

539.1  
13.85  
ИФП

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

И. Т. Якубов

КИНЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ  
В СВЕРХПЛОТНОЙ ПЛАЗМЕ



ВСЕСОЮЗНАЯ  
ШКОЛА ПО  
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ  
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКЕ  
И М. В. М. ГАЛИЦКОГО

Москва 1992

539.1  
B85

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ, ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ И ТЕХНИЧЕСКОЙ ПОЛИТИКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

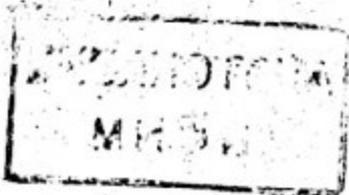
---

И. Т. Якубов

КИНЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ  
В СВЕРХПЛОТНОЙ ПЛАЗМЕ

Текст лекции

Утверждено  
редсоветом института



Москва 1992

14

УДК 537.52

Я к у б о в И.Т. Кинетические процессы в сверхплотной плазме: Текст лекции. М.: МИФИ, 1992. — 40 с.

Представлен обзор современных теоретических моделей процессов рекомбинации, диссипации механической энергии, плазменных колебаний, электропроводности, взаимодействия с лазерным излучением и интенсивности тормозного излучения в сильнонеидеальной плазме. Обсуждается возможность сопоставления расчетов с результатами экспериментов на сверхплотной плазме.

© Московский  
инженерно-физический  
институт, 1992 г.

## ВВЕДЕНИЕ

Плазма, которая знакома всем по электроразрядным приборам и источникам света, хорошо описывается и количественно моделируется исходя из представления о смеси газов электронов, атомов и ионов. Такая плазма является идеальной, т.е. энергия взаимодействия между частицами мала по сравнению с температурой — мерой кинетической энергии частиц. С ростом плотности растет энергия взаимодействия, и, когда она становится сопоставимой с кинетической энергией, плазма становится неидеальной. При этом она приобретает новые свойства, некоторые из которых подобны свойствам таких жидкостей, как жидкие металлы и растворы электролитов, свойствам плотных сильно неупорядоченных систем. Своеобразие свойств плазмы вызывает большой интерес исследователей (см. например, [1-2]). В последние годы он смещается в область сверхплотной плазмы, которая характеризуется плотностями вещества близкими к твердотельным и одновременно разогрета до температур в десятки эВ. Такая плазма возникает при воздействии мощных потоков энергии на вещество. Термодинамические свойства сверхплотной плазмы в общих чертах выяснены [2,3]. Исследование кинетических свойств находится на первых этапах своего развития. В данной работе обсуждаются: скорость рекомбинации, вязкость и распространение ионно-звуковых колебаний, тормозное излучение, отражение излучения от плазмы и электропроводность. Этому материалу предшествуют небольшие вводные разделы, дающие первоначальную информацию о сверхплотной плазме.

## ГЕНЕРАЦИИ СИЛЬНОНЕИДЕАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

Сильнонеидеальная плазма возникает при взаимодействии с конденсированным веществом мощных потоков энергии: при интенсивном лазерном облучении, воздействии электронных и ионных пучков, высокоскоростном ударе, в результате джоулева нагрева мощными импульсами тока, при взрывной электронной эмиссии.

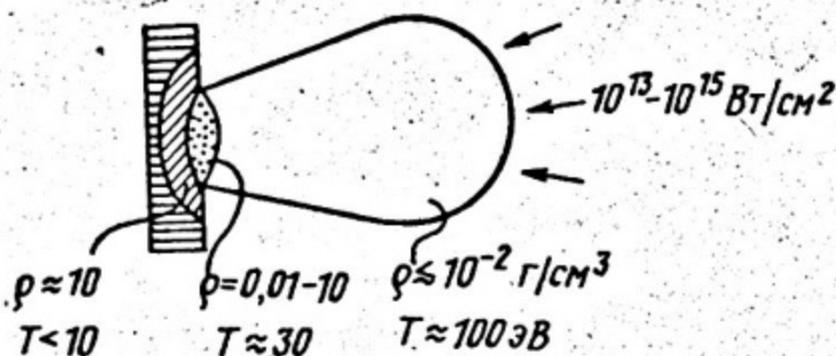


Рис. I. Взаимодействие лазерного излучения с веществом [3]

На рис. I. схематично показано распределение температур и плотностей в эрозионном плазменном факеле и мишени при лазерном облучении с плотностями потоков  $W = 10^{14} \div 10^{15}$  Вт/см<sup>2</sup>. В плазменной короне, где плотности сравнительно невелики, а температура высока, плазма является идеальной. Неидеальна плазма у подножья факела и в прилегающей области мишени.

В настоящее время ставятся эксперименты, специально направленные на изучение свойств плотного разогретого вещества. Авторы работы [4] воздействовали на металлический образец субпикосекундным лазерным импульсом высокой мощности до  $10^{15}$  Вт/см<sup>2</sup>. Облучаемое пятно резко разогревалось. За время действия импульса эрозионный факел не успевал образовываться. Поэтому можно было измерить коэффициент отражения от плоской поверхности однородного сильно разогретого вещества твердотельной плотности. Так была получена изобара  $\rho = 2,6$  г/см<sup>3</sup> коэффициента отражения алюминия в интервале температур до десятков эВ.

Одним из направлений исследований по управляемому термоядерному синтезу является сжатие и разогрев в зет-пинчевых электрических разрядах. Вещество греется током, одновременно поле тока сжимает его. В итоге схлопывания столба разряда под действием магнитного давления возникают условия для термоядерной реакции. Однако интересующее нас состояние вещества возникает не только в итоге коллапса. В последние годы были выполнены эксперименты с криогенным пинчем: импульс тока за время 100 нс пропускался через дейтериевый столбик, приготовленный при 11 К диаметром 10 мкм [5].

Сказывается, что условия значительной неидеальности возникают уже в квазистационарном режиме по мере нарастания тока до 500 А.

Одним из методов генерации сильнонеидеальной плазмы является сжатие и разогрев во фронте сильной ударной волны. В экспериментах [6] металлический ударник ускорялся продуктами мощного взрыва. При его столкновении с образцом пористой меди возникала ударная волна, во фронте которой достигались параметры:  $p=20$  Мбар,  $T=25$  эВ,  $\rho = 10$  г/см<sup>3</sup>. Расчеты ионизационного равновесия в этих условиях дали следующие результаты: концентрации ионов и электронов  $N_i = 10^{23}$  см<sup>-3</sup>,  $N_e = 5 \cdot 10^{23}$  см<sup>-3</sup>; преобладающим ионом является ион с зарядом  $Z = 5$ .

#### КРИТЕРИИ НЕИДЕАЛЬНОСТИ. ИССЛЕДУЕМАЯ ОБЛАСТЬ ПАРАМЕТРОВ

Вещество является неидеальным, если средняя энергия межчастичного взаимодействия сопоставима или превышает среднюю кинетическую энергию взаимодействующих частиц. Отношение этих двух энергий дает критерий неидеальности. В плазме, образованной ионами заряда  $Z$  (точнее,  $Z$  — зарядовое число) и электронами, имеются три вида взаимодействий — межионное, ион-электронное и межэлектронное. Соответственно имеются три параметра неидеальности. Если электроны не вырождены, то

$$\Gamma_{ZZ} = \frac{Z^2 e^2}{\bar{r} T}, \quad \Gamma_{Ze} = \frac{Z e^2}{\bar{r} T}, \quad \Gamma_{ee} = \frac{Z^{1/3} e^2}{\bar{r} T} \quad (1)$$

Здесь  $\bar{r} = (4\pi N_i/3)^{-1/3}$  — среднее расстояние между ионами, которое в  $Z^{1/3}$  раз больше среднего межэлектронного расстояния;  $r_i = (4\pi N_e/3)^{-1/3}$ ;  $N_e$  и  $N_i$  — концентрации электронов и ионов,  $N_e = Z N_i$ .

Если энергия Ферми  $\varepsilon_F = (3\pi^2 N_e)^{2/3} \hbar^2 / (2m)$  превышает температуру, электронная подсистема вырождена. Тогда

$$\Gamma_{ZZ} = \frac{Z^2 e^2}{\bar{r} T}, \quad \Gamma_{Ze} = \frac{Z^{2/3} r_s}{\alpha_0}, \quad \Gamma_{ee} = \frac{r_s}{\alpha_0} \quad (2)$$

Заметим, что если в (1) в  $\Gamma_{ee}$  заменить  $T$  на  $\varepsilon_F$ , то окажется  $\Gamma_{ee} = 2 r_s / \alpha_0$ . В литературе, однако, принято считать, что  $\Gamma_{ee} = r_s / \alpha_0$ .

Важным обстоятельством оказывается, что при больших величинах заряда ионов  $Z \gg 1$ , возникают неравенства

$$\Gamma_{ZZ} \gg \Gamma_{Ze} \gg \Gamma_{ee} \quad (3)$$

Наличие таких условий благоприятно для теоретического описания, поскольку основное внимание можно сосредоточить на межионном взаимодействии, которое может быть очень велико:  $\Gamma_{ZZ} \gg 1$ , учесть приближенно электрон-ионное  $\Gamma_{Ze} \approx 1$ , а межэлектронное оказывается слабым:  $\Gamma_{ee} \ll 1$ . Такие условия, например, были реализованы в ударно сжатой меди (см. предыдущий раздел):  $\Gamma_{ZZ} = 11$ ,  $\Gamma_{Ze} = 2$ ,  $\Gamma_{ee} = 0,6$ .

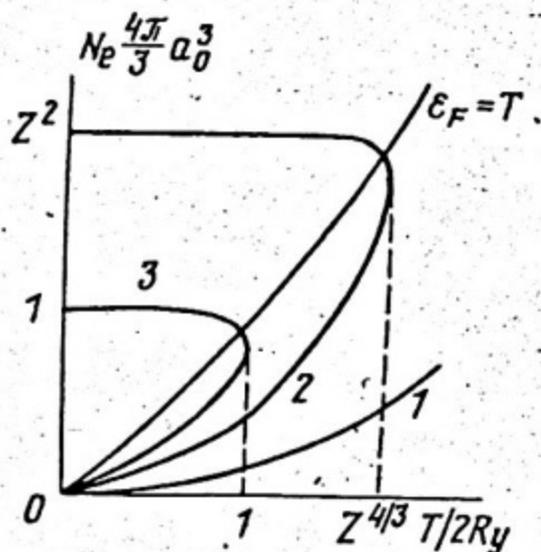


Рис.2. Диаграмма состояний [7].  
 Кривые: 1 -  $\Gamma_{ZZ} = 1$ ; 2 -  $\Gamma_{Ze} = 1$ ;  
 3 -  $\Gamma_{ee} = 1$ ; 4 -  $\epsilon_F = T$

Область существования неидеальной плазмы с многократно заряженными ионами показана на диаграмме рис.2, предложенной Киржницем и др. [7].

Вся область, лежащая выше кривой 1, неидеальна по меж-ионному взаимодействию. Область сильного электрон-ионного взаимодействия охвачена кривой 2, соответствующей условию  $\Gamma_{Ze} = 1$ . Это взаимодействие теряет свою силу при высоких температурах, а также вследствие вырождения электронов при высоких плотностях. Аналогичным образом внутри кривой 3 сильным становится межэлектронное взаимодействие. Эта область соответствует условиям, наиболее труд-

ным для теории, когда единицу превышают все три параметра. Между кривыми 3 и 2 находится область, удовлетворяющая совокупности неравенств (3). Наконец, кривая 4 отделяет плазму с вырожденными электронами от плазмы, в которой вырождение отсутствует.

Диаграмма изображена на рис.2 несколько условно, поскольку условен масштаб по обеим осям. Для каждого конкретного  $Z$  диаграмма численно видоизменяется.

## ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СИЛЬНО НЕИДЕАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

Термодинамические свойства досконально исследованы в модели однокомпонентной плазмы (ОКП), в которой ионы сильно коррелированы и  $\Gamma_{ZZ}$  может быть произвольно велико. Что же касается электронов, то они, слабо взаимодействуя с ионами (тем более между собой), представляют собою однородный отрицательно заряженный фон. Такую область легко найти на рис. 2.

