельны, и имеет вид

$$y = -\frac{q_L}{2} + \left(\frac{\nu}{2} + m\right) \left[1 - 1/\left(1 + \frac{\nu}{m}(1-x)\right)\right]^{1/2}, \quad (9.4)$$

где  $q_L = \sqrt{\nu^2 + Q^2}$ ,  $Q^2 = -(k_e - k_e')$  — квадрат переданного 4-импульса,  $\nu = E - E'$  — переданная энергия в л.с.,  $x = Q^2/4m\nu$  — бьеркеновская переменная. При  $Q^2, \nu \rightarrow \infty$  из-за быстрого убывания волновой функции  $\psi(\bar{k})$  верхний предел в интеграле (9.2) можно заменить на бесконечность, а коэффициент перед интегралом в (9.2) и вместе с ним  $F(y)$  зависят только от переменной  $y$ :

$$F(y) = \frac{m^2(1+y)/\epsilon(y)}{2(2m-y-\epsilon(y))} I(y), \quad (9.5)$$

где

$$I(y) = \int_{|y|}^{\infty} \psi^2(k) \frac{k dk}{\epsilon(k)}. \quad (9.6)$$

Формула (9.5) становится справедливой раньше, чем наступает бьеркеновский скейлинг. Поэтому данные [34] по электрорасщеплению дейтрона при  $0,8 \leq Q^2 \leq 6$  (ГэВ/с)<sup>2</sup> в зависимости от переменной  $x$  располагаются на разных кривых (см. работу [35]). Эти же данные, отложенные как функция переменной  $y$ , располагаются в сравнительно узкой полосе [34] (см. заштрихованную область на рис.8). Это явление, получившее название  $y$ -скейлинга, обсуждалось в работах [36-40].

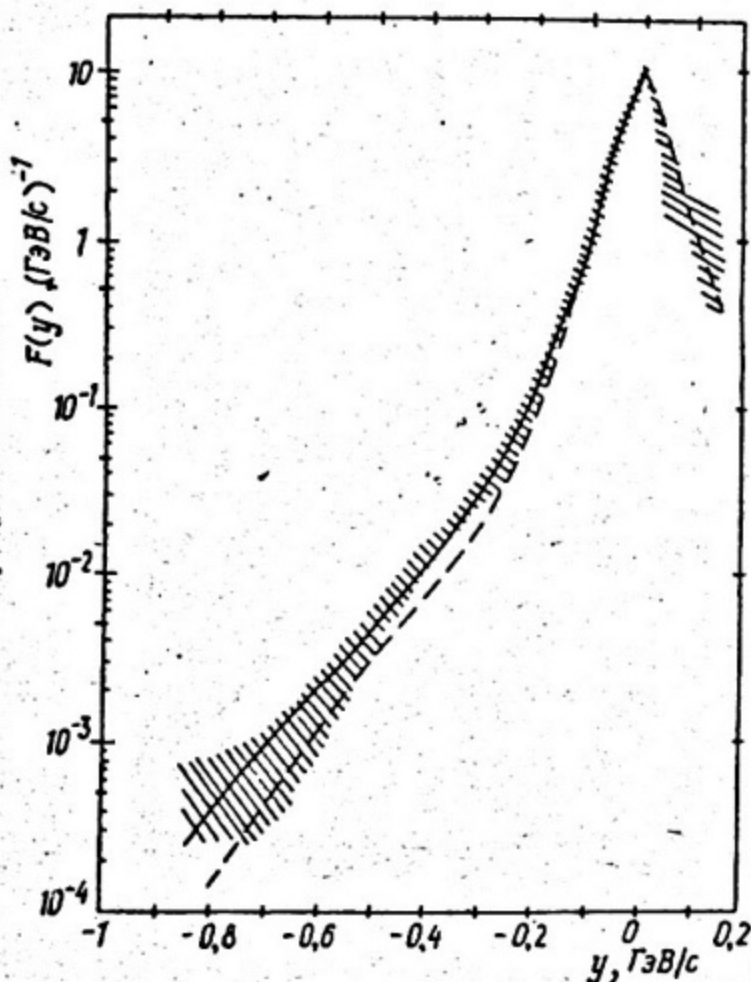


Рис.8. Функция  $F(y)$ , определенная формулой (9.1). Заштрихованная область — экспериментальные данные с ошибками [34]. Штриховая кривая — расчет по формулам (9.5), (9.6) с парижской волновой функцией дейтрона [46]. Сплошная кривая — расчет [42] с учетом релятивистских эффектов в динамике на световом фронте с парижской волновой функцией

В работе [34] с помощью извлеченной из экспериментов [35, 41] функции  $F(y)$  и формулы (9.2) был найден квадрат волновой функции дейтрона. Ее экспериментальное значение при  $k > 0,2$  ГэВ/с оказалось заметно превышающим теоретические предсказания. Это превышение волновой функции соответствует тому, что экспериментальные значения на рис.8 при  $y < -0,2$  ГэВ/с располагаются выше теоретических расчетов по формулам (9.5) и (9.6) (штриховая кривая).

Как будет видно ниже, в рассматриваемой области уже заметны релятивистские эффекты. Эти эффекты учитывались в работе [31] только с помощью релятивистской кинематики.

