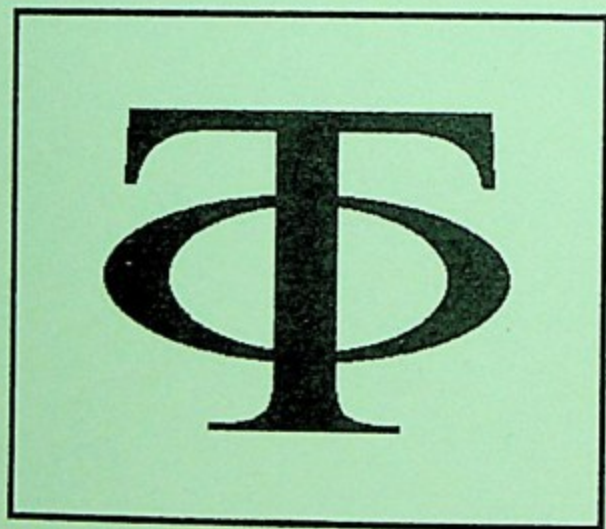




МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
(государственный университет)

*Квантовая физика
на микро- и макроуровне*



XXV СЕССИЯ
МЕЖДУНАРОДНОЙ
ШКОЛЫ МИФИ
ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ
ФИЗИКЕ
им. В.М. ГАЛИЦКОГО

МОСКВА 2002

539.1
M43

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

МИНИСТЕРСТВО ПО АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ РФ

МИНИСТЕРСТВО ПРОМЫШЛЕННОСТИ, НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ РФ

РОССИЙСКИЙ ФОНД ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

**КВАНТОВАЯ ФИЗИКА
НА МИКРО- И МАКРОУРОВНЕ**

XXV СЕССИЯ МЕЖДУНАРОДНОЙ ШКОЛЫ МИФИ
ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ им. В.М. ГАЛИЦКОГО

ТЕКСТ ЛЕКЦИЙ

ЧАСТЬ II

Москва 2002

825838

СОДЕРЖАНИЕ

"Физика вокруг эффекта Ю.Л. Соколова",

С. Т. Беляев.....3

"Гравитационные волны и квантовые измерения",

В. Б. Брагинский.....14

"Квантовая информатика: что это такое?",

В. П. Яковлев... ..18

*"Состояния Белла: приготовление, измерение
и оптические приложения",*

С. П. Кулик.....36

ФИЗИКА ВОКРУГ "ЭФФЕКТА Ю.Л. СОКОЛОВА".

С. Т. Беляев,

РНИЦ "Курчатовский Институт"

Когерентное возбуждение $2p$ состояний в пучке $2s$ атомов водорода при прохождении сквозь широкую металлическую щель, без видимого касания и электрического поля - "Эффект Ю.Л. Соколова" - долгое время не находил ясного физического объяснения. Опубликовано лишь объяснение с привлечением экзотических "ЭПР корреляций" атомов с электронами металла. Данная работа не выходит за рамки традиционной квантовой механики. Рассматривается контактное взаимодействие диффракционного гало пучка с поверхностью металла. Показано, что это очень слабое взаимодействие, пренебрежимое для движения центра масс атома, эффективно действует на внутреннее состояние атома и, аналогично электрическому полю, приводит к когерентному возбуждению $2p$ состояний.

ВВЕДЕНИЕ

Состояния первого возбужденного дублета атома водорода $2s_{1/2}$ - $2p_{1/2}$ почти вырождены по энергии (расщепление, Лэмбовский сдвиг, $\hbar\Delta \simeq 4 \times 10^{-6} \text{ eV}$), но с временем жизни, различающимся на 8 порядков ($\tau_s \simeq 1/8 \text{ s}$, $\tau_p \simeq 1.6 \times 10^{-9} \text{ s}$). Поэтому возбужденный атомарный водород очень быстро "очищается" от всех возбужденных состояний, кроме метастабильного $2s$. Один из эффективных методов получения возбужденного атомарного пучка водорода - перезарядка протонного пучка на газовой мишени. Вероятность перезарядки максимальна про скорости протонов близкой к атомарной, что соответствует энергии атомов в пучке около 20 KeV . Именно такие типичные пучки будут рассматриваться в этой работе. Для такого пучка распадная длина $2p$ состояния составляет около 3 мт , поэтому уже через несколько сантиметров пробега в пучке остается только смесь основного и $2s$ состояний.

Во внешнем электрическом поле новые собственные состояния $|1\rangle$ и $|2\rangle$ являются суперпозициями $|2s\rangle$ и $|2p\rangle$ состояний. Когда пучок в состоянии $|2s\rangle$ неадиабатически входит в область поля, он оказывается в суперпозиции собственных состояний $|1\rangle$ и $|2\rangle$. За время пребывания в поле относительная фаза состояний $|1\rangle$ и $|2\rangle$ меняется из-за различия их собственных энергий. Поэтому при выходе из поля обратная трансформация происходит не в начальное состояние $|2s\rangle$, а в некоторую суперпозицию $|2s\rangle$ и $|2p\rangle$. Коэффициенты в этой суперпозиции периодически зависят от фаз состояний $|1\rangle$ и $|2\rangle$, накопленных в поле,

т.е. времени пребывания в поле и/или напряженности поля. Таким образом, заряженный конденсатор работает как типичный интерферометр (расщепление пучка - фазовая сдвиг между компонентами - рекомбинация пучков с интерференцией). Отличие от обычных интерферометров только в том, что расщепление пучка происходит не в обычном пространстве, а в энергетическом. Наблюдать интерференцию также относительно просто по интенсивности распадов $2p$ состояний (Лаймановских фотонов от $2p \rightarrow 1s$ переходов).

При растущем интересе к квантовым свойствам атомарных пучков атом водорода, казалось бы, должен быть первым объектом для экспериментов в атомной интерферометрии. Главным препятствием являются технические проблемы, связанные со слишком коротким временем жизни $2p$ состояния, что требует создания очень точной и миниатюрной системы приборов. Первый успешный (и до сих пор единственный) интерферометр с пучками водорода был создан Ю.Л. Соколовым в Курчатовском институте ([1]). Результаты многолетних исследований привели к интересным результатам. В частности была значительно улучшена точность измерений Лэмбовского сдвига, параметров свехтонкого расщепления. Но самыми интересными оказались некоторые парадоксальные результаты, долгое время не находившие объяснения, которые Б.Б. Кадомцев назвал "Эффектом Ю.Л. Соколова". Именно об этих экспериментальных результатах и пойдет речь в данной работе.

В ЧЕМ ПАРАДОКСАЛЬНОСТЬ ЭФФЕКТА?

Первое указание на гипотетическое взаимодействие было получено с описанным выше конденсатором-интерферометром. Результирующая интерференционная картина в нем теоретически не должна зависеть от направления электрического поля. Эксперименты при энергии пучка 17 KeV показывали небольшое, но четко фиксируемое различие в первом максимуме интерференционной кривой. Хотя при энергии пучка 26 KeV различия обнаружено не было.

Более определенные указания были получены с двойным интерферометром. В нем пучок $2s$ атомов пропускается последовательно через два конденсатора-интерферометра. В каждом из них поле фиксировано, а интерферируют примеси $2p$ состояний, генерируемые в разных интерферометрах. Снимается ярко выраженная интерференциальная кривая с многими периодами при изменении расстояния между конденсаторами. Парадоксальный эксперимент состоит в том, что аналогичная интерференциальная кривая (хотя с несколько меньшими амплитудами) возникает и тогда, когда второй конденсатор не заряжен и его обкладки заземлены. Парадокс в чистом виде демонстрируется вообще без конденсаторов. Пучок $2s$ пропускается последовательно через щели двух металлических пластин.

Причем щели достаточно широкие, что исключает прямое касание пучка с поверхностью металла. И в этом случае четко видна интерференционная кривая с многими периодами при изменении расстояния между щелями.

Эффект Ю.Л. Соколова можно сформулировать следующим образом:

Парадоксальная когерентная генерация $2p$ примесей при прохождении пучка $2s$ атомов через относительно широкую (сравнительно с шириной пучка) металлическую щель.

Следует подчеркнуть именно когерентный характер генерации. Происходит трансформация состояний $2s \rightarrow 2s + 2p$ с определенными (не хаотическими) фазами у конечных компонент.

Что может быть причиной этого явления?

Интерференция различима даже в случае, когда расстояние между границами пучка и щели достигает 0.7 мкм . Тем не менее, прямое контактное взаимодействие между атомами пучка и металлической поверхностью исключить нельзя, т.к. даже хорошо коллимированный пучок неизбежно имеет протяженное дифракционное гало, которое может перекрывать щель. При прямых столкновениях атомов с металлом могут происходить переходы $2s \rightarrow 2p$. Для щели в бесконечно тонкой пластине такие столкновения могут приводить только к отражению. Однако, рассеяние вперед возможно для пластин конечной толщины при столкновениях атома с внутренней поверхностью щели. Этот канал рождения $2p$ состояния идет через редукцию волновой функции, что специфично для неупругих столкновений. При этом фазы $2p$ амплитуд для различных атомов будут некоррелированными. Этот канал может давать только стохастический фон, но не может приводить к стабильной интерференционной картине. Для объяснения последней нужно искать плавное среднее поле, действующее на каждый пролетающий через щель атом.

Прежде всего можно думать о внутреннем электрическом поле металла, остаточном или наведенном. Анализ представляется наиболее простым в системе покоя атома, где задача сводится к взаимодействию атома с движущейся мимо незаряженной металлической поверхностью щели.

В первом приближении по полю $E(t)$ примесь $2p$ состояния равна

$$b_p = \frac{|e|}{i\hbar} \langle 2p | r | 2s \rangle \int_{-\infty}^{\infty} E(t) \exp(-i\Delta t) dt. \quad (1)$$

Оценка возможных электрических полей (от отраженных зарядов атома, от неоднородностей металла и т.п.) дают величины, на много порядком меньше необходимых. Единственное объяснение, предложенное Б.Б. Кадомцевым, основывается на экзотическом предположении об "ЭПР корреляции" атома с каждым электроном проводимости

металла [6, 7].

Для объяснения "эффекта Ю.Л. Соколова", предлагаемого в этой работе, рассматривается поле от контактного взаимодействия атом - поверхность, действующее на хвосты гало атомного пакета при его прохождении через щель. Как будет показано, это очень малое взаимодействие, пренебрежимое для движения центра масс атома, когерентно действует на внутреннее состояние каждого атома пучка и эффективно генерирует $2s \rightarrow 2p$ переходы.

Для большей наглядности и количественных оценок мы будем иметь в виду схему и основные параметры одного из реальных экспериментов. Монохроматический (энергия 20KeV , скорость $V = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$) атомарный пучок водородных $1s + 2s$ атомов проходит сквозь узкую коллиматорную щель $0.06 \times 2 \text{ mm}^2$ и после варьируемого расстояния L ($0 < L < 20 \text{ mm}$) направляется через вторую, более широкую, щель $0.2 \times 4.0 \text{ mm}$ строго по центру, без видимого контакта с материалом щели. Интенсивность $2p \rightarrow 1s$ распадов, измеряемая за второй щелью, демонстрирует экспоненциально затухающие интерференционные колебания. При $L \simeq 20 \text{ mm}$, где интерференционные колебания уже не видны, отношение $2p/2s$ амплитуд имеет порядок 10^{-4} .

АТОМАРНЫЙ ПУЧОК ПОСЛЕ КОЛЛИМАТОРА

Атомарный пучок часто описывают волновой функцией. Строго говоря, только чистые квантовые состояния или их когерентные суперпозиции можно описывать волновой функцией. Пучок, инжектируемый из теплового источника, может быть когерентным только внутри одноатомных пакетов. Пакеты разных атомов не интерферируют. Волновая функция для всего пучка может быть формально представлена как стохастическая суперпозиция когерентных одноатомных пакетов. В отличие от размеров и формы пучка, величин, прямо измеряемых, форма и размер одноатомных пакетов можно оценить только атомной интерферометрией. Для хорошо коллимированного пучка с монохроматией, нарушенной только конечным поперечным размером, естественно предположение, что каждый атомный пакет заполняют весь поперечный объем пучка. Это предположение подкреплено многими экспериментами в атомной оптике с дифрактометрами, использующими пространственное расщепление пучка [8]. Продольный размер атомного пакета прямо оценивается в экспериментах по измерению "продольной длины когерентности" [9].

В нашем случае волновая функция водородного атома в пучке может быть записана как произведение внутренней атомной функции $\Phi^0(\mathbf{r})$ и функции центра масс $\Psi_{c.m.}^0(\mathbf{R})$.

Внутреннюю функцию, опуская основную $1s$ компоненту, можно представить в виде

$$\Phi^0(\mathbf{r}, t) = a_s \phi_s(\mathbf{r}) + a_p \phi_p(\mathbf{r}) \exp[i\Delta t - t/(2\tau)], \quad (2)$$

где энергии измеряются от $2s$ уровня, Δ - Лэмбовский сдвиг, а $2s$ состояние считаем стабильным. Функцию центра масс запишем в виде

$$\Psi_{c.m.}^0(\mathbf{R}) = \Psi_{\parallel}^0(Z) \Psi_{\perp}^0(\mathbf{R}_{\perp}), \quad (3)$$

и примем, что $|\Psi_{\perp}^0|^2$ воспроизводит поперечную плотность пучка. Форма поперечного пакета $\Psi_{\perp}^0(\mathbf{R}_{\perp})$ определяется взаимодействием начального пучка с материалом щели коллиматора. Динамика этого процесса слишком сложна для строгого теоретического описания. Поэтому мы будем использовать простые модели и подсказки экспериментов.

По аналогии с атомной литографией, поперечные размеры пучка за коллиматором можно представить как изображение щели, получаемое геометрической оптикой, с дифракционным искажением границ между светом и тенью. Для наших параметров $Kl^2/L \gg 1$, где K - волновой вектор центра масс, l - размер щели, L - расстояние между щелью и ее изображением. Поэтому следует рассматривать дифракцию Френеля. Искажения границы свет-тень (волновая модуляция на светлой части и плавно спадающий хвост света - в тени) определяются интегралом Френеля [10]. В теневой асимптотике, где расстояние от границы $\delta \gg \sqrt{L/K}$, интенсивность пучка обратно пропорциональна δ^2 :

$$|\Psi_{\perp}|^2 \approx I_0 \frac{L}{\pi K \delta^2}, \quad (4)$$

где I_0 - интенсивность в центре пучка. (N.B. : коэффициент для волн материи в (4) в два раза больше, чем в оптике [10], из-за другого закона дисперсии $\omega(\mathbf{k})$).

Следует сделать несколько замечаний. Во-первых, форму реальной щели нельзя считать идеальной для атомных длин волн (~ 10 нм), поэтому дифракционные модуляции в реальности будут несколько размыты. Но мы будем использовать только асимптотическую оценку (4), которую можно считать справедливой и для реальной щели. Во-вторых, форма и когерентность пакетного состояния может меняться со временем в результате хаотических возмущений. Эти эффекты в нашем случае не очень существенны, тем не менее, их следует иметь в виду при численном сравнении с экспериментальными результатами.

КОГЕРЕНТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПУЧКА С ШИРОКОЙ ЩЕЛЬЮ

Проблема может быть сформулирована в форме уравнения Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t) = [H_{c.m.} + H_h + U(\mathbf{R}, \mathbf{r})] \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t), \quad (5)$$

где к гамильтониану свободного движения атома пучка (внутреннего и центра масс) добавлено взаимодействие его с материалом щели $U(\mathbf{R}, \mathbf{r})$.

Строго говоря, взаимодействие атом - поверхность можно описывать потенциалом только вблизи поверхности. Прохождение через вещество - сложный процесс, сопровождаемый ионизацией среды и потерей энергии, описываемой уравнением Бете-Блоха. В металле потеря энергии происходит в основном путем электронного обмена между атомом и зоной проводимости. При таком процессе полностью разрушается когерентность внутреннего состояния атома. В нашем случае атом взаимодействует с металлом лишь хвостами гало. Это очень слабое взаимодействие не может инициировать электронные переходы в металле и поэтому может быть представлено как взаимодействие атомного электрона с электронами металла посредством отталкивающего потенциала. Ход процесса можно представить таким образом: пакетное гало проникает в область потенциала до глубины, где гало теряет свою продольную скорость. Полная потеря продольного момента атома при прохождении щели равна при этом

$$\delta P \approx -MV\Theta, \quad (6)$$

где Θ - фактор перекрытия пакета и материала щели,

$$\Theta = \int |\Psi_{\perp}^0(\mathbf{R}_{\perp})|^2 S(\mathbf{R}_{\perp}) d\mathbf{R}_{\perp}, \quad (7)$$

определенный через геометрический параметр $S(\mathbf{R}_{\perp})$, равный единице для \mathbf{R}_{\perp} вне щели и нулю, если \mathbf{R}_{\perp} внутри щели.

Описанные свойства $U(\mathbf{R}, \mathbf{r})$ для щели с плоской передней поверхностью качественно моделируются потенциалом

$$U(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = U_0(Z + z - Z_0) S(\mathbf{R}_{\perp}), \quad (8)$$

где переменная $Z + z$ соответствует координате атомного электрона. Естественное предположение, что глубина потенциала много больше Боровского радиуса, позволяет в разложении

$$U_0(Z + z - Z_0) \approx U_0(Z - Z_0) + z \frac{d}{dZ} U_0(Z - Z_0) \quad (9)$$

рассматривать последний член как малое возмущение. При рассмотрении движения центра масс этим членом можно пренебречь, но только он дает связь между внутренним состоянием и движением центра масс. Таким образом, решение уравнения (5) можно проводить по схеме, аналогичной методу Борна-Оппенгеймера для молекул. Сначала решить уравнение для центра масс, пренебрегая связью с внутренним состоянием, а затем рассмотреть динамику внутреннего состояния под влиянием заданного движения центра масс.

Пусть волновая функция центра масс в системе покоя атома (где $Z_0 = Vt$) определяется уравнением

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi_{c.m.}(\mathbf{R}, t) = [H_{c.m.} + U_0(Z - Vt) S(\mathbf{R}_\perp)] \Psi_{c.m.}(\mathbf{R}, t). \quad (10)$$

Если решение $\Psi_{c.m.}(\mathbf{R}, t)$ известно, то уравнение для внутренней функции $\Phi(\mathbf{r}, t)$ можно представить в виде, аналогичном случаю электрического поля:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Phi = [H_h + zG(t)] \Phi, \quad (11)$$

где

$$G(t) = \int d\mathbf{R} |\Psi_{c.m.}(\mathbf{R}, t)|^2 S(\mathbf{R}_\perp) \frac{d}{dZ} U_0(Z - Vt). \quad (12)$$

Примесь $2p$ состояния после прохождения щели легко определяется из (11) в линейном по $G(t)$ приближении:

$$b_p = \frac{1}{i\hbar} \langle 2p | z | 2s \rangle \int_{-\infty}^{\infty} G(t) \exp(-i\Delta t) dt. \quad (13)$$

Эта амплитуда аналогична, генерируемой продольным электрическим полем (1). Для оценки "эффективного электрического поля" $G(t)$ полезно связать его с потерей продольного момента (6). Из операторного уравнения Гайзенберга для момента, с гамильтонианом из (10), находим

$$i\hbar \frac{d}{dt} \hat{P}_z = [\hat{P}_z, H] = -i\hbar S(\mathbf{R}_\perp) \frac{d}{dZ} U_0(Z - Vt). \quad (14)$$

Из сравнения (14) с (12) следует справедливость соотношения

$$G(t) = -\frac{d}{dt} \langle \Psi_{c.m.} | \hat{P}_z | \Psi_{c.m.} \rangle. \quad (15)$$

Глубина проникновения пакетного гало в материал щели (и, соответственно, ширина $G(t)$), может достигать нескольких (и даже многих) Боровских радиусов, но остается много меньше длины вариации Лэмбовской фазы V/Δ (в нашем случае около 0.3 nm). Поэтому в интеграле (13) экспоненту можно заменить единицей, после чего интегрирование с (15) дает полную потерю продольного импульса. В результате имеем

$$b_p = \frac{-1}{i\hbar} \langle 2p | z | 2s \rangle \delta P. \quad (16)$$

Используя (6) для δP и подставляя значение ξa_0 для матричного элемента. ($\xi = 3$ в нерелятивистском случае и $\xi = \sqrt{3}$ при отборе перехода в компоненту сверхтонкой структуры $2p(F = 1; F_z = 0)$), находим

$$b_p \approx \frac{1}{i\hbar} \xi a_0 M V \Theta = -i \xi \Theta \frac{M V}{m v_{at}}, \quad (17)$$

где в последнем равенстве для удобства оценок введены атомная скорость и масса электрона

Для оценки фактора перекрытия Θ можно использовать (7). Для длинных и узких ("одномерных") щелей с широнами l_1 и l_2 (для коллиматора и второй щели, соответственно) перекрытие с обеих сторон начинается от $\delta = (l_2 - l_1)/2$ и распространяется формально до бесконечности. При нормировке на единицу поперечной плотности пакета после коллиматора, т.е. $I_0 = 1/l_1$, имеем

$$\Theta \simeq \frac{4}{\pi K l_1} \cdot \frac{L}{(l_2 - l_1)}. \quad (18)$$

Для нашего иллюстративного примера это дает оценку $\Theta \sim 10^{-7}$, с учетом которой из (17) следует $b_p \sim 10^{-4}$.

При сравнении с экспериментом следует иметь в виду и некогерентный (столкновительный) канал генерации $2p$ состояний, который обсуждался в вводной части. Будучи очень слабым для широкой щели, он существенен в случае коллиматора. Этот процесс является источником фона для когерентного эффекта. Для прояснения этого вопроса полезно рассмотреть детально и количественно схему эксперимента, описанную во вводной части.

СХЕМАТИЧЕСКИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ:

коллиматор и щель, разделенные расстоянием L

Пусть A_{1s}, A_{2s} - амплитуды в пучке $1s$ и $2s$ компонент перед коллиматором. Есть несколько путей для атомов оказаться в $2p$ состоянии после щели. Во-первых, есть чисто когерентный путь с конечной амплитудой

$$A_{2s} \left(b_p^{(1)} \gamma \exp \left(i \frac{\Delta}{V} L \right) + b_p^{(2)} \right), \quad (19)$$

где $b_p^{(1)}, b_p^{(2)}$ - когерентные амплитуды $2p$ состояний, генерируемые при прохождении коллиматора и щели; γ - фактор радиационного затухания на пути между коллиматором и щелью:

$$\gamma(L) = \exp \left(- (2V\tau)^{-1} L \right). \quad (20)$$

Есть также некогерентные каналы, когда при прохождении коллиматора атом в $1s$ состоянии переходит в $2s$ или $2p$ с амплитудами вероятности $\xi_s^{(1)}, \xi_p^{(1)}$; а атом в $2s$ состоянии переходит в $2p$ с амплитудой η_p . Соответствующие примеси $2p$ состояний после щели равны

$$A_{1s} \xi_s^{(1)} b_p^{(2)}; \quad A_{1s} \xi_p^{(1)} \gamma; \quad A_{2s} \eta_p^{(1)} \gamma, \quad (21)$$

где мы опустили фазы (здесь не существенные).

Интенсивность $2p$ распадов после щели определяется когерентной суммой всех амплитуд. Точнее: амплитуды $b_p^{(1,2)}$ должны складываться когерентно, а амплитуды $\xi_{s,p}^{(1)}$ и $\eta_p^{(1)}$

должны рассматриваться как хаотические величины. В результате найдем, что интенсивность распадов меняется как функция расстояния L по закону

$$C + D\gamma^2 + 2B\gamma \cos\left(\frac{\Delta}{V}L + \Phi\right), \quad (22)$$

где коэффициенты легко получить из (19) и (21). Используя разумные предположения $A_{2s} \ll A_{1s}$; $b_p^{(2)} \ll 1$, найдем

$$B = |A_{2s}|^2 |b_p^{(1)} b_p^{(2)}|; \quad C \simeq |A_{1s} \xi_s^{(1)} b_p^{(2)}|^2; \quad D \simeq |A_{1s} \xi_p^{(1)}|^2.$$

Специфическая зависимость от L позволяет оценивать все коэффициенты из экспериментальных кривых. Единственной величиной, зависимость которой от L не очевидна, является $b_p^{(2)}$. Линейная зависимость, вытекающая из (17) и (18), является лишь грубой оценкой.

Замечание. В реальности, прохождение через коллиматор является более сложным процессом, чем было рассмотрено выше. Возбуждаются не только $2s$ или $2p$ состояния, но и многие высшие состояния, которые затем могут каскадно заселять $2s$ или $2p$. Более чистый эксперимент можно провести с пучком $2s$ атомов (очищенным после коллиматора от короткоживущих состояний) и пропустить его через две последовательно расширяющиеся щели.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ.

Принципиальным в нашем подходе является описание внешнего состояния атома в пучке волновым пакетом. Такое описание можно было бы наивно понимать как пространственное распределение атомов по сечению пучка. В такой классической некогерентной картине лишь очень малая доля атомов (в хвостах гало) испытала бы сильное и хаотическое возмущение при прохождении щели. Для широкой щели это привело бы в редким ненаблюдаемым эффектам, а главное, не породило бы интерференционных эффектов.