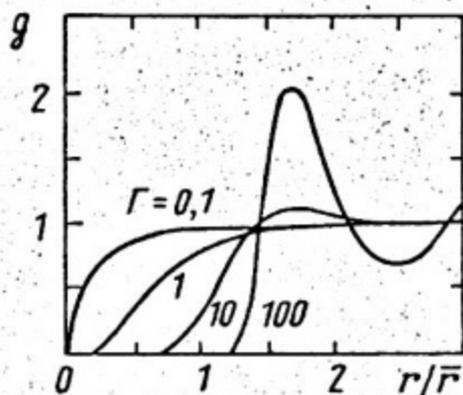


Рис. 3. Бинарная корреляционная функция ОКП [8]

На рис. 3 представлена бинарная корреляционная функция ОКП, полученная методом машинного моделирования (методом Монте-Карло) при различных значениях параметра  $\Gamma_{ZZ}$ . Видно, что при  $\Gamma_{ZZ} = 0,1$  корреляция точки отсутствует — это почти идеальный газ. При  $\Gamma_{ZZ} \approx 2,5$  появляется максимум  $g(r)$ , следовательно, это уже жидкость, ибо возникает ближний порядок. При  $\Gamma_{ZZ} \approx 160$  ионная компонента ОКП кристаллизуется, образуя так называемый вигнеровский кристалл. Природа кристаллизации очевидна: сильное отталкивание между ионами заставляет их держаться подалеже друг от друга, а когда эта

"ячеечная" система охлаждается, она принимает наиболее термодинамически выгодную конфигурацию.

Машинное моделирование позволило получить исчерпывающую количественную характеристику термодинамических свойств ОКП (см., например, [9]). Качественные результаты воспроизводятся в простой модели. Каждый ион находится в центре своей сферической ячейки радиуса  $\bar{r}$ , окруженный однородным облаком своих  $Z$  электронов. В целом каждая ячейка электронейтральна. Таким образом, радикальный учет межйонного взаимодействия сводит задачу к одноионной. Концентрация электронов внутри ячейки равна  $(3Z/4\pi\bar{r}^3)^{1/3}$ . Это сразу дает среднюю энергию межчастичного взаимодействия в ОКП:

$$U/N_i T = 1,5 - 0,9 \Gamma_{ZZ} \quad (4)$$

Эта величина при больших  $\Gamma_{ZZ}$  доминирует.

Ячеечная модель Вигнера-Зейтца (иногда - модель "ионной сферы") оказывается очень конструктивной и не только для качественного анализа, но во многих задачах также и с количественной точки зрения. Речь идет не о таких термодинамических характеристиках, где требуется чрезвычайно высокая точность, а в большей мере об описании кинетических явлений, где требования к точности гораздо ниже.

Следует иметь в виду, однако, сравнительно ограниченную применимость модели ОКП к реальной электрон-ионной системе. Если взаимодействие "электрон - ион" значительно, то распределение электронов внутри ячейки становится неоднородным. Электронам выгоднее находится поближе к иону. Поляризация вырожденных электронов может быть учтена введением электронной диэлектрической проницаемости  $\epsilon(K)$ , где  $K$  - волновое число, а фурье-компонента межионного взаимодействия

$$V(K) = 4\pi(Ze)^2 K^{-2} [\epsilon(K)]^{-1}.$$

Это перенормирует взаимодействие. Если  $r_s \leq 0,5$ , это вносит поправку в энергию

$$U/N_i T = 1,5 - (0,9 - 0,054 r_s) \Gamma_{ZZ}.$$

Итак, если заряд иона известен, то ячейечная модель дает нам в руки хороший инструмент описания сильно коррелированной плазмы. Обратимся теперь к задаче определения ионизационного равновесия. В обычной газообразной плазме оно определяется системой уравнений Саха:

$$\frac{N_i^Z N_e}{N^{Z-1}} = \frac{2 \sum_i^Z}{\sum_i^{Z-1}} \left( \frac{2\pi m T}{h^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{I_Z}{T}\right), \quad (5)$$

где  $N_i^Z, N_i^{Z-1}$  - концентрации ионов с зарядами  $Z$  и  $(Z-1)$ ;  $\sum_i^Z, \sum_i^{Z-1}$  - их внутренние стат-суммы,  $I_Z$  - потенциал ионизации иона с зарядом  $(Z-1)$ . Эти уравнения описывают "термическую" ионизацию. При высоких температурах, если в них внести поправки (снижение потенциала ионизации), они применимы и в плотных системах, пока эти поправки не очень велики.

В очень плотных и сравнительно холодных системах преобладает "холодная" ионизация. Она является результатом того, что электронные орбиты не ужимаются внутри ячейки и электроны, образно говоря, выдавливаются в непрерывный спектр. Грубая оценка этого эффекта может быть выполнена, если приравнять радиус иона

$R_i$  радиусу ячейки:

$$R_i(Z_n, Z) = \bar{r} \quad (6)$$

Радиус иона зависит от заряда ядра  $Z_n$  и заряда иона  $Z$ . Для весьма приближенных сценок может быть использовано приближенное выражение, получаемое в томас-фермиевской модели иона:

$$R_i(Z_n, Z) = (Z_n - Z) (1,8 Z_n^{4/3})^{-1} \alpha_0 \quad (7)$$

Это приближение почти ободранного иона, когда  $(Z_n - Z)/Z$  мало.

Следует сказать, что развиты такие теоретические приближения, которые решают проблему "холодной" ионизации с весьма высокой точностью. Одновременно учитывается и термическая ионизация. Они основаны на использовании метода функционала плотности термодинамического потенциала [10].

На рис. 4 показано, каким образом меняется степень ионизации в зависимости от плотности и температуры. Хорошо видны области высокой горячей и холодной ионизации, разделенные долиной, которая тем глубже, чем ниже температура. Рис. 4 построен [11] для плазмы алюминия. По окончании первой ионизации, начиналась вторая и т.д.

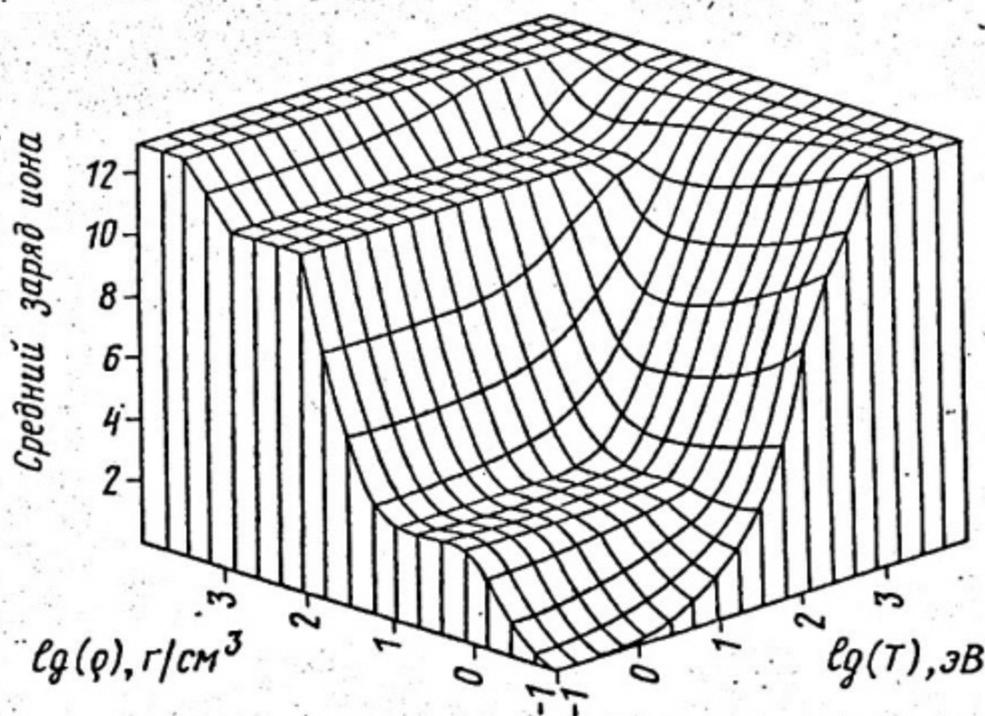


Рис. 4. Ионизационное равновесие в плазме алюминия, зависимость среднего заряда иона от плотности и температуры [11].

## СКОРОСТЬ РЕКОМБИНАЦИИ

В плотной системе скорость рекомбинации определяется тройными столкновениями:



где  $A^{+Z}$  обозначает ион с зарядом  $Z$ . Электрон, сталкиваясь с другим электроном, передает ему свою энергию. В этом случае, если внутри сферы радиуса  $r_T = Ze^2/T$  находится ион, то акт рекомбинации, т.е. захват электрона ионом, состоится (рис.5,а). Такова суть теории Томсона (см. например, [12]), в соответствии с которой

$$\frac{dN_e}{dt} = -\frac{N_e}{\tau} \omega, \quad \omega = 1 - \exp\left[-\frac{4\pi}{3} \left(\frac{Ze^2}{T}\right)^3 N_i\right]. \quad (8)$$

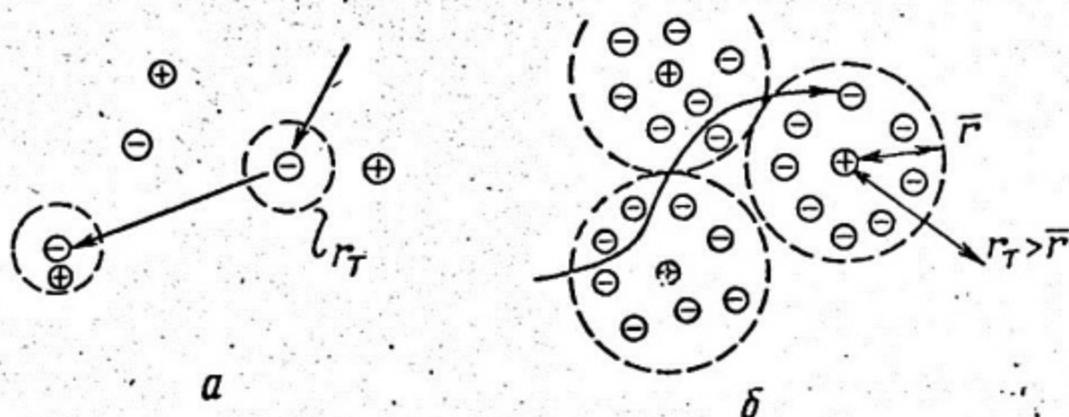


Рис.5. Иллюстрация к процессу рекомбинации при столкновении "электрон - электрон - ион": а - в разреженной плазме; б - в плотной

Здесь  $\omega$  - вероятность электрону обнаружить ион внутри сферы радиуса  $r_T$  (приближение "ближайшего соседа"). Поскольку

$$\omega = 1 - \exp\left(-\frac{r_T^3}{r_{De}^3}\right),$$

то в идеальной плазме  $\omega \approx \frac{r_T^3}{r_{De}^3} \ll 1$ . Подставляя это выражение в (8), а для  $\tau^{-1} \sim N_e (e^2/T)^8 \sqrt{T/m} \Lambda$  - частоту мезэлектронных столкновений, получаем широко известную в теории идеальной плазмы формулу:

$$\frac{dN_e}{dt} = -\frac{4\pi\sqrt{2\pi}}{3} \Lambda \frac{e^{10} Z^3}{\sqrt{m} T^{9/2}} N_e^2 N_i. \quad (9)$$

Коэффициент и кулоновский логарифм  $\Lambda$  в (9) вычислены Питаевским и Гуревичем.

В неидеальной плазме (3) не применимо по двум причинам. Во-первых, в отличие от идеальной плазмы, где  $w \ll 1$ , в плазме с  $\Gamma_{ze} \gg 1$  радиус ячейки превышает радиус сферы Томсона  $r_T$ , и электрон всегда находится в поле иона (см. рис. 5, б) и  $w$  может достигать единицы. Во-вторых, постоянно пребывая в поле иона, электрон в среднем находится от него на расстоянии, близком к  $N_i^{-1/3}$ . Поэтому он обладает средней потенциальной энергией  $U \sim -Ze^2 N_i^{1/3}$ . И поскольку полная энергия  $E \sim T$ , то средняя кинетическая энергия  $K \sim T + Ze^2 N_i^{1/3}$ . И если  $\Gamma_{ze}$  велико, то  $K \sim Ze^2 N_i^{1/3} \gg T$ . В слабонеидеальной плазме, наоборот,  $K \sim T \gg |U|$ .