В работе [42] было показано, что учет релятивистских эффектов в динамике на световом фронте приводит к увеличению расчетного сечения слева от квазиупругого пика (сплошная кривая на рис.8). Существенно, что эти же эффекты в области справа от квазиядерного пика приводит к уменьшению сечения. С другой стороны, вариация волновой функции в формуле (9.6) (например, за счет  $6q$ -состояния) одинаково изменяет (увеличивает или уменьшает) сечение одновременно слева и справа от квазиупругого пика. В этом состоит качественное отличие релятивистских эффектов от других эффектов в волновой функции дейтрона.

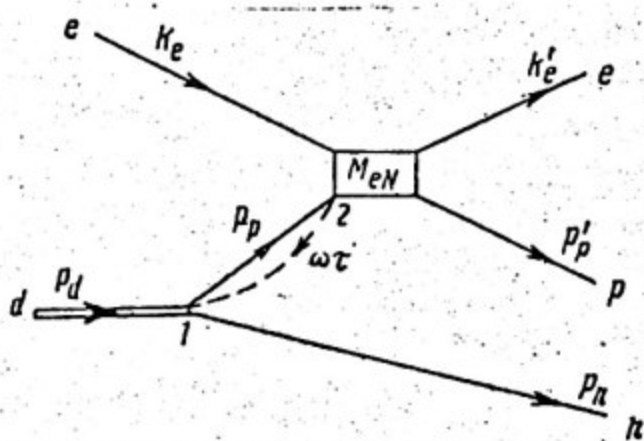


Рис.9. Диаграмма процесса  $cd \rightarrow ecp$  в импульсном приближении

В динамике на световом фронте электрорасщепление дейтрона в импульсном приближении описывается диаграммой рис.9. Амплитуда, отвечающая этой диаграмме, имеет вид:

$$M_{ed} = \frac{\pi^{1/2}}{(2\pi)^{3/2}} \frac{\psi}{1-x_n} M_{cN}, \quad (9.7)$$

где  $x_n = \omega p_n / \omega p_d$ .  
Для сечения получаем

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^2}{4j_{ed} E E_d} \frac{\pi}{(2\pi)^3} \frac{|\psi(\vec{q}^2, \vec{\pi}\vec{q})|^2}{(1-x_n)^2} |M_{cN}|^2 \delta^{(4)}(k_e + p_d - k'_e - p_n - p_p) \times \\ \times \frac{d^3 k_e}{2E'} \frac{d^3 p_n}{2\epsilon_n} \frac{d^3 p'_p}{2\epsilon'_p}. \quad (9.8)$$

Под  $|\psi|^2$  и  $|M_{cN}|^2$  в (9.8) следует понимать величины, усредненные по начальным и просуммированные по конечным проекциям спинов. Возводя в квадрат равенство  $p_d - p_n = p_p - \omega\tau$ , учитывая, что  $(p_d + \omega\tau)^2 = 4(\vec{q}^2 + m^2)$  и пренебрегая энергией связи дейтрона, находим выражения для аргументов волновой функции:

$$\vec{q}^2 = \frac{\pi(\epsilon(\vec{p}_n) - \pi)}{1-x_n}, \quad (9.9)$$

$$\vec{\pi}\vec{q} = \epsilon(\vec{q})(1-2x_n). \quad (9.10)$$



В формулы (9.9) и (9.10) посредством переменной  $x_n$  входит пока произвольный 4-вектор  $\omega$ .

Как было показано в разд.6, амплитуда в данном порядке теории возмущений и точная амплитуда от  $\omega$  не зависят. Поэтому зависимость амплитуд от  $\omega$  проявляется в приближенных расчетах, причем и в том случае, когда волновая функция не зависит от переменной  $\vec{p}$  (см. формулу (9.9)). Эта же проблема (зависимость амплитуд от направления бесконечного импульса) возникает и при расчетах по правилам Вайнберга [20]. 4-вектор  $\omega$  следует выбрать так, чтобы подавить неучтенный вклад и тем самым улучшить приближение. Прежде всего следует наложить условие  $\omega Q = 0$ . Оно запрещает рождение виртуальным  $f$ -квантом пары  $N\bar{N}$ , так как в этом случае  $\omega(p_N + p_{\bar{N}}) \neq 0$  (см. подробнее в [3]). Условие  $\omega Q = 0$  сажает  $\vec{\omega}$  на поверхность конуса, показанного на рис.10. Дальнейшее уточнение положения  $\vec{\omega}$  сводится к минимизации выражения (9.9) для  $q^2$ , т.е. к минимизации  $x_n = \omega p_n / \omega p_d$ .

