

539.1

1385



МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

С. И. Яковенко

ТРОЙНАЯ РЕКОМБИНАЦИЯ
В КЛАССИЧЕСКОЙ КУЛОНОВСКОЙ ПЛАЗМЕ



ВСЕСОЮЗНАЯ
ШКОЛА ПО
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКЕ
им. В. М. ГАЛИЦКОГО

539.1
B85

Министерство науки, высшей школы
и технической политики Российской Федерации
Московский ордена Трудового Красного Знамени
инженерно-физический институт

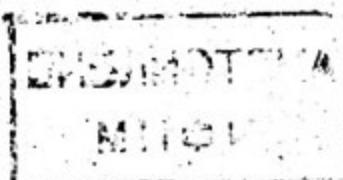
С.И.Яковленко

ТРОЙНАЯ РЕКОМБИНАЦИЯ
В КЛАССИЧЕСКОЙ КУЛОНОВСКОЙ ПЛАЗМЕ

Текст лекции

Утверждено
редсоветом института

Москва 1992



УДК : 537.5

Яковленко С.И. Тройная рекомбинация в классической кулоновской плазме. М.: МИФИ, 1992.- 32 с.

Дан обзор последних теоретических и расчетных работ по рекомбинации полностью ионизованной классической кулоновской плазмы. Наиболее важные результаты этих работ, полученные совместно с С.А.Майоровым и А.Н.Ткачевым состоят в следующем. С помощью численного моделирования для классической кулоновской плазмы, находящейся в термостате, уточнен коэффициент тройной рекомбинации и из первопринципов показано, что при отсутствии внешнего стохастического воздействия она приходит в состояние, стационарное по отношению к рекомбинации. При отказе от принципа детального баланса получено аналитическое выражение для функции распределения частиц, совпадающее с результатами моделирования. Моделирование показало, что плазма, подвергающаяся некоторым видам стохастического воздействия, рекомбинирует в количественном соответствии с обычной теорией. Результаты позволяют выявить новую гипотезу о природе шаровой молнии как о сгустке неидеальной плазмы, для которого внешнего стохастического воздействия недостаточно для стимуляции рекомбинации.

©Московский инженерно-физический институт, 1992 г.

Редактор Е.Г.Станкевич

Тем.план 1992 г.

Подписано в печать 26.03.92

Формат 60Х84 1/16

Печ.л. 2,75

Уч.-изд.л. 2,75 2,0

Тираж 200 экз.

Заказ 652

С-033-1

Московский инженерно-физический институт. Типография МИФИ.
115409, Москва, Каширское шоссе, 31

I: Введение

Кулоновской плазмой принято называть квазинейтральную систему зарядов, взаимодействующих по закону Кулона. При этом пренебрегается всеми взаимодействиями, кроме электростатического, в частности – излучением и всеми неупругими элементарными актами. Движение кулоновских частиц, кроме того, будем полагать классическим.

Принято считать, что в классической кулоновской плазме всегда имеет место тройная рекомбинация. Ее механизм, впервые исследованный Томсоном [1], состоит в том, что электрон, сталкиваясь в поле иона с третьей частицей, теряет энергию и переходит в связанное состояние. В кулоновской плазме рекомбинация всегда должна преобладать над обратным процессом, ионизацией, поскольку кулоновское поле имеет бесконечно глубокую яму и, согласно обычным представлениям, в термодинамическом равновесии, при классическом рассмотрении задачи, электроны должны были бы все упасть на ядра.

Ниже представлен обзор результатов, которые существенно расширяют обычные упрощенные представления. Эти результаты в основном изложены в работах [2-8].

2. Диффузионная теория

2.1. Исходные выражения

Диффузионная теория тройной рекомбинации в кулоновской плазме, сформулированная в работах [8, 9], опирается на предположение о том, что релаксация электронов по энергетической оси происходит без резких скачков. Это предположение естественно для кулоновских столкновений в идеальной плазме. Кроме того, предполагается, что доля связанных электронов (с энергией $\epsilon < 0$) мала, так что можно пренебречь их столкновениями друг с другом. Это также справедливо для идеальной плазмы. Таким образом, исходное уравнение Фоккера-Планка, описывающее диффузию по энергетической оси, можно представить в виде

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\partial J}{\partial \epsilon}; J = Af - \frac{\partial(Bf)}{\partial \epsilon} = \tilde{A}f - B \cdot \frac{\partial f}{\partial \epsilon}. \quad (1)$$

Здесь $A = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\Delta \epsilon / \tau}{\tau}$, $B = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\Delta \epsilon^2 / 2\tau}{\tau}$ – коэффициенты, характеризующие подвижность и диффузию по энергетической оси; $\tilde{A} = A - \partial B / \partial \epsilon$ – модифи-

цированный коэффициент подвижности; j - поток по энергетической оси, т.е. число частиц, рекомбинирующих в единицу времени в единице объема.

Далее полагается, что функция распределения $f(\varepsilon)$ релаксирует намного быстрее, чем успевает существенно измениться число свободных электронов $N_e = \int f(\varepsilon) d\varepsilon$. Соответственно в рамках этого квазистационарного приближения полагают $df/dt = 0$, откуда следует, что рекомбинационный поток одинаков для любой точки энергетической оси, $j = \text{const}$. При этом, вычисляя характерное время рекомбинации, можно не разбираться с вопросом, какие электроны являются свободными, а какие - связанными. Для определения характерного времени рекомбинации, задаваемого соотношением

$$dN_e/dt = N_e/\tau_{\text{рек}} = j, \quad (2)$$

надо просто найти рекомбинационный поток j на основе решения стационарного диффузационного уравнения

$$j = \tilde{A}(\varepsilon)f(\varepsilon) - B(\varepsilon)df/d\varepsilon = \text{const}.$$

В настоящее время считается очевидным еще одно предположение, используемое в обычной теории. Предполагается, что при равном нулю потоке, $j = 0$, функция распределения должна быть больцмановской:

$$f_B(\varepsilon) = g(\varepsilon) \exp(-\varepsilon/T_e),$$

где T_e - температура электронов, а энергетическая плотность состояний (статистический вес) равна

$$g(\varepsilon) = \int \delta(\varepsilon - mv^2/2 + \Sigma e^2/r) = \begin{cases} \frac{2}{\pi^{1/2}} \sqrt{\varepsilon/T_e}, & \varepsilon \gg e^2 N_e^{1/3}, \\ (\pi^{3/2}/2) \cdot 0_e \cdot |\varepsilon|^{-5/2}, & \varepsilon < 0, |\varepsilon| \ll e^2 N_e^{1/3}. \end{cases} \quad (3)$$

Интегрирование ведется по координатам r и импульсам p всех электронов.

Расходимость выражения (3) при $\varepsilon \rightarrow 0$ обусловлена нарушением бинарного приближения при $|\varepsilon| \ll e^2 N_e^{1/3}$. К обсуждению свойств этой области неидеальности плазмы, в которой существенно взаимодействие всех кулоновских частиц, мы вернемся.

Предположение о том, что больцмановское распределение $f_B(\varepsilon)$ зануляет рекомбинационный поток, является одним из следствий принципа детального баланса, лежащего в основе современной статис-

тической механики. Принцип детального баланса накладывает связь на коэффициенты диффузии и подвижности по энергетической оси

$$\tilde{A}(\varepsilon) f_B(\varepsilon) - B(\varepsilon) df_B/d\varepsilon = 0 \quad (4)$$

При этом, если искать функцию распределения в виде

$$f(\varepsilon) = \Phi(\varepsilon) f_B(\varepsilon), \quad (5)$$

то квазистационарное уравнение Фоккера-Планка для нее имеет вид

$$j = B(\varepsilon) \cdot f_B(\varepsilon) d\Phi/d\varepsilon. \quad (6)$$

Границные условия соответствуют равновесному значению функции распределения при малых энергиях $\varepsilon \Rightarrow 0$ и значениям много меньшим Больцмановских при больших отрицательных энергиях $\varepsilon \Rightarrow -\infty$:

$$\Phi(\varepsilon)|_{\varepsilon=0} = 1, \quad \Phi(\varepsilon)|_{\varepsilon=-\infty} = 0. \quad (7)$$

2.2. Коэффициент диффузии

Рассмотрение кулоновских столкновений как бинарных актов позволяет вычислить коэффициент диффузии по оси, соответствующей модулю скорости v или кинетической энергии $\varepsilon = mv^2/2$:

$$B(v) = \frac{2^{3/2}}{\pi} \cdot N_e \cdot \frac{e^4 T_e^{1/2} \Lambda}{\pi^{1/2}} \cdot \left[\frac{\pi^{3/2} \operatorname{erf} \sqrt{mv^2/2T_e}}{\sqrt{mv^2/2T_e}} - 2\pi \cdot \exp(-mv^2/2T_e) \right].$$

Здесь $\Lambda = (1/2) \ln(1 + 9/(4\pi\delta))$ – так называемый кулоновский логарифм, $\delta = 2e^4 N_e / T_e^3$ – параметр, характеризующий идеальность плазмы. Он порядка куба отношения энергии кулоновского взаимодействия на среднем межчастичном расстоянии $\varepsilon \leq e^2 N_e^{1/3}$ к характерной кинетической энергии, т.е. к температуре электронов T_e .