Чтобы быть связанным ионом, электрон должен переместиться в область отрицательных энергий  $E < 0$ , потеряв энергию, которая порядка  $T$ . Существенно, что здесь корректная теория не согласуется с посылками первоначальной модели Томсона. Эта энергия теряется постепенно, в результате многих столкновений, а не одного. В самом деле, сечение столкновения с потерей энергии  $\Delta K$  тем больше, чем меньше  $\Delta K$ . Оно равно  $q \sim e^4 (K \Delta K)^{-1}$  [13]. Говорят о диффузии электронов в пространстве энергии. Оценим время  $\tau$ , фигурирующее в (8), как время диффузии на энергетическое расстояние  $T$ :  $\tau \sim T^2/D$ . Коэффициент диффузии  $D$  пропорционален  $N_e$ . Буквенно запишем его из соображений размерности, оперируя с параметрами  $N_e, e^2, m, K$ . Однозначно оказывается, что  $D \sim N_e e^4 \sqrt{K/m}$ .

Теперь с точностью до константы можно записать скорость рекомбинации [14]

$$\frac{dN_e}{dt} = -const N_e^2 e^4 w K^{1/2} / T^2 m^{1/2} \quad (10)$$

В предельном случае сильного электрон-ионного взаимодействия

$$\frac{dN_e}{dt} = -const N_e^2 e^4 (Ze^2 N_i^{1/3})^{1/2} / T^2 m^{1/2} \quad (11)$$

В этой формуле по сравнению с (9) изменились зависимости от основных параметров. Сам процесс выглядит бинарным, хотя по своим физическим свойствам он реализуется в результате трехчастичных столкновений.

Коэффициент в (15) можно вычислить последовательно, применяя к задаче о диффузии в энергетическом пространстве уравнение Фоккера-Планка [15]:

$$N^0 \frac{dy}{dt} = \frac{dj}{dE}, \quad j = N^0 D \frac{dy}{dE},$$

где  $y(E) = N(E)/N^0(E)$  — отклонение распределения электронов  $N(E)$  от равновесного;  $N^0(E) = g(E) Z_e^{-1} \exp(-E/T)$ ,  $Z_e = \int_0^\infty g(E) e^{-E/T} dE$  — статистическая сумма свободных электронов. В приближении "постоянного стока"

$$\frac{dN_e}{dt} = j, \quad j = -N_e \left[ Z_e \int_0^\infty dE [g(E) D(E)]^{-1} \exp\left(\frac{E}{T}\right) \right]^{-1}. \quad (12)$$

Заметим, что в отличие от ряда задач физики неидеальной плазмы, вопрос о разделении электронов на связанные и свободные здесь особого значения не имеет.

Масштаб изменения функций  $g(E)$  и  $D(E)$  близок к  $Z_e^2 N_e^{1/3} \gg T$ . Поэтому из (12) сразу следует

$$\frac{dN_e}{dt} = -D(0) N_e T^{-2}.$$

Для вычисления  $D$  конкретизируем потенциал, который описывает взаимодействие электрона с ионом с учетом его сильной экранировки в ячейке Вигнера-Зейтца. Наиболее простое выражение соответствует пространственно равномерному распределению электронов внутри ячейки,  $N_e = 3Z/4\pi\bar{r}^3$ . С помощью теоремы Гаусса, известной в электростатике, получаем

$$V(\bar{r}) = -(Ze^2/r)\psi(r/\bar{r}), \quad \psi(x) = 1 - \frac{3x}{2} + \frac{x^2}{2}. \quad (13)$$

Будучи на малых расстояниях кулоновским,  $V(r)$  обращается в нуль на границе ячейки вместе со своей первой производной.

По отношению к межэлектронным взаимодействиям плазма идеальна. Поэтому кинетика столкновения связанного и свободного электронов та же, что и в идеальной плазме. Это облегчает вычисления и позволяет получить выражение для константы в (II):

$$\text{const} \approx 7,4 \Lambda,$$

где  $\Lambda$  — специфический кулоновский логарифм. Однако, как обычно,  $\Lambda = \ln(\rho_{\max}/\rho_{\min})$ , где  $\rho_{\max}$  и  $\rho_{\min}$  — прицельные расстояния. Если  $\rho_{\min} = e^2/\kappa$ , а  $\rho_{\max} = \bar{r}$ , то  $\Lambda = \ln Z$ . Это выражение совпало с тем, которое было записано Пятаевским и Гуревичем. Если же  $\rho_{\min} = \lambda_e$ , где  $\lambda_e$  — длина волны электрона,

$$\text{то } \Lambda = \ln \left( Z \sqrt{\Gamma_{Ze} T / R_y} \right).$$

## ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

При столкновении электрона с ионом электрон тормозится, испуская при этом квант энергии  $\hbar\omega$ . Испускаемое излучение существенно как для энергетики, так и для диагностики плазмы. Расчет интенсивности излучения может быть проведен полуклассическим способом [16].

Как известно, электрон, двигаясь с ускорением  $\vec{\alpha}$ , излучает в 1 с энергию  $2e^2\vec{\alpha}^2/3c^2$ . Поскольку нас интересует спектральный состав излучения, энергию, излучаемую электроном в результате одного акта взаимодействия, следует записать через  $\vec{\alpha}_\omega$  - фурье - компоненту  $\vec{\alpha}(t)$ :

$$S(\omega)d\omega = \frac{8\pi}{3} \frac{e^2}{c^3} |\vec{\alpha}_\omega|^2 d\omega, \quad \vec{\alpha}_\omega = \frac{1}{2\pi} \int \vec{\alpha}(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (14)$$

Если акт рассеяния происходит очень быстро по сравнению с  $T=2\pi/\omega$ , то  $\vec{\alpha}(t)$  представимо в виде  $\vec{\alpha}(t) = \Delta\vec{v} \delta(t)$ , где  $\Delta\vec{v}$  - изменение скорости при рассеянии. Тогда

$$S(\omega) = \frac{2}{3\pi} \frac{e^2}{c^3} (\Delta\vec{v})^2. \quad (15)$$

Чтобы найти  $E(\omega) d\omega$  - энергию, излучаемую электроном в 1 с, надо усреднить  $S(\omega)$  по углам рассеяния и умножить на частоту столкновений  $\nu$ . Полагая, что излучаемая частота мала, абсолютную величину скорости можно считать неизменной. Это дает  $\langle (\Delta\vec{v})^2 \rangle = 2v^2(1 - \langle \cos\theta \rangle)$ . Учитывая, что  $\nu(1 - \langle \cos\theta \rangle) = \nu_{tr}$  - "транспортная" частота столкновений, получим

$$E(\omega) = \frac{4}{3\pi} \frac{e^2 v^2 \nu_{tr}}{c^2}. \quad (16)$$

Подставляя сюда частоту электрон-ионных столкновений (характерный радиус кулоновского взаимодействия  $r(v) = 2Z_p^2 / m v^2$ ), умножая (16) на  $N_e$  и усредняя по максвелловскому распределению электронов по скоростям, получим выражение для энергии, излучаемой электронами в 1 см<sup>3</sup> в 1 с

$$E(\omega) = \frac{16}{3} \sqrt{\frac{2\pi}{3}} \frac{Z^2 e^6 N_e N_i}{m^{3/2} c^3 T^{1/2}} e^{-\hbar\omega/T}. \quad (17)$$

Спектр тормозного излучения определяется множителем  $\exp(-\frac{\hbar\omega}{T})$ . В основном излучаются кванты  $\hbar\omega \sim T$  (рис.6).

При частотах порядка  $T/\hbar$  тормозное излучение при наблюдениях трудно отделимо от рекомбинационного, поскольку энергетичес-

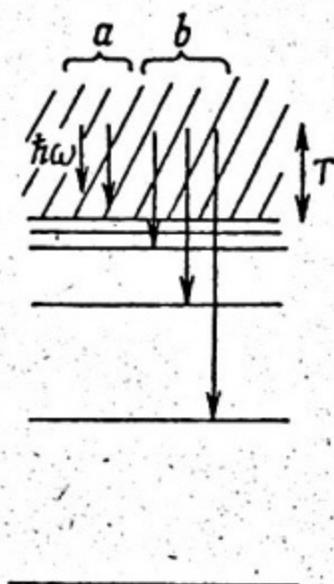
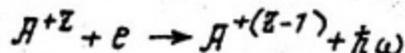


Рис. 6. Схема энергетических уровней и радиационных переходов электронов в поле иона: а - тормозных, б - рекомбинационных

кие расстояния между уровнями (см. рис. 6) малы так, что систему дискретных уровней можно размазать в непрерывный спектр. Тогда излучение в актах радиационной рекомбинации



можно рассматривать аналогично тормозному и результат просуммировать с (17). При этом возникает выражение, близкое к (17), в котором, естественно, снимается ограничение на величину характерной частоты. Она, конечно, может превышать  $T/\hbar$  (см. рис. 6):

$$WE(\omega) = \frac{16}{3} \sqrt{\frac{2\pi}{3}} \frac{Z^2 e^6 N_e N_i}{m^{3/2} c^3 T^{1/2}} \quad \omega \ll \omega_g \quad (18)$$

Формула справедлива до такой частоты  $\omega_g$ , когда уже нельзя считать непрерывно изменяющимися уровни энергии, изображенные на рис. 6.

Вывод формулы (18), который был намечен выше, не только прост, но, что удивительно, дает результат, совпадающий с квантово-механическим. При этом снимается ряд сделанных важных ограничений. Обычно формулу (18) называют формулой Крамерса.

Переходим к анализу тормозного и рекомбинационного излучения в плотной среде, которая моделируется ячеечным приближением. Максимальное прицельное расстояние рассеяния электрона на ионе не может превышать  $\bar{r}$ . Большие прицельные расстояния соответствуют слабому взаимодействию, и в их результате испускаются малые кванты  $\hbar\omega$ . Поэтому излучение в области малых частот должно быть ослаблено по сравнению с крамерсовским (18). В ряде работ получены численные результаты, демонстрирующие этот эффект (см., например, [17, 18]). Ниже, следуя [19], приведем качественный анализ.

На рис. 7 изображены две характерные траектории. При больших значениях  $Z$  электрон настолько сильно "втягивается" в ячейку, что его траектория приобретает весьма вытянутую форму. Такие



Рис. 7. Траектории электрона в ячейке: 1 - близкая (облет иона  $I'$ , пролет ячейки  $I''$ ); 2 - далекая

траектории при больших  $\Gamma_{ze}$  преобладают, а далекие пролеты мало вероятны. Траекторию I можно разделить на два участка: облет иона и пролет ячейки. Облет иона происходит в его окрестности, где потенциал взаимодействия  $V(r)$  близок кулоновскому  $(-Ze^2/r)$ . Поэтому диапазон частот, излучаемых на этом участке, во-первых, соответствует высоким частотам, а во-вторых, описывается крамерсовским приближением.

Оценим ту характерную частоту, выше которой излучение является крамерсовским.

Если  $\Delta t$  - время облета иона, то могут излучаться частоты лишь большие  $(\Delta t)^{-1}$ . Время  $\Delta t$  определяется радиусом облета, который близок к расстоянию максимального сближения  $b_0$ . В свою очередь,  $b_0$  можно получить, если записать законы сохранения энергии и момента импульса для электрона, который, имея прицельное расстояние  $b$  и скорость  $U$ , входит в ячейку. Это дает следующее выражение относительно

$$(b/b_0)^2 - 1 - (r/b_0) \psi(b_0/\bar{r}) \Gamma_{ze} = 0, \quad b \leq \bar{r}.$$

Здесь  $\psi(b/\bar{r})$  - функция, описывающая экранировку поля иона в ячейечном потенциале, например (13), с которой мы проведем вычисления.

Если  $\Gamma_{ze} \gg 1$ , электрон очень близко подлетает к иону, на расстоянии

$$b_0 = b^2 / \Gamma_{ze} \bar{r}. \quad (19)$$

Теперь оцениваем время облета иона:

$$t_{обл} \approx b_0 (Ze^2 / m b_0)^{-1/2} \ll \frac{1}{\omega^*} \Gamma_{ze}^{-3/2}, \quad (20)$$

где  $\omega^* = (6\pi e^2 Z N_i / m)^{1/2}$  - частота, лишь численно отличающаяся от плазменной. Во время облета,  $|t| < t_{обл}$ , электрон излучает на высоких частотах  $\omega \sim t_{обл}^{-1}$ . Следовательно, двигаясь на расстояниях, много больших  $b_0$ , электрон излучает на частотах

$$\omega \ll \omega^* \Gamma_{ze}^{3/2}. \quad (21)$$

Интересуясь этими частотами, пренебрегаем наличием углового момента и считаем траектории электрона близкими к лобовым ( $b = 0$ ).