Это усиливает диаграмму рис. 9, поскольку волновая функция падает с ростом  $q^2$ . Из рис.10 ясно, что минимум  $x_n = (\epsilon(\vec{p}_n) - \frac{\omega p_n}{\omega_0}) / M$  достигается при  $\vec{\omega}$ , лежащем в плоскости импульсов конечных

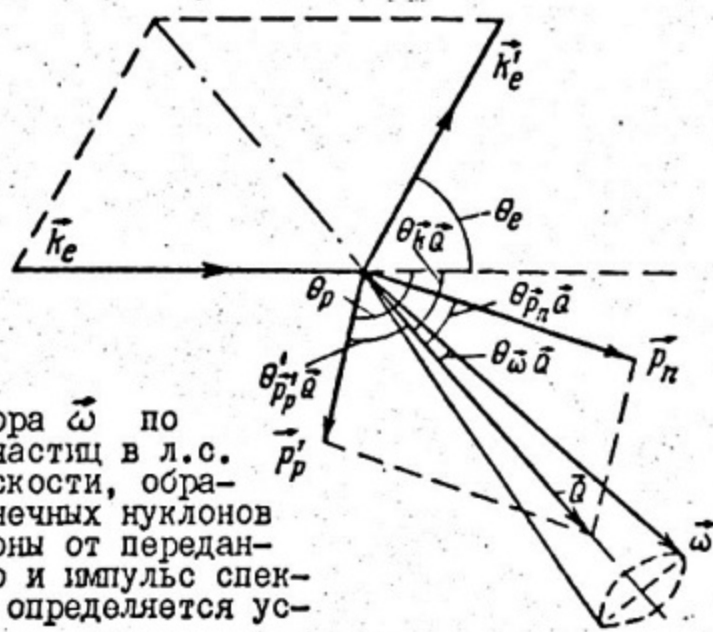


Рис.10. Положение вектора  $\vec{\omega}$  по отношению к импульсам частиц в л.с. Вектор  $\vec{\omega}$  лежит в плоскости, образованной импульсами конечных нуклонов  $\vec{p}_n$  и  $\vec{p}'_p$  с той же стороны от переданного импульса  $\vec{a}$ , что и импульс спектатора  $\vec{p}_n$ . Угол  $\theta_{\vec{\omega}\vec{a}}$  определяется условием  $\omega Q = 0$ .

нуклонов  $\vec{p}_n$  и  $\vec{p}'_p$ , причем в той ее полуплоскости (плоскость  $\vec{p}_n$ ,  $\vec{p}'_p$  делится на две полуплоскости вектором  $\vec{a}$ ), в которой располагается импульс спектатора  $\vec{p}_n$ . Это значение  $\vec{\omega}$  выражается через импульсы частиц следующим образом:

$$\frac{\vec{\omega}}{\omega_0} = \frac{1}{|\vec{Q}|} (\nu \vec{e}_{||} + \sqrt{Q^2} \vec{e}_\perp), \quad (9.11)$$

где

$$\vec{e}_{||} = \frac{\vec{Q}}{Q}, \quad \vec{e}_\perp = \frac{\vec{p}_n - \frac{\vec{Q} \vec{p}_n}{Q^2} \vec{Q}}{\sqrt{\vec{p}_n^2 - (\vec{Q} \vec{p}_n)^2 / Q^2}}; \quad Q = k - k' = (\nu, \vec{Q}), \quad (9.12)$$

$$Q^2 = -(k - k')^2 = \vec{Q}^2 - \nu^2.$$

Подставляя (9.12) в выражение для  $x_n = \omega p_n / \omega p_d$ , находим:

$$x_n = \frac{1}{2m} \left( \epsilon(\vec{p}_n) - (\nu \cos \theta_{\vec{p}_n \vec{Q}} + \sqrt{Q^2} \sin \theta_{\vec{p}_n \vec{Q}}) \frac{|\vec{p}_n|}{Q_L} \right), \quad (9.13)$$

причем косинус угла вылета спектатора относительно  $Q$  выражается через импульс нейтрона-спектатора  $p_n$ :

$$\cos \theta_{\vec{p}_n \vec{Q}} = \frac{(2m + \nu) \epsilon(\vec{p}_n) + Q^2 / 2 - 2m^2 - 2m\nu}{|\vec{p}_n| Q_L}. \quad (9.14)$$

Теперь выражения (9.9) и (9.10) определены однозначно.

Импульс нейтрона  $|\vec{p}_n|$  выражается с помощью закона сохранения энергии через импульс протона  $\vec{p}'_p$ :

$$\epsilon(\vec{p}'_p) + \epsilon(\vec{p}_n) = M + \nu, \quad (9.15)$$

а импульс протона  $\vec{p}'_p$  связан с углом вылета протона  $\theta_{\vec{p}'_p \vec{Q}}$  относительно  $\vec{Q}$  соотношением, аналогичным (9.14), где  $\vec{p}_n$  следует заменить на  $\vec{p}'_p$ . Косинус угла  $\theta_{\vec{Q} \vec{k}}$  между переданным импульсом  $\vec{Q}$  и импульсом падающего электрона  $\vec{k}$  дается выражением:

$$\cos \theta_{\vec{Q} \vec{k}} = \frac{Q^2 + 2E\nu}{2EQ_L}. \quad (9.16)$$

В компланарной кинематике измеряемый в эксклюзивном эксперименте угол вылета протона относительно направления падающего пучка составляет  $\theta_p = \theta_{\vec{Q} \vec{k}} + \theta_{\vec{p}'_p \vec{Q}}$ .