Переход к коэффициенту диффузии по оси, соответствующей полной энергии, осуществляется путем усреднения

$$B(\varepsilon) = \frac{m^{1/2} e^{1/2}}{3 \cdot 2^{1/2} \pi e^6} \cdot \int d\vec{v} d\vec{r} B(v) \delta(-|\varepsilon| - mv^2/2 + e^2/r) = \\ = B_0(\varepsilon) \cdot \beta(|\varepsilon|/T_e). \quad (8)$$

Здесь

$$B_0(\varepsilon) = \frac{2\sqrt{2\pi}}{3} \frac{e^4 |\varepsilon| N}{(m_e T_e)^{1/2}} \text{ Å}$$

- выражение, полученное в работах [9,10];

$$\beta(x) = (32/\pi) \cdot \int_0^\infty t^{1/2} \cdot (1+t)^{-3} \cdot \exp(-x \cdot t) dt = \begin{cases} 4-12x, & x \rightarrow 0 \\ \frac{16}{\pi^{1/2} x^{3/2}} \cdot \left[1 - \frac{9}{2x} \right], & x \rightarrow \infty \end{cases}$$

- поправочная функция, полученная в работе [7]. Поправка оказывается существенной при $|\varepsilon| \sim T_e$, т.е. в области, определяющей значение скорости рекомбинации.

2.3. Коэффициент рекомбинации и распределение связанных электронов

Решая стационарное диффузионное уравнение, получаем выражения для рекомбинационного потока и распределения электронов в области отрицательных энергий (связанных электронов):

$$J = -N_i \cdot \left[\int_0^\infty \frac{d\varepsilon'}{B(\varepsilon') \cdot f_B(\varepsilon')} / \int_0^\infty f_B(\varepsilon') d\varepsilon' \right]^{-1},$$

$$f(\varepsilon) = f_B(\varepsilon) \cdot [1 - \xi(|\varepsilon|/T_e)],$$

где

$$\xi(|\varepsilon|/T_e) = \int_0^{\varepsilon} \frac{d\varepsilon'}{B(\varepsilon') \cdot f_B(\varepsilon')} / \int_0^\infty \frac{d\varepsilon'}{B(\varepsilon') \cdot f_B(\varepsilon')}$$

- величина, определяющая вероятность того, что электрон, имеющий энергию ε , совершил затем переход в область сильно связанных состояний $\varepsilon \rightarrow \infty$ [II, I2].

Используя (8), получаем:

$$j = \frac{4}{5.004} \cdot j_o; \quad j_o = \frac{2^{5/2} \pi^{3/2}}{9 \cdot \pi^{1/2}} \frac{e^{10} N^3 \Lambda}{T_o^{9/2}}; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \xi(x) &= \int_0^x z^{3/2} \cdot \exp(-z) / \beta(z) dz \cdot \left[\int_0^\infty z^{3/2} \cdot \exp(-z) / \beta(z) dz \right]^{-1} = \\ &= \begin{cases} 0.06013 x^{5/2} [1 + 10x/7], & x \ll 1 \\ 1 - 0.06661 \cdot x^3 \cdot \exp(-x), & x \gg 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Если положить здесь $\beta(z)=1$, что соответствует использованию коэффициента диффузии $B_o(\varepsilon)$, то для $\xi(x)$ получим

$$\xi_o(x) = (4/3\pi^{1/2}) \cdot \gamma(5/2, x) = \begin{cases} (8/15\pi^{1/2}) x^{5/2}, & x \ll 1 \\ 1 - (4/3\pi^{1/2}) x^{5/2} \exp(-x), & x \gg 1 \end{cases}$$

где $\gamma(a, x)$ – неполная гамма-функция.

В результате для рекомбинационного потока получаем известный "закон девять вторых":

$$j = \beta(N_e) N_e^3, \quad \beta = C_\beta \cdot 10^{27} \cdot T_e^{-9/2}, \quad C_\beta \approx 7.3 \cdot \Lambda \quad (10)$$

(j в $\text{см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$, E_e – в эВ, T_e – в см^{-2}).

Здесь β – коэффициент тройной рекомбинации, $x = -\varepsilon/T_e$. С точностью до значения коэффициента C_β это выражение следует из теории Томсона [1]. Для времени рекомбинации имеем

$$\tau_{rek} = 1/\beta N_e^2 = 1.3 \delta^{-5/3} \tau_{ei},$$

где $\tau_{ei} = N_i^{1/3} (m_e/2T_e)^{1/2}$ – время пролета электроном среднего межионного расстояния.

Для оправданности квазистационарного приближения ($dI/dt=0$) необходимо выполнение условия $V(T_e)/T_e^2 \gg 1/\tau_{rek}$, которое можно

переписать в виде $\pi \delta_{\epsilon} \times 1$.

Выражения (9), (10) несколько отличаются от результатов [9,10], поскольку различаются исходные выражения (8) для коэффициента диффузии. Дело в том, что при вычислении $B(\epsilon)$ в работе [9] допущена неточность: в формуле (A.II) и далее использована полная масса электрона, а не приведенная, что привело к численной ошибке в 4 раза. В то же время в [9,10] неоправданно предполагалось, что основной вклад в коэффициент рекомбинации вносит область $|\epsilon| \ll E_e$, что привело к изменению скорости рекомбинации в 5,004 раза, но в "противоположную" сторону (на самом деле основной вклад в интеграл вносит область $|\epsilon| \approx E_e$). Таким образом, выражение (10) лишь на 20% отличается от аналогичных выражений [9,10]. В то же время, функции распределения связанных состояний, получаемые на основе различных коэффициентов диффузии, различаются сильно (рис. I). В частности, при использовании в качестве коэффициента диффузии выражения для $B_o(\epsilon)$ функция распределения убывает с ростом энергии связи $f(\epsilon \rightarrow \infty) \sim 1/|\epsilon|$; при использовании же более точного выражения для $B(\epsilon)$ имеем растущую функцию распределения $f(\epsilon \rightarrow \infty) \sim |\epsilon|^{1/2}$.

3. Изолированная плазма

3.1. Результаты моделирования

В работах [2,3] (см. также [8]) была предпринята попытка промоделировать процесс рекомбинации путем непосредственного численного решения уравнений Ньютона для кулоновской плазмы, изолированной от внешних воздействий стохастического (вероятностного) характера. Результаты оказались довольно неожиданными.

Решались уравнения Ньютона для n электронов и n протонов (в приводимых здесь результатах расчетов $n=512$). Частицы считались равномерно заряженными сферами радиуса $R=0,005 N^{-1/3}$. Движение частиц рассматривалось внутри куба с идеально отражающими стенками. Длина ребра куба a выбиралась такой, чтобы обеспечить нужную плотность электронов и ионов $N_e=N_i=N=n/a^3$. Начальные условия задавались с помощью генератора псевдослучайных чисел: координаты и направления скоростей – случайными; кинетические энергии частиц – в соответствии с распределением Максвелла при температуре T_0 .