Фурье-образ ускорения перепишем в виде  $\vec{\alpha}_\omega = \int \vec{\alpha}(t) dt + \int \vec{\alpha}(t) [\exp(i\omega t) - 1] dt = \Delta \vec{v} + \int \vec{\alpha}(t) [\exp(i\omega t) - 1] dt$ , где  $\Delta \vec{v}$  — полное изменение скорости электрона при пролете ячейки. Для определения  $\Delta \vec{v}$  воспользуемся тем, что при  $\Gamma_{ze} \gg 1$  точка выхода электрона из ячейки практически совпадает с точкой входа. Тогда с помощью простых геометрических преобразований находим

$$\Delta \vec{v} = -2(\vec{b}_0/b_0) v (1 - b^2/\bar{r}^2)^{1/2},$$

где  $\vec{b}_0/b_0$  — единичный вектор, направленный в точку максимального сближения из центра ячейки.

Вычисления  $\vec{\alpha}(t)$  удобно проводить, решая уравнения движения в полярных координатах (с началом отсчета в центре ячейки) и подставляя  $r(t)$  и  $\theta(t)$  ( $r$  — радиус,  $\theta$  — азимутальный угол) в выражение

$$\vec{\alpha}(t) = (\vec{b}_0/b_0) \cos \theta \frac{dv}{dr} + (\vec{v}_0/v_0) \sin \theta \frac{dv}{dr}. \quad (22)$$

Вектора  $\vec{b}_0/b_0$  и  $\vec{v}_0/v_0$  взаимно перпендикулярны,  $v_0$  — скорость в момент максимального сближения. Эта процедура выполнима лишь приближенно, что и было сделано в [19]. Полученное после Фурье-преобразования  $\vec{\alpha}_\omega$  было подставлено в (14). И после усреднения по прицельному параметру  $b$  получена энергия, излучаемая электроном с энергией  $mv^2/2$ , в среднем при одном пролете ячейки

$$\langle S_\omega \rangle = \frac{2}{\bar{r}^2} \int_0^{\bar{r}} b db S_\omega = \frac{2e^2 v^3}{2\pi c^3} \left( 2 + \frac{2}{9} \psi_2^2 + \frac{8}{9} \Gamma_{ze}^{1/2} \psi_1 + \frac{1}{9} \Gamma_{ze} \psi_1^2 \right). \quad (23)$$

Функции  $\psi_1(\omega/\omega^*)$  и  $\psi_2(\omega/\omega^*)$  представлены на рис. 8 вместе со своими асимптотиками. При  $\omega \ll \omega^*$  (штриховые линии)

$$\psi_1 = (18/55)(\omega/\omega^*)^2, \quad \psi_2 = 3^{3/2} 2^{-1} \Gamma\left(\frac{1}{3}\right) (\omega/\omega^*)^{2/3}.$$

При  $\omega \gg \omega^*$  (штрихпунктирные)

$$\psi_1 = 3^{3/2} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) (\omega/\omega^*)^{1/3} - 18/5, \quad \psi_2 = 3^{3/2} 2^{-1} \Gamma\left(\frac{1}{3}\right) (\omega/\omega^*)^{2/3}.$$

Выражение (23) представляет собой основной результат. Удобно обсуждать его, введя "фактор Гаунта", под которым будем понимать отношение (23) к аналогичному крамерссвскому выражению:

$$g = \langle S_\omega \rangle \pi \bar{r}^2 \left( \frac{16\pi}{3^{3/2}} \frac{Z^2 e^6}{m^2 v^2 c^3} \right)^{-1} = \langle S_\omega \rangle \left( \frac{4}{3^{3/2}} \frac{e^2 v^2}{c^3} \Gamma_{ze}^2 \right)^{-1}. \quad (24)$$

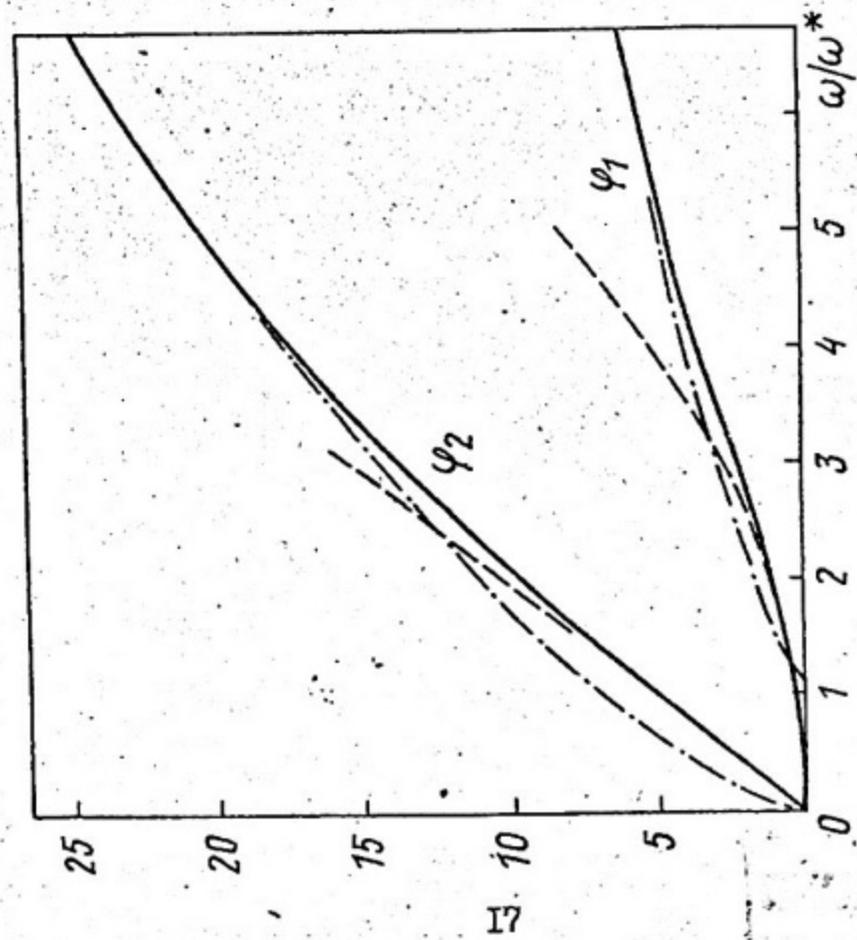


Рис. 8. Функции  $\psi_1$  и  $\psi_2$  со своими асимптотиками

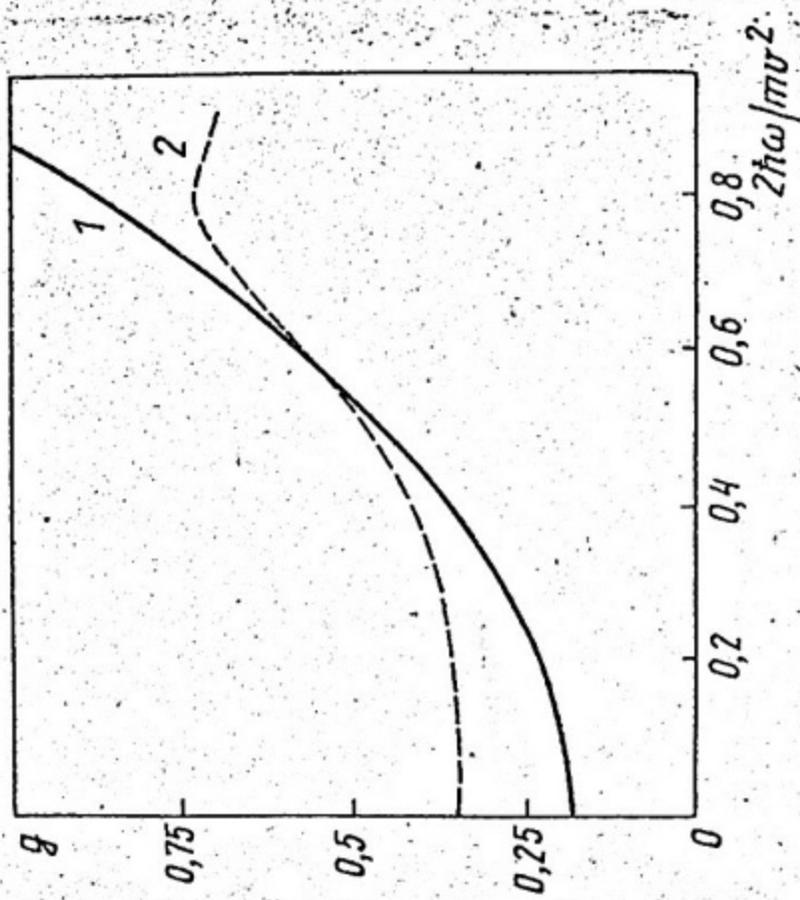


Рис. 9. Зависимость фактора Гаунта плазмы золота ( $\Gamma_{ZZ} = 1,75$ ) от относительной энергии излучаемого кванта. Кривые: сплошная [20], пунктир [17]

Фактор Гаунта при низких частотах оказывается малым и приближается к единице при  $\omega/\omega^* = \Gamma_{ze}^{3/2}$ , что соответствует неравенству (21). На высоких частотах, при  $\omega > \omega^* \Gamma_{ze}^{3/2}$  фактор Гаунта должен выходить на единицу. Переходная область данным расчетом, естественно, не описывается.

Следует подчеркнуть, что полученные формулы справедливы лишь при больших  $\Gamma_{ze}$ . Они, однако, допускают экстраполяцию на  $\Gamma_{ze}$  порядка единицы, давая там лишь оценку.

В [17] фактор Гаунта  $g$  вычислен для торможения электронов при нескольких значениях энергии  $\pi v^2/2$  на ячейках плазмы алюминия, цезия и золота при относительных плотностях  $\rho/\rho_0 = 1; 10; 100$ , где  $\rho_0$  — нормальная плотность металла. Максимальное значение  $\Gamma_{ze}$  в расчетах [17] составляло 1,75 (золото,  $\rho/\rho_0 = 100$ ,  $\pi v^2/2 = 1$  кэВ,  $Z = 42$ ). На рис. 9 этот результат сопоставлен с результатом расчета по приведенным выше формулам. Можно видеть удовлетворительное соответствие.

Таким образом, вычислено спектральное распределение энергии тормозного излучения электрона заданной энергии при пролете одной ячейки  $\langle S_\omega \rangle$ . Спектральная излучательная способность плазмы  $E_\omega$  представляет собою энергию, излучаемую электронами плазмы в единицу времени, усредненную по их распределению по скоростям (импульсам):

$$E_\omega = N_e \varepsilon(\omega)^{1/2} \int d\vec{p} f(p) [1 - f(p')] (S_\omega) \tau^{-1}(p), \quad (25)$$

где  $f(p) = [1 + \exp(p^2/2m - \mu_e/T)]^{-1}$  — распределение электронов по исходным импульсам  $p$ ;  $[1 - f(p')]$  — множитель, учитывающий заполненность конечных состояний в системе с вырождением  $p'^2 = p^2 - 2m\hbar\omega$ ,  $\varepsilon(\omega)$  — поперечная диэлектрическая проницаемость плазмы, учитывающая ее дисперсионные свойства. В плотной плазме электрон никогда не является свободным, а всегда взаимодействует с одним из ионов, поэтому время  $\tau(p)$  является временем пролета электроном одной ячейки. Усредненное по различным траекториям

$$\tau(v) = 4\bar{r}/3v. \quad (26)$$

Подставляя (23) и (26) в (25), предполагая отсутствие вырождения и интегрируя по максвелловскому распределению, получим

$$E_\omega = 4\pi^{-3/2} (e^2/\bar{r}) (v_T/c)^3 \varepsilon(\omega)^{1/2} [1 + (\pi\Gamma_{ze})^{1/2} \psi_1/6 + \Gamma_{ze} \psi_1^2/36 + \psi_2^2/9] \quad (27)$$

где  $v_T = (2T/m)^{1/2}$  — тепловая скорость электрона.