Инклюзивное сечение получается интегрированием в формуле (9.8) по импульсам нуклонов, что приводит к интегралу типа (9.6), но с волновой функцией, зависящей от аргумента  $\vec{q}$ , выражаемого через переменную интегрирования  $\vec{p}_n$  по формулам (9.9) и (9.10). Формула типа (9.6) удобна для численных расчетов, а для аналитического рассмотрения интегрирование в этой формуле удобно преобразовать к переменной  $\vec{q}$ . После преобразования получается выражение, близкое к (9.6) (см. [42]), но отличающееся от него заменой нижнего предела интегрирования  $|y|$  на  $|q_1|$  [42]:

$$q_1^2 = 2\gamma^2 x(1-x) \left[ 1 - \sqrt{\frac{m(m+\gamma)}{\gamma^2 x(1-x)} + 1} \right] + m\gamma. \quad (9.17)$$

При  $y < 0$  ( $\frac{1}{2} < x < 1$ ) из сравнения формул (9.4) и (9.17) следует  $|q_1| < |y|$ , что расширяет область интегрирования по  $q$  и увеличивает значение функции  $F$ , входящей в сечение (9.1). При  $y > 0$  ( $0 < x < \frac{1}{2}$ ) имеет место обратное соотношение  $q_1 > y$ , что уменьшает  $F$ . Особенно отчетливо это можно увидеть в ультрарелятивистском пределе.

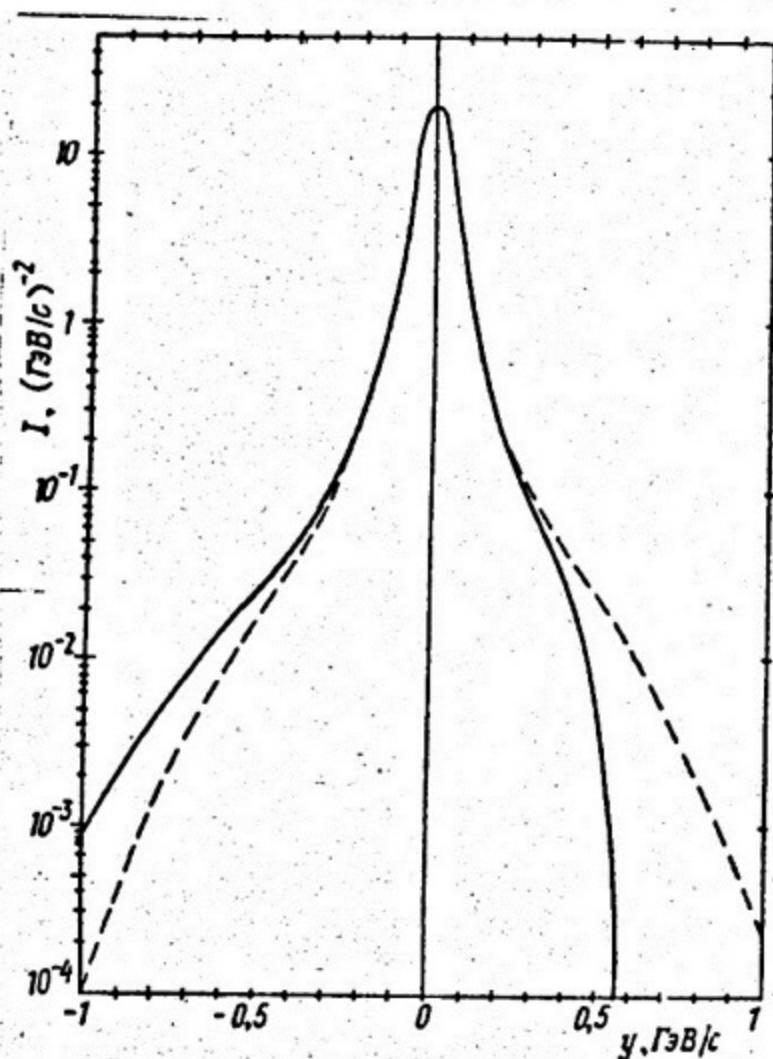


Рис. II. Функция  $I$ , связанная с инклюзивным сечением электрорасщепления дейтрона по формуле (9.1). Штриховая кривая — расчет по формуле (9.6). Сплошная кривая — расчет, учитывающий релятивистские эффекты в динамике на световом фронте

Увеличение сечения при  $y < 0$  за счет релятивистских эффектов устраняет имевшееся расхождение между теорией и экспериментом (см. рис. 8). В области правее квазиупругого пика ( $y > 0$ ),



напротив, релятивистские эффекты уменьшают сечение (рис. II). Эти качественные следствия не зависят от деталей волновой функции дейтрона. Релятивистские эффекты приводят также к отклонению от  $\gamma$ -скейлинга, но это отклонение невелико ( $\sim 10-15\%$ ).

Данные по сечению реакции  $ed \rightarrow ep$  при  $\gamma > 0$  почти отсутствуют из-за сильного пионного фона. Измерение сечения в этой области представляло бы значительный интерес.