В отличие от классической картины, мы рассматриваем пакетную форму как волновую функцию центра масс атома. При прохождении щели только малая часть пакета (хвосты гало) проникает через поверхность до области сильного поля. В результате, поле, действующее на пакет очень неоднородно и неизбежно флуктуирует от одного пакета к другому (наивно предполагать тождественность пакетов всех атомов и их расположения по сечению пучка). Но на внутреннее состояние атома действует поле, усредненное по всему пакету. Это среднее поле является плавным и практически одним и тем же для всех атомов пучка, что и определяет стабильную во времени (от атома к атому) интерференцию. Усреднение контактного поля, действующего на далекие хвосты пакета по всему объему

пакета кажется парадоксальным для классических пакетов, но с неизбежностью следует для пакетной волновой функции.

Сильное поле, которое чувствуют хвосты гало, после усреднения по всему пакету оказывается очень слабым, и наблюдение его эффектов возможно лишь благодаря очень чувствительному "прибору" использующему $2s \Rightarrow 2p$ переход между близкими уровнями. При большом Δ (когда V/Δ много меньше глубины проникновения хвостов пакета в поверхность металла) интеграл в (13) был бы пренебрежимо мал.

Когерентное взаимодействие пучка со щелью очень чувствительно к форме и размеру атомных пакетов в пучке. Мы предполагали, что поперечные размеры атомного пакета совпадают с видимым размером пучка. Размеры можно оценить, если менять ширину щели. Представляется очень перспективным пропустить пучок последовательно мимо краев двух пластин, расположенных с противоположных сторон, что позволит проверить когерентность между противоположными гало пучка и измерять поперечную длину когерентности.

Пакетная структура пучка формируется при прохождении коллиматора. Теоретический анализ этого процесса проблематичен, и очень интересны эксперименты с варьированием параметров коллиматора. Для исследования деталей взаимодействия пакетного гало с материалом щели интересно менять форму и материал зазоров щели. Интерференционное наблюдение достаточно чувствительно для проведения подобных экспериментов.

Возникает вопрос, почему неправилен традиционный подход: "атом в покое перед движущейся металлической поверхностью". Ответ: подход правильный, но для другой задачи, когда исходное положение атома фиксировано. Такое исходное квантовое состояние должно быть специально приготовлено. Это можно было бы в принципе осуществить, отбирая только атомы, проходящие в строго определенном месте сечения коллиматора. Наше приготовление начального состояния совсем другое. Мы не имеем информации о точном положении атома. Ситуация аналогична известному эксперименту с двумя щелями, где интерференция исчезает, если отбирать атомы, проходящие через определенную щель.

В заключение замечание более общего характера. Пакетные состояния - привычные объекты в квантовой механике. Их "редукция" и "расплывание" упоминаются в многочисленных монографиях и учебниках, но большей частью в связи с общими методологическими проблемами. Для обычных приложений предпочитают пользоваться более удобными функциями, типа плоских волн. В свое время Гольдбергер и Ватсон провели большую работу для доказательства справедливости такой замены для задач рассеяния [11]. Однако, для реакций на встречных пучках такая замена может быть не полностью адекватной

(например для расчета тормозного излучения при эффективных прицельных параметрах, превосходящих размер пучков [12]). Есть ли физические ситуации, когда использование пакетных состояний имеет принципиальный характер, и проблема вообще не допускает других решений? Естественно, такие специфические эффекты должны быть очень малы, и для их наблюдения необходимы особые экспериментальные условия. Именно, один из таких эффектов был рассмотрен в данной работе.

Автор выражает глубокую благодарность Ю.Л. Соколову за многочисленные интересные и плодотворные дискуссии о деталях экспериментов.

-
- [1] Ю.Л. Соколов, Успехи Физических Наук 169, 559 (1999).
 - [2] Yu. L. Sokolov, in *Proc. 2nd Int. Conf. on Precision Measurements and Fundamental Constants II* (Gaithersberg, 1981) p. 135.
 - [3] Ю.Л. Соколов, И.З. Яковлев, ЖЭТФ 83, 15 (1982).
 - [4] Yu. L. Sokolov et al. *Nuovo Cimento* 14 D, 183 (1992).
 - [5] Yu. L. Sokolov et al. *Physica Scripta* 49, 86 (1994).
 - [6] В. В. Kadomtsev and М. В. Kadomtsev, *Physica Scripta* 50, 240 (1994).
 - [7] В. В. Кадомцев, *Динамика и Информация* (Успехи Физических Наук, Москва, 1997; 2-е изд. 1999).
 - [8] C.S. Adams et al., *Physics Reports* 240, 143-210 (1994).
 - [9] P.R. Berman (Ed.), *Atom Interferometry* (Academic Press, San Diego, 1997)
 - [10] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Теория поля* (Наука, Москва, 1988)
 - [11] M. L. Goldberger and K. M. Watson, *Collision Theory* (John Wiley, N.Y., London, Sydney, 1964); перевод: М.Л. Гольдбергер и К.М. Ватсон, *Теория Столкновений* (Мир, Москва, 1967)
 - [12] Г.Л. Коткин, С.И. Политыко, В.Г. Сербо, *Ядерная Физика* 42, 692, 1925 (1985).

ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ И КВАНТОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

В. Б. Брагинский

Московский Государственный университет им. М.В. Ломоносова.

1. Существование гравитационных волн (гравитационного излучения) было предсказано А. Эйнштейном в 1918 г. До настоящего времени экспериментаторам не удалось даже предложить схему реализуемого опыта «источнику» — «приемнику», аналогичного опыту Г. Герца, но для гравитационного излучения. Причина «неудачи» — малость гравитационного излучения для опыта лабораторного масштаба и весьма слабое взаимодействие гравитационных волн с обычной материей (из всех известных физикам взаимодействий гравитационное — самое слабое). Уравнения А. Эйнштейна для слабого гравитационного поля сходны с уравнениями Дж. Максвелла для электромагнитного поля. Различие состоит в том, что в гравитации у всех тел одинаковое отношение гравитационной массы (гравитационного заряда) к инертной массе. Этот опытный факт (обычно называемый принципом эквивалентности) приводит к тому, что все мыслимые излучатели квадрупольного типа и поэтому они малоэффективны. Это же свойственно и возможным схемам гравитационных антенн: они также квадрупольного типа. Гравитационная антенна должна быть либо протяженным телом, либо двумя (или большим количеством) сосредоточенными массами, значительно удаленными друг от друга. Это свойство гравитационных антенн есть следствие того, что гравитационная волна есть волновое поле (распространяющееся со скоростью света) градиентов ускорений, перпендикулярных направлению распространения.

2. Через 30 лет после опубликования статьи А. Эйнштейна о гравитационном излучении В. А. Фок первым обратил внимание (1948 г.) на то, что астрофизические объекты из-за большой массы (т. е. большого гравитационного заряда) могут быть источниками довольно мощного гравитационного излучения (в качестве примера В. А. Фок привел гравитационное излучение Юпитера из-

за вращения вокруг Солнца, составляющее 400 Вт). С конца 50-х и начала 60-х годов астрофизики начали интенсивные поиски возможных источников гравитационного излучения (как взрывных, так и постоянных). Ещё в 1965 г. простой просмотр каталогов двойных звёзд показал, что вблизи нашей Земли есть несколько двойных звёзд, мощность гравитационного излучения (за счёт вращения вокруг общего центра масс) составляет около 1 % от мощности электромагнитного излучения Солнца.

После открытия пульсаров (вращающихся нейтронных звёзд с большим магнитным полем) в 1967 г. исследования астрофизиков стали ещё более интенсивными. К настоящему времени между различными группами астрофизиков разных стран достигнут консенсус о том, что при слиянии двух нейтронных звёзд полная величина энергии во всплеске гравитационного излучения составляет примерно 10^{+52} эрг (волновой цуг длительностью в несколько секунд со средней частотой около 100 Гц). Иными словами, около 1 % от полной энергии mc^2 звёзд превращается во всплеск, который иногда называют рябью на кривизне пространства — времени. Точная форма всплеска пока не предсказана (нет надёжного уравнения состояния вещества для нейтронной звезды).

Точного предсказания о частоте таких событий также нет. Полуоптимистический прогноз: одно событие в одной галактике в 10^4 лет (Г. Бете, Дж. Браун, 1998). Для этого случая экспериментаторы должны «использовать» 10^5 галактик и надеяться на 10 событий в год при плотности потока излучения вблизи Земли порядка 10 эрг/(сек·см²) (в сфере с радиусом $R = 10^{+26}$ см, т. е. 100 млн световых лет, «содержится» 10^5 галактик). Более пессимистическая оценка: один всплеск при слиянии нейтронных звёзд один раз в 10^6 лет в одной галактике. В этом случае экспериментаторы могут рассчитывать на поток в 0,1 эрг/(сек·см²) и несколько событий в год ($R = 10^{+27}$ см).

Уместно отметить, что задачи о величине и форме всплеска гравитационного излучения от слияния чёрных дыр также не удалось решить. Вместе с тем есть основания считать, что в таких процессах КПД преобразования массы в излучение будет больше 1 %.

3. В настоящее время (весна 2002 г.) завершается наладка и настройка трёх больших наземных гравитационных антенн. Две из них находятся в США (проект LIGO — Laser Interferometer Gravitational wave Observatory) и одна в Европе (проект VIRGO — название которого есть латинское название созвездия «Дева»). В этом созвездии около 10^4 галактик, в которых астрономы часто наблюдают взрывы сверхновых звёзд — одного из кандидатов источников мощного гравитационного излучения).

В качестве пробных масс в этих антеннах используются пары массивных оптических зеркал (около 10 кг каждое), удалённых друг от друга на расстояние 4 км в LIGO и 3 км в VIRGO. В каждой антенне по две пары зеркал, каждая пара — это оптический резонатор Фабри-Перо. Такие резонаторы, будучи возбуждёнными высокостабильным по частоте лазером, становятся весьма чувствительными датчиками малых смещений зеркал, которые могут быть вызваны гравитационной волной (такая схема гравитационной антенны была предложена М. Е. Герценштейном и В. И. Пустовойтом ещё в 1962 г. сразу после создания первого лазера).

Если плотность потока гравитационного излучения 10 эрг/(сек·см²) и средняя частота около 100 Гц, то градиент ускорения, созданный волной, вызовет колебания двух зеркал, разнесённых на $L = 4$ км с амплитудой $\Delta L \approx 2 \cdot 10^{-16}$ см. Отношение $h = 2\Delta L/L \approx 10^{-21}$ (в этом случае) обычно называют амплитудой возмущения метрики. Для того чтобы обнаружить такие малые ΔL , необходимы зеркала с коэффициентом отражения r близким к единице. Если $1 - r = 10^{-3}$, то для обнаружения амплитуды $\Delta L \approx 2 \cdot 10^{-16}$ см за время $\tau \approx 10^{-2}$ сек нужно «прогонять» через резонатор Фабри-Перо оптическую мощность около 1 Ватта при условии, что оптическая волна приготовлена строго в когерентном состоянии. Для приведённых выше оценок в самом резонаторе между зеркалами будет циркулировать оптическая мощность около 10 кВт.

Если плотность потока гравитационного излучения меньше: $0,1$ эрг/(сек·см²), то и «отклик» зеркал будет меньше: $\Delta L \approx 2 \cdot 10^{-17}$ см и при тех

же зеркалах в резонатор Фабри-Перо потребуется накачать около 1 мегаватта. В этом случае чувствительность в единицах возмущения метрики $h \approx 10^{-22}$.

Чувствительность $h \approx 10^{-21}$ в проектах LIGO и VIRGO предполагается достигнуть в ближайшие 1 — 2 года. На порядок более высокую в проекте LIGO можно ожидать в 2009 — 2010 годах.

4. Величине $h \approx 1 \cdot 10^{-22}$ для десятикилограммового зеркала (и при времени измерения $\tau \approx 10^{-2}$ сек) соответствует характерный предел чувствительности, обычно называемый стандартным квантовым пределом. Этот предел есть следствие соотношений неопределённости Гейзенберга и выбора в качестве наблюдаемой — непрерывно регистрируемую координату (изменение расстояния между зеркалами). Квантовая теория измерений позволяет превзойти этот предел, используя в частности квантовые неразрушающие измерения. В качестве подсобного приёма для этой цели можно использовать уже реализованные сегодня зеркала с величиной $(1 - r) \approx 10^{-6}$. В этом случае времена релаксации оптического поля внутри резонатора Фабри-Перо будет порядка $\tau^* \approx 10$ сек. Учитывая, что время измерения $\tau \approx 10^{-2}$ сек, оказывается возможным создать в оптическом резонаторе так называемое сжатое квантовое состояние (с параметром сжатости $\approx 3 \cdot 10^{-2}$). В настоящее время проводятся интенсивные поиски простой технологической схемы реализации такого квантового измерителя для антенны, который позволит достигнуть чувствительности большей чем $h \approx 10^{-22}$.

Литература

1. Ч. Мизнер, К. Торн, Дж. Уиллер. Гравитация. Изд-во «Мир», 1977.
2. A. Abramovichi et al. Science, 256, 326 (1992).
3. В. Б. Брагинский. УФН, 170, 7 (2000).

Квантовая информатика. Что это такое?

В. П. Яковлев

Московский инженерно-физический институт (государственный университет)

1 Введение

Не будет большим преувеличением сказать, что последние 10–15 лет прошли под знаком прогрессивно нарастающего интереса к новейшему научному направлению, которое можно назвать квантовой информатикой.

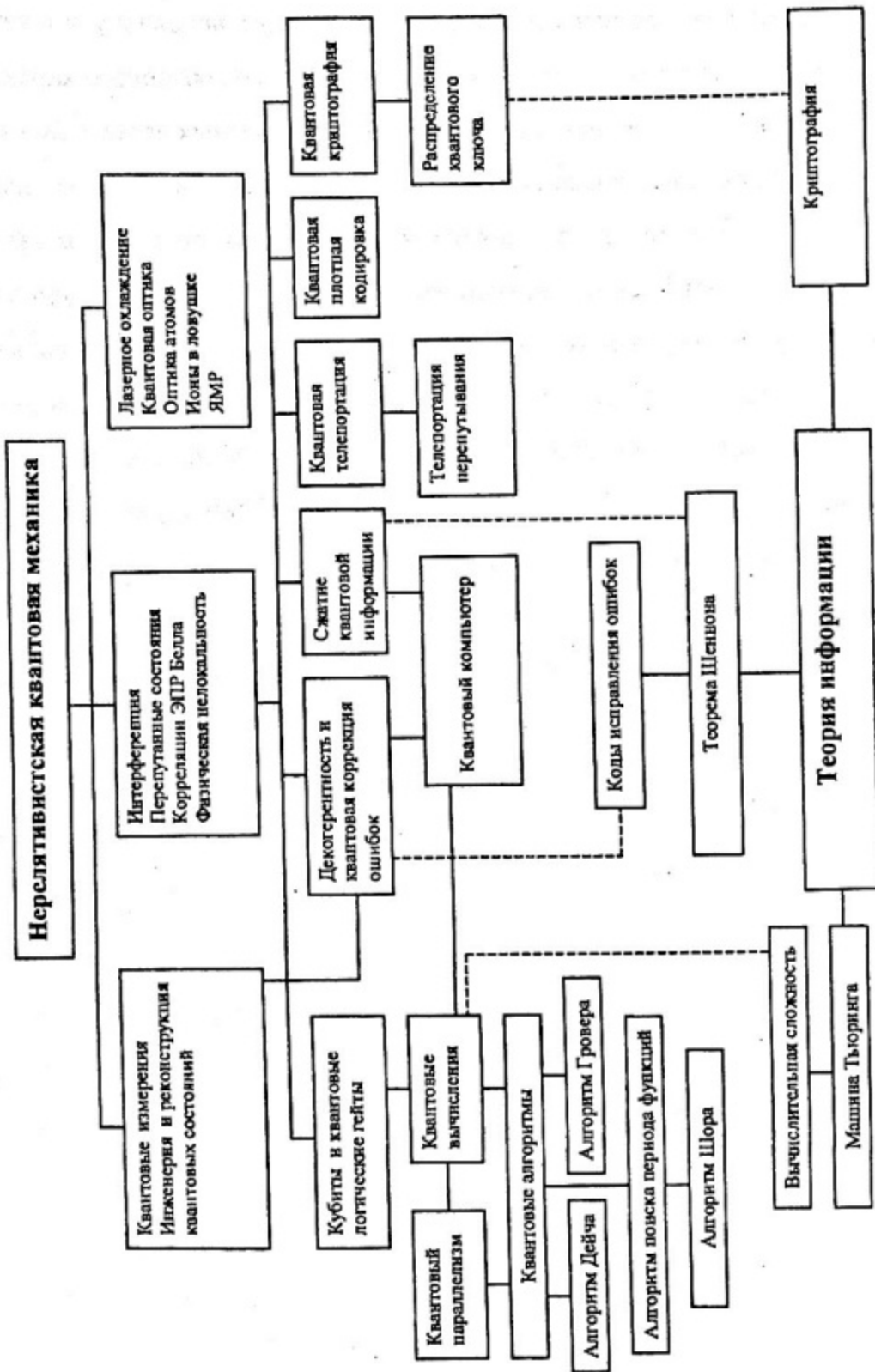
Это направление, возникшее на стыке квантовой механики и теории информации, сегодня синтезирует многие актуальные области современной фундаментальной и прикладной физики, дискретной математики, а также передовые достижения в области квантовых технологий.

Популярная интерпретация, скажем, процесса квантовой телепортации или рассказ о том, что квантовый компьютер (если таковой будет построен!) может быстро взломать банковскую систему шифрования, а квантовая криптография способна обеспечить „неподслушиваемый“ канал связи, невольно способствуют появлению флёра сенсационности. С другой стороны, в научной среде бытует и нормальный скептицизм, который только помогает квантовой информатике, преодолевая критику, вполне успешно заниматься изучением предмета. На сегодняшний день границы самой области исследований достаточно обширны и включают много взаимосвязанных дисциплин и проблем, показанных, с определенной долей условности, на схеме, частично заимствованной из обзора Стина.

Цель данной лекции — поговорить о некоторых исходных понятиях и идеях, лежащих в основе квантовой информатики. Чтобы как-то компенсировать

ровать неизбежные для всякого введения в предмет неполноту и фрагментарность, адресуем читателя к имеющейся литературе обзорного характера.

План лекции таков. Сначала мы поговорим о базовых элементах теории, таких как кубиты, квантовые логические гейты, перепутанные состояния, а потом обсудим несколько ключевых вопросов. В том числе, будет рассмотрен квантовый алгоритм Шора, открытие которого особенно ярко продемонстрировало принципиальную силу квантовых законов, позволяющих решать весьма сложные задачи. Кроме того, мы обсудим идею исправления квантовых ошибок. Коды коррекции квантовых ошибок показывают, как может функционировать квантовый процессор в условиях неизбежной диссипации, разрушающей когерентность. Это один из „китов“, на которых строится здание квантовой информатики. Заметим, что еще один „кит“ — квантовая телепортация будет обсуждаться в другой лекции, представленной в нашей школе.



2 Кубиты и квантовые гейты

Два состояния какого-то рабочего элемента, например, триггера, образуют элементарную единицу информации — один бит. Если в качестве этих состояний используются два квантовых состояния некоторой простой квантовой системы, то мы говорим об элементарной единице квантовой информации — кубите, т.е. квантовом бите. В качестве таких состояний могут выступать два поляризационных состояния фотона, две проекции спина $1/2$ на выделенную ось квантования, два внутренних (электронных) состояния атома или иона. Этим квантовым состояниям отвечают два нормированных и ортогональных базисных вектора, которые мы будем обозначать как $|0\rangle$ и $|1\rangle$. Тогда при вычислениях они отождествляются соответственно с логическими нулем (0) и единицей (1).

Классический бит может быть либо в состоянии „0“, либо в состоянии „1“. Принципиальной особенностью кубита со всеми далеко идущими квантовыми следствиями является то, что кубит может находиться в суперпозиции $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ базисных состояний с произвольными комплексными коэффициентами α и β . С учетом нормировки $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Если фраза „To be OR not to be“ вполне соответствует классическому биту, то для кубита она будет звучать как „To be AND not to be“.

Гильбертово пространство состояний квантовой системы, состоящей из n кубитов, содержит 2^n базисных векторов вида $|c_1 c_2 \dots c_n\rangle$, где $c_i = 0, 1$. Такая строка, состоящая из нулей и единиц, представляет двоичную запись некоторого числа. С учетом принципа суперпозиции n -кубитная система позволяет одновременно записать 2^n различных чисел. Квантовые вычисления представляют собой выполнение тех или иных унитарных преобразований

$$\underline{|a\rangle} \times \underline{|a'\rangle} \quad \text{NOT:} \quad \begin{array}{c|c} a & a' \\ \hline 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 \end{array}$$

Рис. 1: Гейт NOT.

базисных состояний. Отметим важную особенность квантовых вычислений, обусловленную принципом суперпозиции. Вычислительная операция может быть выполнена сразу для 2^n различных чисел. Это свойство называют квантовым параллелизмом.

Произвольное унитарное преобразование в пространстве n -кубитных состояний может быть сведено к последовательности простых унитарных операций над кубитами. Эти операции называются квантовыми логическими гейтами.

Все однокубитные гейты представляют собой вращения кубита. К ним относятся: тождественное преобразование $1 \equiv |0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|$, которое не меняет состояния кубита; операция NOT — $\sigma_1 = |1\rangle\langle 0| + |0\rangle\langle 1|$, которая переворачивает кубит, $|0\rangle \rightleftharpoons |1\rangle$; операция обращения относительной фазы $\sigma_3 \equiv |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|$ или, в более общем случае, $P(\phi) \equiv |0\rangle\langle 0| + e^{i\phi}|1\rangle\langle 1|$; а также комбинированное преобразование $\sigma_2 = i\sigma_1\sigma_3$. Как известно, единичная матрица σ_0 и три матрицы Паули $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ образуют полный набор унитарных матриц 2×2 .

Важную роль играет преобразование Адамара $H \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(\sigma_1 + \sigma_3) = \frac{1}{\sqrt{2}} [(|0\rangle + |1\rangle)\langle 0| + (|0\rangle - |1\rangle)\langle 1|]$, которое переводит, например, базисное состояние $|0\rangle$ в суперпозицию $(|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$. Для иллюстрации применим преобразование Адамара к каждому из кубитов n -кубитного состояния $|00\dots 0\rangle$. В результате состояние системы $|\psi\rangle = 2^{-n/2}(|0\rangle + |1\rangle)\dots(|0\rangle + |1\rangle)$ будет

представлять однородную суперпозицию состояний, изображающих в двоичном коде все числа от 0 до $2^n - 1$.

Одних только однокубитных гейтов недостаточно, нужны и двухкубитные гейты. Это, прежде всего унитарные преобразования вида $|0\rangle\langle 0| \otimes 1 + |1\rangle\langle 1| \otimes U$. Здесь 1 — однокубитное тождественное преобразование, а U — какой-либо однокубитный гейт. Воздействие одного или другого из этих однокубитных гейтов на второй кубит зависит от состояния первого кубита. Такой двухкубитный гейт называется „Control U “, поскольку первый кубит контролирует преобразование второго. Наиболее важным является гейт Control NOT (CNOT), когда второй (контролируемый) кубит проходит через операцию NOT только в том случае, если первый (контролирующий) кубит находится в состоянии $|1\rangle$.

Следует отметить, что все операции над кубитами могут быть осуществлены с помощью комбинации гейтов CNOT и однокубитных гейтов. Практически, однако, может быть удобным использовать и другие, более сложные гейты. На Рис. 3 приведен очень полезный 3-х кубитный гейт, который называется гейтом Тоффли.

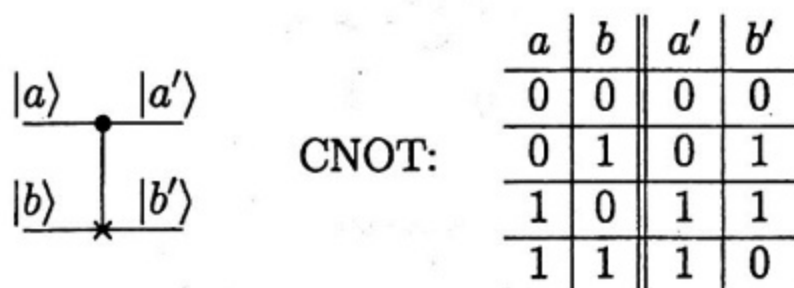


Рис. 2: Гейт CNOT (Control NOT). Если контролируемый кубит $|b\rangle$ первоначально был в состоянии $|0\rangle$, то в результате операции CNOT он будет в том же состоянии, что и контролирующий кубит $|a\rangle$, т. е. происходит копирование кубита $|a\rangle$.

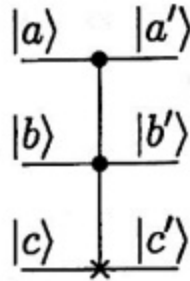
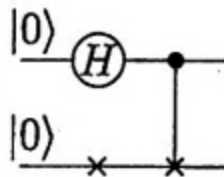


Рис. 3: Тоффли-гейт (Control-control-NOT). Контролируемый кубит $|c\rangle$ испытывает операцию NOT только в том случае, когда оба контролирующих кубита $|a\rangle$ и $|b\rangle$ находятся в состоянии $|1\rangle$. В остальных случаях состояние $|c\rangle$ не меняется.

Фундаментальную роль в квантовой информатике играют так называемые перепутанные состояния. Наряду с квантовой суперпозицией и интерференцией такое явление как перепутывание квантовых состояний определяет специфические особенности и далеко простирающиеся преимущества процессов манипулирования квантовой информацией. Здесь мы проиллюстрируем, как с помощью элементарных квантовых гейтов можно создать перепутанное состояние двух кубитов, которые первоначально были в факторизованном (не перепутанном) состоянии $|00\rangle \equiv |0\rangle|0\rangle$. Эта схема



представляет последовательность операций

$$|00\rangle \xrightarrow{NOT_2} |01\rangle \xrightarrow{H_1} \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)|1\rangle \xrightarrow{CNOT} \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle),$$

где совершается операция NOT над вторым кубитом, преобразование Адамара над первым кубитом, а заключительный гейт CNOT переводит систему в перепутанное квантовое состояние.