Этот результат следует сравнить с выражением, известным для классической разреженной плазмы. Соответствующий "фактор Гаунта" имеет вид

$$G = E_{\omega} / E_{\omega}^{Kram} = 2 \cdot 3^{1/2} \pi^{-1} \Gamma_{ze}^{-2} \left[ 1 + (\pi \Gamma_{ze})^{1/2} \psi_1(\delta) + \Gamma_{ze} \psi_1^2 / 36 + \psi_2^2 / 9 \right]. \quad (28)$$

Зависимости фактора Гаунта от параметра  $\omega / \omega^* \Gamma_{ze}^{3/2}$  при разных  $\Gamma_{ze}$  представлены на рис. 10. Они обладают теми же качественными особенностями, что и фактор  $g$ , но характеризуют плазму в целом.

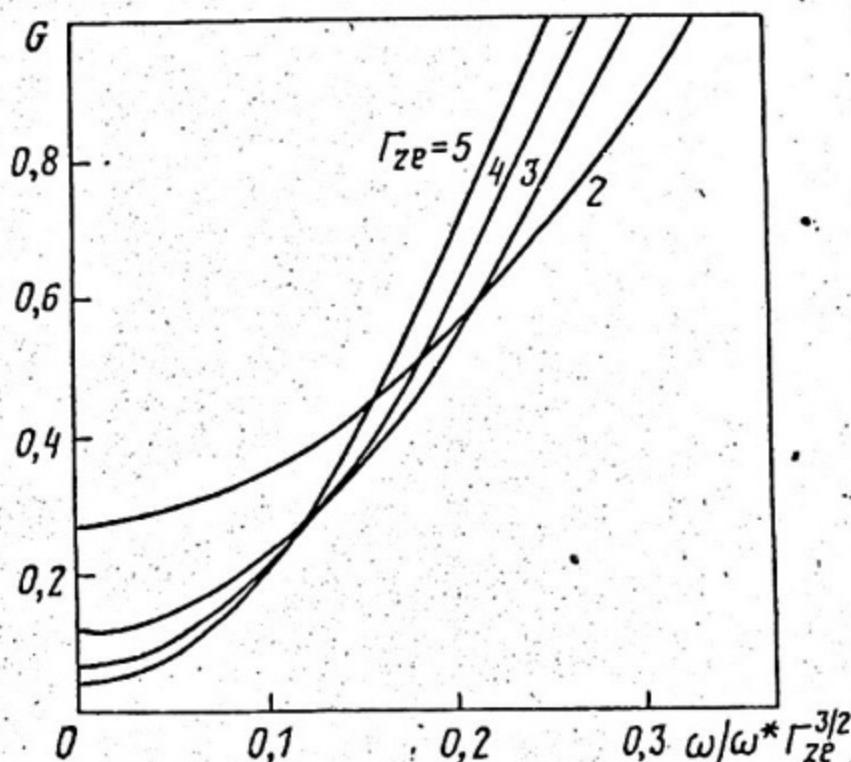


Рис. 10. Фактор Гаунта для тормозного излучения неидеальной плазмы при различных  $\Gamma_{ze}$  [19]

Применимость классического описания движения электрона по траекториям ограничена неравенством  $\lambda \ll \bar{r}$ , где  $\lambda = \hbar / m v$  — длина волны электрона на входе в ячейку. Это неравенство является наиболее жестким из ограничений, обусловленных квантово-механической природой электрона. В условиях расчета [17] представленного на рис. 9,  $\lambda / \bar{r} = 0,25$ , что свидетельствует в пользу применимости простого классического подхода.

Если заряд иона  $Z$  меньше заряда ядра  $Z_n$ , т.е. ион не полностью ободран, то при тех высоких энергиях электрона, которые реализуются в сильно разогретой плазме, следует учитывать влияние рассеяния на ионном коре на тормозное излучение. Наличие ионного кора видоизменяет потенциал  $V(r)$ , в первую очередь, на малых расстояниях. Одно из общепринятых для оценок приближений к потенциалу имеет вид

$$V(r) = -\frac{Ze^2}{r} \left[ 1 + \frac{Z_n - Z}{Z} e^{-r/R_i} \right], \quad (29)$$

где  $R_i = (Z_n - Z)(1,8 Z_n^{4/3})^{-1} \alpha_D$  — радиус иона. Потенциал (29) имеет томас-фермиевское происхождение и в лучшей степени подходит для описания почти ободранных ионов.

Усиление взаимодействия на малых расстояниях, естественно, приводит к увеличению интенсивности излучения на высоких частотах. Поскольку время облета иона по траектории радиуса  $R_i$  равно  $(Ze^2/mR_i^3)^{-1}$ , то, во всяком случае, это имеет место на частотах  $\omega \approx \omega^* (\bar{r}/R_i)^{3/2}$ . Заметим, что мы предполагаем, что  $\bar{r} > R_i$ .

Итак, если по-прежнему относить фактор Гаунта к иону с зарядом  $Z$ , то этот фактор превышает единицу. Однако, во всяком случае, он меньше, чем  $(Z_n/Z)^2$ . Последнее следует из того, что интенсивность излучения на уединенном ионе пропорциональна квадрату его заряда. На рис. II показана характерная зависимость  $G(\omega)$  для обсуждаемых условий.

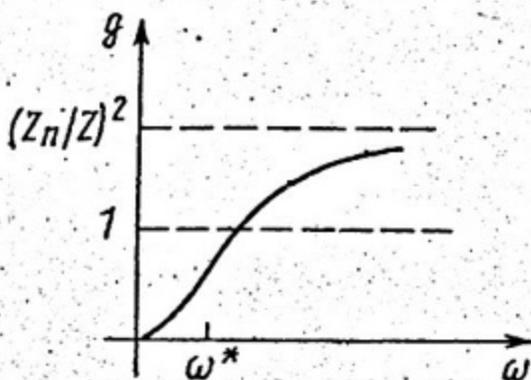


Рис. II. Характерный вид фактора Гаунта с учетом тормозного излучения на ионном коре

КОЭФФИЦИЕНТ ОТРАЖЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ  
ОТ ГРАНИЦЫ НЕИДЕАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

Плотная плазма может быть создана за фронтом сильной ударной волны. Во фронте ударной волны происходят сжатие и разогрев вещества. Толщина фронта - порядка нескольких столкновений. Она может быть мала по сравнению с длиной волны  $\lambda$  света, измерение отражения которого от фронта позволяет получить коэффициент отражения  $R$ . Он дается формулой Френеля:

$$R = \left| \frac{\sqrt{\epsilon'} - 1}{\sqrt{\epsilon'} + 1} \right|^2, \quad \epsilon' = \epsilon(\omega) + i4\pi\sigma(\omega)/\omega. \quad (30)$$

Здесь  $\epsilon'$  - диэлектрическая проницаемость плазмы,  $\epsilon$  - ее действительная часть,  $\sigma$  - высокочастотная электропроводность.

Измерения коэффициента отражения лазерного луча с длиной волны  $\lambda = 1,04$  мкм от плазмы ксенона были выполнены в [21] (рис. 12). Параметры плазмы соответствовали  $T \approx 3 \cdot 10^4$  К, ксенон был сильно ионизован, ионизация была однократной  $Z = 1$ . Параметр неидеальности  $\Gamma = e^2/\bar{r}T$  превосходил единицу. Будучи весьма малой величиной при малых  $\Gamma$  коэффициент отражения резко возрастает, достигая величин, характерных для "плазменного зеркала".

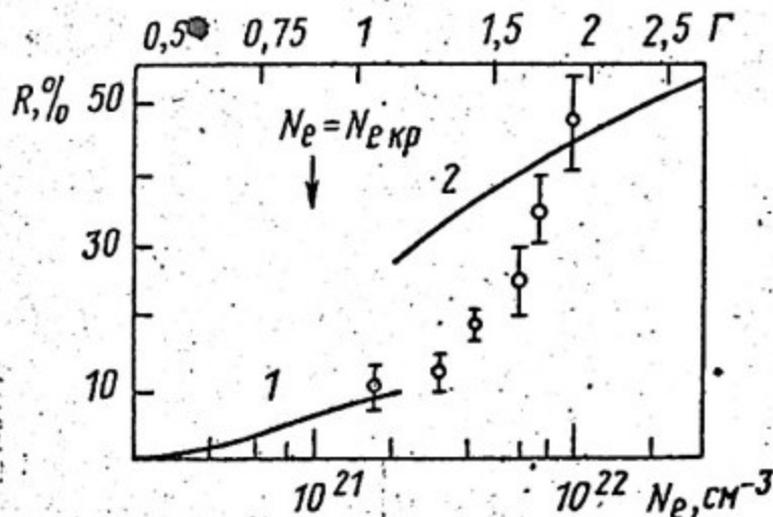


Рис. 12. Коэффициенты отражения плазмой излучения с длиной волны  $\lambda = 1,04$  мкм: точки - результаты измерений [21]; кривые 1 и 2 - результаты расчёта для идеальной плазмы и сильнонеидеальной плазмы [22]

Напомним, что в разреженной плазме, когда частотой столкновения можно пренебречь по сравнению с частотой  $\omega$ , диэлектрическая проницаемость представлена в простом виде:

$$\epsilon' = 1 - \omega_p^2 / \omega^2, \quad \omega_p = \sqrt{4\pi e^2 N_e / m}.$$

Она обращается в нуль и становится отрицательной, если частота волны  $\omega \leq \omega_p$ , т.е. плотность электронов не меньше "критической",  $N_{e_{кр}} = m\omega^2 / 4\pi e^2$ . Для нашего случая  $N_{e_{кр}} = 10^{21} \text{ см}^{-3}$ . В область большей  $N_e$  волна проникнуть не может, полностью отражаясь от плазмы.

В сильнонеидеальной плазме частота столкновений (точнее говоря, обратное время акта взаимодействия), плазменная частота и частота волны оказываются близкими величинами. В результате, как это следует из рис. 12, где стрелкой указана  $N_{e_{кр}}$ , область перехода к зеркальному отражению размазывается. Для достижения отражения, близкого к полному, требуется на порядок большая  $N_e$ .

При желании описать этот эффект следует иметь в виду, что область, в которой все три взаимодействия (I) одинаково сильны ( $\Gamma = I$ ), теоретическому описанию не поддается. Поэтому в [22] была проведена экстраполяция в эту область результатов, полученных в идеальной плазме и в плазме сильнонеидеальной, т.е. из обоих пределов  $\Gamma \ll I$  и  $\Gamma \gg I$ . Для этого необходимы  $\sigma(\omega)$  и  $\epsilon(\omega)$  в этих условиях.

Независимо от величины  $\Gamma$  электропроводность  $\sigma(\omega)$  связана со спектральной плотностью тормозного излучения  $E_\omega$  соотношением [23]

$$\sigma(\omega) = N_e \frac{\pi c^3}{4T\omega^2} E_\omega. \quad (31)$$

При  $\omega \gg \omega_p \cdot \Gamma^{-3/2}$ , используя  $E_\omega^{КГМ}$  и привлекая дополнительные соображения, можно получить известное в идеальной плазме выражение:

$$\sigma(\omega) = (\omega_p^2 / 4\pi) \nu (\omega^2 + \nu^2)^{-1}, \quad (32)$$

где  $\nu = \frac{2}{3} N_e \sqrt{8T/\pi m} \pi (e^2/T)^2$ . Эта частота электрон-ионных столкновений не содержит кулоновского логарифма, что допускает экстраполяцию к  $\Gamma = I$ . В этих же условиях диэлектрическая проницаемость, как известно, дается выражением, учитывающим эффект столкновений:

$$\epsilon = 1 - \omega_p^2 (\omega^2 + \nu^2)^{-1}. \quad (33)$$

Кривая 1 на рис. 12 представляет собою экстраполяцию  $R(\omega)$ , даваемых (32) и (33), в область  $\Gamma \rightarrow 1$ ,  $\omega \rightarrow \omega_p$ .

Та же самая процедура может быть выполнена в другом предельном случае, когда  $\omega \ll \omega_p \cdot \Gamma^{-3/2}$  и  $\Gamma \gg 1$ . Для этого следует использовать полученную в предыдущем разделе  $E_\omega = 6E_\omega^{Kram}$ , а диэлектрическую проницаемость получить с помощью соотношения Крамерса-Крохтга:

$$\epsilon(\omega) = 1 + 8 \int_0^\infty \frac{\sigma(z) dz}{z^2 - \omega^2}.$$

В [22] для расчета  $R(\omega)$  были использованы приближенные выражения

$$\begin{aligned} \sigma(\omega) &= \sqrt{3/2} (\omega_p/4\pi) [1 + (4/3)(\omega/\omega_p)^2] [\omega^2 + (3/8)\omega_p^2]^{-1}; \\ \epsilon(\omega) &= 1 - \omega_p^2 [\omega^2 + (3/8)\omega_p^2]^{-1}. \end{aligned} \quad (34)$$

Эти выражения справедливы при низких частотах, что допускает статический предел

$$\sigma(0) = \sqrt{2/3} \omega_p / 4\pi. \quad (35)$$

Оказывается, что это выражение находится в неплохом соответствии с результатами измерений статической электропроводности неидеальной плазмы (рис. 13).