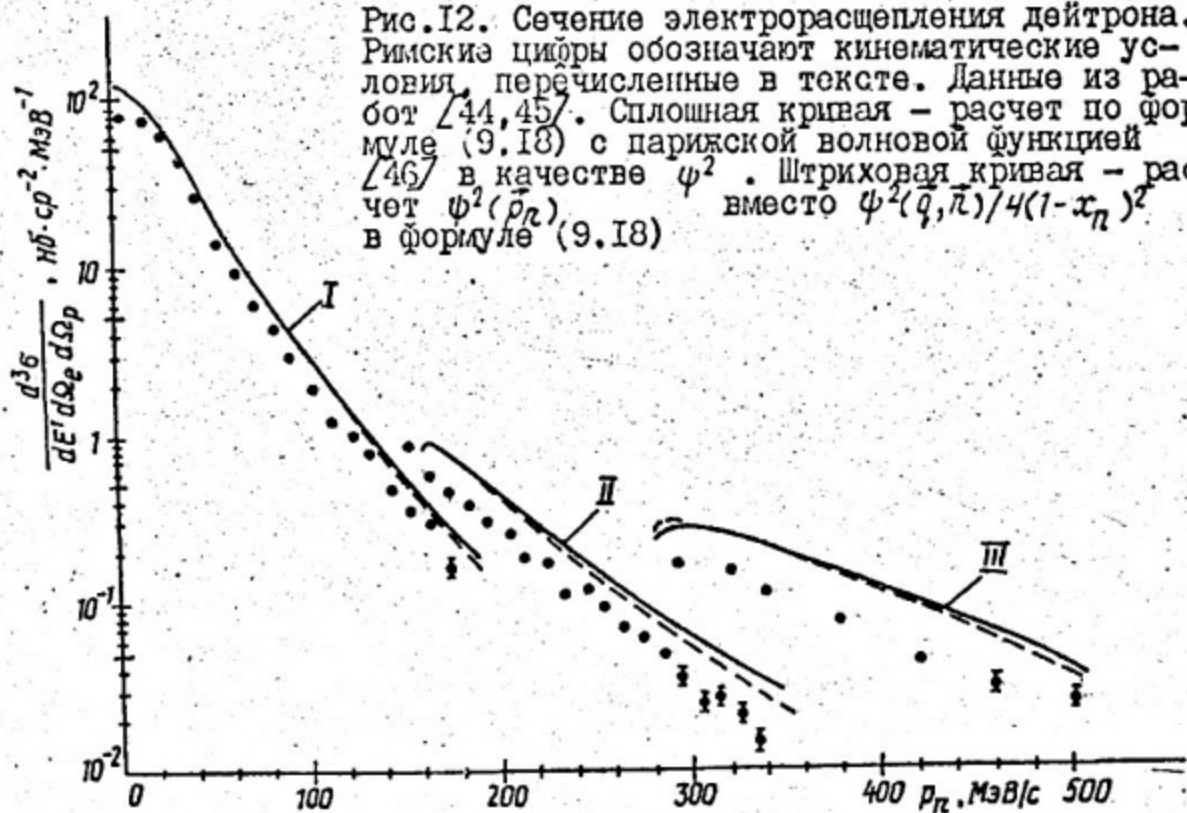
### Э к с к л ю з и в н о е с е ч е н и е

Из формулы (9.8) следует, что эксклюзивное сечение пропорционально квадрату волновой функции дейтрона:

$$\frac{d^3\sigma}{dE' d\Omega_e d\Omega_p} = K \frac{\psi^2(\vec{q}, \vec{p}\vec{q})}{4(1-x_n)^2} \frac{d\sigma_p}{d\Omega_e}, \quad (9.18)$$

где  $d\sigma_p/d\Omega_e$  — сечение упругого  $ep$ -рассеяния;  $K$  — кинематический множитель (см. [7]).

На рис. 12 показаны результаты расчетов [7] сечения  $d^3\sigma/dE' d\Omega_e d\Omega_p$  вместе с данными Сакле [43, 44] в трех различных кинематических условиях.



I.  $E = 500$  МэВ;  $E' = 395$  МэВ;  $\theta_e = 59^\circ$ ;  $Q^2 = 0,19$  (ГэВ/с) $^2$ ;  
 $x = \frac{Q^2}{4m\gamma} = 0,487$ ;  $E_{cm} = 51$  МэВ. Экспериментальные данные из ра-  
 боты [43].

II.  $E = 500$  МэВ;  $E' = 353$  МэВ;  $\theta_e = 44,4^\circ$ ;  $Q^2 = 0,1$  (ГэВ/с) $^2$ ;  
 $x = 0,183$ ;  $E_{cm} = 114$  МэВ. Данные из [44].

III.  $E = 560$  МэВ;  $E' = 361$  МэВ;  $\theta_e = 25^\circ$ ;  $Q^2 = 0,038$  (ГэВ/с) $^2$ ;  
 $x = 0,051$ ;  $E_{cm} = 178$  МэВ. Данные из [44].

Сплошная кривая — расчет с волновой функцией на световом фронте по формуле (9.18) без учета  $\vec{p}_n$ -зависимости волновой функции (в качестве  $\psi$  выбиралась парижская волновая функция [45]). Штриховая кривая — расчет с волновой функцией, зависящей от импульса нейтрона-спектатора  $\vec{p}_n$  (в формуле (9.18) величина  $\psi^2(\vec{q}^2, \vec{p}_n) / 4(1-x_n)^2$  заменялась на  $\psi^2(\vec{p}_n)$ ). Мы приводим эти кривые исключительно для иллюстрации формул, не претендуя на описание данных [43, 44]. Согласно работе [46], превышение данных, рассчитанных в импульсном приближении, над данными работы [43] исчезает после учета взаимодействия в конечном состоянии, мезонных обменных токов и изобарных конфигураций в дейтроне. Хотя штриховая кривая на рис. 12 идет несколько ближе к экспериментальным данным, чем сплошная, это, разумеется, не может служить основанием для ее предпочтения.