Расчеты показали, что за время порядка времени пролета элект-

роном среднего межионного расстояния $\tau_{ei} = N_i^{-1/3} \sqrt{m_e/2T_0}$ происходит некоторый нагрев плазмы. Функции распределения электронов и ионов по кинетической энергии остаются максвелловскими, но температуры T_i, T_0 возрастают по сравнению с начальной T_0 , поскольку в распределении по полной энергии ϵ увеличивается количество частиц с $\epsilon < 0$.

Основное недоумение вызывало то обстоятельство, что даже при весьма длительных расчетах термоизолированная кулоновская плазма не обнаруживала тенденции к рекомбинации. В частности, функция распределения электронов не совпадала с той, которая следует из диффузационной теории (рис.2). В отличие от принятых теоретических представлений $f(\epsilon)$ падает экспоненциально при $\epsilon \rightarrow -\infty$. Электроны не скапливаются в области отрицательных энергий, которым соответствуют большие значения статистического интеграла: падения на ядра не происходит. Непосредственные расчеты потока частиц по энергетической оси показали, что в среднем он равен нулю.

Можно было бы предположить, что для наблюдения рекомбинации просто не хватает времени счета. Однако, в ряде расчетов эволюция системы прослеживалась за времена сравнимые и даже превышающие τ_{rec} (табл. I, 2). Тем не менее какой-либо тенденции к падению электронов на ионы обнаружить не удалось. Отметим, что во всех расчетах время наблюдения за системой превышало время установления рекомбинационного потока B/T_e^2 , что позволяет сделать вывод о стационарности этого термодинамически неравновесного состояния плазмы.

3.2. Стационарное состояние

Ниже делается попытка из общих соображений определить вид стационарной функции распределения электронов по полной энергии в энергоизолированной плазме.

Интегральное уравнение. В настоящее время принято считать распределение Максвелла следствием канонического распределения Гиббса. Отметим, что сам Гиббс исключал из рассмотрения системы с расходящимся статистическим интегралом (какой является кулоновская плазма), не предполагая при этом, что они неустойчивы. В то же время, вывод, данный Максвеллом для распределения частиц по кинетической энергии, остается в силе и для таких систем, поскольку

опирается лишь на гипотезу о статистической независимости распределений по проекциям скоростей (гипотеза о беспорядке). Грубо говоря, здесь требуется равновероятность распределения не для всего фазового пространства, задаваемого законом сохранения энергии (как в случае микроканонического распределения), а лишь для его части. Поэтому в классической статистике распределение Максвелла может иметь более широкую область применимости, чем распределение Гиббса. В частности, распределение Максвелла может быть применимо для систем с расходящимся статистическим интегралом.

Будем исходить из того, что стационарное состояние для кулоновской плазмы существует и характеризуется максвелловским распределением по скоростям. Пусть $f(\varepsilon)$ – искомая функция распределения электронов по полной энергии, об нормированная на единицу:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\varepsilon) d\varepsilon = 1. \quad (II)$$

Пусть, далее, $P_\varepsilon(\vec{v})$ – распределение электронов, имеющих заданную полную энергию ε , по вектору скорости \vec{v} .

Для того чтобы распределение по кинетической энергии было максвелловским, распределение по полной энергии должно удовлетворять следующему интегральному уравнению:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\varepsilon) P_\varepsilon(\vec{v}) d\varepsilon = (\frac{m_e}{2\pi T_e})^{3/2} \exp(-\frac{m_e v^2}{2T_e}) \quad (12)$$

Для $P_\varepsilon(\vec{v})$ будем использовать выражение

$$P_\varepsilon(\vec{v}) = g^{-1}(\varepsilon) \cdot \int \delta(\varepsilon - m_e v^2/2 - U) d\vec{r}/V, \quad (13)$$

где

$$g(\varepsilon) = \int \delta(\varepsilon - m_e v^2/2 - U) d\vec{v} d\vec{r}/V$$

– плотность энергетических состояний, \vec{r} – радиус-вектор электрона, U – его потенциальная энергия, V – объем, занимаемый системой.

Отметим, что величина $P_\varepsilon(\vec{v})$ может быть получена и не из формулы (13), а путем непосредственного использования уравнений движения электрона. Приведенное ниже явное выражение для $P_\varepsilon(\vec{v})$ в кулоновском поле было проверено прямым вычислением для кеплеровского движения.

Одночастичное приближение. Рассмотрим сначала в общем виде ситуацию, когда можно считать, что каждый электрон движется в некотором эффективном потенциале $U(\vec{r})$, не зависящем от координат других частиц. Такое приближение естественно называть одночастичным. В этом случае уравнение (12) можно записать в виде

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(z) \cdot K(z-x^2) \cdot dz = \exp(-x^2). \quad (14)$$

Здесь введены обозначения $\phi(z) = f(\varepsilon)/g(\varepsilon) \cdot (2\pi T_e/m_e)^{3/2}$,

$$K(z-x^2) = \int \delta(z-x^2-u(\vec{r})) \cdot d\vec{r}/V, \quad z=\varepsilon/T_e, \quad x^2=m_e v^2/T_e, \quad u=U/T_e.$$

Приципиально важным следствием одночастичного приближения является то, что ядро интегрального уравнения $K(z-x^2)$ зависит от разности переменных, а не от каждой из них по отдельности. Это позволяет решить интегральное уравнение для одночастичного приближения в общем виде. Как и следовало ожидать, уравнению (14) удовлетворяет распределение Больцмана $\phi(z)=A \cdot \exp(-z)$. При этом для нормировочной константы Φ в общем виде имеем

$$A^{-1} = \int_{-\infty}^{\infty} K(y) \cdot dy = \int (d\vec{r}/V) \int dy \cdot \delta(y-u(\vec{r})) = 1.$$

Условие нормировки (11) удовлетворяется лишь при ограниченной снизу потенциальной энергии: $U(\vec{r}) > J$, где J – энергия ионизации.

Идеальная плазма. Следует, однако, помнить, что для кулоновской плазмы даже в случае, если она идеальна, одночастичное приближение, строго говоря, неприменимо. Всегда имеется область энергий $|\varepsilon| \leq e^2 N^{1/3}$, в которой нельзя ввести потенциал, не зависящий от координат других электронов. Эта область неодночастичности (или неидеальности) может играть важную роль в рассматриваемых здесь

вопросах.

Рассмотрим идеальную плазму $\delta \ll 1$. Выражения для $P_\varepsilon(\vec{v})$ и $g(\varepsilon)$ в одночастичной области (при $|\varepsilon| \gg e^2 N_0^{1/3}$) можно получить обычным способом. При $\varepsilon > 0$, $\varepsilon \gg e^2 N_0^{1/3}$ пренебрегаем взаимодействием электрона со всеми частицами при $\varepsilon < 0$, $|\varepsilon| \gg e^2 N_0^{1/3}$ ведем интегрирование вблизи каждого из ионов. В результате имеем

$$g(z) \cdot P_z(\vec{v}) = \begin{cases} \delta(z-x^2), & z \gg \delta_0^{1/3} \\ 2\pi\delta_0 \cdot (|z|+x^2)^{-4}, & z < 0, |z| \gg \delta_0^{1/3} \end{cases}$$

$$g(z) = \begin{cases} 4\pi \cdot (2z)^{1/2} / \pi_0^{3/2}, & z \gg \delta_0^{1/3} \\ \pi^3 \delta_0 / (2^{1/2} \pi_0^{3/2} |z|^{5/2}), & z < 0, |z| \gg \delta_0^{1/3} \end{cases}$$

Выражение для плотности состояний совпадает с точностью до обозначений с выражением (3).

В рассматриваемом случае интегральное уравнение (12) приобретает вид

$$\phi(x^2) + 2\pi\delta_0 \cdot \int_{-\infty}^{-x^2} \phi(z) \cdot (z-x^2)^{-4} dz = \exp(-x^2). \quad (15)$$

Это уравнение справедливо в идеальной плазме, когда $\delta \rightarrow 0$ и можно пренебречь интегралом по области $[-\delta_0^{1/3}, \delta_0^{1/3}]$.

Уравнению (15) удовлетворяет функция

$$\phi(z) = \begin{cases} \exp(-z), & z \gg \delta_0^{1/3} \\ 0, & z < 0, |z| \gg \delta_0^{1/3} \end{cases} \quad (16)$$

В неодночастичной области $|z| \leq \delta_0^{1/3}$ функция $\phi(z)$ неопределена, поскольку неизвестно ядро интегрального уравнения.