На рис. 12 кривая 2 получена с использованием выражений (34). Следовательно, она является экстраполяцией из области больших  $\Gamma$  и малых  $(\omega/\omega_p)$  туда, где эти параметры близки к единице. Кривые 1 и 2 совместно дают качественное описание перехода плазмы в состояние с высоким коэффициентом отражения.

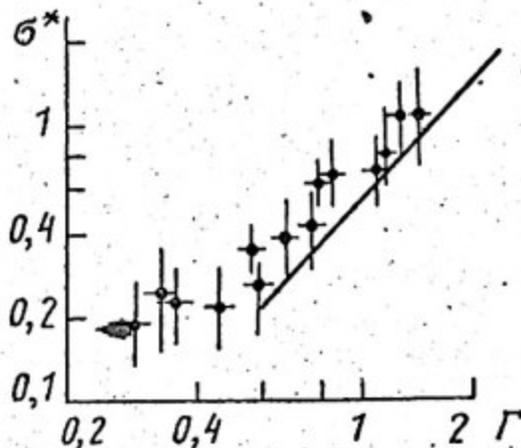


Рис. 13. Зависимость приведенной статической электропроводности от параметра неидеальности [24],  $\sigma^* = \sigma(0) m^{1/2} Ze^2 / T^{3/2}$ : точки - результаты измерений разных авторов (библиографию см. в [24]); кривые: сплошная - формула (35), пунктир - формула Спитцера (43)

## ВЯЗКОСТЬ ПЛАЗМЫ И РАСПРОСТРАНЕНИЕ ИОННОГО ЗВУКА

Как известно, в плазме, когда столкновения не очень интенсивны, распространение ионного звука сильно ограничено вследствие затухания Ландау. Энергия колебаний диссипируется вследствие того, что частицы попадают в резонанс с волной. Поэтому ионный звук может распространяться только в сильно неизотермической плазме, когда температура электронов намного превышает температуру ионов. Это исключает возможность резонанса.

В плотной плазме, где частота столкновений превышает частоту колебаний, частицы выбиваются этими столкновениями из резонанса. Поэтому в неидеальной плазме затухание Ландау не играет большой роли, и ионный звук может распространяться в изотермической плазме. В экспериментах [25], проведенных в равновесной аргоновой плазме в условиях, когда  $T=2$  эВ,  $N_i = 10^{17}$  см $^{-3}$ ,  $Z = 1$ ,  $\Gamma_{ZZ} = 0,1$ , был измерен динамический структурный фактор  $S(k, \omega)$  (рис.14). Значениям  $S(k, \omega)$  прямо пропорциональна интенсивность излучения, рассеянного флуктуациями плазмы. Наблюдалось рассеяние излучения CO $_2$ -лазера под малыми углами (волновой вектор  $K = 0,5 \cdot 10^3$  см $^{-1}$ ). Результаты наблюдений хорошо описываются гидродинамической теорией затухания. Основной вклад в затухание обеспечивался ионной вязкостью.

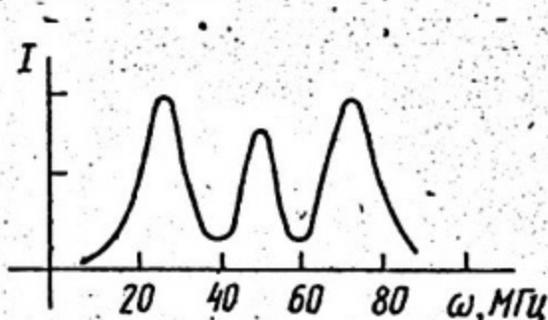


Рис.14. Результаты измерения динамического структурного фактора  $S(q, \omega)$  аргоновой плазмы [25];  $K=0,5 \times 10^3$  см $^{-1}$

Казалось бы, с увеличением плотности трудно ожидать качественно новых эффектов. Однако в очень плотной плазме резко возрастают эффекты межчастичной корреляции. Сверхплотная плазма напоминает не газ, а жидкость и при охлаждении может кристаллизоваться. В этих условиях можно ожидать [26] смену механизмов вязкого переноса импульса. Ввиду уменьшения длины пробега, "время-

пролетный" механизм переноса импульса сменяется вакансионным. Поэтому возрастание вязкости при увеличении плотности усиливается, вследствие чего область волновых чисел вязкого звука сужается. В результате происходит смена механизма возникновения и распространения звуковых волн. Распространение невязкого звука обусловлено возможностью нарушения локального термодинамического равновесия, которое сопровождается распространением коротковолновых колебаний. Для них основной причиной затухания становится джоулева диссипация, вызываемая токами смещения.

Как и ранее, будем полагать выполнение неравенств (3) и сначала, поскольку это нужно для последующего, рассмотрим газообразную плазму с умеренной неидеальностью, когда  $\Gamma_{ZZ} \leq 1$ . Волна в веществе затухает экспоненциально:  $\exp(-\gamma x)$ . Коэффициент затухания запишем в виде

$$\gamma = \frac{\omega^2}{2v_s^3} \left[ \frac{4}{3} \frac{\eta}{\rho} + \frac{v_s^2}{4\pi\sigma} (\kappa r_D)^2 \right]. \quad (36)$$

Здесь  $\omega = \kappa v_s$ ;  $\omega \kappa$ ,  $v_s$  - частота звука, волновое число и скорость звука;  $\eta$  - коэффициент вязкости;  $\rho = MN_i$  - плотность вещества;  $M$  - масса иона;  $\sigma$  - его электропроводность,  $r_D = (T/4\pi e^2 N_e)^{1/2}$  - электронный радиус Дебая.

При записи  $\gamma$  учтены основные факторы затухания - ионная вязкость [27] и джоулево тепловыделение, которое обычно никакой роли не играет:

$$\gamma = \gamma_\eta + \gamma_J$$

Благодаря большой величине коэффициента электронной теплопроводности  $\alpha_e$ , поле электронной температуры разглаживается. Для этого необходимо, чтобы

$$\lambda \gamma_T \sim \lambda \frac{\kappa}{v_s} \frac{\alpha_e}{\rho} \sim (\kappa r_D) \sqrt{M/m} (\Gamma_{Ze}^{3/2} \Lambda)^{-1} \gg 1,$$

где  $\lambda = 2\pi/\kappa$  - длина звуковой волны;  $\gamma_T$  - тот вклад в коэффициент затухания звука, который обусловлен теплопроводностью электронов;  $M/m$  - отношение масс атома и электрона;  $\Lambda$  - кулоновский логарифм, фигурирующий в частоте столкновений между электронами и ионами.

Следовательно, если для ионов звук остается адиабатическим, то для электронов он изотермичен. Поскольку вязкость превалирует в коэффициенте затухания, то условие  $\lambda \gamma_\eta = 1$  указывает величину максимально возможного волнового вектора:

$$\kappa_{max} \sim 1/\sqrt{r} \Gamma_{ZZ}^2 \Lambda.$$

С ростом плотности  $\Gamma_{ZZ}$  стремится к единице одновременно с величиной  $\Lambda$ . Последнее отражает уменьшение роли далеких взаимодействий. В этом пределе

$$\kappa_{max} \sim 1/\bar{r},$$

т.е. реализуются условия, в которых в неидеальной плазме звуковая мода занимает максимально возможное фазовое пространство [28].

Переходим к обсуждению вязкости в сверхплотной плазме. При  $\Gamma_{ZZ} \gg 1$  плазма становится подобной жидкости, а при достижении величины параметра взаимодействия, равного  $\Gamma_m \approx 155$ , ионная подсистема кристаллизуется. Коэффициент вязкости жидкого состояния записывается как для обычной, однако весьма охлажденной жидкости:

$$\eta = \eta^* (Z^2 e^2 M / \bar{r})^{1/2} \bar{r}^{-2}. \quad (37)$$

Коэффициент вязкости сильно неидеальной плазмы вычислялся методом молекулярной динамики [29]. Было найдено, что при  $\Gamma_{ZZ} > 40$  обезразмеренный коэффициент  $\eta^*$  возрастает приблизительно как  $\Gamma_{ZZ}^{1/3}$ . Таким образом, при больших  $\Gamma_{ZZ}$  коэффициент вязкости  $\eta$  в жидком состоянии возрастает с увеличением плотности как  $\Gamma_{ZZ}^{17/6}$ . Решая обобщенное кинетическое уравнение, авторы работы [30] показали, что в переохлажденной жидкости при  $\Gamma_{ZZ} > \Gamma_m$  возрастание  $\eta$  с увеличением плотности продолжается.

Естественно предположить, что в области кристаллического состояния степенное возрастание  $\eta$  должно смениться экспоненциальным. Сильная межионная корреляция приводит к тому, что система разбивается на ячейки. Каждый ион, экранированный своими  $Z$  электронами, колеблется в своей ячейке радиуса  $\bar{r}$  с частотой, близкой к ионной плазменной  $\omega_{pi} \sim (Z^2 e^2 / M \bar{r})^{1/2}$ , и амплитудой, значительно меньшей среднего межионного расстояния. Перемещение иона из одной ячейки в другую становится возможным только при наличии вакансии и требует значительного времени

$$\tau \sim \omega_{pi}^{-1} \exp(W/T),$$

поскольку  $W \gg T$ , где  $W$  — работа, требуемая на образование в веществе вакансии, т.е. пустой ячейки.

По этой причине вязкий перенос импульса становится вакансионным. Запишем поэтому коэффициент вязкости в следующем виде:

$$\eta = (Z^2 e^2 M / \bar{r})^{1/2} \bar{r}^{-2} \exp(\alpha \Gamma_{ZZ} / \Gamma_m), \quad (38)$$

где  $\alpha$  — константа порядка единицы, точное значение которой в настоящее время неизвестно.

С тем чтобы пояснить структуру показателя экспоненты в (5), представим себе, что неидеальность усиливается вследствие охлаждения системы. Что же касается плотности, то она поддерживается на постоянном уровне. Скажем,  $N = N_1 = \text{const}$ . Для простоты, пусть, величина  $Z$  в этом процессе охлаждения не изменяется. Это означает, что термическая ионизация уже отсутствует, а высокая "холодная" ионизация обусловлена достижением высокого уровня плотности.

Тогда параметры неидеальности, фигурирующие в показателе экспоненты (38), перепишем в виде

$$\Gamma_{zz} = Z^2 e^2 / \bar{r}_1 T ; \quad \Gamma_m = Z^2 e^2 / \bar{r}_1 T_m ,$$

где  $T_m$  — температура плавления;  $\bar{r}_1 = (4\pi N_1 / 3)^{-1/3}$ . Коэффициент вязкости (38) приобретает вид

$$\eta = (Z^2 e^2 M / \bar{r}_1)^{1/2} \bar{r}_1^{-2} \exp(\alpha T_m / T) . \quad (39)$$

Показатель экспоненты в формуле (39) должен содержать работу образования вакансии  $\Delta W$ . Чему она равна, точно неизвестно, однако она пропорциональна энергии связи, а последняя, как известно, пропорциональна критической температуре вещества  $T_c$ . Однако (39) содержит температуру плавления  $T_m$ . Это, возможно, не удивительно, поскольку для многих металлов выполняется эмпирическое соотношение  $T_c / T_m \approx 7$  [31]. Например, Cs — 7,1, Na — 7,6, Fe — 5,5, W — 6,3, U — 8,9.

Формула (38) дает коэффициент вязкости лишь качественно, не претендуя на какую-либо численную точность.

Рассмотрим теперь затухание ионного звука в сверхплотной плазме.