Таким образом, в обычной постановке эксклюзивных экспериментов учет взаимодействия в конечном состоянии, вкладов изобар, обменных мезонных токов приводит к отличиям, превышающим возникающие за счет использования различных типов волновой функции. Поэтому возникает необходимость поиска специальных кинематических условий, в которых качественные релятивистские эффекты не могут имитироваться другими эффектами.

Из равенств (9.9) — (9.14) видно, что аргументы волновой функции на световом фронте  $\vec{q}^2$  и  $\vec{p}_n$ , в отличие от волновой функции Гросса, зависят от всех трех переменных, от которых зависит сечение электрорасщепления дейтрона в компланарной кинематике: от переданной энергии  $\nu$  в л.с., от квадрата переданного 4-импульса  $Q^2$  и от импульса нуклона-спектатора  $\vec{p}_n$ . Это позволяет, исходя из эксперимента, сделать выбор одного из трех следующих вариантов: 1) волновая функция на световом фронте, зависящая от  $\vec{q}$  и  $\vec{p}_n$ ; 2) зависящая только от  $\vec{q}$ ; 3) волновая функция Гросса [16, 17], зависящая от импульса нейтрона-спектатора  $\vec{p}_n$ . С этой целью следует выполнить эксперимент в кинематических условиях, обеспечивающих, например, фиксированное значение  $q$ . Если волновая функция зависит только от  $\vec{q}$ , то, извлекая ее

из эксперимента, получим константу. Если же волновая функция зависит еще и от  $\vec{p}_n$  или вообще только от  $\vec{p}_n$ , то такая зависимость будет обнаружена, а по ее характеру можно будет определить, от чего именно зависит волновая функция - от  $\vec{p}_n$  или от  $\vec{p}_n$ .

Соотношение между углом вылета протона  $\theta_p$  и энергией конечного электрона, обеспечивающее фиксированное значение  $q$ , было найдено аналитически в работе [7]. Для значений  $E = 4$  ГэВ,  $\theta_e = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ , что соответствует кинематической области СЕВЛФ, и для  $q = 0,7$  ГэВ/с это соотношение показано на рис. 13. Соответствующее сечение в импульсном приближении при  $\theta_e = 10^\circ$  для трех обсуждаемых выше вариантов волновой функции [47] показано на рис. 14. Для оценки  $\vec{p}_n$ -зависимость волновой функции описывалась фактором  $(1 + |\vec{p}_n \vec{q}| / \epsilon(q))^{-1}$ , появляющимся в формуле (8.7). Если волновая функция зависит от  $\vec{p}_n$ , то сечения (кривая 1) будет иметь пик, отвечающий максимуму фактора  $(1 + \frac{|\vec{p}_n \vec{q}|}{\epsilon(q)})^{-1}$  при  $\vec{p}_n \vec{q} = 0$ .

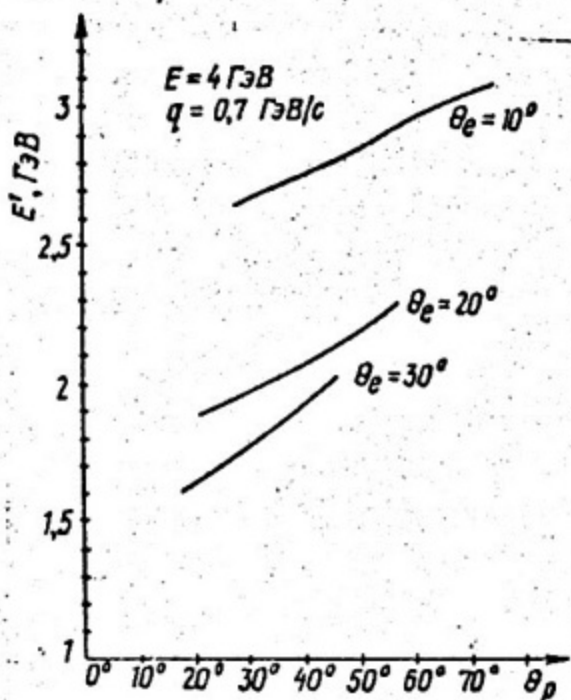


Рис. 13. Соотношение между энергией конечного электрона  $E'$  и углом вылета протона  $\theta_p$  (относительно  $k_e$ ), при котором остается постоянным значение  $q = 0,7$  ГэВ/с