3 Квантовый алгоритм Шора

В теории вычислений принято классифицировать задачи по признаку их вычислительной сложности. Вычислительная сложность определяется числом шагов (логических гейтов) S , которое необходимо, чтобы с помощью какого-нибудь подходящего алгоритма решить задачу, т. е. по информации, заданной на входе, получить результат на выходе. Пусть количество информации, т. е. число битов, необходимых для ее хранения есть N . Например, для числа M количество информации $N = \log_2 M$. Считается, что задача поддается вычислению и относится к классу сложности P , если S зависит от N полиномиально. Если же S зависит от N экспоненциально, например, $S \sim M = 2^N$, то задача считается вычислительно сложной. Класс сложности NP включает задачи, решение которых может быть проверено за полиномиальное число шагов. Важным примером такой задачи, для которой не известно простого метода решения, является проблема факторизации, т. е. разложения большего числа на множители. Наилучший известный классический алгоритм требует $S \sim \exp [2N^{1/3}(\log N)^{2/3}]$ шагов. Заметим, что практическая значимость этой теоретико-числовой задачи связана с тем, что сложность разложения на множители лежит в основе широко распространенных криптографических систем.

Задача факторизации может быть сведена к другой трудной проблеме — отысканию периода длинной последовательности. Преимущества собственно квантовой составляющей алгоритма как раз и проявляются при решении этой последней проблемы.

Итак, для факторизации числа M выберем некоторое число $x < M$, которое является взаимно простым с M . Если это не так, то с помощью эле-

ментарного алгоритма Евклида находим общий делитель x и M и редуцируем задачу. Для данных M и x строим последовательность

$$f(a) = x^a \pmod{M}, \quad a = 0, 1, \dots$$

Легко видеть, что эта последовательность

$$1, x, \dots, x^{r-1}, 1, x, \dots$$

является периодической функцией a с периодом r , где $r \neq 0$ есть минимальная степень, для которой $x^r = 1 \pmod{M}$. Предположим, что с помощью какого-то алгоритма мы найдем период r , и этот период четный. Если r оказалось нечетным, то надо изменить x и повторить вычисления. Из соотношения

$$\left(x^{r/2}\right)^2 - 1 = \left(x^{r/2} + 1\right) \left(x^{r/2} - 1\right) \equiv 0 \pmod{M}$$

следует, что либо один, либо другой сомножитель должен иметь с M общий делитель. Нахождение любого нетривиального делителя с помощью, например, алгоритма Евклида решает задачу.

Теперь рассмотрим квантовый алгоритм поиска периода длинной последовательности $f(a)$, $a = 0, 1, \dots, 2^n - 1$. Система кубитов, каждый из которых первоначально находится в состоянии $|0\rangle$, сгруппирована в два квантовых регистра $|0; 0\rangle \equiv |0, \dots, 0; 0, \dots, 0\rangle$. О них можно говорить, как о двух наборах квантовых переменных. В первом регистре n кубитов, а число их во втором наборе должно быть достаточным для вычислительных целей.

Применяя преобразование Адамара к каждому из n кубитов первого регистра, получаем состояние

$$s^{-1/2} \sum_{a=0}^{s-1} |a; 0\rangle, \quad s = 2^n,$$

которое является суперпозицией всех двоичных строк длины n для первого набора квантовых переменных. С помощью последовательности элементарных квантовых гейтов состояние $|a; 0\rangle$ преобразуется в состояние $|a; f(a)\rangle$, т. е. производится вычисление функции $f(a)$ для любого a . Эта операция, примененная к нашей суперпозиции, дает состояние

$$s^{-1/2} \sum_{a=0}^{s-1} |a; f(a)\rangle$$

и, тем самым, осуществляет вычисление функции $f(a)$ для экспоненциально большого числа 2^n значений переменной a за один шаг, т. е. работает квантовый параллелизм. Отметим также, что состояние системы является сильно перепутанным состоянием всех кубитов, в том числе, перепутаны состояния двух регистров.

Следующая квантовая операция представляет собой дискретное преобразование Фурье по квантовым переменным первого набора

$$|a; f(a)\rangle \rightarrow s^{-1/2} \sum_{c=0}^{s-1} \exp\left(i\frac{2\pi a}{s}c\right) |c; f(a)\rangle.$$

Мы здесь не будем входить в детали операции так называемого „быстрого преобразования Фурье“ с помощью элементарных квантовых гейтов, которая была разработана Копперсмитом (1994).

В результате квантового преобразования Фурье состояние системы на выходе имеет вид

$$s^{-1} \sum_{c=0}^{s-1} \sum_{a=0}^{s-1} \exp\left(i\frac{2\pi ac}{s}\right) |c; f(a)\rangle,$$

а процесс квантового вычисления на этом заканчивается.

Для получения результата вычислений надо измерить состояние всех n кубитов первого регистра в базисе $|0\rangle$ и $|1\rangle$. Такое измерение даст какую-то

двоичную строку $|c\rangle$ с той или иной вероятностью $W(c)$. Ключевым моментом является именно квантовое распределение вероятности. Действительно, если $f(a)$ имеет период r , то сумма по a приводит к конструктивной интерференции большого числа коэффициентов в том случае, когда c/s ратно обратному периоду $1/r$. Для всех других значений числа c/s будет происходить, в большей или меньшей степени, деструктивная интерференция. Это означает, что распределение вероятности $W(c)$ найти первый регистр в состоянии $|c\rangle$ будет иметь резкие пики вблизи значений $c/s = 0, 1/r, 2/r, \dots$. Один описанный выше цикл работы дает случайное значение c/s , соответствующее одному из пиков, т. е. случайное число $c = ps/r$, кратное обратному периоду. Очевидно, что если p и r — взаимно простые числа, то интересующий нас период r получается приведением c/s к несократимой дроби. Чтобы реализовать такую благоприятную ситуацию, надо повторить процедуру вычисления несколько раз, порядка $\log \log r$. Тогда успешное решение задачи может быть реализовано с вероятностью, сколь угодно близкой к единице.

Подводя итог, отметим, что в описанном здесь алгоритме, помимо квантового параллелизма, в полную силу задействованы такие квантовые явления, как перепутывание состояний и интерференция.

4 Декогерентность и исправление квантовых ошибок

Первый и, пожалуй, самый естественный вопрос касается того, как может надлежащим образом функционировать квантовый компьютер, т. е. система, состоящая из большого числа кубитов и квантовых гейтов, в условиях неизбежного воздействия всевозможных шумов со стороны окружения, включая и управляющие устройства. Ведь речь идет о том, что информация записы-

вается на квантовых состояниях, а манипуляции с квантовой информацией осуществляются с помощью унитарной эволюции этих состояний. Сохранение суперпозиции большого числа квантовых состояний из 2^n -мерного гильбертова пространства и интерференционные эффекты требуют высокой степени когерентности, которая очень быстро может быть разрушена необратимой релаксацией из-за взаимодействия с окружением.

Отвлекаясь от таких важных технологических ухищрений, как, например, глубокое охлаждение или высокая стабилизация управляющих полей и электронных устройств, мы обсудим здесь идею исправления квантовых ошибок. Обобщения метода исправления ошибок, известного в классической теории информации, на поведение квантовых систем стало одним из фундаментальных достижений квантовой информатики, так как тем самым была показана принципиальная возможность неограниченного масштабирования квантовых вычислителей.

Пусть каждая из двухуровневых систем, представляющих кубиты, независимо испытывает возмущение от взаимодействия с окружением. Это может случайно изменить состояние того или иного кубита, т.е. привести к ошибке. Рассмотрим, например, фазовый шум из-за столкновений иона, являющегося носителем кубита, с атомами остаточного газа в ловушке, когда не происходит обмена энергией, но относительная фаза базовых состояний меняется, $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \rightarrow \alpha|0\rangle + \beta e^{i\varphi}|1\rangle$. Такая фазовая ошибка задается оператором

$$P(\varphi) = |0\rangle\langle 0| + e^{i\varphi}|1\rangle\langle 1| \equiv e^{i\varphi/2} \left(\cos \frac{\varphi}{2} I - i \sin \frac{\varphi}{2} \sigma_3 \right),$$

который есть линейная комбинация тождественного преобразования и оператора σ_3 . Поэтому достаточно рассмотреть ошибку, задаваемую оператором $P(\pi) \equiv \sigma_3$, которая отвечает случайному акту переворота относительной фа-

зы. Если вероятность такого процесса в единицу времени есть γ , то, скажем, начальное состояние одного кубита $|\psi\rangle = (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$ через время t превратится в статистическую смесь с матрицей плотности $(1 + e^{-\gamma t}\sigma_1)/2$. Пусть теперь система состоит из n кубитов и находится в сильно перепутанном состоянии $|\psi\rangle = (|0\dots 0\rangle + |1\dots 1\rangle)/\sqrt{2}$. Так как относительная фаза двух состояний в этой суперпозиции будет случайно меняться после сбоя фазы в любом из n кубитов, разрушение когерентности будет происходить со скоростью $n\gamma$. Целью этого примера было продемонстрировать, что перепутанные состояния, которые играют принципиально важную роль в квантовой информатике, оказываются чрезвычайно чувствительными к шуму, т. е. к процессам, разрушающим когерентность.

Для описания ошибок в кубитах из-за взаимодействия с окружением используется следующая простая модель. Пусть первоначально кубит находится в чистом состоянии $|\psi\rangle$, а окружающая среда — в чистом состоянии $|e\rangle$, и они полностью независимы, так что система „кубит+среда“ описывается вектором состояния $|\psi\rangle|e\rangle$. Результат взаимодействия между кубитом и окружением можно представить как совместное унитарное преобразование их векторов состояний

$$|\psi\rangle|e\rangle \rightarrow \sum_i \sigma_i |\psi\rangle U_i |e\rangle, \quad (i = 0, 1, 2, 3),$$

где на состояние среды действуют некоторые унитарные операторы U_i , а на состояние кубита — операторы σ_i , образующие полный набор унитарных матриц 2×2 . Заметим, что в классическом случае есть только один тип ошибки — перескакивание значения бита в противоположное $0 \rightleftharpoons 1$. С кубитом могут случиться ошибки трех типов, представленных матрицами Паули, а именно, амплитудная (σ_1), фазовая (σ_3) и их комбинация (σ_2). Хотя формально

каждая из этих ошибок скоррелирована с определенным состоянием окружения, практически нет никакой возможности получить информацию об этих состояниях и, тем самым, определить случившуюся ошибку и исправить ее.

Принципиальная возможность исправлять ошибки в кубитах явилась одним из важнейших стимулов для развития квантовой информатики. После того, как был открыт первый код коррекции квантовых ошибок (Шор, 1995), этот раздел квантовой информатики развивается чрезвычайно интенсивно и плодотворно.

Суть описанной выше модели ошибок сводится к следующему: 1) В результате взаимодействия кубита с окружением их квантовые состояния оказываются перепутанными 2) Полная информация о квантовом состоянии окружения недоступна 3) В совокупности эти два фактора — перепутывание состояний кубита и окружения и потеря информации, запасенной в среде, — являются источником необратимости, которая не позволяет установить, какая ошибка произошла. Поэтому мы не можем ее исправить.

Идея процедуры коррекции квантовых ошибок для простейшего случая однокубитной информации такова. Информация, которую содержит кубит, распределяется между несколькими дополнительными кубитами. Для этого создается перепутанное квантовое состояние системы „кубит, несущий информацию, + вспомогательные кубиты“. Другими словами, однокубитная информация кодируется с помощью многокубитного состояния. В результате взаимодействия с окружением состояние информационного кубита может измениться, т. е. произойдет ошибка, но при этом остается доступной некоторая информация об исходном состоянии, которая в той или иной форме сохраняется во вспомогательных кубитах. Коды коррекции квантовых ошибок указывают, как с помощью этой информации исправить испорченное состояние

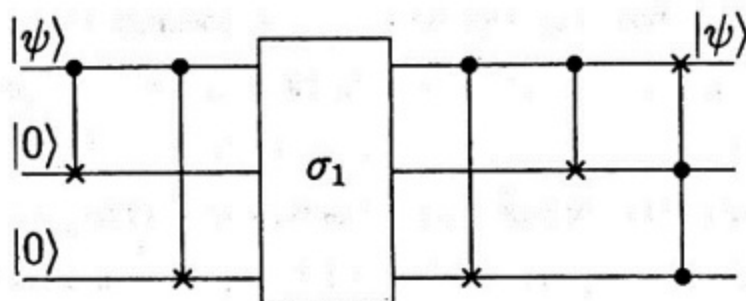


Рис. 4: Квантовая сеть, реализующая 3-х кубитный код исправления амплитудной ошибки. Начальное однокубитное состояние $|\psi\rangle$ кодируется на 3-х кубитах с помощью двух гейтов CNOT. Ошибка, представленная оператором σ_1 в боксе, происходит не более, чем с одним кубитом. После операции декодирования, гейт Тоффоли исправляет ошибку и полностью восстанавливает исходное состояние $|\psi\rangle$ первого кубита.

кубита.

Рассмотрим простой пример кода исправления амплитудной ошибки, которая может произойти в одном кубите. Амплитудная ошибка представляет собой переворачивание бита $0 \leftrightarrow 1$ и описывается оператором σ_1 . Информационный кубит находится в состоянии $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$. Мы используем два дополнительных кубита и распределим исходную информацию между тремя кубитами. А именно, состояние $|0\rangle$ кодируется в виде трехкубитного состояния $|000\rangle$, а состояние $|1\rangle$ — в виде состояния $|111\rangle$. Тем самым исходная суперпозиция $|\psi\rangle$ кодируется в виде перепутанного состояния $\alpha|000\rangle + \beta|111\rangle$. Это реализуется с помощью двух гейтов CNOT, как показано на рисунке 4 слева от бокса. Контролирующий кубит находится в состоянии $|\psi\rangle$, а два дополнительных кубита являются контролируемыми и находятся первоначально в состоянии $|00\rangle$. Напомним, что операция CNOT сводится к копированию состояния контролирующего кубита, если контролируемый кубит был в состоянии $|0\rangle$. Таким образом, получается требуемая трехкубитная кодировка. По прошествии некоторого времени могла произойти одна амплитудная

ошибка, которая изображена оператором σ_1 в боксе. Для её устранения производится декодирование нашего трехкубитного состояния с помощью двух CNOT-гейтов, показанных на рисунке 4 справа от бокса. Наконец, восстановление исходного состояния информационного кубита осуществляется с помощью гейта Тоффоли. Рассмотрим эту стадию работы схемы более подробно. Итак, если никакой ошибки не произошло, то ничего и не изменилось. Пусть теперь случилась амплитудная ошибка, $0 \rightleftharpoons 1$, в первом кубите. Тогда после операции декодирования с помощью CNOT-гейтов состояние трех кубитов имеет вид $(\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle)|11\rangle$. Состояние $|11\rangle$ второго и третьего кубитов как раз и показывают, что произошла ошибка в первом кубите. Тоффоли-гейт, в котором второй и третий кубиты являются *контролирующими* и находятся в состоянии $|11\rangle$, действует на интересующий нас *контролируемый* кубит, как операция NOT и восстанавливает его первоначальное состояние $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$, т. е. исправляет произошедшую ошибку. Если амплитудная ошибка произошла во втором или третьем кубите, то состояние системы после декодирования имеет вид $(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)|10\rangle$ или $(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)|01\rangle$. В этих случаях гейт Тоффоли не меняет состояние первого кубита, который находится в исходном состоянии $|\psi\rangle$.

Описанная схема исправляет амплитудную ошибку и должна быть несколько модифицирована, как это показано на рисунке 5, для исправления фазовой ошибки, которая описывается оператором σ_3 . Так как $\sigma_3 = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)\sigma_1(\sigma_1 + \sigma_3)$, то в повернутом базисе $(|0\rangle \pm |1\rangle)/\sqrt{2}$ фазовая ошибка (σ_3) будет представлять собой амплитудную ошибку (σ_1). Переход к новому базису есть преобразование Адамара (H). Поэтому исходное однокубитное состояние кодируется в виде трехкубитного состояния, которое отличается от рассмотренного в предыдущем случае дополнительным преобразованием Адамара

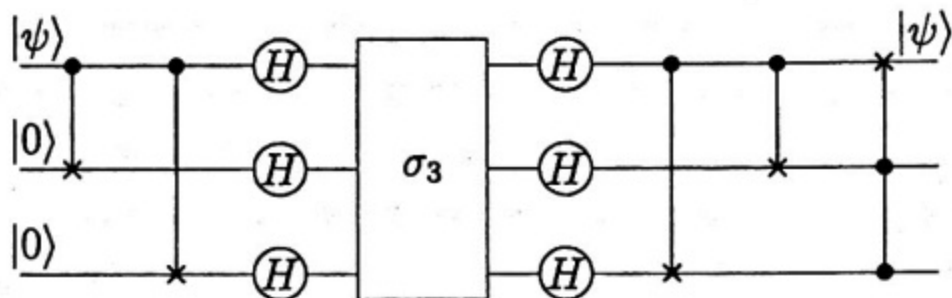


Рис. 5: Квантовая сеть, реализующая 3-х кубитный код исправления фазовой ошибки, представленной оператором σ_3 в боксе. По сравнению с предыдущей ситуацией здесь дополнительно производится поворот базиса с помощью преобразования Адамара (H).

каждого из трех кубитов. Проведенное нами простое рассмотрение может служить лишь ключом к пониманию кодов исправления одной произвольной квантовой ошибки — амплитудной (σ_1), фазовой (σ_3) или их комбинации (σ_2). Интересующихся современным состоянием разнообразных аспектов этой проблемы мы можем только адресовать к специальной литературе. Заметим, что трехкубитный код был реализован экспериментально на системе ядерных спинов.

Список литературы

- [1] Andrew Steane, Quantum Computing, Rep. Prog. Phys., 1998, v. 61, p.p. 117-173 (Есть перевод на русский: Э. Стин, Квантовые вычисления. — Ижевск: НИЦ „Регулярная и хаотическая динамика“, 2000, —112 стр.)
- [2] Vlatko Vedral and Martin B. Plenio, Basics of Quantum Computation, quant-ph/9802065, 25 Feb 1998, p.p. 1-28
- [3] Special issue on Quantum information, Physics World, March 1998, p.p. 33-57

- [4] Special issue on Quantum Computer, Phil. Trans. Roy. Soc. London, 1998, v. A356, p.p. 1713-1748
- [5] The Physics of Quantum Information: Quantum Cryptography, Quantum Teleportation, Quantum Computation, Eds. Dirk Bouwmeester, Artur Ekert, Anton Zeilinger Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2000 (Есть перевод на русский: Физика квантовой информации. Под редакцией Д. Боумейстра, А. Экерта, А. Цайлингера, Москва: Издательство „Постмаркет“, 2002)
- [6] Квантовые вычисления: За и против. — Ижевск: Издательский дом „Удмуртский университет“, 1999, — 212 стр.
- [7] Квантовый компьютер и квантовые вычисления. Ижевск: Ижевская республиканская типография, 1999. — 288 стр.
- [8] А.Ю. Китаев, Квантовые вычисления: алгоритмы и исправления ошибок, УМН, №6, 1997
- [9] А. Китаев, А. Шень, М. Вялый, Классические и квантовые вычисления. Москва: МЦНМО, ЧеРо, 1999. — 192 стр.
- [10] M. Lewenstein, Quantum Information Theory (Lectures, Wintersemester 2000/2001), University of Hannover, 2001
- [11] John Preskill, Physics 229 — Advanced Mathematical Methods of Physics (Quantum Computation)
<http://www.theory.caltech.edu/~preskill/ph229/>
- [12] Издается журнал: Quantum Information & Computation
<http://www.rinton.com/journals/qic/index.html>

СОСТОЯНИЯ БЕЛЛА: ПРИГОТОВЛЕНИЕ, ИЗМЕРЕНИЕ И ОПТИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

С.П. Кулик

Московский Государственный университет им. М.В. Ломоносова.

Часть I. Приготовление и измерение состояний Белла

I.1 Перепутанные состояния

Понятие перепутанных состояний (*entangled states*) впервые было введено Шредингером в 1934 году [1]. Оно относится либо к взаимодействующим системам, либо к тем, которые взаимодействовали в прошлом. Такие системы нельзя описать отдельными волновыми функциями, или еще говорят, что их волновые функции не факторизуются. Широко известен парадокс шредингеровского кота, который находится в суперпозиции с некой "адской машиной" [1-3]. При этом кот является макроскопическим объектом, а машина отождествляется с состоянием атома, подчиняющегося квантовым законам микромира.

Таким образом перепутанному состоянию, как целому, можно приписать волновую функцию, а составляющим его системам - нельзя. В современной физике квантовой информации понятие перепутанных состояний рассматривается как одно из основополагающих. Были введены количественные меры перепутывания (*entanglement*) нескольких систем, основанные на термодинамическом подходе [4-6]. Понятие перепутывания тесно связано с энтропией и существующие меры так или иначе восходят к ней.

В физике известно много примеров перепутанных систем. Сюда относятся системы типа *атом - мода* электромагнитного поля в резонаторе [7], *ион(ы) - электромагнитное поле* в ловушках [8], *ядерные спины* в молекуле в методе ЯМР [9] и др. Наиболее полно перепутанные системы исследованы в квантовой оптике. Здесь различают перепутывание между отдельными фотонами, который будет предметом дальнейшего обсуждения, и

перепутывание между квадратурными компонентами поля. В основе этого класса перепутанных систем лежат определенные соотношения, возникающие между входными и выходными фазами компонент электромагнитного поля на выходе параметрического усилителя света, по сравнению с фазой опорного генератора.

Иногда говорят о многочастичном перепутывании и перепутывании между различными степенями свободы одной частицы. Во втором случае существует классический аналог перепутанных состояний, например, две пространственные моды интерферометра Маха-Цандера или амплитуды двух ортогональных поляризаций лазерного пучка, составляющие вектор Джонса [10]. Из таких классических амплитуд можно даже составить “cebit” – аналог кубита (“qubit”) и симулировать несколько протоколов квантовых вычислений [11, 12]. В основе симуляций квантовых алгоритмов лежит идея замены n двухуровневых частиц (n -частичное перепутывание) на n двухуровневых степеней свободы одной частицы [11]. При этом, однако, теряется основное преимущество квантовых вычислительных алгоритмов – число необходимых оптических элементов растет экспоненциально с ростом числа цебитов – хотя размерность гильбертова пространства остается той же, как и для n кубитов – 2^n . Так, основным ограничением на поперечный размер пучка служит дифракционная расходимость, пропорциональная λ^{-2} , т.е. 10^{-8}см^2 для оптического диапазона. Если взять линейный размер воображаемого вычислительного устройства порядка диаметра Вселенной $D = 10^{28}\text{см}$, то в нем можно будет разместить $(D/\lambda)^2 = 10^{64}$ пучков, что существенно меньше, чем требуется для выполнения квантовых вычислений. В этом смысле линейно-оптические схемы, основанные на “классическом перепутывании” выглядят не более убедительными, чем “настоящие” квантовые (по крайней мере, в настоящее время)!

Бифотонное поле – это состояние двух коррелированных по частоте (энергии), волновому вектору (импульсу), времени и поляризации фотонов

(бифотонное поле получается в результате трехчастотного процесса спонтанного параметрического рассеяния света – СПР - в кристаллах с квадратичной восприимчивостью). В принципе по любому из вышеназванных параметров можно установить перепутывание, или определенного вида корреляции. В дальнейшем будет использоваться только поляризационное и частотное перепутывание. Однако, кратко упомянем основные способы синтеза других перепутанных состояний.

Перепутывание во времени. Такой вид перепутывания получается в т.н. схеме Фрэнсона [13, 14], когда на пути сигнального и холостого фотонов устанавливаются разбалансированные интерферометры. Перепутывание возникает, поскольку пара фотонов рождается одновременно (с точностью до десятка фемтосекунд, определяемой обратной шириной спектра СПР), но момент рождения не определен в пределах времени когерентности накачки. Из-за интерференции амплитуд бифотона пройти по тому или иному плечу интерферометров при надлежащем выборе окна схемы совпадений, возникает квантовая суперпозиция состояний, которая интерпретируется как перепутывание по времени. Экспериментальная реализация такой процедуры описывается в [15-20]. В работе [21] рассматривается перепутывание “энергия-время”, в которой дополнительный интерферометр Майкельсона помещается в пучок импульсной накачки. Задержка, вводимая этим интерферометром, компенсируется на выходе нелинейного кристалла так, что амплитуды бифотонов, прошедших через длинное и короткое плечи выходного интерферометра, совпадают.

Перепутывание по волновому вектору. Такая схема была предложена в 1990 году Дж.Рарити и П.Тапстером [22, 23]. Для этого используется неколлинеарный и невырожденный синхронизм типа I. Суть состоит в перемешивании сигнального излучения на одной частоте с холостым излучением на другой частоте. В результате такого перемешивания образуется две пространственные моды поля, каждая из которых содержит и сигнальные и холостые фотоны обеих частот.