Итак, в области положительных энергий функция распределения остается больцмановской, однако нарушение одночастичности в узкой области энергий $|\varepsilon| \leq e^2 N_0^{1/3}$ повлекло за собой сильное отклонение от бульмановского распределения в области больших отрицательных

энергий ($\epsilon < 0$, $|\epsilon| \gg e^2 N^{1/3}$), где одночастичное приближение выполняется. Таким образом, неодночастичная область как бы играет роль перегородки, "не пропускающей" электроны в область отрицательных энергий. Полученный результат противоречит обычному представлению о том, что влияние неодночастичной области сводится лишь к локальной деформации функции распределения. В то же время этот результат согласуется с результатами ДМЧ-расчетов.

Действительно, анализ функций распределения показывает, что энергетическим параметром, характеризующим спадание функции в области отрицательных энергий является средняя энергия межчастичного взаимодействия (рис.3):

$$f(\epsilon) \sim \exp(-0.32|\epsilon|/e^2 N^{1/3}), \quad \epsilon < 0, \quad |\epsilon| \gg e^2 N^{1/3}. \quad (17)$$

Экспоненциально малую величину можно приближенно считать нулем.

Возникает естественный вопрос о кинетических механизмах, обуславливающих релаксацию к распределению, близкому к описываемому формулами (16), (17).

3.3. О кинетических механизмах

Рассмотрим кинетические механизмы, которые могут обусловить релаксацию к функции распределения, полученной в ДМЧ-расчетах.

Столкновения и микрополя. Считая, что релаксация электронов по энергетической оси происходит без резких скачков (это естественно для дальнодействующих кулоновских сил), а также полагая число неравновесных электронов малым и пренебрегая, соответственно, взаимодействием неравновесных электронов между собой, будем исходить из уравнения Фоккера-Планка в виде (I).

В стационарном случае ($df/dt=0$, $f(\epsilon \rightarrow \pm\infty)=0$), если таковой может реализоваться, релаксационный поток равен нулю ($J=0$) и решение уравнения Фоккера-Планка имеет вид

$$f(\epsilon) = C \cdot \exp \left[\int_0^\epsilon \tilde{A}(\epsilon') / B(\epsilon') \cdot d\epsilon' \right], \quad (18)$$

где C – константа интегрирования, определяемая нормировкой.

В обычной теории рекомбинации соотношение между коэффициентами диффузии и подвижности берется таким, чтобы в равновесии (при $j=0$) функция распределения совпадала с больцмановской. Этим выполняется требование принципа детального баланса. ДМЧ-расчеты показывают, однако, что известные соотношения детального баланса для кулоновской плазмы не выполняются.

Коэффициенты диффузии и подвижности могут быть вычислены в рамках имеющейся теории кулоновских столкновений в плазме. Для "столкновительных" величин справедливы выражения

$$A_c = \tau_c^{-1} \cdot T_c \cdot \chi(\varepsilon/T_c), \quad B_c = \tau_c^{-1} \cdot T_c^2 \cdot \Phi(\varepsilon/T_c). \quad (19)$$

Здесь $\tau_c^{-1} = \sigma_c \cdot N_c \cdot v_{t_c}$ — частота кулоновских столкновений; $\sigma_c = e^4 \Lambda / T_c^2$ — их сечение; $v_{t_c} = (2T_c/m_c)^{1/2}$ — характерная скорость электронов; Λ — кулоновский логарифм;

$$\begin{aligned} \chi(x) &= 4\pi^{1/2} \left[2 \cdot \exp(-x) - \pi^{1/2} \cdot \operatorname{erf}(x^{1/2}) / (2x^{1/2}) \right]; \\ \Phi(x) &= 2\pi^{1/2} \left[\pi^{1/2} \cdot \operatorname{erf}(x^{1/2}) / x^{1/2} - 2 \cdot \exp(-x) \right] - \end{aligned} \quad (20)$$

функции, характеризующие зависимость от энергий, $\operatorname{erf}(x)$ — интеграл ошибок. Для коэффициентов A_c и B_c выполняется обычное соотношение детального баланса, что можно установить непосредственной проверкой.

Выражения (19), (20) обычно после соответствующего усреднения распространяются и на отрицательную область энергий, что может оказаться не всегда оправданным. Дело в том, что цель рассуждений, приводящих от уравнений механики к уравнению Фоккера-Планка прослежена, по-видимому, лишь для положительных энергий; из цепочки Боголюбова следует уравнение Больцмана-Власова с интегралом столкновений в форме Ландау, которое при малых отклонениях приводит к (1) с коэффициентами, определяемыми (19), (20). Следует отметить, что и для положительных энергий изложенные выше рассуждения содержат предположения уязвимые для критики (см. Заключение). Для отрицательных же энергий и для неодночастичной области выражения для коэффициентов диффузии и подвижности могут быть существенно другими.

Мы будем исходить из того, что в термоизолированной кулоновской плазме в области малых $|\epsilon| \sim e^2 N_0^{1/3}$ и отрицательных $\epsilon < 0$ энергий основную роль в релаксации играют микрополя. В соответствии с этим характерные параметры "полевой" релаксации оценим соотношениями:

$$\overline{\Delta\epsilon} \sim \left[\overline{\Delta\epsilon^2} \right]^{1/2} \sim e^2 N_0^{1/3} \sim \tau_f^{-1} \sim v_{T_0} \cdot N_0^{1/3}.$$

При этом коэффициент энергетической диффузии, обусловленный микрополями $B_f \sim e^4 \cdot v_{T_0} \cdot N_0$, отличается от "столкновительного" коэффициента диффузии B_c на величину

$$\frac{B_c}{B_f} \sim 2\pi^{1/2} \cdot \Lambda \cdot \Phi(\epsilon/T_0)/2 \underset{\epsilon/T_0 \rightarrow 0}{\rightarrow} 8\pi^{1/2} \cdot \Lambda \cdot (\epsilon/T_0)/3. \quad (2I)$$

При $\epsilon \geq T_0$ преобладают кулоновские столкновения, при $|\epsilon| \leq 0.2T_0/\Lambda$ преобладает диффузия за счет микрополей.

Более существенно отличаются подвижности

$$A_c/A_f \sim e^2 N_0^{1/3}/T_0 \sim \delta_0^{1/3}.$$

Таким образом, в отрицательной области возможен мощный дрейф, связанный с флуктуациями микрополя и направленный в сторону положительных энергий.

Функция распределения электронов. Изложенные соображения позволяют предложить следующую аппроксимацию для отношения диффузионных коэффициентов:

$$\tilde{A} \cdot T_0 / B = \begin{cases} -1 + T_0/2\epsilon & , \epsilon/T_0 > \alpha \cdot \delta_0^{1/3} \\ D_1 + D_2 \cdot \epsilon/T_0 & , |\epsilon/T_0| \leq \alpha \cdot \delta_0^{1/3} \\ \beta/\delta_0^{1/3} & , \epsilon/T_0 < -\alpha \cdot \delta_0^{1/3} \end{cases} \quad (22)$$

Здесь

$$D_1 = [-1 + 1/(2\alpha\delta_0^{1/3}) + \beta/\delta_0^{1/3}]/2;$$

$$D_2 = [-1 + 1/(2\alpha\delta_0^{1/3}) - \beta/\delta_0^{1/3}]/(2\alpha\delta_0^{1/3});$$

α и β - константы, определяющие ширину переходной (неодночастич-

ной) области и значение коэффициента диффузии в отрицательной области энергий. Эти числа можно рассматривать как подгоночные параметры. Отметим, что вид аппроксимации (22) качественно согла-
суется с результатами ДМЧ-расчетов (подробнее см. [2,8]).