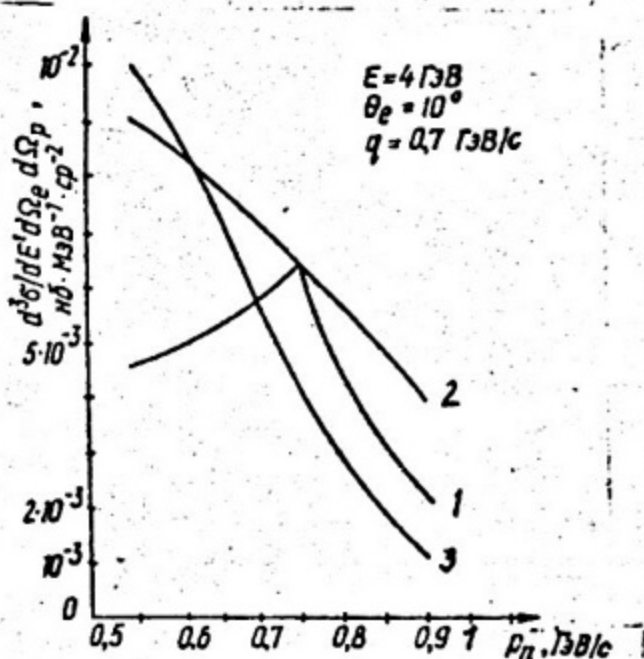


Рис. 14. Сечение реакции  $D(e, e' p)n$  в импульсном приближении при  $E = 4$  ГэВ и соотношении между  $\theta_p$  и  $E'$ , показанном на рис. 13, при  $\theta_e = 10^\circ$  и  $q = 0,7$  ГэВ/с. Кривые 1, 2 и 3 на рис. 14 и 15 соответствуют трем обсуждаемым вариантам релятивистской волновой функции дейтрона



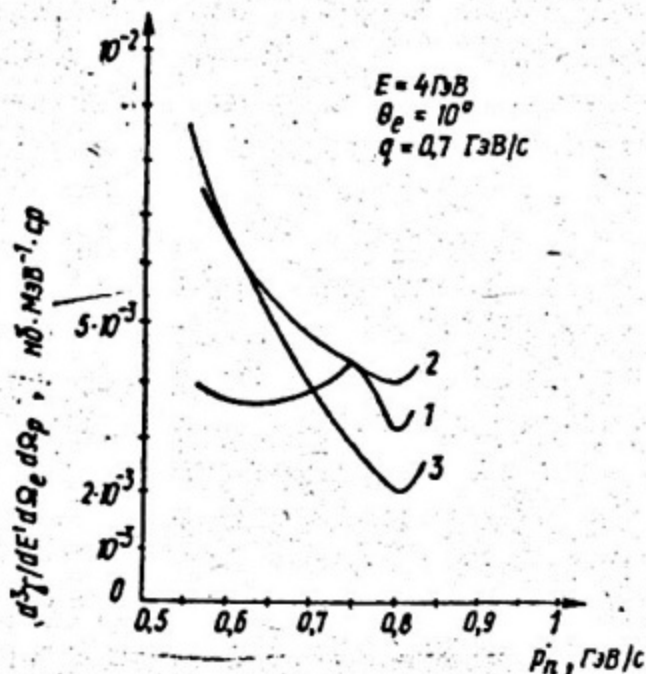


Рис. 15. То же, что и на рис. 14 с учетом взаимодействия в конечном состоянии

Оценки взаимодействия в конечном состоянии, выполненные в работах [7, 47], показывают, что это взаимодействие ослаблено из-за большой относительной энергии нуклонов. Взаимодействие в конечном состоянии (см. рис. 15) может исказить кривые, показанные на рис. 14, но не меняет качественно поведение. Важно, что взаимодействие в конечном состоянии не может имитировать поведение этих кривых.

## 10. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изложенный выше подход применим к любым системам: как к релятивистским нуклонам в ядрах, так и к кваркам в нуклонах. Было показано, что релятивистские волновые функции, сохраняя смысл амплитуд вероятности, приобретают свойства, качественно отличающие их от нерелятивистских: 1) система отсчета, где равна нулю сумма импульсов нуклонов, не совпадает с системой покоя ядра; 2) появляется зависимость волновой функции от переменной  $\vec{p}$ ; 3) увеличивается число инвариантных функций, определяющих спиновую структуру (в дейтроне — с двух до шести). Помимо рассмотренного в разд. 9 электрорасщепления дейтрона большой интерес представляет исследование других ядерных реакций, чувствительных к релятивистским эффектам. В качестве примера приведем прецизионные измерения сечения фрагментации дейтронов с импульсом

8,9 ГэВ/с на углеродной мишени [48,49]. В работе [50] было показано, что учет релятивистских эффектов в динамике на световом фронте улучшает теоретическое описание данных [48,49]. Для окончательного выяснения вопроса важно быть уверенным в механизме реакции. Пролить свет на эту проблему могут данные поляризационных экспериментов. Еще одно проявление релятивистских эффектов состоит в уменьшении ширины уровней бариония [51]. Это происходит потому, что релятивистские эффекты приводят к эффективному отталкиванию на малых расстояниях.