Наиболее важным является *перепутывание по поляризации*. Именно этот класс состояний служит основой нескольких важных приложений современной квантовой оптики, таких как квантовая телепортация [24], обмен перепутыванием [25, 26], плотная кодировка [27, 28], создание состояний трех перепутанных частиц (ГХЦ-состояний) [29-31] и др. Экспериментально существует три способа создания поляризационно-перепутанных фотонов. В первой схеме используется вырожденное коллинеарное СПР с синхронизмом типа II. Поляризационные моды определяются ориентацией кристаллографических осей, а две пространственные моды возникают на выходе неполяризационного светоделителя, помещенного после кристалла [32]. Заметим, что после 50%-ого светоделителя лишь половина всех реализаций приводит к совпадению фотоотчетов, когда коррелированные фотоны оказываются в разных выходных модах светоделителя. Во втором методе также используется вырожденный по частоте синхронизм типа II, но в отличие от предыдущего случая - неколлинеарный [33]. Оказывается, в некоторых кристаллах, например в ББО, можно так подобрать ориентацию, что излучение снаружи кристалла будет распространяться вдоль двух конусов. Один из конусов излучения поляризован как обыкновенная волна, а другой - как необыкновенная. Коррелированные моды расположены на разных конусах и всегда находятся по разную сторону от волнового вектора накачки. При этом направления, вдоль которых конуса пересекаются, иногда образуют плоскость, в которой лежит волновой вектор накачки. Именно в этих направлениях, с одной стороны излучение полностью неполяризовано, т.к. в нем, с одной стороны, обязательно присутствует как H -, так и V -компонента, а с другой - всегда имеется полная корреляция в сопряженных модах. Если в одном направлении регистрируется H -фотон, то в другом - обязательно, V -фотон. И в этой и в предыдущей схеме, из-за использования синхронизма типа II, очень важным оказывается скомпенсировать дисперсию нелинейного кристалла. Дисперсия приводит к сужению спектра СПР. Компенсация состоит в том, что необходимо помещать в бифотонный пучок двулучепреломляющий элемент,

вносящий в поляризационные моды задержку, противоположную той, которая возникает в нелинейном кристалле. Величина задержки определяется длиной нелинейного кристалла L и его дисперсией:

$$\Delta\tau = \frac{1}{2}DL, \quad (1.1)$$

где $D = \frac{1}{u_o|_{\frac{\omega_p}{2}}} - \frac{1}{u_e|_{\frac{\omega_p}{2}}}$, а $u_{o,e} = \frac{d\omega}{dk_{o,e}}|_{\frac{\omega_p}{2}}$ - соответствующие групповые

скорости на частоте вырожденного синхронизма. Легко показать, пользуясь, например, принципом Фейнмана, что именно задержка (1) приводит к неразличимости сигнальных и холостых фотонов относительно моментов их регистрации.

В третьей схеме, для получения перепутывания поляризации используется СПР с неколлинеарным синхронизмом типа I [34]. Два одинаковых кристалла, ориентированные, соответственно, под $+45^\circ$ и -45° относительно (вертикальной) поляризации накачки, излучают пары фотонов одинаковой поляризации, причем из одного кристалла выходят пары, условно поляризованные под -45° , а из другого - под $+45^\circ$. Таким образом, из двух кристаллов излучается неполяризованный свет, в котором полностью коррелированы сопряженные пространственные моды с одинаковой поляризацией (рис.1.2в). Пространственные моды из обоих кристаллов должны перекрываться, кроме того, длина когерентности накачки не должна превосходить расстояние между кристаллами. На самом деле речь идет об определенном соотношении между дисперсией кристалла на частотах ω_p , ω_s , ω_i , длиной кристалла и длительности импульса. Детальное рассмотрение этого вопроса будет обсуждаться ниже.

Второе требование обычно выполняется при использовании непрерывных лазеров накачки, у которых длина когерентности составляет от нескольких сантиметров (многомодовый режим генерации) до нескольких метров (одномодовый режим). При использовании импульсных фемтосекундных

лазеров это требование накладывает принципиальные ограничения на приготовление перепутанных состояний. Другая (физически эквивалентная) схема была предложена в [35, 36], однако в этой работе был реализован коллинеарный режим СПР. И если в двух предыдущих случаях можно говорить о приготовлении специального класса состояний бифотонного поля - состояний Белла, то в последнем - эти состояния пространственно вырождены. В первой схеме, без специальных мер, которые получили название амплитудной пост-селекции [37], говорить о синтезе состояний Белла вообще не приходится [38].

1.2 Состояния Белла.

Под состояниями Белла понимают совместные двухмодовые состояния двухуровневых систем. Иногда их рассматривают как собственные состояния некоего оператора, названного в [39] оператором Белла. Можно показать, что существует лишь четыре базисных ортогональных состояния, по которым можно разложить любую двухмодовую двухуровневую систему. Выпишем эти состояния, применительно к системе двух одинаковых фотонов в линейном поляризационном базисе (аналогично записывается состояние двухмодовой системы двух одинаковых частиц со спином 1/2 [40]):

$$\Psi_{12}^{(-)} = \frac{1}{\sqrt{2}} [|H_1\rangle |V_2\rangle - |V_1\rangle |H_2\rangle], \quad (1.2)$$

$$\Psi_{12}^{(+)} = \frac{1}{\sqrt{2}} [|H_1\rangle |V_2\rangle + |V_1\rangle |H_2\rangle], \quad (1.3)$$

$$\Phi_{12}^{(-)} = \frac{1}{\sqrt{2}} [|H_1\rangle |H_2\rangle - |V_1\rangle |V_2\rangle], \quad (1.4)$$

$$\Phi_{12}^{(+)} = \frac{1}{\sqrt{2}} [|H_1\rangle |H_2\rangle + |V_1\rangle |V_2\rangle]. \quad (1.5)$$

Видно, что состояния Белла являются максимально перепутанными состояниями, поскольку определенным совместным волновым функциям не отвечают определенные волновые функции отдельных систем. Термин

“максимально перепутанный” формально возникает из-за условия нормировки, когда общее состояние представляется равновесовой суперпозицией двух компонент. В общем случае *немаксимально перепутанных состояний*

выражения (2-5) принимают вид: $(|H_1V_2\rangle \pm \varepsilon |V_1H_2\rangle) / \sqrt{1+|\varepsilon|^2}$,

$(|H_1H_2\rangle \pm \varepsilon |V_1V_2\rangle) / \sqrt{1+|\varepsilon|^2}$. Эти состояния сводятся к (2-5) при $\varepsilon \equiv 1$. Такие состояния двух частиц привлекают интерес потому, что позволяют демонстрировать «нелокальность» квантовой теории без использования неравенств типа неравенств Белла [41]

По иронии судьбы состояния Белла, впервые введенные в 1992 году А.Мэнном, М.Ривзенем и У.Шлейчем [42], по смыслу являлись прямо противоположными тем, которые широко используются в настоящее время (2-5). В [42] они определялись, как чистые квантовые состояния квантованного поля излучения, которые обладают фундаментальными атрибутами классических состояний (т.е. не приводят к квантовым корреляциям), и факторизуются на выходе светоделителя, а значит никогда не нарушают неравенств Белла [43, 44].

Рассмотрим, к примеру, состояние $\Phi^{(+)}$ (индексы 1,2 будем опускать там, где это не ведет к непониманию). Оно означает, что и сигнальный и холостой фотоны всегда имеют оба либо вертикальную, либо горизонтальную поляризации, причем вероятность зарегистрировать H - или V - поляризацию в каждой моде одинакова и равна 1/2. Другими словами, при совершенно неопределенной поляризации в каждой из мод, существует полная корреляция одинаковых поляризаций двух мод.

Рассмотрим преобразования состояний Белла (2-5) при смене поляризационного базиса. Для этого перепишем их в более общем виде:

$$\Psi_{BC}^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}} [|B_x\rangle |C_y\rangle \pm |B_y\rangle |C_x\rangle], \quad (1.6)$$

$$\Phi_{BC}^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}} [|B_x\rangle |C_x\rangle \pm |B_y\rangle |C_y\rangle], \quad (I.7)$$

где B и C обозначают две частицы, x и y - компоненты линейного поляризационного базиса, а запись $|B_x\rangle |C_y\rangle$ означает двукратное действие соответствующих операторов рождения на вакуум: $|B_x\rangle |C_y\rangle = b_x^\dagger c_y^\dagger |0\rangle$. Пусть при произвольном преобразовании поляризационного базиса $B_{x,y} \rightarrow B_{1,2}$, $C_{x,y} \rightarrow C_{1,2}$ его компоненты определяются элементами матрицы преобразования

$$D = \begin{pmatrix} t^* & -r \\ r^* & t \end{pmatrix}, \quad |t|^2 + |r|^2 = 1, \quad (I.8)$$

т.е. в матричном виде $D \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \end{pmatrix}$, и $D^\dagger \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}$. Комплексные параметры t и r можно интерпретировать как коэффициенты пропускания и отражения, а матрицы являются эрмитово-сопряженными $D = D^\dagger$. Тогда, компоненты базисов преобразуются следующим образом:

$$|B_x\rangle = t^* |B_1\rangle - r |B_2\rangle, \quad |C_x\rangle = t^* |C_1\rangle - r |C_2\rangle, \quad (I.9)$$

$$|B_y\rangle = r^* |B_1\rangle + t |B_2\rangle, \quad |C_y\rangle = r^* |C_1\rangle + t |C_2\rangle. \quad (I.10)$$

После простых алгебраических вычислений получаем:

$$\Psi_{BC}^- = \frac{1}{\sqrt{2}} [|B_1 C_1\rangle - |B_2 C_2\rangle], \quad (I.11)$$

$$\Psi_{BC}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} [2t^* r^* |B_1 C_1\rangle - 2tr |B_2 C_2\rangle + (t^* - rr^*) (|B_1 C_1\rangle + |B_2 C_2\rangle)], \quad (I.12)$$

$$\Phi_{BC}^- = \frac{1}{\sqrt{2}} [(t^2 - r^{*2}) |B_1 C_1\rangle + (r^2 - t^2) |B_2 C_2\rangle - (t^* r + r^* t) (|B_1 C_2\rangle + |B_2 C_1\rangle)], \quad (I.13)$$

$$\Phi_{BC}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} [(t^2 + r^{*2}) |B_1 C_1\rangle + (t^2 + r^2) |B_2 C_2\rangle + (r^* t - t^* r) (|B_1 C_2\rangle - |B_2 C_1\rangle)]. \quad (I.14)$$

Видно, что только одно (синглетное) состояние Белла (2, 11) инвариантно при произвольных преобразованиях базиса. В работах [45, 46] рассмотрены

некоторые интересные особенности специфических поляризационных преобразований состояний Белла и предложена экспериментальная процедура томографии таких состояний. В этих работах рассматривается преобразование, в котором между x - и y -компонентами вносится задержка. Формально, такая процедура описывается матрицей D , у которой $t = e^{i\delta}$, $r = 0$, где $\varphi_x - \varphi_y = 2\delta$.

Частным случаем преобразований (11-14) является поворот линейного базиса на угол $(-\alpha)$. Матрица D описывает поворот координат, если $t = \cos \alpha$, $r = \sin \alpha$. Пусть a и b - декартовы оси нового базиса. Тогда

$$\Psi_{xy}^* = \frac{1}{\sqrt{2}} [|B_x C_y\rangle - |B_y C_x\rangle] = \frac{1}{\sqrt{2}} [|B_a C_b\rangle - |B_b C_a\rangle], \quad (I.15)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{xy}^* &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|B_x C_y\rangle + |B_y C_x\rangle] = \frac{1}{\sqrt{2}} [\sin 2\alpha \{ |B_a C_a\rangle - |B_b C_b\rangle \} + \cos 2\alpha \{ |B_a C_b\rangle + |B_b C_a\rangle \}] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\sin 2\alpha | \Phi_{ab}^- \rangle + \cos 2\alpha | \Psi_{ab}^* \rangle]. \end{aligned} \quad (I.16)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{xy}^- &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|B_x C_x\rangle - |B_y C_y\rangle] = \frac{1}{\sqrt{2}} [\cos 2\alpha \{ |B_a C_a\rangle - |B_b C_b\rangle \} - \sin 2\alpha \{ |B_a C_b\rangle + |B_b C_a\rangle \}] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\cos 2\alpha | \Phi_{ab}^- \rangle - \sin 2\alpha | \Psi_{ab}^* \rangle]. \end{aligned} \quad (I.17)$$

$$\Phi_{xy}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} [|B_x C_x\rangle + |B_y C_y\rangle] = \frac{1}{\sqrt{2}} [|B_a C_a\rangle + |B_b C_b\rangle]. \quad (I.18)$$

Замечательно, что при этом типе преобразований появляется еще один инвариант - состояние $\Phi_{xy}^+ \equiv \Phi_{ab}^+$ (18), а два других преобразуются друг в друга при ориентации $\alpha = 45^\circ$ (23, 24).

1.3 Приготовление состояний Белла с помощью СПР типа II.

Впервые, использовать СПР для генерации состояний Белла, предложили Я.Ши и К.Эллей [47]. Они использовали неколлинеарный вырожденный режим СПР типа I в одном кристалле с последующим объединением пространственных мод сигнальных и холостых фотонов. Позже в работах Сергиенко и Ши развивалось другое направление - использование коллинеарного синхронизма типа II. Как уже отмечалось, из-за необходимости амплитудной пост-селекции такой метод нельзя было практически использовать для синтеза СБ. Несмотря на это, с помощью такого режима было выполнено много красивых экспериментов по двухфотонной интерференции [48, 49, 50]. Первым эффективным источником всех четырех состояний Белла стал метод на основе неколлинеарного синхронизма типа II [51]. Однако использование одного кристалла с таким синхронизмом очень невыгодно при синтезе состояний Белла от фемтосекундной лазерной накачки. Применение лазеров с короткими импульсами диктуется необходимостью синхронизации процесса СПР с высокой точностью в разных приложениях, таких как квантовая телепортация, обмен перепутыванием и др. Дело в том, для синхронизма типа II, из-за дисперсии, спектр лазерного импульса оказывается сравнимым или даже шире спектра СПР, который определяет время когерентности бифотонного поля [52, 53-55]. Поэтому для получения высокой видности ДИ, что является критерием качества состояний Белла, в эксперименте следует использовать короткие кристаллы [56], или узкополосные фильтры [52, 57, 58]. В последнем случае также говорят о частотной постселекции [25]. Математически это выражается в требовании перекрытия во времени амплитуд бифотонов, испущенных из всех точек кристалла. Однако оба этих приема значительно уменьшают интенсивность бифотонного поля. Поэтому, можно считать, что до недавнего времени не существовало эффективного способа генерации состояний Белла при импульсной накачке, т.е. в наиболее общем случае. Неоднократно производились попытки получения высокой видности ДИ в разных схемах с импульсной накачкой. Наблюдение высокой видности дало бы основание

говорить о реализации таких способов: до сих пор такие попытки либо заканчивались неудачей [59, 60], либо уводили от поставленной цели [61, 62]. Так, в работах группы Яна Уомсли (I.Wamsley) [57, 58] был предложен метод, позволяющий, в принципе, получать 100%-ую видность интерференционной картины при использовании синхронизма типа-II. В основе этого метода лежит идея, использованная нами при синтезе состояний Белла – интерференция амплитуд бифотонных полей, испущенных из двух макроскопических пространственных областей. Однако, реализация этой идеи не приводит к состояниям Белла из-за особенностей измерительной части эксперимента. А именно, после приготовления оба бифотонных поля распространяются в одном направлении (коллинеарный режим), а для разделения вкладов четырех амплитуд (по две на каждый кристалл) применяется поляризационный светоделитель, так что детекторы регистрируют ортогональные поляризационные моды. Отметим, что в схеме Я.Уомсли возможно наблюдение сразу двух типов двухфотонной интерференции – т.н. «пик-провал» и «модуляция». Следует отметить и наличие 50%-ой амплитудной постселекции, присущей обсуждаемому эксперименту.

При дальнейшем изложении метода синтеза состояний Белла будем полагать лазерную накачку импульсной с гауссовым спектром:

$$\tilde{E}_p = E_p e^{-\frac{t^2}{2\sigma_p^2}}. \quad (I.19)$$

Переход к непрерывной накачке формально осуществляется при $\sigma_p^2 \rightarrow \infty$.

Схема эксперимента показана на рис. I.3. Импульс ультрафиолетового излучения с центральной длиной волны $\lambda_p = 400\text{нм}$, полученный в результате удвоения частоты титан сапфирового лазера $\lambda_p^{fund} = 800\text{нм}$ и частотой повторения 90МГц подавался на поляризационный светоделитель PBS1. Светоделитель служил входным полупрозрачным зеркалом интерферометра Маха-Цандера. Для того, чтобы излучение накачки делилось поровну между вертикально- и горизонтально поляризованными выходными модами

светоделителя, исходная вертикальная поляризация УФ импульсов поворачивалась на 45° полуволновой пластинкой. Два одинаковых кристалла ББО длиной 3.4мм, оптические оси которых ориентированы вдоль направлений поляризации накачки, помещались в оба плеча интерферометра. Зеркала M3 и M4 служили фильтрами, пропускавшими бифотонное излучение и блокировавшими накачку. Кристаллы были вырезаны под углом 42.35° к оптической оси, что обеспечивало коллинеарный вырожденный синхронизм типа II. Второй поляризационный светоделитель PBS2 служил выходным полупрозрачным зеркалом интерферометра. Одно из поворотных зеркал M2 крепилось на прецизионной механической подаче, что позволяло смещать его с минимальным дискретным шагом 17нм. В выходных модах светоделителя размещались модули для счета фотонов D1 и D2. Пространственные моды выделялись диафрагмами P1 и P2. Поляризационное состояние можно было анализировать при помощи поляроидов A1 и A2.

Основная идея метода состоит в приготовлении состояния

$$|\Psi_{12}\rangle = |H_1', V_2'\rangle + e^{i\varphi_p} |V_1'', H_2''\rangle. \quad (1.20)$$

Здесь нижние индексы обозначают номер детектора D1 и D2, а верхний - номер кристалла. Состояние (20) при сбалансированном интерферометре (см. ниже) действительно представляет собой когерентную смесь двух состояний, генерируемых в двух кристаллах. Фаза φ_p , фигурирующая в (20), варьируется при смещении зеркала M2. Действительно, поляризационный светоделитель PBS2 всегда направляет коррелированные фотоны в разные выходные моды, причем, поскольку направления оптических осей кристаллов ортогональны, общее состояние описывается именно выражением (20). На рис.1.4 демонстрируется действие PBS2. Заметим, что такой метод разделения сопряженных фотонов не требует амплитудной пост-селекции - на детекторы падают только коррелированные фотоны. Заметим, что если бы оптические оси кристаллов не были бы ориентированы в ортогональных плоскостях амплитуды бифотонов, показанные на рис.1.3 не перекрывались, поскольку одна из них

поменяла бы знак аргумента t_- и изображалась бы полоской, отраженной от оси t_+ . Видно, что при $\varphi_p = 0, \pi$, (20) дает, соответственно, состояния Белла $\Psi_{12}^{(+)}$ и $\Psi_{12}^{(-)}$. Если же в одной из выходных мод светоделителя PBS2 повернуть поляризацию на 90° с помощью полуволновой пластинки, то мы получим два других состояния Белла $\Phi_{12}^{(+)}$ и $\Phi_{12}^{(-)}$.

Рассмотрим подробнее как происходит процесс синтеза состояния (20).

Поскольку пространственное положение детекторов фиксировано, амплитуда бифотонного поля имеет вид:

$$A(t_+, t_-) = A^I(t_+, t_-) + A^{II}(t_+ + T, t_-), \quad (I.21)$$

где T - временная задержка, вносимая при движении зеркала M2. С учетом того, что при синхронизме типа II излучаются коррелированные фотоны с ортогональными поляризациями \hat{e}_H или \hat{e}_V , а поляроиды перед детекторами выделяют фиксированное направление поляризации \hat{e}_1 или \hat{e}_2 , (21) в общем виде представляется как

$$A(t_+, t_-) = (\hat{e}_1 \hat{e}_H)(\hat{e}_2 \hat{e}_V) A^I(t_+, t_-) + (\hat{e}_1 \hat{e}_H)(\hat{e}_2 \hat{e}_V) A^{II}(t_+ + T, t_-). \quad (I.22)$$

Чтобы не загромождать выкладки, учтем проекционное действие поляроидов лишь на конечном этапе.

Сначала мы найдем общий вид для амплитуд бифотонов, излученных каждым кристаллом. Затем, получим явный вид вероятности совпадений фотоотсчетов возведя модуль суммы (22) в квадрат.

Используя определение амплитуды бифотона, введенное в главе II, получаем

$$A^I(t_+, t_-) = g e^{-i\Omega_p t_+} \int_{-L}^0 dz \int_{-\infty}^{+\infty} dv_- \int_{-\infty}^{+\infty} dv_p \bar{E}_p(v_p) \exp\left\{-i \frac{v_-(t_- + Dz)}{2}\right\} \exp\{-iv_p(t_+ + D_+ z)\} \quad (I.23)$$

Здесь использованы следующие соотношения:

$$v_- = v_i - v_s, \quad \omega_i = \Omega_i + v_i, \quad \omega_s = \Omega_s + v_s, \quad \omega_p = \Omega_p + v_p, \quad - \quad \text{вводятся}$$

центральные частоты и волновые вектора спектров и отстройки от них;

$\Omega_s + \Omega_i = \Omega_p$, $K_s + K_i = K_p$, $K_j = \frac{n_j \Omega_j}{c}$, $j = s, i, p$ - предполагается точное выполнение условий синхронизма для центральных компонент спектра;

$$k_j = K_j + \frac{v_j}{u_j(\Omega_j)}, \quad \Delta(k_s, k_i) = k_p - k_i - k_s = K_p - K_i - K_s + \frac{v_p}{u_p(\Omega_p)} - \frac{v_i}{u_i(\Omega_i)} - \frac{v_s}{u_s(\Omega_s)},$$

волновая расстройка синхронизма при учете линейных членов разложения вблизи $\Delta = 0$. Можно переписать выражение для расстройки, используя общепринятые в квантовой оптике обозначения:

$$\Delta(k_s, k_i) = -\left(v_p D_+ + \frac{1}{2} v_- D \right), \quad (1.24)$$

$$\text{где } D = \frac{1}{u_i(\Omega_i)} - \frac{1}{u_s(\Omega_s)}, \quad D_+ = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{u_i(\Omega_i)} + \frac{1}{u_s(\Omega_s)} \right] - \frac{1}{u_p(\Omega_p)}. \quad (1.25)$$

Тогда выражение для амплитуды (23) принимает вид:

$$A'(t_+, t_-) = g e^{-i\Omega_p t_+} \int_{-\infty}^{+\infty} dv_p \int_{-\infty}^{+\infty} dv_- \bar{E}_p \exp \left\{ -\frac{i}{2} v_- t_- - i v_p t_+ \right\} \int_{-L}^0 \exp \left\{ -iz \left(\frac{v_-}{2} D + v_p D_+ \right) \right\}.$$

Первая экспонента служит аналогом частотного синхронизма, а вторая - пространственного. Выполняя интегрирование находим, что

$$A'(t_+, t_-) = g v'(t_+) u'(t_-) w'(t_+, t_-). \quad (1.26)$$

$$\text{Здесь, } v'(t) = v_0 \exp \{ -i\Omega_p t \}, \quad w'(t_+, t_-) = \bar{E} \left(0, t_+ - t_- \frac{D_+}{D} \right). \quad (1.27)$$

$$\text{При интегрировании мы учли, что } \int_{-\infty}^{+\infty} dv_- \exp \left\{ -\frac{i}{2} v_- (t_- + Dz) \right\} = \delta(t_- + Dz).$$

Это означает, что если бифотон рождается в точке $-L < z < 0$ (D - положительная величина для кристаллов ББО), то холостой фотон будет зарегистрирован позже сигнального на время $D|z|$. Отсюда,

$$u'(t) = \Pi(t) = \begin{cases} \frac{1}{DL}, & 0 < t < DL \\ 0, & \text{в ост. случ.} \end{cases}$$

Аналогично находится амплитуда бифотонов, испущенных вторым кристаллом:

$$A''(t_+ + T, t_-) = g v''(t_+ + T) u''(t_-) w''(t_+ + T, t_-). \quad (I.28)$$

Заметим, что задержка T учитывается именно в аргументе t_+ , поскольку одновременно задерживаются и сигнальный и холостой фотон! Важно, что в

$$(28) v''(t_+ + T) = v_0 e^{-i\Omega_p(t_+ + T)} = v'(t_+) e^{-i\Omega_p T}. \quad (I.29)$$

Найдем теперь вероятность регистрации совпадений:

$$P_{\text{совп}} \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} dt_+ \int_{-\infty}^{+\infty} dt_- |A'(t_+, t_-) + A''(t_+ + T, t_-)|^2. \quad (I.30)$$

Откуда, полагая кристаллы одинаковыми, т.е. $v' = v''$, $u' = u''$, $w' = w''$ с точностью до аргументов:

$$P_{\text{совп}} \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} dt_+ \int_{-\infty}^{+\infty} dt_- |v(t_+) u(t_-) \{w(t_+, t_-) + e^{-i\Omega_p T} w(t_+ + T, t_-)\}|^2. \quad (I.31)$$

Заметим, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt_+ \exp \left\{ -\frac{\left(t_+ - t_- \frac{D_+}{D}\right)^2}{\sigma_p^2} \right\} = \sigma_p \sqrt{\pi}, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} dt_- u^2(t_-) = \left(\frac{1}{DL}\right)^2 \Big|_0^{DL} = \frac{1}{DL},$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt_+ \exp \left\{ -\frac{\left(t_+ - t_- \frac{D_+}{D}\right)^2}{2\sigma_p^2} \right\} \exp \left\{ -\frac{\left(t_+ + T - t_- \frac{D_+}{D}\right)^2}{2\sigma_p^2} \right\} = \sigma_p \sqrt{\pi} \exp \left\{ -\frac{T^2}{4\sigma_p^2} \right\}.$$

Окончательно, интеграл (38) сводится к функции:

$$P_{\text{совп}} = g_0 \frac{2\sigma_p \sqrt{\pi}}{DL} \left(1 + \cos(\Omega_p T) \exp \left\{ -\frac{T^2}{4\sigma_p^2} \right\} \right). \quad (I.32)$$

Это выражение имеет простой физический смысл. Вероятность регистрации совпадений в схеме, показанной на рис. I.3, периодически изменяется от некоторого значения до нуля в пределах огибающей, которая представляет собой автокорреляционную функцию импульса накачки.