Для функции распределения электронов по полной энергии (I9) при выборе отношения диффузионных коэффициентов (22) получаем

$$f(y) = \frac{2A}{\pi^{1/2}} \cdot \begin{cases} y^{1/2} \cdot \exp(-y), & y > \alpha \delta_0^{1/3} \\ D_3 \cdot \exp(D_1 \cdot y + D_2 \cdot y^2/2), & |y| \leq \alpha \delta_0^{1/3} \\ D_4 \cdot \exp(\beta y / \delta_0^{1/3}), & y < -\alpha \delta_0^{1/3} \end{cases} \quad (23)$$

где $y = \varepsilon/T_e$ – безразмерная энергия;

$$\begin{aligned} D_3 &= \alpha^{1/2} \cdot \delta_0^{1/6} \cdot \exp[-\alpha \delta_0^{1/3} \cdot (1 + D_1 + D_2 \cdot \alpha \delta_0^{1/3}/2)]; \\ D_4 &= \alpha^{1/2} \cdot \delta_0^{1/6} \cdot \exp[\alpha \beta - \alpha \delta_0^{1/3} \cdot (1 + 2 \cdot D_1)]; \end{aligned}$$

нормировочная константа A определяется соотношением

$$\begin{aligned} A^{-1} &= 1 - (2/\pi^{1/2}) \cdot \gamma(3/2, \alpha \delta_0^{1/3}) + (2D_3/\pi^{1/2}) \cdot \int_{-\alpha \delta_0^{1/3}}^{\alpha \delta_0^{1/3}} \exp(D_1 \cdot y + D_2 \cdot y^2/2) \cdot dy + \\ &\quad + (2D_4 \delta_0^{1/3}/\pi^{1/2} \beta) \cdot \exp(-\alpha \beta). \end{aligned} \quad (24)$$

Путем сопоставления распределения (23) с результатами ДМЧ-расчетов было выявлено, что хорошее согласие имеет место при $\alpha=1,5$, $\beta=0,4$. При этом один набор из двух констант хорошо описывает результаты ДМЧ-расчетов для сильно отличающихся параметров плазмы (Рис. 4). При $\delta_0 \rightarrow 0$ распределение (23) переходит в результат (I6), приведенный выше.

Итак, отказ от микроканонического распределения и следующего из него принципа детального баланса позволил количественно описать результаты ДМЧ-расчетов. В связи с изложенным выше, полученный в ДМЧ-расчетах быстрый спад функции распределения в отрицательной

области можно объяснить мощным дрейфом электронов в область положительных энергий за счёт взаимодействия с микрополями. При этом коэффициенты диффузии и подвижности электронов по энергетической оси за счет микрополей при отрицательных энергиях не подчиняются соотношению детального баланса.

4. Термостатирующие стенки

Рассматриваемая модель. Как и в п. 3, решались уравнения Ньютона для n_e электронов и n_i ионов, помещенных в куб с длиной ребра a . Основное отличие от задачи, рассмотренной в п.3, состояло в постановке других граничных условий: считалось, что стенки отражают частицы не упруго, а термализуя их. Точнее говоря, достигающие стенок частицы возвращались обратно в объем со случайным направлением скорости и с кинетической энергией, распределенной по Максвеллу с температурой стенок $T_{ст}$. Начальное распределение частиц по кинетической энергии, как и выше, полагалось максвелловским с температурой T_0 .

Результаты ДМЧ-расчетов. Некоторые результаты приведены на рис.5,6 и в табл. 3. Как и в случае термоизолированной плазмы, за время порядка времени пролета электроном среднего межионного расстояния $\tau_{ei} = N_i^{-1/3} \sqrt{m_e/2T_0}$ происходит некоторый нагрев плазмы и электроны приобретают температуру $T_e > T_0$. Однако в данном случае температура электронов стабилизируется не сама по себе (как это имело место в термоизолированной плазме), а за счет охлаждения о стенки.

Дело в том, что в термостатируемой плазме идет процесс столкновительной рекомбинации: число электронов n_- с полной энергией меньше нуля монотонно растет, а с энергией больше нуля $n_+ = n - n_-$ монотонно падает (рис. 5). При этом стенки поглощают выделяющуюся за счет рекомбинации энергию, так что полная энергия плазмы E падает (рис. 6).

Скорость тройной рекомбинации. Коэффициент тройной рекомбинации $\beta(T_0)$ можно определить соотношением

$$dn_+/dt = -\beta \cdot a^6 \cdot n_+^3,$$

откуда (при $T_0 = \text{const}$) имеем зависимость n_+ от времени:

$$n_+(t) = 1/\sqrt{n_0^{-2} + 2\beta a^6 t}, \quad (25)$$

где n_0 – начальное число свободных частиц.

Аппроксимируя результаты ДМЧ-расчетов зависимостью (25), можно определить коэффициент рекомбинации. Как видно из Рис. 5, такая аппроксимация достаточно точна, и есть основания считать, что имеет место именно тройная 1-е-е рекомбинация, а не рекомбинация с участием стенок в качестве третьего тела. Отметим, что для сильно неидеальной плазмы (расчет № 75 в табл. 3) аппроксимировать зависимость $n_+(t)$ корневой формулой (25) не удается. Здесь более подходит экспоненциальная аппроксимация.

Сравнение результатов ДМЧ-расчетов величины C_B с результатами диффузионной теории (см. п.2.3) показывает, что они согласуются с точностью до 50%. Это довольно хорошее согласие, если учесть сильное различие значений N_e и T_e в разных вариантах расчетов. Кроме того, диффузионное приближение для непрерывного спектра, строго говоря, справедливо лишь при $\Lambda \gg 1$.

Итак, термоизолированная классическая кулоновская плазма не рекомбинирует, в то время как плазма с такими же параметрами, помещенная в термостат, рекомбинирует с характерными временами, соответствующими имеющимся теоретическим представлениям. При этом, поскольку рекомбинация носит объемный (а не стеночный) характер, роль термостата не сводится лишь к стабилизации температуры: при тех же значениях N_e и T_e термоизолированная плазма не рекомбинировала. Естественно предположить, что термостат здесь играет роль внешнего "стохастизатора", без которого для кулоновской плазмы невозможно выполнение эргодической гипотезы.

5. Внешняя стохастизация при сохранении энергии

Ниже рассмотрено влияние различных стохастизирующих воздействий, оставляющих в то же время неизменной полную энергию системы. Как и в п.п.3.4 решались уравнения Ньютона для электронов и протонов, помещенных в куб. Основное отличие от расчетов, обсуждаемых в п.3, состояло в том, что система подвергалась стохастическому воздействию; это воздействие, в отличие от расчетов, представленных в п.4, было таким, что полная энергия системы не менялась.

Сначала были предприняты численные эксперименты со стохasti-

зацией направлений скоростей. В одной серии расчетов отражение частиц от стенки полагалось диффузным: модуль скорости сохранялся, но направление внутрь куба выбиралось случайным. В другой серии расчетов частицы, пролетев некоторое расстояние, мгновенно меняли направление скорости на произвольное, сохраняя модуль скорости. Длина пролета частицы до изменения направления скорости определялась законом Пуассона. Такие расчеты в какой-то мере моделируют упругие столкновения с бесконечно тяжелыми жесткими нейтральными частицами.

Результаты этих обеих серий расчетов совпали с аналогичными результатами, представленными в п.3. Формировались такие же, экспоненциально спадающие в отрицательной области функции распределения электронов по полной энергии; рекомбинация не имела места. Этот результат не является неожиданным, поскольку хаотизация направлений скоростей может облегчить лишь формирование максвелловского распределения, которое хорошо устанавливается и без дополнительной стохастизации. По-видимому, для того, чтобы имела место релаксация электронов по энергетической оси, необходимо воздействие стохастизатора, перемешивающего энергию подсистем микроканонического ансамбля.

В связи с этим был поставлен следующий численный эксперимент. Через некоторые временные интервалы скорости различных частиц перераспределялись: скорость одной частицы присваивалась другой, скорость этой другой частицы - третьей и т.д. При этом координаты частиц не изменялись. Очевидно, что при такой перестановке скоростей при неизменном положении частиц полная энергия системы не меняется, в то же время меняется полная энергия отдельных частиц. Мы не вкладывали какой-либо глубокий физический смысл в этот способ стохастизации. Он был выбран в основном для прямой демонстрации роли стохастического воздействия.

Как и следовало ожидать, если исходить из представленных выше результатов, "перестановочная стохастизация" стимулировала тройную рекомбинацию. Установившаяся при наличии стохастизирующего воздействия функция распределения электронов по полной энергии, сильно отличается от функции, получаемой в отсутствие стохастизации (Рис.7), и совпадает с результатами диффузационной теории (см. п. 2.3).