В условиях, когда  $Z \gg 1$ , давление электронной подсистемы определяет собою, в основном, полное давление вещества. Если к тому же  $\Gamma_{ee} \ll 1$ , то электроны представляют собой газ, близкий к идеальному. В этих условиях величина скорости звука

$$v_s \approx \left[ (\partial p / \partial \rho)_T \right]^{1/2} \approx \sqrt{Z T / M} .$$

Величину  $Z$  мы считаем очень большой, как это и принято в чистой теории. Все же при больших, но реальных  $Z$ , на величину  $v_s$  при очень больших  $\Gamma_{zz}$  воздействуют ионные корреляции. Тем не

менее, не будем усложнять формулы, поскольку это не повлияет на качественные выводы, которые только и важны в данной работе.

С помощью условия  $\lambda \gamma_{\eta} = 1$  определим величины  $K_{max}$  — максимально возможных волновых чисел звуковых волн. Учитывая, что в области жидкого состояния  $\eta$  возрастает как  $\Gamma_{ZZ}^{7/6}$ , получаем

$$K_{max} \sim \bar{r}^{-1} \sqrt{Z} \Gamma_{ZZ}^{-5/6} \quad (40)$$

Эта величина убывает с ростом параметра неидеальности по степенному закону. В области твердого состояния максимально возможные значения волновых чисел убывают по экспоненциальному закону:

$$K_{max} \sim \bar{r}^{-1} \exp(-\alpha \Gamma_{ZZ} / \Gamma_m) \quad (41)$$

Соотношения (40) и (41) ограничивают сверху область существования вязкого звука, ориентировочно изображенную на рис. 15.

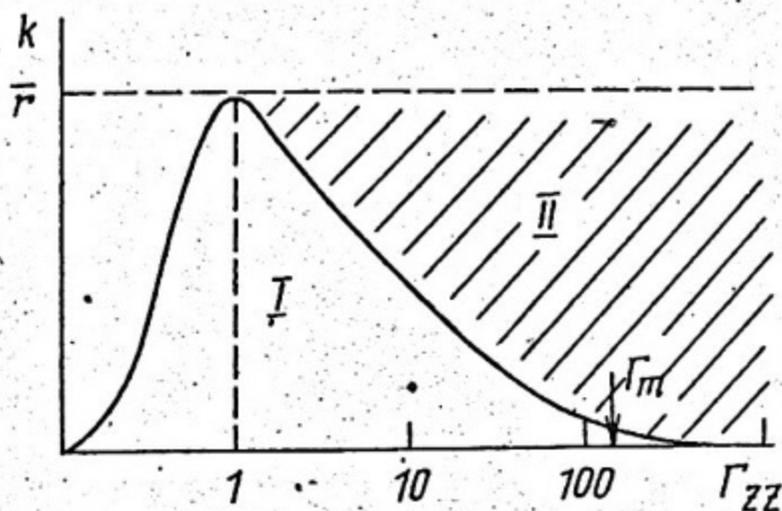


Рис. 15. Области существования в неидеальной плазме вязкого звука (I) и невязкого звука (II) [26]

Вне этой области обычный звук, прохождение которого сопровождается сохранением локального термодинамического равновесия не существует. Условие  $K = K_{max}$  идентично условию  $\omega \tau = 1$ , которое разделяет области вязкого звука и невязкого звука. Звук, который может распространяться при  $K > K_{max}$ , аналогичен нулевому звуку в ферми-жидкости [32] и ультразвуку в криогенных металлах [33].

При выполнении неравенства  $\omega\tau > 1$  динамика ионной подсистемы недостаточна для поддержания состояния локального термодинамического равновесия. Прохождение звуковых колебаний вызывает неравновесность функции распределения частиц плазмы по скоростям в каждом элементе объема. Столкновения электронов с ионами стремятся симметризовать функцию распределения, вытянутую в направлении, по которому распространяется звук. Это приводит к диссипации энергии звуковой волны. Механизм диссипации, который рассматривается на кинетическом уровне [33], конкурирует с джоулевой диссипацией. Для коэффициента затухания звуковых волн можно записать:

$$\gamma = \gamma_p + \gamma_J = \frac{\omega^2}{2v_s^3} \left[ \frac{1}{\rho} N_e T \tau_{ei} + \frac{v_s^2}{4\pi\sigma} (K\tau_D)^2 \right], \quad (42)$$

где  $\tau_{ei}$  — время электрон-ионного взаимодействия. В нашей модели приближенно  $\tau_{ei} = \bar{r}/v_e$ , где  $v_e$  — тепловая скорость электрона. При малых значениях волновых чисел отношение  $\gamma_J/\gamma_p \sim (K\bar{r})^2 \Gamma_{ee}^{-2}$  мало и диссипация, обусловленная электрон-ионными столкновениями, преобладает. Если же интересоваться наибольшими  $K$ , то благодаря неравенству  $\Gamma_{ee} \ll 1$  на первый план выходит джоулево тепловыделение, которым во всей остальной области можно было пренебречь. Условие  $\lambda \gamma_J < 1$  указывает на слабое затухание невязкого звука.

Диапазон условий сверхплотной плазме, электроны которой вырождены, более широк. Для него можно записать аналогичные соотношения, заменив в нужных местах температуру энергией Ферми, и сделать такие же выводы.

### ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ

Вопрос о электропроводности неидеальной плазмы чрезвычайно сложен, поскольку механизм проводимости весьма чувствителен к изменениям характера неидеальности. При нагреве, стартуя от жидкометаллического состояния, вещество проходит весь набор неидеально-плазменных состояний и лишь при весьма высоких температурах становится идеальной плазмой. Хорошо изучены лишь начальное состояние (жидкий металл в окрестности точки плавления) и конечное состояние (полностью ионизованная разогретая плазма). Для этих состояний можно использовать известные формулы Займана и Спитцера (например, [1]). Промежуточные неидеально-плазменные состояния описываются с неизвестной степенью достоверности целым рядом широкодиапазонных моделей, основываясь на ряде видоизме-

нений формул Спитцера и Займана с использованием модельной информации о структуре вещества [1, 24, 30, 34-36]. Информация о электропроводности в столь широком диапазоне плотности, об оптическом поглощении и оптическом отражении нужна также для решения современных прикладных задач.

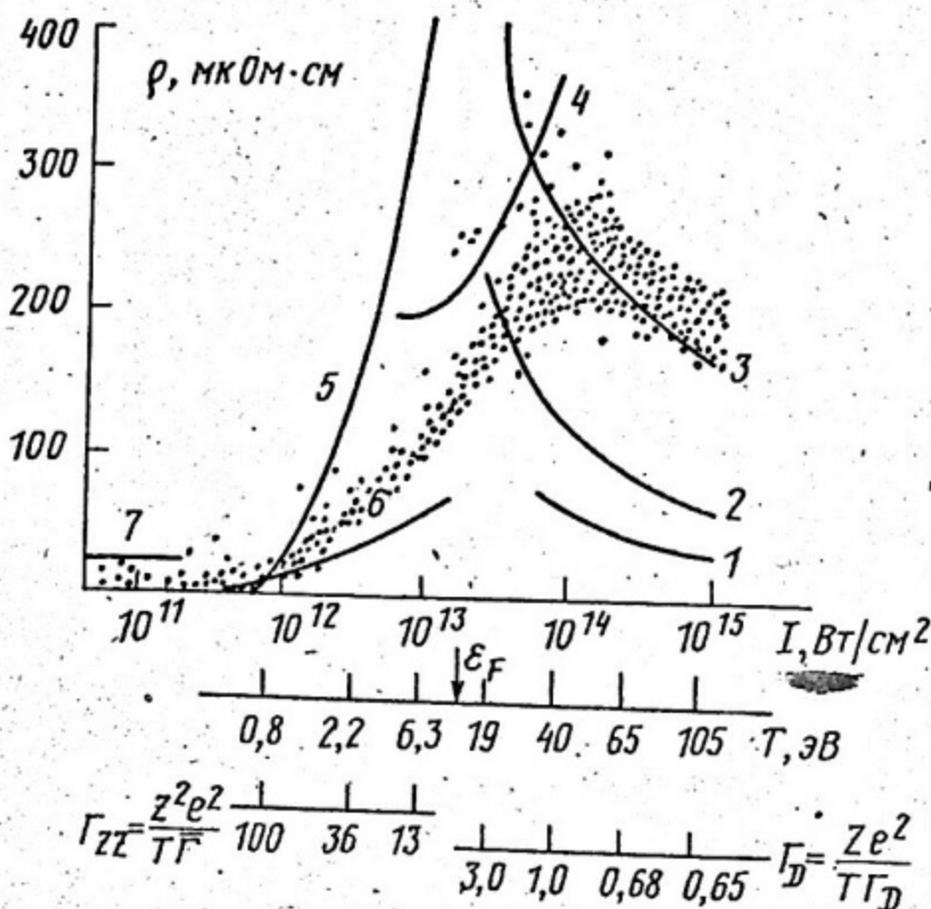


Рис. 16. Удельное сопротивление алюминия на изохоре  $2,7 \text{ г/см}^3$  [39]: область точек - эксперимент [37]; расчетные кривые: 1 - формула (43), 2 - (44), 3 - (45), 4 - (46), 5 - (47), 6 - (48), 7 - удельное сопротивление жидкого Al.

По-видимому, впервые данные о электропроводности (область, усыпанная точками на рис. 16) получены в одном эксперименте во всем диапазоне изменения температуры [37]. Образец алюминия подвергался воздействию короткоимпульсного мощного лазерного излучения длиной волны  $\lambda = 0,308 \text{ нм}$ . Плотность потока энергии достигала  $10^{15} \text{ Вт/см}^2$ , что позволяло достичь температуры 100 эВ.

Импульс специально обострялся так, чтобы не иметь предвестника. Время длительности импульса 400 фс. За это время разогретый алюминий не успевал расширяться так, что сохранялась первоначальная плотность вещества  $2,7 \text{ г/см}^3$ . Измерялся коэффициент отражения греющего излучения в течение этих 400 фс. Довольно сложная процедура обработки результатов этих измерений позволила авторам [38] извлечь из этих данных эффективную частоту электрон-ионных столкновений и получить, в конечном счете, изохору  $2,7 \text{ г/см}^3$  удельного электрического сопротивления алюминия (см. рис. 16). Вещество не успевало расширяться, однако у него возникала стартовая скорость. Ее появление позволило по доплеровскому сдвигу отраженного лазерного излучения измерить температуру.

Далее не предлагается какой-либо новой теории электропроводности, а проводится сопоставление с этими экспериментальными данными современных представлений об электропроводности в различных областях состояния металла.

Рассмотрим, во-первых, область невырожденной умеренно неидеальной плазмы, она соответствует высоким температурам во всяком случае выше, чем температура вырождения, которая близка к 11,6 эВ. Зарядовый состав на этой изохоре алюминия был вычислен в [39]. Вплоть до 50 эВ заряд иона  $Z=3$  (нетермическая ионизация, унаследованная от металлического алюминия) и лишь при больших  $T$  заряд начинает возрастать благодаря термической ионизации, до  $Z=6$  при 105 эВ.

В области высоких температур плазма является умеренно неидеальной и более естественно характеризовать ее дебаевским параметром неидеальности  $\Gamma_D = Ze^2/r_D T$ ,  $r_D = (4\pi e^2 N_e / T)^{-1/2}$ . Значения параметра  $\Gamma_D$  указаны на рис. 16. Электропроводность слабонеидеальной плазмы дается формулой Спитцера, являющейся, по сути дела, идеальным приближением, учитывающим специфику кулоновского рассеяния:

$$\sigma_{sp} = \gamma_E(Z) \frac{2^{5/2} T^{3/2}}{\pi Z e^2 \sqrt{m}} \cdot \frac{1}{\ln \Lambda}, \quad \ln \Lambda = \ln(3/\Gamma_D). \quad (43)$$

Кулоновский логарифм  $\ln \Lambda$  учитывает экранирование иона на расстоянии  $r_D$ , а спитцеровский множитель  $\gamma_E(Z)$  — косвенное влияние межэлектронных столкновений,  $\gamma_E(3) = 0,684$ . Спитцеровские значения определены лишь при  $\Gamma_D < 3$ . Как следует из рис. 16, они дают правильную зависимость, но количественно далеки от опытных данных.

Заметим, что в области  $\Gamma_D = 0,1 + 5$  имеются экспериментальные данные, полученные при меньших плотностях, но и при меньших температурах, в плазмах с однократно заряженными ионами [1]. Эти результаты могут быть использованы в наших целях, если их представить следующим образом:

$$\sigma = \sigma^*(\Gamma_D) \frac{T^{3/2}}{Z e^2 \sqrt{\pi}} \frac{\gamma_E(Z)}{\gamma_E(1)} \quad (44)$$

"Приведенная" электропроводность  $\sigma^*(\Gamma)$  извлечена из упомянутых экспериментов и представлена ранее на рис.13. Результаты такого пересчета представлены кривой 2.