Максимальное значение совпадений достигается при нулевой задержке. Заметим, что период модуляции определяется центральной частотой накачки, хотя задержка вносится в бифотонное поле. Это - хорошо известный в квантовой оптике эффект [63, 64, 36], основанный на строгом соотношении между фазами коррелирующих компонент при СПР: $\varphi_s + \varphi_i = \varphi_p$. В принципе, задержку можно вносить и до нелинейных кристаллов (см. рис.1.3) - непосредственно в поле накачки в одном из плеч интерферометра. Результат окажется в точности таким же. Этот факт недавно было предложено использовать при реализации схемы квантовой литографии, когда дифракционный предел на длине волны сигнального (холостого) излучения должен определяться пределом коротковолновой лазерной накачки [65-67]. В этой схеме критерий Рэлея, в принципе, можно превзойти в N раз при использовании N перепутанных фотонов (для двухфотонного СПР $N = 2$). Однако, в настоящее время этот метод можно рассматривать скорее, как красивую иллюстрацию особенностей ДИ, нежели как реальную экспериментальную процедуру преодоления дифракционного предела.

Учет поляризационного проектирования на направление пропускания поляризаторов (29) дает: $P_{совп} \propto$

$$\left(\sin^2 \Theta_1 \cos^2 \Theta_2 + \cos^2 \Theta_1 \sin^2 \Theta_2 + 2[\sin \Theta_1 \cos \Theta_2 \cos \Theta_1 \sin \Theta_2] \cos(\Omega_p T) \exp\left\{-\frac{T^2}{4\sigma_p^2}\right\} \right) \quad (1.33)$$

Тогда, при $\Theta_1 = \Theta_2 = 45^\circ$, получаем формулу (32). Меня задержку при этих значениях углов можно наблюдать ДИ. В этом случае она называется пространственно-временной. Выражение (40) при этом сводится к виду:

$$P_{совп} \propto \frac{1}{2} \left[1 + \cos(\Omega_p T) \exp\left\{-\frac{T^2}{4\sigma_p^2}\right\} \right]. \quad (1.34a)$$

Функция (34a) осциллирует при малых значениях T со 100%-ой видимостью; ее огибающая экспоненциально спадает при $T \rightarrow \infty$ до уровня 1/2.

Если же зафиксировать задержку, то, например, при $T = 0$ - можно наблюдать *поляризационную* ДИ, которая также имеет максимальную видность и описывается соотношением:

$$P_{\text{совн}} \propto \sin^2(\Theta_1 + \Theta_2). \quad (I.34б)$$

При $T = \pi$, получаем

$$P_{\text{совн}} \propto \sin^2(\Theta_1 - \Theta_2). \quad (I.34в)$$

Такая неклассическая интерференция впервые наблюдалась в работе Фридмана и Клаузера [26], а также исследовалась в [68, 69] и др. Выражение (34б) показывает, что поворачивая одновременно два поляроида P1 и P2, так, чтобы $(\Theta_1 + \Theta_2) = \pi n$, совпадения регистрироваться не будут! Этот результат противоречит наглядным классическим представлениям о прохождении света через поляризатор. При неограниченном росте задержки $T \rightarrow \infty$, а значит и аргумента экспоненты в (33), число совпадений описывается функцией:

$$P_{\text{совн}} \propto \sin^2 \Theta_1 \cos^2 \Theta_2 + \cos^2 \Theta_1 \sin^2 \Theta_2. \quad (I.34г)$$

Эта функция при $\Theta_1 = 0^\circ$ сводится к "тривиальному" двухфотонному закону Малюса: $P_{\text{совн}} \propto \sin^2 \Theta_2$ [70], а при $\Theta_1 = 45^\circ$ вообще перестает зависеть от ориентации второго поляроида: $P_{\text{совн}} \propto 1/2$. Именно поэтому для экспериментальной проверки двухфотонной интерференции ориентацию поляризаторов выбирают максимально "невыгодной" с точки зрения классических представления, когда $\Theta_{1,2} = \pm 45^\circ$.

Таким образом, предложенный метод синтеза состояний Белла, действительно дает 100%-ую модуляцию совместной регистрации событий двумя детекторами, что служит критерием проверки того, является ли соотношение (20) когерентной суперпозицией состояний или простой их смесью.

1.3.1 Эксперимент

Чтобы экспериментально убедиться в правильности сделанных выводов, необходимо было проверить три утверждения [71].

- наличие 100%-ой модуляции совпадений (32) в зависимости от задержки T при $\Theta_1 = \Theta_2 = 45^\circ$ (пространственно-временная интерференция),
- сравнить ширину распределения совпадений (32) с автокорреляционной функции накачки,
- наличие 100%-ой модуляции совпадений (34) в зависимости от ориентации одного из поляризаторов, когда $T = \pi$ (поляризационная интерференция).

Бифотонное излучение регистрировалось двумя. Импульсы с лавинных фотодиодов поступают на преобразователь уровней. Один из импульсов запускает время-амплитудный преобразователь; другой, пройдя через линию – подается на “stop”-вход. Амплитуда импульсов на выходе преобразователя, пропорциональная задержке между импульсами детекторов, дискриминируется одноканальным анализатором, выходные импульсы которого поступают на счетчик-таймер. Число таких импульсов в единицу времени и определяет скорость счета совпадений $R_{\text{совп}}$. Функция распределения амплитуд на выходе время-амплитудного преобразователя одновременно контролировалась с помощью быстрого АЦП.

Для измерения корреляционной функции излучения накачки перед детекторами были установлены интерференционные фильтры с центральной длиной волны 400нм и шириной 40нм. На рис. 1.5 показаны экспериментальные данные. Ширина огибающей на полувысоте составила 170фсек. Именно это значение нужно сравнить с шириной огибающей для ДИ (32). При измерении ДИ использовались два набора интерференционных фильтров. Результат, полученный при использовании пары фильтров с центральной длиной волны

800нм и шириной 10нм на полувысоте, показан на рис. I.6а. Заметим, что ширина спектра СПР при синхронизме типа II в кристалле ББО длиной 3.4мм составляет 3нм. Поэтому не стоит удивляться, что ширина распределения совпадений оказалась 310фсек, т.е. превосходила ширину, полученную для накачки. Скорее всего здесь еще сказывается эффект фильтрации, когда компоненты спектра СПР, далеко отстоящие от частоты вырожденного синхронизма, обрезаются фильтром. Чтобы проверить это предположение, такой же эксперимент был выполнен с фильтрами, ширина которых намного превосходит ширину спектра СПР - 40нм. Результат демонстрируется на рис. I.6б. - теперь ширина распределения совпадений совпадает с шириной КФ накачки. Видность ДИ оказалась на уровне 76%. В основном, ограничение видности связано с нестабильностью интерферометра и неточной пространственной юстировкой схемы. Другими словами, для наблюдения 100%-ой видности необходимо полное перекрытие двухфотонных амплитуд не только во времени (что достигается при изменении задержки T), но и в пространстве. Визуальный контроль за этим параметром отсутствует и конечный результат зачастую определяется чисто интуитивными соображениями, которыми руководствуется экспериментатор. Тем не менее, даже уровень 76%, несомненно можно считать успехом, поскольку он существенно превосходит все имеющиеся результаты по наблюдению ДИ в поле импульсной накачки.

Также были выполнены измерения и поляризационной ДИ. Для задержки, соответствующей минимуму интерференционной картины на рис. I.6б вблизи центра огибающей, проверялось соотношение (34). Видность картины при этом также превосходила 70%.

В заключение этого раздела отметим интересную особенность эффекта ДИ. Если бы в качестве накачки использовался непрерывный лазер, то не возникало бы необходимости устанавливать оптические оси кристаллов в ортогональных плоскостях. Действительно, для такой накачки бифотонная амплитуда перестает зависеть от параметра t_+ ! Это значит, что при

надлежащей компенсации дисперсии кристаллов $\frac{DL}{2}$, которая вносится в другой аргумент t_- , интерференция наблюдалась бы независимо от взаимной ориентации кристаллов. К сожалению, никому до сих пор не удалось проверить это предположение.

1.4. Приготовление состояний Белла с помощью СПР типа I.

Как уже отмечалось, первая попытка приготовления состояний Белла с помощью СПР с синхронизмом типа I была предпринята в [47]. В этой работе использовался один кристалл и светоделитель, перемешивающий неколлинеарные пучки сигнальных и холостых фотонов. Однако, после успешной реализации состояний Белла при СПР типа II [33] и особенно его неколлинеарного режима [72], использование одинаково поляризованных фотонов при СПР было приостановлено. В первую очередь это было связано с трудностью юстировки, поскольку требовалась интерферометрическая точность в выравнивании оптических путей. В 1999 году появилось две работы, в которых сообщалось об экспериментальной реализации перепутанных по поляризации фотонов на основе синхронизма типа I. В первой из них [28] два одинаковых кристалла (ББО) располагались подряд в общем пучке непрерывной одномодовой накачки. Оптические оси кристаллов были ориентированы под углами $+45^\circ$ и -45° к направлению поляризации накачки, соответственно. Поскольку ориентации кристаллов были одинаковыми и ортогональными, излучение СПР представляло собой два накладывающихся друг на друга конуса. Сопряженным направлениям распространения сигнальных и холостых фотонов отвечали противоположные образующие конусов, плоскость которых содержит волновой вектор накачки. Нетрудно понять, что в таких направлениях состояние поля имеет вид:

$$|\Phi_{12}\rangle = |H'_1, H'_2\rangle + e^{i\varphi_p} |V''_1, V''_2\rangle. \quad (1.35)$$

Фаза φ_p варьировалась при изменении относительной задержки между двумя поляризационными компонентами накачки V_p, H_p . Каждая из этих когерентных компонент отвечала за СПР в первом и во втором кристалле, соответственно. Как видно из (35) при значении фазы $\varphi_p = 0$ получается состояние Белла $\Phi^{(+)}$, а при $\varphi_p = \pi$ - состояние $\Phi^{(-)}$. Другие два состояния можно получить, если повернуть поляризацию в одной из мод на 90° .

В другой работе, хотя и не ставилось целью получение состояний Белла, были синтезированы принципиально новые состояния коллинеарных бифотонов [73]. В частности, можно было говорить о синтезе трех однопучковых состояний Белла $\Phi_o^{(+)}, \Phi_o^{(-)}, \Psi_o^{(+)}$, когда устанавливаются определенные фазовые соотношения между ортогональными поляризационными компонентами бифотонного поля. Как было показано выше состояния $\Phi_o^{(-)}$ и $\Psi_o^{(+)}$ переходят друг в друга при повороте линейного поляризационного базиса на 45° . Этот факт был продемонстрирован экспериментально. Принципиально, однако, что предложенная методика не дает возможности синтезировать аналог синглетного состояния $\Psi_o^{(-)}$. Для приготовления синглетного состояния приходится жертвовать частотным вырождением или, по-другому говоря переходить к двухмодовому (по частоте) описанию:

$$|\Psi_{\omega_1\omega_2}^-\rangle = |H_{\omega_1}, V_{\omega_2}\rangle + e^{i\varphi_p} |V_{\omega_1}, H_{\omega_2}\rangle.$$

Такие эксперименты тоже были выполнены недавно. Схема, предложенная в [73] состояла из интерферометра Маха-Цандера, внутрь которого помещался один кристалл LiIO_3 . Расстояние между пучками накачки в интерферометре было около 1 см, что давало возможность возбуждать СПР в одном кристалле. Поляризация одного из бифотонных пучков поворачивалась внутри интерферометра на 90° . Поэтому на выходе поляризационного светоделителя PBS оба ортогонально поляризованных пучка бифотонов смешивались без

потерь и образовывали когерентную суперпозицию двух поляризационных состояний одной пространственной моды:

$$|\Psi\rangle = |H^I, H^I\rangle + e^{i\varphi_p} |V^I, V^I\rangle. \quad (1.36)$$

Здесь индексы I, II относятся к двум пространственным областям, излучающим бифотоны. Переход к другим поляризационным состояниям поля осуществлялся изменением фазы φ_p и помещением унитарных преобразователей поляризации в пучок бифотонов. Основным недостатком предложенной в [73] схемы является нестабильность интерферометра, разность плеч которого должна контролироваться с точностью до долей длины волны накачки. Тем не менее, даже без использования голографического стола была достигнута стабильность около 20 мин. Отметим интересную особенность обсуждаемой схемы. Внешне она выглядит как интерферометр Маха-Цандера, хотя бы потому, что основной компонент ее и выполнен в виде этого интерферометра. Однако, с точки зрения наблюдаемого эффекта - интерференции четвертого по полю порядка - схема эквивалентна обсуждавшейся в гл. III конфигурации Юнга! Это парадоксальное, на первый взгляд, утверждение основано на критерии наблюдения интерференции четвертого порядка. Согласно критерию $Ltg\theta_0 \ll a$, т.е. сигнальные моды не должны пересекать поперечных неоднородностей рассеивающего объема. Именно это и происходит в этой схеме, где сигнальное излучение в "одном" кристалле не проходит через "другой" кристалл (здесь под кристаллом понимается область взаимодействия мод p, s, i). Аналогичные эксперименты были выполнены и в настоящей схеме Юнга [74], где упомянутый критерий тоже выполняется. В отличие от схемы с использованием интерферометра Маха-Цандера, схема Юнга является принципиально стабильной. Однако основным ее недостатком является то, что удастся работать лишь с небольшой долей пространственного (углового) распределения интенсивности БП, которое

из-за дифракции имеет расходимость порядка $\Delta\vartheta \propto a/\lambda_p$, где a - ширина одной щели.

Схема с использованием интерферометра Маха-Цандера легла в основу идеи генерации состояний Белла при импульсной накачки. Поскольку состояния Белла являются двухмодовыми состояниями поля, то для их получения нужно модифицировать схему установки, заменив поляризационный светоделитель на неполяризационный. Тогда общее состояние в двух его выходных мод 1 и 2 будет представлять собой суперпозицию:

$$|\Phi_{12}\rangle = |H_1', H_2'\rangle + e^{i\varphi_p} |V_1'', V_2''\rangle. \quad (1.37)$$

Рассмотрим подробнее, какой вид будет иметь вероятность совпадений фотоотсчетов между детекторами, помещенными в моды 1 и 2. Известно, что критерием "чистоты" приготовления состояний Белла (37) служит 100%-ая видность интерференционной картины, наблюдаемой в совпадениях. При дальнейших рассуждениях мы не предполагаем никакой дополнительной фильтрации бифотонного поля.

Схема вычислений будет точно такой же как и в предыдущем разделе. Однако, расчет для синхронизма типа II оказывается гораздо сложнее (и не доводится до ответа, выписанного в аналитическом виде) из-за специфики спектра СПР в этом случае. Эта специфика вызвана необходимостью учета квадратичных членов в разложении волновой расстройки в ряд вблизи положения точного синхронизма:

$$\Delta(k_s, k_i) = k_p - k_s - k_i. \quad (1.38)$$

Разложим каждый из векторов в (38) в ряд по частоте вблизи центральной спектральной компоненты:

$$k_j = K_j(\Omega_j) + \frac{dk_j(\Omega_j)}{d\omega_j} v_j + \frac{1}{2} \frac{d^2 k_j(\Omega_j)}{d\omega_j^2} v_j^2, \quad (1.39)$$

где $j = p, s, i$. После подстановки (39) в (38) получаем:

$$\Delta k = -v_p \left[D_+ + \frac{1}{4} D^* v_p \right] - \frac{1}{4} D^* v_p^2, \quad (I.40)$$

где введено обозначение $D^* = \frac{d^2 K_0(\Omega = \Omega_p/2)}{d\Omega^2}$.

После отбрасывания малого слагаемого $\frac{1}{4} D^* v_p^2$ волновая расстройка при импульсной накачке и синхронизме типа II приобретает окончательный вид:

$$\Delta k = -v_p D_+ - \frac{1}{4} D^* v_p^2. \quad (I.41)$$

Как и в (21) мы должны найти квадрат модуля амплитуды бифотона

$$A(t_+, t_-) = A'(t_+, t_-) + A''(t_+ + T, t_-). \quad (I.42)$$

Каждая из амплитуд, входящая в (42), с учетом (41) имеет вид:

$$A'(t_+, t_-) = g e^{-i\Omega_p t_+} \int_{-\infty}^{+\infty} dv_p \int_{-\infty}^{+\infty} dv_- \bar{E}_p \exp\left\{-\frac{i}{2} v_- t_- - i v_p t_+\right\} \int_{-L}^0 \exp\left\{-iz \left(\frac{v_-^2 D^*}{4} + v_p D_+\right)\right\}. \quad (I.43)$$

Это выражение можно записать в терминах двух функций:

$$A(t_+, t_-) = v(t_+) w(t_+, t_-), \quad (I.44)$$

$$\text{где } v(t_+) = v_0 e^{-i\Omega_p t_+}, \quad (I.45)$$

$$w = \int_{-L}^0 dz \int_{-\infty}^{+\infty} dv_p \int_{-\infty}^{+\infty} dv_- e^{-i\Omega_p t_+} \exp\left\{-i \left[v_p D_+ + \frac{v_-^2}{4} D^* \right] z\right\} \bar{E}(v_p) \exp\left\{-i \left[v_p t_+ + \frac{v_- t_-}{2} \right]\right\}. \quad (I.46)$$

Интегрирование по трем переменным в (46) дает:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dv_p \exp\left\{-i v_p [D_+ z + t_+]\right\} = \bar{E}_p(0, t_+ + D_+ z). \quad (I.47)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dv_- \exp\left\{-i \left[\frac{v_-^2}{4} D^* z + \frac{v_-}{2} t_- \right]\right\} = \sqrt{\frac{4\pi}{i D^* z}} \exp\left\{\frac{i t_-^2}{4 D^* z}\right\}. \quad (I.48)$$

В итоге, после учета гауссова спектра накачки и замены переменных $z_1 = -z$, $dz_1 = -dz$, функции $w(t_+, t_-)$ принимают вид:

$$w(t_+, t_-) = \int_0^L dz_1 \sqrt{\frac{4\pi i}{D^* z_1}} \exp\left\{-i \frac{t_-^2}{4D^* z_1}\right\} \exp\left\{-\frac{(t_+ - D_+ z_1)^2}{2\sigma_p^2}\right\}. \quad (1.49)$$

Это выражение можно упростить, используя подстановку $\sqrt{z_1} = u\sqrt{L}$, $\rightarrow dz_1 = 2\sqrt{Lz_1} du$.

Тогда

$$w(t_+, t_-) = c_0 \int_0^1 du \exp\left\{-i \frac{t_-^2}{4D^* u^2 L}\right\} \exp\left\{-\frac{(t_+ - D_+ u^2 L)^2}{2\sigma_p^2}\right\}. \quad (1.50)$$

При нахождении вероятности совпадений, как и в предыдущем разделе, появляется интерференционный член вида $w'(t_+, t_-) w''^*(t_+ + T, t_-)$, где T - задержка, вносимая в один из бифотонных пучков:

$$\int_0^1 du_1 \int_0^1 du_2 \exp\left\{\frac{it_-^2}{4D^* L} \left(\frac{1}{u_1^2} - \frac{1}{u_2^2}\right)\right\} \exp\left\{-\frac{(t_+ - D_+ u_1^2 L)^2}{2\sigma_p^2} - \frac{(t_+ + T - D_+ u_2^2 L)^2}{2\sigma_p^2}\right\}. \quad (1.51)$$

Окончательное распределение необходимо проинтегрировать по всем временным аргументам t_+ , t_- . Интегрирование по t_- дает:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt_- \exp\left\{\frac{it_-^2}{4D^* L} \left(\frac{1}{u_1^2} - \frac{1}{u_2^2}\right)\right\} = \sqrt{\frac{i\pi 4D^* u_1^2 u_2^2}{(u_1^2 - u_2^2)}}, \quad (1.52)$$

а интегрирование по t_+ :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt_+ \exp\left\{-\frac{(t_+ - D_+ u_1^2 L)^2}{2\sigma_p^2} - \frac{(t_+ + T - D_+ u_2^2 L)^2}{2\sigma_p^2}\right\} = \sqrt{\pi} \sigma_p \exp\left\{-\frac{(T - D_+ L(u_1^2 - u_2^2))^2}{4\sigma_p^2}\right\},$$

так что итоговое выражение для числа совпадений имеет вид:

$$P_{\text{сов}} \propto \int_{-\infty}^{+\infty} dt_+ \int_{-\infty}^{+\infty} dt_- \left| -\sin \Theta_1 \sin \Theta_2 w'(t_+, t_-) + \cos \Theta_1 \cos \Theta_2 e^{-i\Omega_p T} w''(t_+ + T, t_-) \right|^2, \quad (1.53)$$

и, соответственно:

пространственно-временная интерференция (поляроиды A_1 и A_2 установлены под $\pm 45^\circ$ к вертикальному направлению) описывается:

$$P_{\text{совн}} \propto 1 - V(T) \cos(\Omega_p T), \quad (1.54)$$

поляризационная интерференция описывается выражением:

$$P_{\text{совн}} \propto \cos^2(\Theta_1 - \Theta_2), \text{ для } \Omega_p T = 0. \quad (1.55)$$

Функцию $V(T)$ можно интерпретировать как видность интерференционной картины. Она определяется задержкой T , параметрами кристалла и спектра накачки:

$$V(T) = C \int_0^1 du_1 \int_0^1 du_2 \frac{u_1 u_2}{\sqrt{u_1^2 - u_1^2}} \exp \left\{ - \frac{(T - D_p L (u_1^2 - u_2^2))^2}{4\sigma_p^2} \right\}. \quad (1.56)$$

Интересно, что функция $V(T)$ не содержит под интегралом членов пропорциональных D^n . Эта величина является второй производной закона дисперсии кристалла и отвечает за формирование частотного спектра СПР при синхронизме типа II! Возможно, для точного учета формы огибающей числа совпадений $V(T)$ нельзя отбрасывать малый параметр $\frac{1}{4} D^n v_p^2$, что было сделано на этапе получения волновой расстройки (41).

1.4.1 Эксперимент

В эксперименте использовались два кристалла БО длиной 3.4мм каждый. Для получения синхронизма типа I при длине волны накачки 400нм кристаллы были вырезаны под углом 42.35° к оптической оси. Кристаллы помещались в интерферометр Маха-Цандера. Накачкой служил титан-сапфировый лазер. Частота повторения импульсов составляла 82МГц. Несущая частота импульсов накачки удваивалась в кристалле БО толщиной 100мкм. Ультрафиолетовые импульсы накачки попадали на вход интерферометра через поляризационный светоделитель PBS. Чтобы обеспечить одинаковую интенсивность в двух

плечах интерферометра вертикальная поляризация накачки до светоделителя поворачивалась на 45° с помощью полуволновой пластинки. Общая длина каждого из плеч интерферометра составляла около 7 см. После возбуждения в кристаллах ББО СПР второго типа, накачка блокировалась фильтрами М3 и М4. Поворотное зеркало М2 передвигалось при помощи шагового двигателя для изменения задержки T .

Прежде всего была получена корреляционная функция лазерного импульса тем же методом, который был рассмотрен в предыдущем разделе. Результат показан на рис. 1.9а. Ширина КФ на полувысоте составила 200 фсек.

На рис. 1.9б показан результат измерения числа совпадений между двумя детекторами как функция положения зеркала М2. Перед детекторами были установлены фильтры с шириной на полувысоте 10 нм. Как и предсказывается теорией (54) наблюдается модуляция числа совпадений в пределах огибающей. Ширина этого распределения составляет около 800 фсек. Этот рисунок соответствует пространственно-временной интерференции, когда оба поляроида были установлены под $\pm 45^{\circ}$ к вертикальному направлению. Каждая вертикальная полоска на рисунке - это несколько периодов синусоиды, период которой совпадает с периодом волны накачки $= \frac{\lambda_p}{c} = 1.33 \text{ фсек}$. При этом численный расчет по формуле (56) с учетом фильтрации дает ширину распределения 770 фсек, что в пределах ошибки совпадает с наблюдаемой. Для большей спектральной ширины фильтров (40 нм) форма огибающей числа совпадений практически не меняется, однако видность картины слегка уменьшается. Уменьшение видности связано, в первую очередь, с трудностью юстировки широкополосного излучения, т.е. необходимостью очень качественного пространственного перекрытия амплитуд бифотонов, испущенным из каждого кристалла.

Для преодоления фактора нестабильности интерферометра, всегда присутствующего при интерферометрических измерениях, была предложена более простая коллинеарная схема расположения нелинейных кристаллов [75].