6. О возможной роли малых расстояний

При малых расстояниях между взаимодействующими частицами становятся существенными квантовомеханические эффекты. Например, при столкновении положительно и отрицательно заряженных ионов возможна перезарядка определяемая, в частности, де-бройлевской длиной волны электрона в отрицательном ионе. Рассмотрим простейшую модель рекомбинации, порождаемой в классической кулоновской плазме квантовомеханическими эффектами при близких расстояниях между частицами.

Будем считать, что частицы, обладающие энергией связи большей некоторой ($|\epsilon| > \epsilon_0$), мгновенно рекомбинируют. Положим также величину ϵ_0 достаточно большой $\epsilon_0 \gg e^2 N_i^{1/3}$. Это означает, что рекомбинация имеет место в той области энергий, где функция распределения мала. Соответственно скорость рекомбинации также будет мала, и это дает возможность использовать квазистационарную модель диффузии по энергетической оси (см. п.2). Границные же условия существенно отличаются от (7). Одно соответствует требованию мгновенности рекомбинации при $\epsilon < -\epsilon_0$: $f(\epsilon < -\epsilon_0) = 0$. Второе оказывается не очень существенным. Можно например, положить, что при $\epsilon=0$ распределение совпадает с тем, которое имело бы место при $j=0$. Это распределение $f_0(\epsilon)$ определяется выражением (23).

Решая диффузионное уравнение, получаем

$$\tau_{\text{рек}}' = N_i / j = \int_{-\infty}^{\infty} f_0(\epsilon) d\epsilon \cdot \int_{-\epsilon_0}^{\infty} \frac{d\epsilon}{B f_0(\epsilon)}.$$

Используя тот факт, что $1/f_0(\epsilon)$ при $\epsilon = -\epsilon_0$ является экспоненциально большой величиной, проводим интегрирование:

$$\begin{aligned} \tau_{\text{рек}}' &= (T^2 \cdot \delta^{1/3}) / (0.4 \cdot B \cdot C) \cdot \exp[(0.4 \cdot \epsilon_0) / (T \cdot \delta^{1/3})] = \\ &= (T \cdot e^2 \cdot N_i^{1/3}) / (0.32 \cdot B \cdot C) \cdot \exp[0.32 / (r_0 N_i^{1/3})]. \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь $r_0 = u^2 / \epsilon_0$ – расстояние между частицами, соответствующее энергии связи ϵ_0 . Нормировочная константа С определяется выражением (24). Для коэффициента диффузии в дальнейшем примем оценку $B \sim e^4 v_t N_i$, где v_t – характерная тепловая скорость (подробнее

см. п.3.3).

Отметим, что согласно сформулированным выше представлениям, выражение (26) справедливо как для идеальной, так и для неидеальной плазмы. Важно только, чтобы не было внешнего стохастического воздействия.

Сравним полученное время рекомбинации (26) с выражением для времени тройной рекомбинации, приведенным в п. 2.3.:

$$\tau_{\text{рек}} = \tau_{\text{рек}}^D \cdot \exp(-0.32/r_o N_i^{1/3}),$$

где $D = 2.46 \cdot 8^{4/3} \text{ А/с.}$

Отметим, что при любых параметрах плазмы выражение для $\tau_{\text{рек}}$ не совпадает с известным выражением для времени тройной рекомбинации $\tau_{\text{рек}}$ (с законом "девять вторых"). Это естественно, поскольку соответствующие результаты относятся к плазме, находящейся в качественно разных состояниях: в одном случае плазма обладает динамической памятью, в другом (обычно реализующемся в природе случае) -- находится под внешним стохастическим воздействием.

7. О возможности долгоживущих плазменных образований

Из приведенных выше результатов следует, что в принципе возможно аномально долгое существование рекомбинационно неравновесных сгустков плазмы, если они изолированы от внешнего стохастического воздействия. Такие сгустки можно попытаться получить, воздействуя лазерным импульсом на вещество с энергией ионизации, близкой к энергии лазерного кванта [13]. Интересно также рассмотреть в свете изложенного причины существования шаровой молнии.

Многие свойства шаровой молнии можно было бы объяснить, если считать основой ее вещества переохлажденную, неидеальную плазму. Основной трудностью плазменных моделей является то, что шаровая молния может существовать десятки и сотни секунд, в то время как плазма с требующимися параметрами должна рекомбинировать за очень короткие времена (<1 нс). Для устранения этой трудности И.П.Стахановым была выдвинута гипотеза о задержке рекомбинации из-за сольватации ионов: молекулы воды облепляют ионы плазмы и не дают им сблизиться до расстояний, на которых рекомбинация происходит эффективно [14].

Оказывается, однако, что для замедления рекомбинации в 10^{10} - 10^{12} раз необходимо, чтобы сольватная оболочка представляла собой сплошной барьер, толщиной в несколько ангстрем, почти непроницаемый для электронных волновых функций [15]. Трактовка сольватной оболочки как непроницаемого барьера вызывает сомнение. В то же время, изложенные выше результаты исследований фундаментальных свойств кулоновской плазмы, позволяют объяснить существование шаровой молнии принципиально другими причинами.

Исходя из этих результатов, можно пытаться связать факт существования шаровой молнии с тем, что в ее плазме реализуется обсуждавшееся выше стационарное состояние. При этом плазма шаровой молнии является, по-видимому, не электрон-ионной, а ион-ионной; соответственно в ней легко выполняется условие классичности движения кулоновских центров.

Усредненные по объему параметры шаровой молнии можно оценить [14, 15], исходя из ее радиуса $R \sim 10$ см и запасенной энергии $W \sim 10^4$ Дж. Полагая, что на акт рекомбинации выделяется энергия $\epsilon_{\text{рек}} \sim 10$ эВ, получаем плотность ионов $N_i = W/(4\pi R \epsilon_{\text{рек}}/3) \sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$. Различные оценки приводят к тому, что средняя температура плазмы должна быть сравнительно низкой: $T \sim 0,03 - 0,3$ эВ. В этом случае потери на излучение невелики и шаровая молния может существовать достаточно долго. Кроме того, при этих параметрах плазма неидеальна.

Как уже отмечалось, из-за резкого экспоненциального спада функции распределения в области отрицательных энергий время рекомбинации в стохастически изолированной плазме сильно замедляется. Действительно, например при $N_i \sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $T \sim 0,1$ эВ, $r_0 \sim 5 \text{ \AA}$, имеем $\tau_{\text{рек}} \sim 100$ с, что соответствует характерному времени существования шаровой молнии. Кроме того, в неидеальной плазме кулоновские силы могут, вероятно, обеспечить необходимую упругость и шарообразную форму плазменного сгустка.

Изложенное выше применимо для полностью ионизованной плазмы. Вопрос же о том, может ли вещество шаровой молнии быть ионизованным не полностью, и соответственно вопрос о существовании в такой плазме стационарного состояния пока остаются открытыми. Газ нейтральных частиц, в принципе, может играть роль стимулирующего рекомбинацию стохастизатора. К сожалению, на нынешнем этапе иссле-

дований неизвестно, каким требованиям должен удовлетворять внешний стохастизатор для того, чтобы началась объемная рекомбинация. Последние расчеты показывают, что для стимуляции рекомбинационного процесса стохастическое воздействие на неидеальную плазму должно быть более интенсивным, чем на идеальную.

В заключение отмечу, что основная цель изложенных соображений состоит не в попытке построения теории шаровой молнии, а в устранении основной трудности, характерной для всех плазменных гипотез о природе шаровой молнии. Конкретные же модели должны строиться на основе воспроизводимых экспериментальных данных.

8. Заключение

Итак, приведенные выше результаты показывают, что термоизолированная кулоновская плазма "неэргодична по энергетическому распределению". Иначе говоря, максвелловская гипотеза о молекулярном хаосе по направлениям скоростей хорошо выполняется; однако в то же время не все возможные комбинации энергий различных электронов (при заданной полной энергии системы) реализуются с равной вероятностью (подробнее см. [8]). В отсутствие внешнего "стохастизатора" кулоновская плазма не подчиняется статистике Гиббса. Вопреки общепринятой точке зрения в классической кулоновской плазме реализуется стационарное (или квазистационарное) состояние: электроны не падают на ядра.