Выявление других качественных следствий релятивистских эффектов в ядрах, особенно тех, к которым приводит влияние движения ядра как целого на внутреннее движение кулонов (переменная  $\mathcal{L}$  в волновой функции), и их экспериментальное обнаружение представляется нам перспективным направлением исследований.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Карманов В.А. ЖЭТФ, 1976, 71, 399; Письма в ЖЭТФ, 1976, 23, 62.
2. Карманов В.А. ЖЭТФ, 1978, 75, 1187.
3. Карманов В.А. ЖЭТФ, 1979, 76, 1884.
4. Карманов В.А. ЖЭТФ, 1982, 83, 3; Письма в ЖЭТФ, 1982, 35, 220.
5. Карманов V.A. Nucl.Phys. 1980, B160, 378.
6. Карманов V.A. Nucl.Phys. 1981, A302, 331.
7. Карманов V.A. Nucl.Phys. 1986, A453, 707.
8. Карманов В.А. ЭЧАЯ, 1988, 19, 525.
9. Salpeter E.E., Bethe H.A. Phys.Rev. 1951, 84, 1232.
10. Nakanishi N. Prog.Theor.Phys.Suppl., 1969, 43, 1.
11. Nakanishi N. Prog.Theor.Phys.Suppl. 1988, 95, 1.
12. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. Nuovo Cim. 1963, 29, 370
13. Кадышевский В.Г., Тавхелидзе А.Н. В кн.: Проблемы теоретической физики (Сборник, посвященный Н.Н.Боголюбову в связи с его шестидесятилетием) М.; Наука, 1969, с.261.
14. Blankenbecler R., Sugar R. Phys.Rev., 1966, 142, 1951.
15. Карманов В.А., Шапиро И.С. ЭЧАЯ, 1978, 9, 327.
16. Gross F. Phys.Rev., 1969, 180, 1448; 1974, D10, 223.
17. Buok W., Gross F. Phys.Lett. B, 1976, 63, 286; Phys.Rev. D, 1979, 20, 2361.
18. M.I.Zuilhot, I.A.Tion Phys.Rev. C, 1980, 22, 2369.
19. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М:Наука, 1973.
20. Weinberg S. Phys.rev., 1966, 150, 1313.
21. Кадышевский В.Г. ЖЭТФ, 1964, 40, 654, 872.
22. Kadashvsky V.G. Nucl.Phys. B, 1968, 9, 125.
23. Атакишев Н.М., Мир-Касимов Р.М., Нагиев Ш.М. ТМФ, 1977, 32, 34.
24. Atakishiyev N.M., Mir-Kasimov M.D., Nagiev Sh.M. Preprint JIRN, E2-117809, Dubna, 1978.
25. Kadyshevsky V.G., Mateev M.D. Nuovo Cim. A, 1967, 55, 273.
26. Кадышевский В.Г., Мир-Касимов Р.М., Скачков Н.Б. ЭЧАЯ, 1972, 2, 635.
27. Namyslowski J.M. Phys.Rev. D, 1978, 18, 3676.



28. Danilewski P., Namislowski J.M. Phys.Lett. B, 1979, 81, 110.  
Warsaw Univ. preprint IPTR/79/6, Warsaw, 1979.
29. Fishbane P.M., Namislowski I.M. Phys.Rev. D, 1980, 21, 2406.
30. Namislowski J.M., Weber H.J. Zeit.fur Phys. A, 1980, 292, 219.
31. Sawioki M. Phys.Rev. D, 1985, 32, 2666; 1986, 33, 1103.
32. Wiock G.O. Phys.Rev., 1954, 92, 1124.
33. Cutkosky R.E. Phys.Rev., 1954, 92, 1135.
34. Bosted P., Arnold R.G., Rook S. et al. Phys.Rev.Lett., 1982, 49, 1380.
35. Shutz W.P., Arnold R.C., Chertok B.T. et al. Phys.Rev.Lett., 1977, 39, 259.
36. West G.B. Phys.Reports C, 1975, 18, 263.
37. Kawazoe Y., Takada G., Matsuzaki H. Prog.Theor.Phys., 1975, 54, 1394.
38. Zimmerman P.D. et al. Phys.Rev. C, 1979, 19, 279.
39. Siock L., Day D., McCartly J.S. Phys.Rev.Lett., 1980, 45, 871.
40. Деметий С.В. ЯФ, 1983, 37, 621.
41. Rook S. et al. Phys.Rev.Lett. 1982, 49, 1139.
42. Карманов В.А. ЯФ, 1984, 40, 699; Письма в ЖЭТФ, 1983, 38, 311.
43. Bernheim M., Bussiere A., Mougey J. et al. Nucl.Phys. A, 1981, 393, 349.
44. Turok-Chieze S. et al. Phys.Lett. B, 1984, 142, 145.
45. Lacombe M. et al. Phys.Lett. B, 1981, 101, 139.
46. Arenhovel H. Nucl.Phys. A, 1982, 384, 287.
47. Карманов В.А. Preprint FIAN N 74, 1989.
48. Ableev V.G. et al. Nucl.Phys. A, 1983, 393, 491.
49. Аблеев В.Г., Визирева Л., Воробьев Г.Г. и др. Письма в ЖЭТФ, 1983, 37, 196.
50. Карманов В.А. Письма в ЖЭТФ, 1985, 42, 116.
51. Карманов В.А., Шапиро И.С. Письма в ЖЭТФ, 1986, 43, 358.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение .....	3
2. Что такое релятивистская волновая функция ....	4
3. Трансформационные свойства волновой функции.....	6
4. Параметризация волновой функции .....	12
5. Учет спина .....	15
6. Диаграммная техника .....	18
7. Уравнение для волновой функции .....	25
8. Волновая функция в решаемой модели .....	27
9. Экспериментальные следствия .....	30
10. Заключение .....	40
Литература .....	42

Редактор Н. Н. Антонова  
Техн. редактор Е. Н. Кочубей  
Корректор Г. А. Станкевич

Тем. план 1991 г., по письму

---

Подписано в печать 17.05.91

Формат 60x84 1/16

Печ. л. 2,75 Уч.-изд. л. 2,5

Тираж 180 экз.

Изд. № 061-1 Заказ 960

Цена 20 коп.

---

Московский инженерно-физический институт. Типография ИИФИ.  
115409, Москва, Каширское шоссе, 31