Эта схема показана на рис. I.10а. Физически она не отличается от той, которая обсуждалась выше. Два одинаковых кристалла ББО как и в [28] установлены так, что их оптические оси развернуты на 90° . Поэтому, на выходе неполяризованного светоделителя состояние бифотонного поля имеет вид:

$$|\Phi_{12}\rangle = |H'_1, H'_2\rangle + e^{i\varphi_p} |V''_1, V''_2\rangle.$$

(I.57) Существует очень важная особенность генерации состояний Белла в коллинеарной схеме. Она вызвана тем, что короткие импульсы накачки и бифотонного поля испытывают дисперсию при последовательном прохождении через два кристалла. Если дисперсия велика, то две амплитуды в (57) перестают перекрываться во времени и состояние из когерентной суперпозиции превращается в простую смесь. Рассмотрим подробнее условия, которые нужно выполнить для перекрытия двух амплитуд в (57). Пусть оптическая ось первого кристалла лежит в горизонтальной плоскости, а второго - в вертикальной. Горизонтальная поляризационная компонента накачки вызывает СПР в первом кристалле. При этом вертикальная компонента, которая должна возбуждать СПР во втором кристалле, из-за дисперсии задерживается относительно горизонтальной (см. рис. I.10). Здесь рассуждения проводятся сразу для кристалла ББО, который является отрицательным.

Бифотоны с удвоенной длиной волны рождаются по всей длине первого кристалла и являются обыкновенными с точки зрения поляризационных состояний кристалла, т.е. имеют вертикальную поляризацию (тип I). При этом они распространяются быстрее импульса накачки, а моменты их рождения распределены по времени относительно импульса накачки на величину:

$$D_+L = \left(\frac{1}{u_o^{СПР}(800\text{нм})} - \frac{1}{u_e^{рмп}(400\text{нм})} \right) L \approx 1.8 \times 10^{-12} \times 0.34\text{см} = 612\text{фсек}. \quad (I.58)$$

Здесь, как обычно под $u_o^{СПР}$, $u_e^{рмп}$ понимаются групповые скорости бифотонов (обыкновенные, V) и накачки (необыкновенной, H). После этого, попадая во второй кристалл (ориентированный под 90° , относительно первого)

бифотоны становятся необыкновенными возбуждениями кристалла. В то же время вертикальная компонента накачки становится необыкновенной во втором кристалле и возбуждает обыкновенные бифотоны, поляризованные в горизонтальном направлении. Они распределены относительно возбуждающего (вертикально поляризованного) импульса накачки в соответствии с (58) только с обратным знаком. Нетрудно сообразить, что при одинаковых длинах кристаллов ортогонально поляризованные компоненты накачки совпадут во времени на задней поверхности второго кристалла. Так, что момент прихода импульса накачки на заднюю грани второго кристалла можно считать реперным и отсчитывать от него все задержки. Остается учесть относительную задержку обыкновенного импульса накачки относительно необыкновенных бифотонов, рожденных в первом кристалле:

$$D_+^{inv}L = \left(\frac{1}{u_e^{CIP}(800\text{нм})} - \frac{1}{u_0^{PIMP}(400\text{нм})} \right) L \approx 4.4 \times 10^{-12} \times 0.34\text{см} = 1.41\text{псек}.$$

Итоговая задержка между бифотонами, излученными из разных кристаллов составляет $D_+L - D_+L + D_+^{inv}L \approx 1.41\text{псек}$. Таким образом, для перекрытия амплитуд бифотонов во времени необходима компенсация вертикальной поляризационной компоненты (опережающей) относительно горизонтальной на 1.41псек . В эксперименте такая компенсация осуществлялась с помощью набора стержней разной длины (20мм и 12.5мм) и нескольких пластин длиной 560мм, изготовленных из кристаллического кварца. Поворотом в противоположных направлениях двух тонких пластин осуществлялась тонкая подстройка задержки в пределах нескольких длин волн. Были использованы следующие эффективные задержки поляризационных компонент: -188мм (-627фсек), -118мм (-393фсек), 5.6мм (19фсек), 11.2мм (37фсек), 16.8мм (56фсек), 22.4мм (75фсек), 56мм (187фсек), 118мм (393фсек) и 188мм (627фсек). На рис.1.16 показана зависимость видности пространственно-временной интерференции от задержки между амплитудами бифотонного поля H и V на выходе из второго кристалла. Как и ожидалось,

максимум видности приходится на задержку около 1500 фсек. Исходя из представленной простой модели при бесконечно узком импульсе накачки (δ -импульс), ширина распределения совпадений должна совпасть с шириной конволюции двух прямоугольных импульсов длительностью 612 фсек. Каждый импульс, грубо говоря, описывает временное распределение амплитуды бифотона. Однако, эксперимент дает большее значение ширины огибающей - около 750 фсек. Мы связываем это с конечной длительностью импульса накачки, что в итоге должно уширять наблюдаемое распределение. Тем не менее видно, что даже такая простая модель удовлетворительно описывает экспериментальные результаты.

На рисунке I.11a показан участок интерференционной картины (пространственно-временной), полученной при плавном увеличении задержки вблизи области полной компенсации ($\tau \approx 1.5$ псек). Поляризаторы установлены под углом $\pm 45^\circ$. Период модуляции совпадает с длиной волны накачки, как и предсказывается (54). На рисунках I.11б,в представлена поляризационная интерференция для состояний Белла $|\Phi^{(-)}\rangle$ (б) и $|\Phi^{(+)}\rangle$ (г). Первому состоянию отвечает минимум в пространственно-временной интерференции (деструктивная интерференция, $\varphi_p = \pi$), а второму - максимум (конструктивная интерференция, $\varphi_p = 0$). Поляризационная интерференция при этом описывается соотношением:

$$P_{\text{совп}} \propto \left| \langle \Theta_2, \Theta_1 | \Phi^{(\pm)} \rangle \right|^2 \propto \cos^2(\Theta_1 \mp \Theta_2). \quad (I.59)$$

Заметим, что в методе приготовления состояний Белла на основе синхронизма типа I требуется амплитудная пост-селекция, а при использовании синхронизма типа II - нет. Был также реализован метод, с помощью которого удалось избежать амплитудной пост-селекции при генерации состояний Белла в кристаллах с синхронизмом типа I.

Тем не менее, представляется, что рассмотренные интерференционные методы служат универсальным инструментом для синтеза состояний Белла.

Эти методы одинаково хорошо работают и при импульсной и при непрерывной накачке. Нестабильность интерферометров вряд ли стоит считать серьезной технической проблемой. Развитием рассмотренного метода является приготовление состояний Белла невырожденных по частоте. Такие состояния интересны как с фундаментальной, так и с прикладной точек зрения. Далее будет рассмотрена экспериментальная реализация эффекта квантовой телепортации (КТ). Одним из основных элементов протокола КТ служит состояние Белла двух перепутанных частиц. Именно возможность синтеза невырожденных максимально перепутанных состояний бифотонного поля позволила успешно продемонстрировать этот эффект.

1.5 Классификация экспериментов по наблюдению двухфотонной интерференции.

В заключение этого раздела кратко рассмотрим следующую классификацию экспериментов по двухфотонной интерференции. Поскольку амплитуда бифотонного поля содержит два временных аргумента $A = A(t_+, t_-)$, представляется целесообразным разделять эффекты, связанные с добавлением задержки к аргументу $t_+ \rightarrow t_+ + T$ и к аргументу $t_- \rightarrow t_- + T$. Интерференционные эффекты, связанные с первым утверждением, подробно рассматривались в этой главе. Здесь задержка относится к бифотону как к целому. Другими словами, один бифотон задерживается относительно другого (когерентного с первым). Аналогом этого эффекта служат любые классические интерферометрические эксперименты, где важна длина когерентности поля (например, в интерферометрах Маха-Цандера, Майкельсона и проч.). ДИ проявляется в виде периодической модуляции с периодом, равном длине волны накачки. Мерой когерентности бифотона выступает длина когерентности (или длительность импульса) накачки.

Другой класс двухфотонных эффектов не имеет прямого классического аналога. Здесь задержка вносится между сигнальным и холостым фотоном.

Если рассматривать бифотон как волновой пакет, то в экспериментах такого рода должна проявляться длина когерентности бифотонного волнового пакета. Это очень маленькая величина. Время когерентности бифотонного поля обратно пропорционально ширине спектра СПР, которая, для характерных толщин нелинейных кристаллов, порядка нескольких миллиметров, составляет от единиц до десятков нанометров. Ширина спектра, как отмечалось выше, определяется типом синхронизма. Для синхронизма типа I спектр описывается функцией $\sin c^2 \{ \Delta(\omega) L \}$, а для синхронизма типа II - функцией, зависящей от квадрата частоты $\sin c^2 \{ \Delta(\omega^2) L \}$.

Соответственно, время когерентности оказывается порядка десятка - сотни фемтосекунд. Первые эксперименты в этом направлении были выполнены в 1987 году Манделем, Оу и Хонгом [76], а затем многократно повторены практически во всех ведущих лабораториях квантовой оптики мира. В этом классе, ДИ проявляется в виде провала совпадений фотоотсчетов до уровня случайных совпадений - т.н. эффект антикорреляции. В таблице 1 перечислены наиболее характерные параметры двухфотонной интерференции (режим накачки, тип синхронизма, количество нелинейных кристаллов, тип модуляции) и приведены ссылки на лаборатории, в которых впервые наблюдался тот или иной режим ДИ - "провал" или "модуляция". Иногда можно наблюдать два типа интерференции одновременно [77]. В таких случаях задержка вносится в оба аргумента амплитуд бифотонов. Как правило, это становится возможным при проектировании состояния бифотона в какой-нибудь поляризационный базис, например, при использовании двупреломляющих кристаллов. При этом задержка, возникающая между поляризационными компонентами в новом базисе, прикладывается и к t_+ , и к t_- . Поляризационный анализ получившегося бифотонного состояния не всегда тривиален, и зачастую приводит к ошибкам [78]. Удобный инструмент для такого анализа был предложен Д.Н.Клышко [79], и по-видимому, впервые реализован в [73, 74, 77].

Часть II. ОПТИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

II.1 Квантовая телепортация с измерением полного набора состояний

Белла.

В 1993 году вышла работа Ч.Беннета, Дж.Брассарда, К.Крепэ, Р. Джозса, А.Переса и У.Уотера "Телепортация неизвестного квантового состояния посредством двоичного классического канала и канала Эйнштейна-Подольского Розена"[24]. В этой статье была рассмотрена идея о возможности копирования неизвестного произвольного квантового состояния. При этом точная копия начального состояния возникает в удаленной пространственно-временной точке. Считалось, что дистанционное копирование состояний найдет применение в быстро развивающейся в последние годы области - квантовой информатике. В основе преобразований квантовой информации лежат четыре

фундаментальных свойства квантовых систем [80]:

суперпозиция - произвольная линейная комбинация классических базовых состояний;

интерференция - усиление или ослабление некоторых компонент состояний в зависимости от соотношения фаз между ними;

перепутывание - определенным состояниям квантовой системы в целом не соответствуют определенные состояния ее составных частей;

неклонируемость и неопределенность - неизвестное квантовое состояние нельзя точно скопировать и нельзя измерить без его возмущения [81, 82]

При огромном интересе, который вызван работой [24], к настоящему времени известно лишь несколько экспериментальных работ, посвященных эффекту квантовой телепортации (КТ). Три из них появились в 1998 году [83-85] и одна - в 2001 году [71]. Такое малое число экспериментальных работ объясняется, прежде всего, значительными трудностями как принципиального, так и технического характера, возникающими при реализации КТ. Интересно, что все четыре работы были выполнены на оптических системах, которые, как известно, не представляют большого интереса для квантовой информатики. Это

связано с малыми величинами восприимчивостей высших порядков, отвечающих за процессы взаимодействия световых полей.

В оптических системах синтез состояний Белла происходит на основе эффекта СПР - т.е. с использованием пар коррелированных фотонов, приготовленных в специальных состояниях. В предыдущих главах подробно рассматривались способы воздействия на бифотонные поля. В этом разделе будет показано как используя все три известных способа можно реализовать протокол квантовой телепортации.

II.1.1 Протокол квантовой телепортации

Под протоколом мы будем понимать последовательность манипуляций, приводящих к решению данной задачи. Итак, протокол квантовой телепортации содержит четыре основных группы операций.

1. *Приготовление начального состояния частицы "1". Это состояние представляет собой суперпозицию двух базисных (булевых) состояний*

$$\Psi_1 = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad (\text{II.1})$$

где комплексные амплитуды α и β связаны условием нормировки $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$.

2. *Приготовление состояния Белла двух частиц частиц "2" и "3". В оригинальной работе [24] использовалось синглетное состояние*

$$|\Psi_{23}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |0_2\rangle|1_3\rangle - |1_2\rangle|0_3\rangle \}. \quad (\text{II.2})$$

3. *Измерение состояний Белла двух частиц "1" и "2". Другими словами совместное состояние двух частиц "1" и "2" проектируется в базис состояний Белла $|\Psi_{12}^{(-)}\rangle, |\Psi_{12}^{(+)}\rangle, |\Phi_{12}^{(-)}\rangle, |\Phi_{12}^{(+)}\rangle$.*

4. *Передача (сообщение) результата измерений (2 бита классической информации) по классическому каналу.*

5. *Выполнение трех унитарных преобразований над частицей "3" в соответствии с полученным сообщением.*

Пятая группа операций - выполнение унитарных преобразований - считается тривиальной. В случае поляризованных состояний света, использованных в работах [83, 84, 71], эти преобразования состоят в повороте двух или одной полуволновых пластин на разные углы.

Традиционно принято считать, что третья группа операций выполняется участником протокола с именем Алиса, а четвертая - Бобом. Иногда присутствует и третий участник - с именем Виктор, сверяющий конечное и исходное состояния [85], и без имени - "ассистент", помогающий Алисе приготовить ее состояние [84].

Всю схему квантовой телепортации можно представить в виде двух станций - станции Алисы и станции Боба. Первая имеет два входа и один выход. На первый вход поступает частица "1" в состоянии (1) , а на другой - половина перепутанной пары - частица "2". Выход Алисы подключен к классическому каналу связи, по которому передается четыре возможных исхода измерения состояний Белла, т.е. 2 бита классической информации. Станция Боба также имеет два входа и один выход. На первый вход поступает информация, переданная Алисой по классическому каналу, а на второй - другая половинка перепутанной пары - частица "3". После выполнения Бобом трех унитарных преобразований частица "3" в скорректированном состоянии поступает на выход. При этом, как будет показано ниже, состояние частицы "3" на выходе станции Боба тождественно (является точной копией) неизвестного состояния частицы "1" - протокол КТ завершается.

Математически протокол КТ описывается предельно просто. Рассмотрим совместное состояние трех частиц до того как две из них попали к Алисе:

$$|\Psi_{123}\rangle = \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \{|0_1\rangle|0_2\rangle|1_3\rangle - |0_1\rangle|1_2\rangle|0_3\rangle\} + \frac{\beta}{\sqrt{2}} \{|1_1\rangle|0_2\rangle|1_3\rangle - |1_1\rangle|1_2\rangle|0_3\rangle\}. \quad (\text{П.3})$$

Прямые произведения $|1\rangle|2\rangle$ теперь представим в терминах четырех состояний Белла $|\Psi_{12}^{(-)}\rangle, |\Psi_{12}^{(+)}\rangle, |\Phi_{12}^{(-)}\rangle, |\Phi_{12}^{(+)}\rangle$:

$$\begin{aligned}
 |\Psi_{123}\rangle = & \frac{1}{2} [|\Psi_{12}^{(-)}\rangle (-\alpha|0_3\rangle - \beta|1_3\rangle) + |\Psi_{12}^{(+)}\rangle (-\alpha|0_3\rangle + \beta|1_3\rangle) + \\
 & + |\Phi_{12}^{(-)}\rangle (\alpha|1_3\rangle + \beta|0_3\rangle) + |\Phi_{12}^{(+)}\rangle (\alpha|1_3\rangle - \beta|0_3\rangle)].
 \end{aligned}
 \tag{II.4}$$

Видно, что общее состояние трех частиц представляется суммой четырех слагаемых, каждое из которых факторизовано в отношении состояния Белла частиц "1" и "2" и состояния третьей частицы. Вероятность измерения того или иного состояния Белла из (4) равна 1/4. Таким образом после измерения Алисы частица "3", находящаяся в станции Боба, окажется спроектированной на одно из четырех состояний, фигурирующих в (6). Эти состояния можно записать в виде:

$$\begin{aligned}
 -|\Psi_3\rangle & \equiv -\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = -I \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}, \quad \sigma_z |\Psi_3\rangle = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} |\Psi_3\rangle, \\
 \sigma_x |\Psi_3\rangle & = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} |\Psi_3\rangle, \quad -i\sigma_y |\Psi_3\rangle = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} |\Psi_3\rangle.
 \end{aligned}
 \tag{VI.5}$$

Каждое из этих четырех возможных состояний частицы "3" связано линейным преобразованием с состоянием исходной частицы "1". Поэтому, получив информацию от Алисы, какое именно состояние Белла в данный момент она измерила (с вероятностью 1/4), Боб должен выполнить это преобразование, получив в итоге исходное. Причем, в одном из четырех случаев, как видно из (5), Бобу вообще не нужно ничего делать со своей частицей. Мы рассмотрим эти преобразования при описании конкретного эксперимента. Таким образом, становится понятно, что в результате КТ происходит расщепление информации о состоянии частицы "1". Одна часть этой информации - результат измерения Алисы совместного состояния частиц "1" и "2" - передается по классическому каналу связи. Попросту говоря это одно из четырех возможных закодированных сообщения, например, в цвете четырех ламп. Каждому состоянию Белла приписывается лампа определенного цвета, которые вспыхивают всякий раз, когда измеряется данное состояние. Боб, увидев вспышку определенного цвета (или получив эту информацию по

телефону) выполняет соответствующее преобразование над своей частицей”3”, тем самым корректируя ее состояние. Подчеркнем, что эти преобразования являются унитарными, т.е. сохраняющими энергию - число частиц в протоколе КТ остается неизменным.

Другая часть информации - квантовая. Она заложена в полных корреляциях, существующих между частицами “2” и “3”, иными словами в состоянии Белла, которое используется во второй группе операций протокола (см. выше). Обратим внимание на некоторые особенности этого протокола.

Сформулированное выше требование о запрете клонирования неизвестного состояния выполняется. Исходное состояние, записанное на частице “1” *уничтожается* в результате измерения совместного состояния Белла частиц “1” и “2”.

Ни Алиса, ни Боб *ничего не знают* об исходном состоянии, поскольку владеют только частью полной информации - той, которая передается по классическому каналу.

На выходе станции Боба создается, в принципе, *точная копия* исходного состояния. Причем состояние это по-прежнему неизвестное.

Копирование происходит *не мгновенно*, а по крайней мере, спустя время, которое нужно затратить на передачу классического сообщения от Алисы к Бобу.

П.1.2 Обзор экспериментальных результатов по квантовой телепортации

Рассмотрим кратко три эксперимента, демонстрирующие эффект КТ.

В работе группы А.Цайлингера [83] входным состоянием являлось поляризационное состояние одного из двух коррелированных фотонов, рождающихся в результате СПР. Две пары коррелированных фотонов возбуждалось при двукратном прохождении фемтосекундного лазерного импульса через нелинейный кристалл. Один фотон, таким образом оказывался дополнительным - его использовали как “триггер”, присутствие которого указывало на наличие второй пары. Пары приготавливались в состоянии Белла

$|\Psi_{23}^{(-)}\rangle$. Фотон из первой пары (после первого прохода лазерного импульса) смешивался на неполяризационном светоделителе с одним из фотонов другой пары. При точном совпадении оптических путей этих фотонов, в совпадениях отсчетов детекторов, стоящих в выходных модах светоделителя наблюдается эффект антикорреляции. В этом случае исчезают совпадения между детекторами. Ни исходное состояние телепортируемого фотона, ни состояние той половинки перепутанной пары, с которой он смешивается на светоделителе не имеют определенного поляризационного состояния. Следовательно, эффект антикорреляции будет иметь место в s случаях от общего числа испытаний. Именно такому числу исходов отвечают события, при которых поляризации фотона "1" и фотона "2" совпадают (обе - либо вертикальные, либо горизонтальные, в соответствующем базисе). В остальных случаях совпадения будут происходить, поскольку при ортогональных поляризациях эффекта антикорреляции нет. Поскольку состояние Белла фотонов "2" и "3" - синглетное, то каждый раз совпадение отсчетов двух детекторов, стоящих позади светоделителя (отсутствие эффекта антикорреляции) сопровождается копированием поляризации исходного фотона "1". Действительно, всегда $\vec{e}_2 \perp \vec{e}_3$, в силу выбора состояния Белла. В то же время, при отсутствии эффекта антикорреляции $\vec{e}_1 \perp \vec{e}_2$, следовательно $\vec{e}_1 \parallel \vec{e}_3$. Ясно, что "чистота" копирования составляет лишь 25% - по вероятности измерения синглетного состояния Белла с помощью светоделителя. В остальных случаях копирование не происходит - через станцию Боба пролетают "лишние" фотоны. Такой результат связан со спецификой использованного в этой работе измерения состояния Белла. Д.Н.Клышко [86, 87] предложил убрать такие фотоны введением затвора, срабатывающего только при поступлении импульса совпадения от станции Алисы. Таким образом полное копирование поляризационного состояния в обсуждаемой схеме возможно только при помощи неунитарной операции - поглощении "лишних" фотонов. В той же

работе [86] рассматривается способ увеличения благоприятных исходов копирования до 50%.

Другая работа была выполнена группой Де-Мартини [84] из Рима. Суть ее сводится к предложенной Попеску [88] идее двучастичной (вместо трехчастичной) телепортации. В целом два этих протокола совпадают, однако в варианте Попеску, входное состояние отсутствует. Вместо этого предлагается использовать какую-нибудь степень свободы одной из частиц перепутанной пары, которая не задействована в перепутывании. В эксперименте, сначала получают фотоны, перепутанные по направлению распространения, т.е. по импульсам. Далее в протоколе появляется “ассистент”, помогающий Алисе закодировать состояние прямо в ее компоненте синглетной пары, вместо того, чтобы кодировать его в третьей частице. Конкретно, “ассистент” преобразует состояние с определенной поляризацией в суперпозицию $\Psi_2 = \alpha|H\rangle + \beta|V\rangle$. В такой двух-частичной схеме действия Алисы проще, чем в трех-частичной схеме. Это связано с тем, что заставить взаимодействовать разные степени свободы одной частицы проще, чем заставить взаимодействовать две разные частицы. В отличие от случая трех-частичного протокола, проектирование частицы “1” (т.е. бывшей частицы “2”) в базис состояний Белла не представляет серьезной проблемы и может быть выполнено со 100%-ой эффективностью. Для выполнения операция проектирования необходимо перепутать поляризационные и импульсные свойства фотона “1”. Это делается с помощью светоделителей. Серьезным недостатком обсуждаемой схемы является то, что в ней отсутствует входное состояние - скорее такая схема годится для демонстрации, чем для сколько-нибудь реального использования. Так, что вряд ли такой протокол найдет применение в дальнейшем. Кроме того, в нем невозможно использовать в качестве входного состояния компоненту перепутанного состояния.

В третьем эксперименте была реализована схема КТ, предложенной Л.Вайдманом [89] и разработанная, впоследствии, Браунштейном и Кимблом [90]. Здесь используется перепутывание между координатой и импульсом. В

этом варианте квантовой телепортации координата и импульс, определяющие *внешнее состояние* квантовой системы, передаются к другой - удаленной - квантовой системе. В схемах, обсуждаемых выше, передавалось *внутреннее состояние*, т.е. поляризация. Важное отличие между координатой и импульсом, с одной стороны и поляризации - с другой, заключается в том, что они имеют разные базисные представления. Для описания координаты и импульса требуется бесконечное число базисных состояний, т.к. любым двум различным координатам и импульсам отвечают два разных ортогональных собственных состояния. Действительно, собственные состояния координаты и собственные состояния импульса образуют бесконечномерное гильбертово пространство. В эксперименте реально были задействованы не координата x и импульс p частиц, а пучки света, которые характеризовались параметрами, удовлетворяющими таким же коммутационным соотношениям, как и \hat{x} и \hat{p} . Аналогия основана на том факте, что одна (поперечная) мода квантованного поля излучения описывается так же, как и гармонический осциллятор [91]. Оператор электрического поля можно переписать в терминах \hat{X} и \hat{P} :

$$\hat{E}(t) = E_0 (\hat{X} \cos(\omega t) + \hat{P} \sin(\omega t)). \quad (\text{II.6})$$

Собственные значения \hat{X} и \hat{P} , называются квадратурными амплитудами поля и являются аналогами координаты и импульса. Хотя авторам этой работы и удалось выполнить измерения состояний Белла, все же качество копированного состояния оказалось довольно низким - около 58%, и то в предположении, что конечное состояние принадлежит определенному классу - классу когерентных состояний.

II.1.3 Эксперимент по КТ с измерением полного набора состояний Белла

Основной трудностью при реализации протокола КТ на оптических системах является измерение полного набора состояний Белла. Эта трудность вызвана прежде всего тем, что такое измерение невозможно выполнить, используя лишь линейные операции типа суперпозиции [92, 93]. В работе [92]

речь идет о частицах, подчиняющихся статистике Ферми-Дирака, а в [93] - Бозе-Эйнштейна.