Быстрый спад функции распределения в отрицательной области обусловлен мощным дрейфом электронов в область положительных энергий за счет взаимодействия с микрополями. При этом коэффициенты диффузии и подвижности электронов по энергетической оси за счет микрополей при отрицательных энергиях не подчиняются принципу детального баланса. Указанные свойства приводят к тому, что область неидеальности (неодночастичности взаимодействия) $|\varepsilon| \ll N^{1/3}$ служит как бы перегородкой, "отсасывающей" электроны из области отрицательных энергий в область положительных энергий.

Из представленных выше результатов можно сделать следующие выводы общего характера:

I. Модель классически двигающихся частиц, не обменивающихся энергией с оболочкой и не подвергающихся внешнему стохастическому воздействию, в общем случае не описывает релаксацию к микроканони-

ческому распределению. Точное следование движения частиц законам классической механики может приводить (как показывают расчеты) к запрету на рекомбинационные процессы, сопровождающимися, как известно, изменением энтропии системы.

2. Для того чтобы классическая механическая система релаксировала к термодинамически равновесному состоянию, необходимо внешнее стохастизирующее воздействие.

3. Не всякий механизм стохастизирующего воздействия может обеспечить достаточный поток энтропии в систему, требуемый для реализации рекомбинационных процессов.

Отметим еще одно важное обстоятельство. Изложенное выше противоречит не только эргодической гипотезе, но и кинетической теории, базирующейся на боголюбовской (ББКИ) цепочке уравнений [I6]. Однако при внимательном изучении вопроса этот факт не может служить основанием для сомнений в надежности изложенных здесь результатов. Дело в том, что известная из кинетической теории совокупность зацепляющихся уравнений ББКИ, вообще говоря, не эквивалентна исходным уравнениям Лиувилля для классических систем [I7]. ББКИ-цепочка основана на дополнительном предположении о симметрии многочастичных функций распределения относительно перестановок частиц. Это предположение удается в какой-то мере оправдать, если существует иерархия характерных времен релаксации функций распределения: времена релаксации одночастичной функции распределения много меньше времени релаксации двухчастичной и т.д. Тогда симметрия многочастичных функций является следствием крупноструктурных усреднений по промежуточным временам (много большим одного времени релаксации, но много меньшим другого) [I7]. В то же время известно, что для кулоновских систем упомянутую иерархию характерных времен в общем случае ввести нельзя. Иначе говоря, несмотря на то, что боголюбовский подход широко используется для обоснования кинетики плазмы [I8,I9], результаты непосредственного решения уравнений Ньютона (эквивалентных уравнению Лиувилля) вполне могут противоречить некоторым результатам рассмотрения задачи на основе ББКИ-цепочки. Есть основания считать, что примененная в расчетах "перестановочная стохастизация" как раз и приводит к формированию симметричных многочастичных функций (если, конечно, описывать задачу в этих терминах).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. J.J.Thompson. Phil. Mag. v.47, p. 377, 1924.
2. Майоров С.А., Ткачев А.Н., Яковленко С.И. Краткие сообщения по физике ФИАН, №2, 6 (1990); Препринт ИФАН №36, М., 1990.
3. Майоров С.А., Ткачев А.Н., Яковленко С.И. Краткие сообщения по физике ФИАН, №10, 3 (1990).
4. Майоров С.А., Ткачев А.Н., Яковленко С.И. Краткие сообщения по физике ФИАН, №10, 18 (1990).
5. Майоров С.А., Ткачев А.Н., Яковленко С.И. Краткие сообщения по физике ФИАН, №5, 20 (1990).
6. Майоров С.А., Ткачев А.Н., Яковленко С.И. Краткие сообщения по физике ФИАН, №6 (1991).
7. Ткачев А.Н., Яковленко С.И. Краткие сообщения по физике ФИАН, №7, 10 (1990).
8. Майоров С.А., Ткачев А.Н., Яковленко С.И. // Изв. вузов, физика, № II, с.5-36, 1991.
9. Гуревич А.В. Геомагнетизм и аэрономия 4, 3 (1964)
10. Гуревич А.В., Питаевский Л.П. ЖЭТФ, 46, I28I (1964).
11. Яковленко С.И. Физика плазмы, т.1, с.90I, (1975).
12. Гудзенко Л.И., Яковленко С.И. Плазменные лазеры. М.: Атомиздат, 1978.
13. Яковленко С.И. Квантовая электроника, 19, №1, 5, 1992; Laser Physics, 2, No 2, 220, 1992.
14. Стаханов И.П. Письма в ЖЭТФ, 18, 193 (1973); О физической природе шаровой молнии. М.: Энергоатомиздат, 1985.
15. Гудзенко Л.И., Держиев В.И., Яковленко С.И. В сб. Труды ФИАН, т.120, с.50 (1980).
16. Боголюбов Н.Н. Избранные труды по статистической физике. М.: МГУ, 1979.
17. Кога Т. Введение в кинетическую теорию стохастических процессов в газах. М.: Наука, 1983.
18. Силин В.П. Введение в кинетическую теорию газов. М.: Наука, 1971.
19. Кинетические процессы в газах и плазме / Под редакцией А.Хохштима/. М.: Атомиздат, 1972.

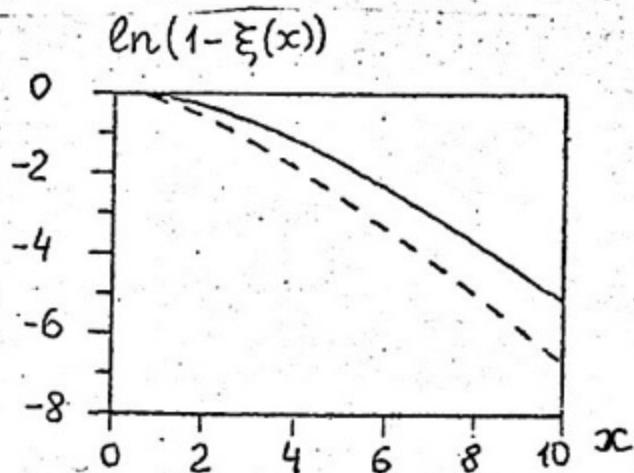


Рис.1. График функции $\Phi(x)=I-\xi(x)$: сплошная кривая – расчет с использованием точной формулы (8) для коэффициента диффузии $B(\varepsilon)$; пунктир – расчет с упрощенным выражением для коэффициента диффузии $B_0(\varepsilon)$ (соответственно $\beta(x)=I$)

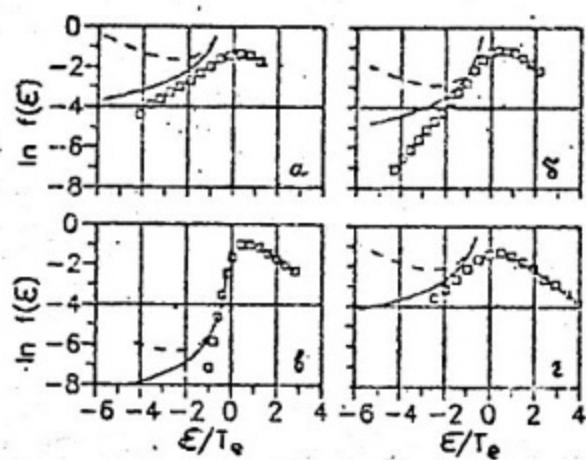


Рис.2. Сравнение ДМЧ-расчетов функции распределения электронов по энергии (точки) с большинством (пунктир) и фоккер-планковским (сплошная кривая) распределениями: а-г – расчеты [35–40]. В Табл. I фоккер-планковское распределение получено с упрощенным выражением для коэффициента диффузии $\beta=I$. Для случая $\beta \neq I$ отличие еще существеннее