Как следует из рис.16, кривая 2 не очень хорошо описывает наблюдаемую зависимость. Возможно, причина этого состоит в том, что минимальное расстояние между электроном и ионом  $Ze^2/3T$  при столь высоких температурах становится меньшим (или сравнимым) с радиусом ионного кора  $R_i$ . Некулоновское рассеяние на коре уменьшает электропроводность. В самом грубом приближении удельные сопротивления, создаваемые кулоновским ( $\rho_c$ ) и некулоновским ( $\rho_{nc}$ ) рассеяниями, складываются:

$$\rho = \rho_c + \rho_{nc}, \quad \rho_{nc}^{-1} = (N_e e^2 / m) [(1 + \Phi) \pi R_i^2 N_i v_e]^{-1} \quad (45)$$

Здесь  $\Phi = Ze^2/R_i T$  учитывает влияние на  $\rho_{nc}$  искривления траектории электрона в кулоновском поле иона,  $v_e = \sqrt{8T/\pi m}$ . Величину  $R_i$  примем для оценки равной радиусу кора псевдопотенциала иона алюминия в металле,  $R_i = 1,1 \alpha_D$  (что, конечно, проблематично, учитывая уровень температуры). Кривая 3, даваемая формулой (45), неплохо соответствует эксперименту.

Однако получаемые таким образом значения  $\rho$  резко возрастают при уменьшении температуры. При этом сопротивление начинает превышать значения, которые даются известной концепцией "минимальной металлической проводимости". Согласно этой концепции минимальная электропроводность металла дается формулой Иоффе-Регеля. При ее записи исходят из того, что длина пробега электрона в неупорядоченной среде не может быть больше среднего расстояния между рассеивателями. Для невырожденных электронов

$$\sigma_{IR} = \frac{N_e e^2}{m} \frac{\bar{v}}{\sqrt{T/m}} \quad (46)$$

По-видимому, формула Иоффе-Регеля применима в окрестности 11,6 эВ (кривая 4 на рис.16).

Ниже температуры II,6 эВ электронная компонента вырождена, и ее состояние характеризуется параметром  $r_s = (\frac{3}{4} \pi N_e)^{1/3} = 2,17 a_0$ . Параметр межионного взаимодействия  $\Gamma_{ZZ} = Z^2 e^2 / \sqrt{\pi} T$ , где  $\Gamma = (3/4 \pi N_i)^{-1/3}$  указан на рис. 16. Его величины указывают на сильную межионную корреляцию. Электропроводность такой плазмы обычно описывается формулой Займана:

$$\sigma_Z = \frac{\epsilon_F^{3/2}}{\pi \sqrt{2} Z e^2 \sqrt{\pi}} \left[ \int_0^{2\kappa_F} \left( \frac{V(q)/4\pi e^2}{\epsilon(q)} \right)^2 S(q) q^3 dq \right]^{-1}, \quad (47)$$

где  $\epsilon_F$ ,  $\kappa_F$  — энергия и импульс Ферми;  $V(q)$  — фурье-компонента потенциала. Структурный фактор учитывает межионную корреляцию, диэлектрическая проницаемость  $\epsilon(q)$  — экранировку ионов электронами. Известно, что формула Займана хорошо описывает  $\sigma$  жидких металлов вблизи точки плавления, а также и расширенных металлов до окрестности критической точки (см., например, [40]).

В [39] величины  $\sigma_Z$  были найдены численно с использованием псевдопотенциала Ашкрофта:

$$V(q) = (4\pi e^2/q^2) \cos(qR_i),$$

диэлектрической проницаемости Линхарда:

$$\epsilon = [1 + q_{TF}^2 + (q/2\kappa_F)/q^2]^{-1},$$

структурного фактора  $S(q)$ , известного для однокомпонентной плазмы. Вносились поправки на ослабление вырождения электронов, оказавшиеся значительными. В итоге, кривая 5 при малых интенсивностях неплохо коррелирует с уровнем удельного сопротивления алюминия в точке плавления (линия 7 на рис. 16). Так или иначе расчетные кривые передают нарастающий ход  $\rho(I)$ .

Существенный вопрос состоит в том, насколько значительно измеренная в импульсном режиме температура, являющаяся температурой электронов  $T_e$ , отличается от температуры ионов. Дело в том, что греющее излучение поглощают электроны, в результате процессов, которые обратны тормозным. Далее эта энергия частично передается ионам. Оценки показывают [41], что время выравнивания температур в результате электрон-ионных столкновений превышает время импульса. Следовательно, разница в температурах существует. Если ионы не греются, то температурная зависимость  $\rho$  является результатом снятия вырождения электронов по мере их нагрева.

Для вычисления этого было допущено попросту, что ионы греются только до температуры, близкой к критической:  $T = 0,08 \text{ эВ}$  ( $\Gamma_{ZZ} = 100$ ). Зато степень вырождения электронов не ограничивалась. Тогда

$$\sigma = \left( \pi \sqrt{2} z e^2 \sqrt{m} \right)^{-1} \epsilon_F^{3/2} \int_0^\infty \epsilon^3 \frac{1}{\ln \Lambda} \left( -\frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right) d\epsilon; \quad (48)$$

$$\ln \Lambda = \int_0^{2\sqrt{2m\epsilon}/\hbar} \left[ \cos(qR_i)/\epsilon \right]^2 S(q) \frac{dq}{q}.$$

Здесь  $f = [\exp(\epsilon - \mu)/T_e + 1]^{-1}$  - функция распределения электронов по энергиям  $\epsilon$ ,  $\mu$  - химпотенциал электронов, величина которого определяется значениями  $N_e$  и  $T_e$ , поскольку  $\epsilon_F^{3/2} = (2/3) \int_0^\infty \sqrt{\epsilon} f d\epsilon$ . Результатом вычислений по формуле (48) является кривая 6, демонстрирующая влияние этого эффекта на удельное сопротивление.

Теперь можно сделать вывод. Во-первых, имеющиеся в нашем распоряжении модели качественно описывают электропроводность. Во-вторых, для количественного описания очень важно учесть некулоновское рассеяние электронов сложным ионом. Значения электропроводности весьма чувствительны к радиусу ионного кора в невырожденной плазме и к радиусу псевдопотенциала в плазме, которая вырождена. Выполненные выше оценки в этом смысле являются весьма грубыми.

### Список использованной литературы

1. Fortov V.E., Jakubov I.T. *Physics of Non-Ideal Plasma*. N.Y.: Hemisphere, 1989.
2. Ichimaru S. *Rev. Mod. Phys.*, 1982, vol.54, N4, p.1017—1059.
3. Mohre R.M. // *Atomic and Molecular Physics of Controlled Thermonuclear Fusion*. Ed.: J.Joachein, D.E.Post. N.Y.: Plenum, 1983, p.339—440.
4. Milchberg H.M., Freeman R.R. *Phys. Fluids*, 1990, vol.B2, N6, 1395—1399.
5. Sethian J.I., Robson A.E., Gerbrer K.A., De Silva A.W. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, vol.59, N8, p.892—895.
6. Корнер С.В., Фунтиков А.И., Урлин В.Д. Колесникова А.Н. *ЖЭТФ*, 1962, т.42, с.686—692.
7. Киржниц Д.А., Лозовик Ю.Е., Шпатаковская Г.В. *УФН*, 1975, т.117, N1, с.3—47.
8. Bruch S., Suhlin H.L., Teller E. *J. Chem. Phys.*, 1966, vol.45, p.2102—2115.
9. *Strongly Coupled Plasma*. Ed.: Kalman G.E. N.Y.: Plenum, 1978.
10. Lundquist S., March N.H. *Theory of Inhomogeneous Electron Gas*, N.Y.:Plenum, 1983.
11. Полищук А.Я. Диссертация на соискание степени доктора физико-математических наук. М.: ИВТАН СССР, 1991.
12. Viberman L.M., Vorobjov V.S., Jakubov I.T. *Kinetics of Low Temperature Non—Equilibrium Plasma*. N.Y.: Plenum, 1987.
13. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Механика*. М.: Физматгиз, 1958.
14. Биберман Л.М., Воробьев В.С., Якубов И.Т. *ДАН СССР*, 1987, N3, с.576—578.
15. Лифшиц Е.М., Пятаевский Л.П. *Физическая кинетика*. М.: Наука, 1979.
16. Райзер Ю.П. *Физика газового разряда*. М.: Наука, 1987.

17. Longhvan Kim, Pratt K.H., Tseng H.H. Phys. Rev. A, 1985, vol.32, N3, p.1693—1702.
18. Totsuji H. Phys. Rev. A, 1985, vol.32, N5, p.3005—3010.
19. Артемьев А.А., Якубов И.Т. ТВТ, 1990, т.28, N6, с.1064—1071.
20. Artemjev A.A., Jakubov I.T. // XIV SPIG, Contributed papers. Sarajevo. 1988, p.365—368.
21. Запорожец Ю.В., Минцев В.Б., Фортгов В.Е., Батовский О.М. Письма ЖТФ, 1984, т.10, с.1339—1342.
22. Atrazhev V.M., Jakubov I.T. // XIX ICPIG, Contributed papers. Belgrad, 1989, vol.1, p.62—66.
23. Bekefi G. Radiation Processes in Plasmas. N.Y.: Wiley, 1966.
24. Kraeft W.D., Kremp D., Ebeling W., Ropke G. Quantum Statistics of Charged Particle Systems. N.Y.: Plenum, 1986.
25. Zhang Y.Q., Mostovych A.N., De Silva A.W. Phys. Lett., 1989, vol.62, N16, p.1165—1170.
26. Jakubov I.T. // XX ICPIG, Contributed papers. Pisa, 1991, vol.4, p.881—882.
27. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1988.
28. Берковский М.И., Валуев А.А., Куриленков Ю.К. ТВТ, 1989, т.27, N2, с.232—239.
29. Bernu B., Vieillefosse P. Phys. Rev. A, 1985, vol.18, N5, p.2345—2350.
30. Ichimaru S., Iyetomi H., Tanaka S. Phys. Rep., 1987, vol. 149, N2—3, p.91—211.
31. Ubbenholde A.R. Melting and Crystall Structure. Oxford: Clarendon, 1965.
32. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Статистическая физика, часть 2, М.: Наука, 1987.
33. Pippard A.V. Phil. Mag., 1955, vol.46, N381, p.1104—1122.
34. Minoo H., Deitch C., Hansen J.P. Phys. Rev. A, 1976, vol.14, N2, p.840.
35. Lee Y.T., Mohre R.M. Phys. Fluids, 1984, vol.27, N5, p.1273—1286.

- 15910
36. Беспалов И.М., Полищук А.Я. // Исследование свойств вещества в экстремальных условиях / Под ред. В.Е.Фортова и Е.А.Кузьменкова. М.: ИВТАН СССР, 1990, с.54—58.
  37. Milchberg Н.М., Freeman P.R. Phys. Fluids B, 1990, vol.2, N6, p.1395—1400.
  38. Jakubov I.T. // Physics of Non—Ideal Plasmas. Papers of PNP, vol 1, Gosen (Germany), 1991, p.191—198.
  39. Milchberg Н.М., Freeman P.R., Davey S.C., Mohre P.M. Phys. Rev. Lett., 1988, vol. 61, N20, p.2364—2367.
  40. Alekseev V.A., Jakubov I.T. // Handbook of Thermodynamic and Transport Properties of Alkali Metals. Ed.: R.W.Ohse. Oxford: Blackwell, 1985, p.703—734.
  41. Анисимов С.И., Имас Я.А., Романов Г.С. Ходыко Ю.В. Действие излучения большой мощности на металлы. М.: Наука, 1970.

Игорь Тевфикович Якубов

Кинетические процессы  
в сверхплотной массе

Редактор Е.Г.Станкевич  
Техн. редактор И.В. Печенкин  
Корректор Е.Т.Щудло

Тем. план 1992 г.

---

Печ.л. 2,5  
Заказ 255

Подписано в печать 20.04.92. Формат 60x84 1/16  
Уч.-изд.л. 28. С-019-1  
Тираж 200 экз.

---

Московский инженерно-физический институт. Типография МИФИ.  
115409, Москва, Каширское шоссе, 31