Здесь под линейностью понимается тот факт, что эволюция частицы в одной моде не зависит от состояния перепутанной с ней частицы в другой моде, например, $|H\rangle \rightarrow \sum_i a_i |i\rangle$, где $|i\rangle$ - набор ортогональных одночастичных состояний. В работе [83] было выполнено измерение лишь одного состояния (за счет эффекта антикорреляции), в других двух работах эту трудность обходили модифицируя протокол КТ. Ниже рассматривается эксперимент, в котором измерение состояний Белла основано на нелинейном взаимодействии световых полей - процессе генерации суммарной частоты в нелинейном кристалле [94]. Впрочем, в некоторых случаях возможно выполнить полный анализ всех четырех состояний Белла, используя лишь линейные оптические преобразования [95, 96]. Однако для этого приходится создавать дополнительное перепутывание по другим степеням свободы (кроме поляризационных), например, по энергии-времени или по импульсу (см. часть I). Согласно меткому высказыванию Луткенхауса и др. [93], в этом случае "половина работы уже проделано". Рассматриваются и другие варианты нелинейного взаимодействия в протоколе КТ, например, за счет двухфотонного поглощения на внутриатомных переходах [97]. В работе [98] предлагается комбинированный нелинейно-интерферометрический метод измерения полного набора состояний Белла. Устройство состоит из интерферометра Маха-Цандера, в котором входной светоделитель является поляризационным, а выходной - неполяризационным. В одно из плеч включен преобразователь на основе керровской нелинейности или "фоковский фильтр" [99, 100], который позволяет измерять фазовый сдвиг в резонаторной (когерентной) моде в зависимости от числа фотонов в плече интерферометра. Такая схема еще не была реализована в эксперименте.

Вернемся к исходному протоколу КТ. Пусть, по прежнему, неизвестное квантовое состояние задается суперпозицией (1). Предположим, что состояние Белла, необходимое для выполнения протокола представляется в виде

$$|\Phi_{23}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{|0_2 0_3\rangle - |1_2 1_3\rangle\}. \quad (\text{II.7})$$

Именно такое состояние реализуется при наложении двух пучков бифотонов типа I на выходе интерферометра Маха-Цандера, когда относительная фазовая задержка равна $\varphi = \pi$. Символами "0" и "1" закодированы две базисные поляризации, H и V, соответственно. Следуя логике оригинальной работы [24], перепишем совместное состояние трех частиц до измерения в станции Алисы:

$$|\Psi_{123}\rangle = \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \{|0_1\rangle|0_2\rangle|0_3\rangle - |0_1\rangle|1_2\rangle|1_3\rangle\} + \frac{\beta}{\sqrt{2}} \{|1_1\rangle|0_2\rangle|0_3\rangle - |1_1\rangle|1_2\rangle|1_3\rangle\}. \quad (\text{II.8})$$

Раскладывая (10) в базисе состояний Белла перепишем его в виде:

$$|\Psi_{123}\rangle = \frac{1}{2} [|\Psi_{12}^{(-)}\rangle (-\alpha|0_3\rangle - \beta|1_3\rangle) + |\Psi_{12}^{(+)}\rangle (-\alpha|0_3\rangle + \beta|1_3\rangle) + |\Phi_{12}^{(-)}\rangle (\alpha|1_3\rangle + \beta|0_3\rangle) + |\Phi_{12}^{(+)}\rangle (\alpha|1_3\rangle - \beta|0_3\rangle)]. \quad (\text{II.9})$$

$$|\Psi_{123}\rangle = \frac{1}{2} [|\Phi_{12}^{(+)}\rangle (\alpha|0_3\rangle - \beta|1_3\rangle) + \quad (\text{II.10a})$$

$$+ |\Phi_{12}^{(-)}\rangle (\alpha|0_3\rangle + \beta|1_3\rangle) + \quad (\text{II.10б})$$

$$+ |\Psi_{12}^{(+)}\rangle (-\alpha|1_3\rangle + \beta|0_3\rangle) + \quad (\text{II.10в})$$

$$+ |\Psi_{12}^{(-)}\rangle (-\alpha|1_3\rangle - \beta|0_3\rangle) + \quad (\text{II.10г})$$

Функциональная схема эксперимента демонстрируется на рис. VI.5. Не уточняя пока детали экспериментальной реализации, предположим, что пары фотонов "1" и "2" могут взаимодействовать друг с другом в четырех нелинейных кристаллах. Вспомним, что поляризационное состояние фотона "1" - не определено. В нем может быть представлена как вертикальная компонента (с вероятностью $|\alpha|^2$), так и горизонтальная (с вероятностью $|\beta|^2$). Не

определено также и состояние фотона "2", как компоненты перепутанного состояния (7). Поэтому четыре кристалла нужны для создания полной суперпозиции из четырех комбинаций двух независимых ортогональных поляризаций H и V : $|H_1H_2\rangle$, $|H_1V_2\rangle$, $|V_1H_2\rangle$ и $|V_1V_2\rangle$.

Математически измерение состояний Белла сводится к следующим процедурам.

Рассмотрим, например, процесс, при котором поляризации фотонов "1" и "2" одинаковы. Такой нелинейный процесс, когда во входных модах поля присутствует излучение одинаковой поляризации, а на выходе - излучение с ортогональной поляризацией представляет собой генерацию суммарной частоты с синхронизмом типа I. При этом оказываются задействованы первое и четвертое слагаемые в (10). В результате такого преобразования возникает фотон с суммарной частотой, который мы обозначим индексом "4":

$$|1,1_2\rangle \rightarrow |H_4\rangle - \text{в первом кристалле (тип I) и} \quad (\text{II.11})$$

$$|0,0_2\rangle \rightarrow |V_4\rangle - \text{во втором кристалле (тип I).} \quad (\text{II.12})$$

Ясно, что для этого нужно использовать два одинаковых кристалла, ориентированных во взаимно ортогональных направлениях.

Подставляя (11) и (12) в состояние (8), получаем:

$$|\Psi_{43}\rangle = \alpha |V_4 0_3\rangle - \beta |H_4 1_3\rangle. \quad (\text{II.13})$$

После первых двух кристаллов типа I в схеме присутствует излучение высокочастотное и низкочастотное излучение в обеих поляризациях. Их можно разделить, например, с помощью зеркала, пропускающего низкочастотную компоненту и отражающего высокочастотную (необходимо, чтобы коэффициенты отражения и пропускания не зависели от поляризации). Попадая на поляризационный светоделитель, ориентированный в 45° -ом базисе, состояние (13) распределяется между двумя пространственными модами:

$$|\Psi_{43}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ |45^\circ\rangle_4 (\alpha |0_3\rangle - \beta |1_3\rangle) + |135^\circ\rangle_4 (\alpha |0_3\rangle + \beta |1_3\rangle) \right\}, \quad (\text{II.14})$$

где использованы обычные связи между входными и выходными модами (поляризационного) светоделителя:

$$|45^\circ\rangle_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} \{|V\rangle_4 + |H\rangle_4\} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{|0_1 0_2\rangle + |1_1 1_2\rangle\} \equiv |\Phi_{12}^{(+)}\rangle \text{ и} \quad (\text{II.15})$$

$$|135^\circ\rangle_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} \{|V\rangle_4 - |H\rangle_4\} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{|0_1 0_2\rangle - |1_1 1_2\rangle\} \equiv |\Phi_{12}^{(-)}\rangle. \quad (\text{II.16})$$

Таким образом, если срабатывает детектор D_4' (45°), это значит, что фотон "3" оказывается в состоянии

$$|\Psi_3\rangle = \alpha|0_3\rangle - \beta|1_3\rangle, \quad (\text{II.17})$$

а если срабатывает детектор D_4'' (135°), то в состоянии:

$$|\Psi_3\rangle = \alpha|0_3\rangle + \beta|1_3\rangle. \quad (\text{II.18})$$

Следовательно, с помощью двух кристаллов с синхронизмом типа I нам удалось распознать два состояния Белла $|\Phi_{12}^{(\pm)}\rangle$.

Аналогично рассматривается преобразование состояний при генерации излучения на суммарной частоте с синхронизмом типа II.

$$|0_1 1_2\rangle \rightarrow |V_4\rangle - \text{в первом кристалле (тип II)} \quad (\text{II.19})$$

$$|1_1 0_2\rangle \rightarrow |H_4\rangle - \text{во втором кристалле (тип II)}. \quad (\text{II.20})$$

Теперь мы будем рассматривать два других слагаемых в сумме (8), которые дают:

$$|\Psi_{43}\rangle = -\alpha|V_4 1_3\rangle + \beta|H_4 0_3\rangle. \quad (\text{II.21})$$

Это состояние, в котором представлены обе поляризационных компоненты в обеих пространственных модах "1" и "4".

После 45° -ого поляризационного светоделителя, совместное двухмодовое состояние оказывается:

$$|\Psi_{43}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ |45^\circ\rangle_4 (-\alpha|1_3\rangle + \beta|0_3\rangle) + |135^\circ\rangle_4 (-\alpha|1_3\rangle - \beta|0_3\rangle) \right\}, \quad (\text{II.22})$$

где аналогично предыдущему случаю:

$$|45^\circ\rangle_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|V\rangle_4 + |H\rangle_4\} = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|0_1 1_2\rangle + |1_1 0_2\rangle\} \equiv |\Psi_{12}^{(+)}\rangle \quad (\text{II.23})$$

$$|135^\circ\rangle_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|V\rangle_4 - |H\rangle_4\} = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|0_1 1_2\rangle - |1_1 0_2\rangle\} \equiv |\Psi_{12}^{(-)}\rangle \quad (\text{II.24})$$

Значит, если срабатывает детектор $D_4^{III}(45^\circ)$, то фотон "3" оказывается в состоянии

$$|\Psi_3\rangle = -\alpha|1_3\rangle + \beta|0_3\rangle, \quad (\text{II.25})$$

а если срабатывает детектор $D_4^{IV}(135^\circ)$, то в состоянии:

$$|\Psi_3\rangle = -\alpha|1_3\rangle - \beta|0_3\rangle. \quad (\text{II.26})$$

Таким образом, с помощью двух кристаллов с синхронизмом типа II нам удалось распознать два других состояния Белла $|\Psi_{12}^{(\pm)}\rangle$.

Упрощенная схема реальной установки приводится на рис. II.2. Первый элемент протокола КТ - входное квантовое состояние. Мы использовали излучение импульсного титан-сапфирового лазера с длиной волны 800нм и длительностью порядка 100фсек. Излучение имело линейную поляризацию, которую можно было поворачивать на произвольный угол с помощью полуволновой пластинки. Это излучение направлялось через систему поворотных зеркал и оптический тромбон на дихроичное зеркало DM1, где оно перемещивалось с модой "2" - одной из мод поляризационного состояния Белла $|\Phi_{23}^{(+)}\rangle$. Это состояние приготавливалось методом, рассмотренным в предыдущей части. Удвоенное по частоте излучение накачки с центральной длиной волны 400нм и длительностью импульсов около 100фсек с поляризацией, повернутой на 45° относительно лабораторного *V-H*-базиса падало на два кристалла ББО типа I. Длина каждого кристалла составляла 3.4мм. Оптические оси кристаллов лежали, соответственно, в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Важной особенностью синтеза состояния Белла в этом случае являлось то, что частоты коррелированных фотонов были невырожденными. Приготовление такого состояния само по себе представляется отдельной задачей и рассмотрено в

[101]. По техническим причинам невозможно было использовать вырожденные по частоте состояния Белла. Дело в том, что в результате процесса генерации суммарной частоты, излучение в моде "4" (см. рис.П.3) имело бы ту же длину волны, что и мощная накачка, т.е. 400нм! Конечно, соответствующие попытки были предприняты, но они оказались безрезультатными - слишком слабый сигнал суммарной частоты невозможно было отделить от светового шума. Поэтому, ориентация кристаллов была слегка изменена, так, чтобы возникал невырожденный коллинеарный режим СПР. Длины волн коррелированных мод при этом составили 730нм и 885нм. При этом, на один детектор (D3) направлялось излучение с длиной волны 730нм (обе поляризации H_{730}^2, V_{730}^1), а на другой - с длиной волны 885нм (обе поляризации H_{885}^1, V_{885}^2) при помощи дихроичного светоделителя. Заметим, что двухфотонное двухмодовое состояние после двух кристаллов, но до дихроичного светоделителя представляется в виде:

$$|\Phi\rangle = |V_{885}^1, V_{730}^1\rangle + e^{i\varphi} |H_{885}^2, H_{730}^2\rangle, \quad (\text{П.27})$$

где верхние индексы относятся к номеру кристалла, а нижние - к длине волны.

При большом частотном сдвиге описание СПР типа I производится так же как и при синхронизме типа II - из-за частотной дисперсии кристалла, достаточно оставлять только линейные члены в разложении волновой расстройки. В нашем случае режим был промежуточным и расчеты выглядят очень громоздкими. Очень существенным лимитирующим фактором на разность частот в сигнальной и холостой модах являлась дисперсия материала, компенсирующего групповые задержки. Длина компенсирующих кварцевых пластин рассчитывалась, а затем, точно подбиралась экспериментально.

Можно показать, что после разделения коррелирующих мод на дихроичном светоделителе вероятность совпадений имеет вид:

$$P_{\text{совп}} \propto 1 + V(D_+, \sigma_p, T) \cos(\Omega_p T). \quad (\text{П.28})$$

Невырожденный режим имеет две крайне полезные особенности, по сравнению с вырожденным синхронизмом типа I. Во-первых, не нужна амплитудная пост-селекция, т.е. нет потерь при пространственном разделении коррелирующих мод. Во-вторых, можно независимо менять фазу интерференции на трех частотах - накачки, сигнальной (условно, $\lambda_s = 730\text{нм}$) и холостой ($\lambda_i = 885\text{нм}$). Последнее утверждение является следствием хорошо известного факта, что при параметрических процессах, фазы взаимодействующих волн жестко связаны из-за условий пространственного синхронизма. Соотношение (28) поэтому можно записать по-другому:

$$P_{\text{совп}} \propto 1 + V(D_+, \sigma_p, T) \cos(\Delta\phi_p - \Delta\phi_s - \Delta\phi_i), \quad (\text{II.29})$$

где $\Delta\phi_p, \Delta\phi_s, \Delta\phi_i$ - относительные сдвиги фаз между ортогональными компонентами в модах накачки, сигнального и холостого излучения.

Был выполнен весь комплекс исследования ДИ при генерации невырожденных состояний Белла. Результаты показаны на рисунке II.4. На первом рисунке (а) показана пространственно-временная интерференция, когда задержка вносится между двумя ортогонально поляризованными компонентами накачки. Каждая компонента возбуждает СПР в разных кристаллах. Поляроиды перед каждым из детекторов D3 и D2 были установлены в положение $\pm 45^\circ$. Задержка вносилась по методу, описанному в главе V, с помощью пластин из кристаллического кварца. Деструктивная интерференция соответствует состоянию $|\Phi^-\rangle$, в то время как конструктивная - состоянию $|\Phi^+\rangle$. Второй рисунок (б) представляет поляризационную интерференцию, когда задержка выбрана для состояния $|\Phi^+\rangle$. На рисунках (в, г) изображена пространственно-временная интерференция, при независимом изменении относительных фаз в модах s и i . Видно, что периоды интерференционных картин составляют, соответственно, 730нм и 885нм, как и следует из (29). При варьировании обеих задержек одновременно (д) наблюдается изменение числа совпадений так же,

как будто бы задержка вводится между ортогональными поляризационными компонентами накачки, в соответствие с соотношением $\Delta\varphi_s + \Delta\varphi_l = \Delta\varphi_p$. Видно, что этот график полностью эквивалентен тому, который показан на рис. П.4а - период совпадает с длиной волны накачки 400нм.

Зеркало FM, направляющее излучение с длиной волны 885нм на детектор D2 крепилось на специальном откидном держателе, имеющем два очень стабильных положения. Это позволяло без нарушения юстировки оптической схемы направлять излучение 885нм либо к станции Алисы, либо на детектор D2, который использовался для контроля состояния Белла (27). Следующий очень важный момент состоял в выравнивании оптических путей в двух модах - "1" и "2" с точностью до ширины функции распределения амплитуды бифотонов, рождающегося в двух кристаллах. Необходимость перекрытия во времени двух наборов импульсов, неизвестного входного состояния ($\lambda_1 = 800\text{нм}$) и половины перепутанной пары, вызвана тем, что только когда оба импульса одновременно присутствуют в кристаллах - преобразователях частоты вверх, возможна генерация суммарной частоты. Длина волнового пакета бифотона была примерно равна 300фсек, а длительность импульса входного состояния - 100фсек. Значит, степень пространственного перекрытия составляла около 30мкм. Общая длина плеч, которые предстояло выровнять превышала 5м! К тому же бифотонное излучение СПР было довольно слабым - скорость счета единичных фотонов в полосе 40нм не превышало 100кГц. К счастью был найден остроумный прием, позволивший в считанные дни выровнять плечи. Убрав фильтры, ослабляющие накачку 400нм в тракте бифотонного излучения, мы нашли интерференцию между этим полем и когерентным полем второй гармоники, возбуждавшейся в кристалле-преобразователе (ББО). Когерентность обеспечивалась общим источником всех импульсов - титан-сапфировым лазером. Интерференционные полосы можно было заметить (при наличии определенной фантазии) невооруженным глазом. При этом из оптической схемы было изъято некоторое количество элементов,

которые препятствовали прохождению УФ-излучения (прежде всего фильтры). Однако промерив их толщину, и зная дисперсию материала, из которого они были изготовлены, удалось довольно точно выровнять плечи (в пределах 1мм). Дальнейшее выравнивание производилось по реальному сигналу на суммарной частоте. Оптический тромбон ОТ был установлен на нанометрической подаче с минимальным шагом 17нм. Сканирование продольного положения тромбона не изменяло поперечного положения пучка 800нм. О полном перекрытии двух последовательностей импульсов мы судили по сигналу, регистрируемому фотозлектронным умножителем D_4' . ФЭУ имел квантовую эффективность в УФ-диапазоне на уровне 10%. Перед ним размещался фильтр, пропускающий излучение с центральной длиной волны 420нм в полосе ± 5 нм, что соответствовало суммарной частоте генерации $800\text{нм} + 885\text{нм} \rightarrow 420\text{нм}$. Регистрировались, как одиночные отсчеты ФЭУ, так и совпадения между отсчетами ФЭУ и детектора D3. Результаты показаны на рис.П.5. Время накопления импульсов при каждом положении тромбона составляло 100сек. На верхнем рисунке изображен сигнал с ФЭУ, на нижнем - совпадения отсчетов между ФЭУ и D3. Максимум наблюдался в обоих пространственных распределениях. При этом уровень шума в интенсивности на длине волны 420нм (суммарной частоты) в 40 раз превышал полезный сигнал. В основном шум был вызван остаточным излучением несинхронной второй гармоники, которая генерировалась в кристаллах-преобразователях (отстройка направления синхронизма второй гармоники от синхронизма сложения частот составляла около 3°). Длина всех четырех кристаллов-преобразователей была равна 2мм. В то же время максимум в распределении совпадений являлся абсолютным - фоновых совпадений не было вообще (при окне схемы совпадений 10нсек) Ширина распределений составила 200мкм, при том, что смещение тромбона было удвоено. Такая процедура проводилась четыре раза - для каждого кристалла - преобразователя в суммарную частоту. Заметим, что в силу тех же причин, которые были рассмотрены в разделе V.3.3 приходилось производить компенсацию групповых задержек на длинах волн 800нм, 885нм и 420нм. В

противном случае (отсутствие компенсации) из-за дисперсии кристаллов ББО, волновые пакеты никогда бы не пересекались внутри всех кристаллов.

По оценкам эффективность преобразования в суммарную частоту составляла около 1-2%. Однако наиболее серьезная проблема возникла из-за необходимости пространственного наложения всех компонент суперпозиционного состояния (10). Как всегда бывает при проведении интерференционных квантово-оптических экспериментов для наблюдения итоговых корреляций, которые подтвердили факт копирования входного состояния, перед ФЭУ приходилось устанавливать маленькую диафрагму. В первую очередь, несогласование поперечных мод излучения 420нм, возникало из-за эффекта сноса в четырех кристаллах ББО. При синхронной генерации суммарной частоты кристаллы ББО вырезались под углом 38.4° (схема $885(e)+800(o) \rightarrow 420(e)$) и 40.7° (схема $885(o)+800(e) \rightarrow 420(e)$) к оптической оси для синхронизма типа II и под углом 27.8° для синхронизма типа I. При таких углах эффект сноса значителен и для его компенсации нужно предпринимать специальные меры. Мы пошли самым неэффективным путем и просто вырезали интерферирующие моды с помощью диафрагмы диаметром 200мкм. При этом уровень сигнала падал на несколько порядков и время накопления увеличилось до нескольких часов. Мы не предпринимали специальных мер по оптимизации этого процесса, хотя, в принципе, это было возможно. Ставилась задача продемонстрировать принципиальную возможность телепортации с полным набором состояний Белла. Самый очевидный путь оптимизации - использование кристаллов с 90° -ым синхронизмом. Таким кристаллом, например, является ЛБО. Однако у него нет 90° -ого синхронизма при комнатной температуре. Доступные на тот момент конструкции печек не позволяли вставить их в отлаженную установку. Возможно, в будущем этот шаг будет сделан.

Однако, несмотря на крайне малый уровень сигнала, итоговые кривые все же были получены. Они показаны на рис. II.6. На них показаны распределения совпадений между парами детекторов $D_4^I - D_3$, $D_4^{II} - D_3$, $D_4^{III} - D_3$ и

$D_4^{IV} - D_3$. Из-за отсутствия четырех фотоумножителей, мы передвигали один ФЭУ по очереди в места, указанные на рис. VI.6. Каждая кривая получалась следующим образом. Сначала проверялось наличие невырожденного состояния Белла путем введения в моду "2" (885нм) зеркала FM. Оптимизацией грубых и точных задержек устанавливалась максимальная видимость ДИ (до 90%) и подбирались нужная фаза для получения состояния Белла (27). Затем, зеркало FM выводилось из моды "2". Эта часть установки была наиболее стабильна. Следующий шаг - подбор положения тромбона для максимального перекрытия импульсов входного состояния 800нм и бифотонов 885нм. После этого диафрагма перед ФЭУ уменьшалась и регистрировались совпадения между импульсами ФЭУ и D3. При этом линейная поляризация входного состояния устанавливалась в положение либо 45^0 , либо -45^0 , т.е. когда амплитуды базисных состояний равны $\alpha = \beta$. Затем, установив оба поляроида, стоящих перед D3 и D4 в положение 45^0 мы плавно меняли относительную фазу двух поляризационных компонент излучения 420 нм и наблюдали пространственно-временную интерференцию в совпадениях между D3 и D4. И лишь после этого снимали итоговые кривые поляризационной интерференции, показанные на рис. II.6. Для этого мы фиксировали поляризацию 45^0 перед детектором D3 и меняли поляризацию перед всеми детекторами D4 от 0^0 до 180^0 , по очереди помещая ФЭУ в соответствующее положение после каждого цикла. Действительно, наблюдается поляризационная интерференция в совпадении отсчетов, причем, как и предсказывается в (15), (16), (23), (24) присутствует сдвиг фаз на π в сигналах с детекторов $D_4^I - D_3$ и $D_4^{II} - D_3$; а также D3 и $D_4^{IV} - D_3$.

В нашей схеме, как и во всех других схемах квантовой телепортации, кроме может быть [85], никаких унитарных преобразований поляризационного состояния на выходе станции Боба не производилось. Мы просто анализировали поляризационные корреляции, наличие которых подтверждало

факт копирования. Для нашей схемы эти преобразования состоят во введении двух фазовых пластин в оптическом тракте станции Боба.

Кoeffициенту при $|\Phi^{(+)}\rangle$ (12a) соответствует тождественное преобразование I , т.е. пластинки не вводятся. Кoeffициенту при $|\Phi^{(-)}\rangle$ (12b) отвечает введение пластинки $\lambda/2 (i\sigma_x)$, ориентированной под углом 45° (поворот поляризации на 90°). Кoeffициент при $|\Psi^{(+)}\rangle$ - пластинка $\lambda/2 (i\sigma_z)$, ориентированная под нулевым углом. И наконец - при $|\Psi^{(-)}\rangle$ - нужно вставить обе пластинки ($-i\sigma_y = \sigma_z\sigma_x$).

В заключение этого раздела отметим недостаток обсуждаемой схемы. В качестве входного состояния был использован лазерный пучок поляризованного света мощностью около 300 мВт . Конечно, для описания такого света нет необходимости использовать квантовый подход. Мы использовали его лишь потому, что кoeffициент параметрического преобразования в использованных кристаллах был невысок. Однако нет сомнения, что эффект можно описывать квантовым образом при малом уровне входного сигнала. Просто акта телепортации придется ждать очень долго. В то же время параметры установки были очень далеки от идеальных. При необходимости их можно оптимизировать и повысить эффективность преобразования частоты на порядки. Если вспомнить историю, то при первой реализации генерации второй гармоники эффективность составила миллионные доли процента [102]. Сейчас же в поле фемтосекундных лазеров эффективность ВГ близка к 100% даже при длине кристаллов в несколько сотен микрометров.

В той работе, о которой шла речь выше, демонстрировалась лишь принципиальная возможность эффекта.

II.2 Интерферометрические приложения: нелинейная спектроскопия линейных сред.

В этом разделе будут рассмотрены некоторые спектроскопические аспекты интерференции бифотонных полей второго порядка. А именно, будет показано, как фазовые задержки в модах взаимодействующих полей сказываются на распределении интенсивностей при двухфотонном СПР света.