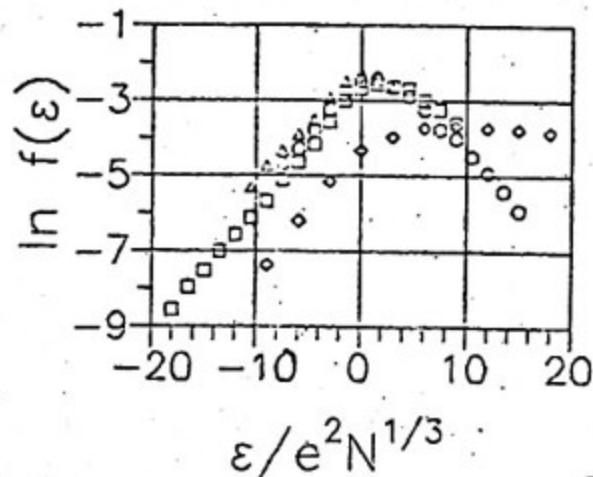


Рис.3. Распределения электронов по полной энергии, полученные в ДМЧ-расчетах. Те же данные, что на Рис.2, но взят другой масштаб по оси абсцисс. Номера расчетов в Табл. I: Δ -35, \square -36, \diamond -37, \circ -40

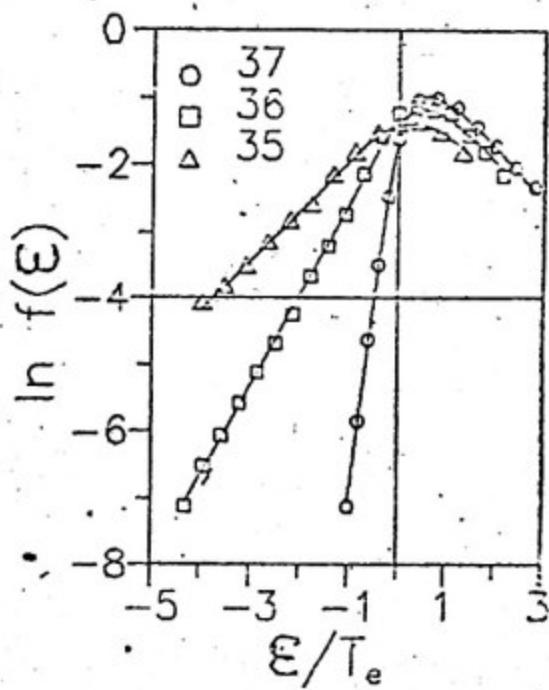


Рис.4. Распределения электронов по полной энергии. Точки - результаты ДМЧ-расчетов. Сплошные кривые - расчет по формуле (23) при $a=1.5$, $\beta=0.4$

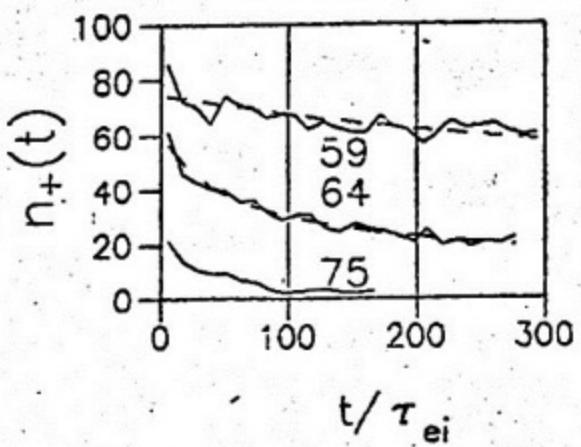


Рис.5. Зависимость от времени числа электронов с положительной полной энергией. Сплошные кривые- ДМЧ-расчеты (номера кривых соответствуют номеру варианта в Табл.3); пунктир- аппроксимация (25)

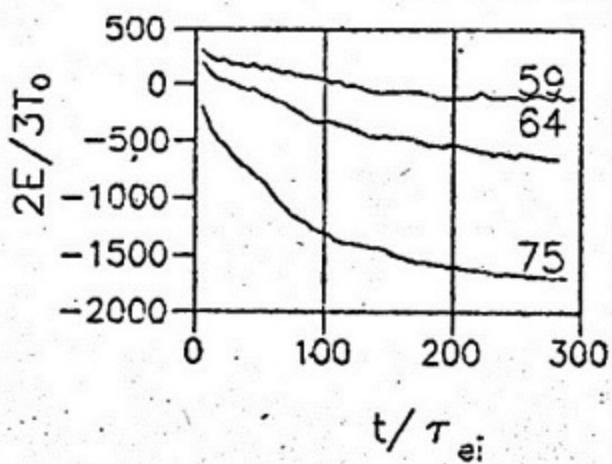


Рис.6. Зависимость от времени полной энергии системы частиц, нормированной на их начальную кинетическую энергию (номера у кривых соответствуют Табл.3)

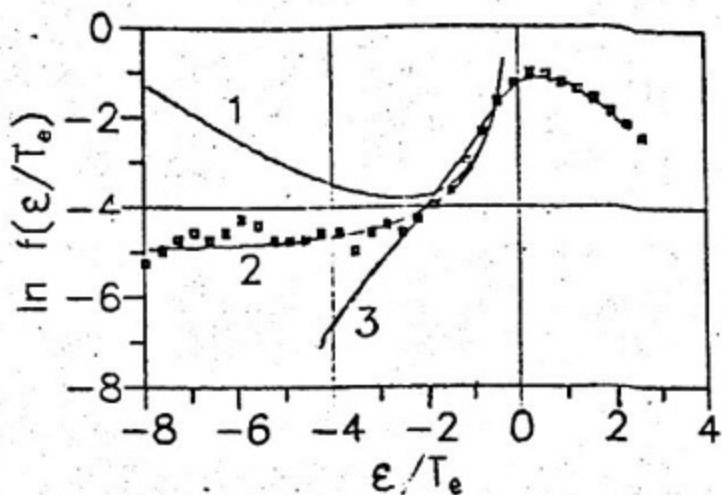


Рис.7. Функция распределения электронов плазмы водорода по полной энергии при наличии "перестановочной стохастизации" электронов (маркеры). Параметры плазмы и расчетов: $N_e = 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $T_o = 0,2 \text{ эВ}$, $T_e = 0,35 \text{ эВ}$ (определенна как параметр максвелловского распределения по скоростям), $n=512$, время наблюдения за системой $t=50 \tau_{ei}$. Сплошные кривые: 1- распределение Больцмана; 2- фоккер-планковское распределение, полученное с уточненным выражением для коэффициента диффузии; 3 - распределение электронов в ДМЧ-расчете без стохастизации

Таблица I

Параметры плазмы и расчетов

Номер расчета	$N_i, \text{ см}^{-3}$	$T_o, \text{ эВ}$	$T_i, \text{ эВ}$	$T_e, \text{ эВ}$	$2n$	$\frac{t_{\text{расч}}}{\tau_{ei}}$	δ_e
35	$1e+20$	0,5	0,55	1,7	1024	46	0,12
36	$1e+17$	0,2	0,2	0,28	1024	59	0,027
37	$1e+14$	0,1	0,1	0,1	1024	50	0,0006

Таблица 2

Времена установления рекомбинационного потока и рекомбинации плазмы, измеренные в единицах времени пролета электроном среднего межионного расстояния: $\tau_{\Phi\Gamma}$ - время релаксации до значений, определяемых диффузионным приближением; τ_b - время релаксации к большинственному распределению

Номер расчета	$t_{\text{счета}}$	$\tau_{\text{рек}}$	$\tau_{\Phi\Gamma}$	τ_b
35	46	44	5,5	13
36	59	520	8	19
37	50	$3 \cdot 10^5$	3	4
40	143	110	6	12

Таблица 3

Параметры плазмы в расчетах с термостатом

Номер расчета	$N_e \cdot \text{см}^{-3}$	$T_{\alpha}, \text{эВ}$	$T_e, \text{эВ}$	δ_e	$\beta_{\text{ДМЧ}}$	$C_{\beta, \text{ДМЧ}}$	Λ	$C_{\beta, \text{диф}}$
59	10^{17}	0,2	0,245	0,04	$4,2 \cdot 10^{-24}$	7,6	1,5	10,6
64	10^{20}	1,0	1,27	0,3	$2 \cdot 10^{-27}$	5,9	0,6	4,4
75	$3 \cdot 10^{20}$	0,5	0,66	6,3	—	—	—	—