Спонтанное параметрическое рассеяние света и рассеяние света на поляритонах (РП) являются уже традиционными методами исследования дисперсионных свойств нелинейных кристаллов. К преимуществам этих видов спектроскопии относятся, прежде всего, простота реализации в сочетании с широкими возможностями. По спектрам СПР и РП извлекать информацию о дисперсии действительной и мнимой частях диэлектрической проницаемости, квадратичной и кубической восприимчивости $\chi^{(2)}$ и $\chi^{(3)}$. Самое главное - эти характеристики можно измерять в спектральных диапазонах, которые зачастую недоступны другим методам - в области собственных колебаний кристаллической решетки. Вместе с тем у такой спектроскопии есть существенный недостаток - параметрическое рассеяние возможно только в нецентросимметричных средах, где $\chi^{(2)} \neq 0$.

Условие пространственного синхронизма

$$\sum_j \vec{k}_j = 0, \quad (\text{II.30})$$

присущее всем параметрическим процессам по сути является условием стационарности фаз полей во всех взаимодействующих модах j (Для параметрического рассеяния $j = p, s, i$). По сути, соотношение (30) описывает эффект нелинейной интерференции волн. Это условие обеспечивает нарастание интенсивности при распространении волн в определенных направлениях, которые определяются дисперсией среды. Точно также происходит обычная линейная интерференция на одной частоте, когда в некоторых направлениях волны складываются в фазе, а в некоторых - в противофазе. Так соотношение

(32) при параметрическом рассеянии в слое толщиной L приводит к специфической форме линии:

$$g(\Delta_z) = \frac{\sin^2(\Delta_z L/2)}{\Delta_z L/2}, \quad (\text{П.31})$$

где $\Delta_z = k_{pz} - k_{sz} - k_{iz}$ проекция волновой расстройки на направление z , перпендикулярное слою. Обычно, среда считается прозрачной на частоте накачки и сигнальной волны, поэтому (31) справедливо, пока

$$\alpha_i \ll \frac{1}{L}, \quad (\text{П.32})$$

где α_i - поглощение в холостой моде. В противном случае, форма линии становится лоренцевой [103].

Таким образом можно сказать, что форма линии СПР определяется набегам фаз во всех взаимодействующих волнах.

Вопрос о влиянии фазовых задержек на распределение интенсивностей при параметрических процессах давно обсуждается в литературе. Так, еще в 1965 году был предложен метод измерения относительной фазы между излучением основной и второй гармоник [104]. Интерференция сигналов второй гармоники от двух нелинейных кристаллов, разделенных диспергирующей средой, легла в основу способа определения знака компонент квадратичной восприимчивости $\chi_{ijk}^{(2)}$ [105]. Эффект нелинейной интерференции использовался при когерентном антистоксовом рассеянии (КАРС) [106], при определении компонент нерезонансных восприимчивостей третьего порядка $\chi_{ijk}^{(3)}$ в газах [107]. Нелинейная интерференция описывает также и квазисинхронные процессы: дополнительный фазовый сдвиг взаимодействующие волны испытывают в периодически-неоднородных нелинейных средах - при генерации ВГ [108, 109], суммарной и разностной частот, [110-112], КАРС [113].

Более драматично ситуация складывалась при интерпретации нелинейной интерференции в случае СПР. Несмотря на то, что нелинейно-оптические аспекты задачи к настоящему времени детально исследованы теоретически [114-116] и экспериментально, (см., например, [113, 117], [118]), всплеск интереса к интерференции при СПР произошел в квантовой оптике в середине 80-х годов. Парадоксальность проблемы отчасти вызвана тем, что спонтанное излучение по своей природе является шумовым, и казалось бы, вклады от макроскопических удаленных областей интерферировать не могут. И по сей день рассматриваются различные варианты экспериментальных схем, в которых модуляционная структура проявляется либо в интенсивности рассеянного света, либо в совпадениях фотоотсчетов. Наблюдаемые особенности связываются с полумистической способностью фотонов при СПР нелокально влиять друг на друга. Однако представляется, что наиболее последовательное описание нелинейной интерференции при СПР было проведено в [119].

Далее мы подробно обсудим одну из двух возможных нелинейных интерферометрических схем (схема Маха-Цандера). Описание схемы Юнга происходит аналогичным образом, и мы ограничимся лишь несколькими замечаниями, которые касаются некоторых отличий.

Типичный нелинейный интерферометр Маха-Цандера показан на рис.П.7. Между двумя плоскими нелинейными кристалла толщиной L находится слой вещества толщины L_1 . В общем случае это вещество полагается линейным, т.е. $\chi_1^{(2)} \equiv 0$. Для наблюдения нелинейной интерференции в такой схеме необходимо удовлетворить критерию: $(2L + L_1) \operatorname{tg} \theta_{i0} \ll a$. Согласно этому критерию холостые моды должны пересекать продольные неоднородности рассеивающего объема. Мы рассмотрим отдельно два случая, когда слой L_1 прозрачен на всех трех частотах p, s, i и когда на холостой частоте есть поглощение, вызванное резонансом диэлектрической проницаемости $\epsilon(\omega_i)$.

Частотно-угловая форма линии СПР в схеме Маха-Цандера описывается функцией, которая для двух нелинейных слоев ($n = 2$) имеет вид:

$$P_1(\omega_s, \vartheta_{s0}) = |F(\omega_s, \vartheta_{s0})|^2 = \sin^2 \left(\frac{\delta}{2} \right) \cos^2 \left(\frac{(\delta + \delta_1)}{2} \right), \quad (\text{П.33})$$

где $\delta \equiv \Delta_z(\omega_s, \theta_s)L$ и $\delta_1 \equiv \Delta_{1z}(\omega_s, \theta_s)L_1$ - выражаются через продольные волновые расстройки в нелинейных кристаллах и слое. Формула (33) имеет простой физический смысл. По форме он напоминает выражение, описывающее интенсивность в дальней зоне при дифракции плоской волны на двух щелях, когда ширина каждой щели равна δ , а расстояние между ними - $\delta + \delta_1$ [1]. Действительно, в (35) первый множитель описывает СПР в слое толщиной L [120]. Вторым множителем - модуляционный. Аргумент косинуса содержит волновую расстройку в линейном слое L_1 . Поэтому интенсивность СПР будет промодулирована по углу и частоте по закону, который определяется законом дисперсии $\omega(k)$ в промежуточном слое. Из (33) видно, что при определенных фазовых набегках в линейном слое, спонтанное излучение подавляется ($\delta + \delta' = \pi + 2\pi l$) или усиливается ($\delta + \delta' = 2\pi l$). Из (33) следует, что функция $\text{sinc}^2(x)$ как бы задает размер "окошка" через которое можно рассмотреть модуляцию, вызванную наличием линейной среды. Таким образом интерференционная природа нелинейного эффекта СПР позволяет исследовать линейные среды, т.е. расширить класс веществ, потенциально доступных в спектроскопии СПР. На рис.П.8(а) показан общий вид спектра спонтанного параметрического рассеяния в кристалле ниобата лития, расчетная частотно-угловая структура модуляционного множителя (б) и полная форма линии СПР в нелинейном интерферометре Маха-Цандера вблизи длинноволнового коллинеарного синхронизма (в).

Нелинейный интерферометр, изображенный на рис.П.7 важное преимущество перед своим линейным аналогом - он является принципиально стабильным интерферометром. Действительно, найдем, насколько нужно

изменить толщину линейного слоя, чтобы интерференционный максимум сменился на минимум. Для соответствующего линейного интерферометра изменение разности плеч на половину длины волны вызывает сдвиг интерференционной картины на π . В нелинейном интерферометре ситуация совершенно другая. Небольшие смещения одного кристалла относительно другого не приводят к существенным изменениям формы линии рассеяния. Причина этого кроется в пространственном вырождении плеч интерферометра. Аргумент модуляционной компоненты в (33) зависит от комбинации фазовых задержек на трех частотах:

$$\Phi_{\Sigma} = 2\pi \left\{ n_{1p}(\omega_p) - n_{1s}(\omega_s) \cos \theta_s / \lambda_s - n_{1i}(\omega_i) \cos \theta_i / \lambda_i \right\} L_1, \quad (\text{П.34})$$

где мы полагаем, что $\delta = \text{const}$. При слабой дисперсии вещества слоя (область прозрачности) и малых углах рассеяния, величина в фигурных скобках не сильно отличается от нуля. Поэтому нужны большие вариации L_1 , чтобы заметно изменить Φ_{Σ} . Соответствующие производные, определяющие "чувствительность" и стабильность равны:

$$\frac{\partial \Phi_{\Sigma}}{\partial n_{1i}} = -\frac{2\pi L_1}{\lambda_i}, \quad (\text{П.35})$$

$$\frac{\partial \Phi_{\Sigma}}{\partial L_1} = 2\pi \left\{ n_{1p}(\omega_p) - n_{1s}(\omega_s) \cos \theta_s / \lambda_s - n_{1i}(\omega_i) \cos \theta_i / \lambda_i \right\}, \quad (\text{П.36})$$

где мы положили $\theta_s \approx \theta_i \ll 1$. Выражение (35) показывает, что при увеличении толщины слоя повышается точность определения показателя преломления на холостой частоте (см. след. раздел). С другой стороны, в области резкого изменения дисперсии $n_{1i}(\omega_i)$ суммарный набег фаз растет линейно при возрастании L_1 . Соотношение (36) свидетельствует о слабой зависимости фазы нелинейной интерференции от флуктуаций толщины L_1 .

II.2.1 Прозрачные среды

Пусть система, изображенная на рис. II.7, прозрачна на всех частотах $\omega_p, \omega_s, \omega_i$. Требование малости поглощения на холостой частоте наглядно интерпретируется в терминах корреляционных функций. Если длина когерентности излучения на холостой частоте больше толщины слоя, то сигнальные поля, родившиеся в пространственных точках, разделенных интервалом $L_1 \ll 1/\alpha_i$, несфазированы, т.е. складываются их амплитуды, а не интенсивности. На рисунке II.9 показаны рассчитанные частотные формы линии коллинеарного синхронизма в схеме LiNbO_3 - воздух - LiNbO_3 . Толщина кристаллов составляла 1мм, слоя воздуха - 10см. В такой системе отклонения одного из трех показателей преломления от среднего значения на единицу в четвертом знаке вызывают смещение интерференционной картины на π . Например, увеличение температуры воздуха на 1° приводят именно к такому фазовому сдвигу. При расчете были использованы дисперсионные формулы воздуха, в которых, кроме дисперсии, учитывалась зависимость от атмосферного давления, температуры и парциального давления паров воды [121]. Увеличение базы нелинейного интерферометра до 1м поднимает чувствительность до единиц шестого знака.

Рассмотрим теперь конкретные алгоритмы определения показателей преломления слоя по интерференционным спектрам СПР для прозрачных сред [122]. На рис. VI.10 изображен участок частотно-углового спектра СПР в системе LiNbO_3 - плавленый кварц - LiNbO_3 , $L = 700\text{мкм}$, $L_1 = 1.44\text{мм}$ ((а) - расчет, (б) - эксперимент). На спектрах отчетливо видна интерференционная структура, представляющая собой набор чередующихся максимумов и минимумов. Измеряемыми параметрами, как и в обычной СПР-спектроскопии, служат (наружный) угол рассеяния и частота сигнальной волны. Выразим волновые расстройки в линейной среде и нелинейных кристаллах через наблюдаемые ϑ_s, ω_s :

$$\delta(\omega_s, \vartheta_s) = 2\pi L \left\{ n_p \omega_p - n_s \omega_s \sqrt{1 - \left[\frac{\sin \vartheta_s}{n_s} \right]^2} - n_i \omega_i \sqrt{1 - \left[\frac{\omega_s \sin \vartheta_s}{\omega_i n_i} \right]^2} \right\}, \quad (\text{II.37})$$

$$\delta_1(\omega_s, \vartheta_s) = 2\pi L_1 \left\{ n_{1p} \omega_p - n_{1s} \omega_s \sqrt{1 - \left[\frac{\sin \vartheta_s}{n_{1s}} \right]^2} - n_{1i} \omega_i \sqrt{1 - \left[\frac{\omega_s \sin \vartheta_s}{\omega_i n_{1i}} \right]^2} \right\}. \quad (\text{II.38})$$

Идея состоит в измерении углового расстояния между n соседними порядками нелинейной интерференции на фиксированной частоте. Действительно, аргументы модуляционного множителя (33) на двух соседних максимумах (минимумах) различаются на π :

$$(\delta + \delta_1)_n - (\delta + \delta_1)_{n+1} = 2\pi. \quad (\text{II.39})$$

Будем считать, что дисперсия показателя преломления нелинейного кристалла известна во всем спектральном диапазоне [123, 124]. Тогда из (39) после простых алгебраических выкладок [122] получаем:

$$\frac{1}{n_{1s}} = \frac{1 - A - B}{\left(\frac{L_1}{2}\right) \omega_s \left[\sin^2 \vartheta_{s4} - \sin^2 \vartheta_{s3} \right]} - \frac{1}{n_{1i}} \frac{\omega_s}{\omega_i}, \quad (\text{II.40})$$

где вторые индексы при углах означают номера порядков $n = 3, 4$ (см. рис.

П.10). Аналогично находится связь между n_{1s} и n_{1i} :

$$\frac{1}{n_{1i}} = \frac{1 - A - B}{\left(\frac{L_1}{2}\right) \omega_i \left(\frac{\omega_s}{\omega_i}\right)^2 \left[\sin^2 \vartheta_{s4} - \sin^2 \vartheta_{s3} \right]} - \frac{1}{n_{1i}} \frac{\omega_i}{\omega_s}. \quad (\text{II.41})$$

Коэффициенты А и В выражаются через известные величины:

$$A = L \omega_s n_s \left[\left(1 - \frac{\sin^2 \vartheta_{s3}}{n_s^2} \right)^{\frac{1}{2}} - \left(1 - \frac{\sin^2 \vartheta_{s4}}{n_s^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right], \quad (\text{II.42})$$

$$B = L\omega_i n_i \left[\left(1 - \frac{\omega_s \sin^2 \vartheta_{s3}}{\omega_i n_i^2} \right)^{\frac{1}{2}} - \left(1 - \frac{\omega_s \sin^2 \vartheta_{s4}}{\omega_i n_i^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right]. \quad (\text{II.43})$$

Пользуясь (41) можно вычислить показатель преломления слоя через известный показатель преломления на сопряженной частоте. При выводе (40),

(41) пренебрегалось членами, имевшими порядок малости $\left(\frac{\sin \vartheta_s}{n} \right)^4$. Формулы

(42) и (43) лежат в основе *первого алгоритма* получения информации о веществе, заключенного между нелинейными кристаллами.

Оказывается можно получить такую информацию даже не имея данных о показателе преломления на сопряженной частоте! Для этого нужно решить систему из двух уравнений типа (39) для двух разных пар сопряженных частот. Можно показать, что такая система будет иметь решение, если выполняются следующие условия:

волновые расстройки, входящие в каждое из уравнений (39) будут вычисляться на двух линиях постоянной частоты: $\omega_{(1)} = \text{const}$ для первого уравнения и $\omega_{(2)} = \text{const}$ - для второго;

показатель преломления слоя не меняется в диапазоне $\Delta\omega = \omega_{(1)} - \omega_{(2)}$. При малых $\Delta\omega$, (например, соответствующим $\Delta\lambda \approx 1\text{nm}$) требование постоянства n_{1s} , n_{1i} вполне оправдано, если исследуемый диапазон находится в области прозрачности вещества.

Система уравнений имеет вид:

$$\left(\delta^{(1)} + \delta_1^{(1)} \right)_{n+1} - \left(\delta^{(1)} + \delta_1^{(1)} \right)_n = 2\pi, \quad (\text{II.44})$$

$$\left(\delta^{(2)} + \delta_1^{(2)} \right)_{n+1} - \left(\delta^{(2)} + \delta_1^{(2)} \right)_n = 2\pi, \quad (\text{II.45})$$

где индекс в круглых скобках соответствует частотам ω_1, ω_2 , а индексы $n, n+1$ - номерам порядков, которые полагаются известными. Определитель системы (44), (45) равен:

$$Det = \omega_{(1)s} \omega_{(2)i} \left(\frac{\omega_{(2)s}}{\omega_{(2)i}} \right)^2 - \omega_{(2)s} \omega_{(1)i} \left(\frac{\omega_{(1)s}}{\omega_{(1)i}} \right)^2. \quad (\text{II.46})$$

Тогда показатели преломления n_{1s} , n_{1i} находятся по формулам:

$$\frac{1}{n_{1s}} = \frac{D_{(1)} \omega_{(2)i} \left(\frac{\omega_{(2)s}}{\omega_{(2)i}} \right)^2 - D_{(2)} \omega_{(1)i} \left(\frac{\omega_{(1)s}}{\omega_{(1)i}} \right)^2}{Det}, \quad (\text{II.47})$$

$$\frac{1}{n_{1i}} = \frac{D_{(1)} \omega_{(2)i} - D_{(2)} \omega_{(1)i}}{Det}. \quad (\text{II.48})$$

Здесь коэффициенты $D_{(1)}$ и $D_{(2)}$ выражаются через волновые расстройки на двух частотах:

$$D_{(j)} = \frac{1 - D_{(j)s} - D_{(j)i}}{\frac{L_1}{2} (\sin^2 \vartheta_{(j)s4} - \sin^2 \vartheta_{(j)s3})}, \quad (\text{II.49})$$

и введены обозначения $j = 1, 2$,

$$D_{(j)s} = L \omega_{(j)s} n_s(\omega_{(j)}) \left[\left(1 - \frac{\sin^2 \vartheta_{(j)s3}}{n_s^2(\omega_{(j)})} \right)^{\frac{1}{2}} - \left(1 - \frac{\sin^2 \vartheta_{(j)s4}}{n_s^2(\omega_{(j)})} \right)^{\frac{1}{2}} \right], \quad (\text{II.50})$$

$$D_{(j)i} = L \omega_{(j)i} n_i(\omega_{(j)}) \left[\left(1 - \frac{\omega_{(j)s} \sin^2 \vartheta_{(j)s3}}{\omega_{(j)i} n_i^2(\omega_{(j)})} \right)^{\frac{1}{2}} - \left(1 - \frac{\omega_{(j)s} \sin^2 \vartheta_{(j)s4}}{\omega_{(j)i} n_i^2(\omega_{(j)})} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (\text{II.51})$$

на рис. VI.10 показаны все входящие в (47-51) наблюдаемые величины на примере третьего и четвертого порядков интерференции индекс $j = 1, 2$ относится к двум частотам $\omega_{(1)}$, $\omega_{(2)}$.

II.2.1.1 Эксперимент

Для проверки работы обоих алгоритмов была собрана простая установка, показанная на рис. VI.11. Она ничем не отличалась от традиционного спектрографа СПР, т.е. представляла из себя схему со скрещенной дисперсией [125]. Угловая развертка обеспечивалась линзой, в фокальной плоскости которой находится входная щель спектрографа, дающего развертку по длинам волн. Наряду с этой схемой, мы использовали и другую, в которой поляризованная (условно, вертикально) накачка заводилась в оптическую систему через поляризационную призму Глана-Томсона (PP). После нелинейного кристалла помещалось широкополосное зеркало, отражающее излучение на всех трех частотах ($\omega_s, \omega_p, \omega_i$). В пространстве между зеркалом и кристаллом находился слой (толщиной $L/2$) исследуемого вещества. Роль второго кристалла выполняло изображение первого в зеркале и, таким образом, расстояние между ними составляло L_1 . Отраженная от зеркала накачка вызывала при повторном проходе через кристалл СПР. Сигнальное излучение, рожденное при обоих проходах волны накачки (или, как бы в двух кристаллах), обладая горизонтальной поляризацией (синхронизм типа II) пропусклось призмой и направлялось в приемную систему. Ортогонально поляризованная накачка выводилась из системы через ту же поляризационную призму. Преимущество второй схемы заключается в простоте юстировки - оптические оси "двух" кристаллов всегда антипараллельны - сдвиг фаз на π возникает благодаря отражению. Именно в такой схеме получен спектр, показанный на рис.10(б). В экспериментах с поглощающими веществами использовался другой вариант схемы, когда накачка проходит через два реальных нелинейных кристалла (рис.II.11). Нелинейный интерферометр был выполнен из двух кристаллов $LiNbO_3$, легированных магнием (5%). Толщина кристаллов была $L = 1$ мм. Накачка - аргоновый лазер с длиной волны 488 нм и мощностью до 3 Вт. Рассеянное излучение регистрировалось фотографическим методом для получения хорошего обзора спектров на интересующих нас частотах и углах.

Были использованы простейшие линейные среды - воздух и кристаллический кварц. По экспериментальным интерференционным спектрам рассчитывались показатели преломления линейной среды по формулам (40), (41) и сравнивались с табличными данными. Первый алгоритм обеспечивал точность порядка единицы второго знака после запятой. При расчетах по второму алгоритму выдирались две длины волны $\lambda_{(1)s} = 585.2 \text{ нм}$ и $\lambda_{(2)s} = 588.2 \text{ нм}$. Для этих длин волн показатели преломления кварца отличаются лишь в четвертом знаке ($n_{(1)s}^{\circ} = 1.54440$, $n_{(2)s}^{\circ} = 1.54427$), поэтому второе требование применимости второго алгоритма было выполнено. Полученные значения n_{1s} , n_{2s} также отличались от табличных данных во втором знака после запятой.

В обоих методах основным ограничивающим фактором, влияющим на точность является погрешность определения угловых координат максимумов (минимумов) нелинейной интерференции. Она связана с угловым разрешением оптической системы. Которая в нашем случае составляла 0.025° (или $1.5'$). При варьировании угловых координат расчетных точек в пределах погрешности измерений, точность определения показателя преломления можно существенно увеличить - вплоть до четвертого знака. Под погрешностью измерения здесь понимаются не только погрешности измерения углов, но и конечная угловая ширина порядков интерференции. Возможно, что использование фотоэлектронного способа регистрации повысило бы точность измерения. Заметим, что вычисления правильнее производить не в максимумах интерференционного распределения интенсивности, а в минимумах, чтобы исключить влияние первого множителя в (33). Оценки показывают, что при больших отстройках δ , влияние огибающей формы линии рассеяния, вызванной функцией $\text{sinc}^2(x)$, существенно искажает частотно-угловой ход максимумов, что дает неправильные значения рассчитываемых величин.

Рассмотрим поэтапно процедуру определения показателей преломления вещества (в общем случае неизвестного), заключенного между двумя

нелинейными кристаллами. Более удобными для работы являются жидкости и газы, поскольку они не требуют предварительной оптической обработки и непосредственно могут быть помещены в кювету, входными и выходными окнами которой служат нелинейные кристаллы. Твердые вещества должны быть приготовлены в виде полированных плоскопараллельных пластинок толщиной до нескольких миллиметров (правда для твердых веществ не возникает проблем с точным определением толщины L_l). Визуальный анализ спектра сразу дает ответ на вопрос, является ли исследуемое вещество прозрачным в интересующем нас диапазоне длин волн. Речь идет о диапазоне прозрачности кристалла $LiNbO_3$ - от 0.4мкм до 5мкм. Если интерференционная полосы структура проявляется, то вещество прозрачно на всех трех частотах (в схеме Юнга неизвестное вещество должно быть прозрачно (или иметь уединенные резонансы диэлектрической проницаемости) лишь на холостых частотах [273]).

Слабое поглощение, как было показано в [126], не влияет на не частотно-угловой ход максимумов (минимумов) интерференционной структуры. А лишь уширяет их. В конечном счете это сказывается на точности измерений. Сильные и узкие резонансы диэлектрической проницаемости $\epsilon_1(\omega_i)$ линейного вещества непосредственно проявляются в спектрах, согласно (35), (36). Они имеют характерный вид "крюков". Этот эффект будет рассмотрен в следующем разделе. Вблизи таких областей использование второго алгоритма ограничено, поскольку нарушается требование постоянства показателей преломления.

В тех же участках спектра где ход дисперсии $\epsilon_1(\omega_i)$ монотонный применение этого алгоритма вполне оправдано. Это дает возможность оценить показатель преломления вещества сразу для нескольких пар частот $(\omega_{(j)s}, \omega_{(j)t})$ и таким образом восстановить закон дисперсии во всей области прозрачности используемого нелинейного кристалла. Безусловным достоинством этого метода служит отсутствие априорной информации об оптических свойствах исследуемого вещества.

Если же по каким-либо причинам нам известна дисперсия показателя преломления вещества в видимом диапазоне, то возможно использование первого алгоритма. Точность определения показателя преломления в ИК-диапазоне при этом оказывается выше, чем при использовании второго алгоритма.

Подчеркнем, что обсуждаемые методы определения закона дисперсии, пока не следует рассматривать как прецизионные. Предлагая их мы прежде всего хотели продемонстрировать, что лежащий в их основе фундаментальный эффект двухфотонной интерференции имеет и прикладные аспекты. Простота реализации и минимум исходной информации, возможно, поставят эту методику в один ряд с другими оценочными методами.

II.2.2 Поглощающие среды.

В этом разделе обсуждается эффект искажения интерференционной картины на частотах близких к полосе поглощения в слое вещества, помещенного между двумя кристаллами, спонтанно излучающими пары фотонов. Характер искажений имеет общую природу с явлением, впервые использованным Д.С.Рожественским в 1912 г. в методе "крюков". Этот изящный метод в дальнейшем применялся при точном количественном исследовании аномальной дисперсии в парах металлов [127].

Используя явные зависимости волновых расстроек δ и δ_1 (37), (38) от наблюдаемых величин - частоты и углы рассеяния - можно найти условие, при котором наклон интерференционных максимумов ($\delta + \delta' = 2\pi m$) равен нулю,

т.е. $\frac{\partial \vartheta_s}{\partial \omega_s} = 0$, где ϑ_s - внешний (наблюдаемый) угол рассеяния [128]:

$$\frac{\partial \vartheta_s}{\partial \omega_s} = \frac{(\tau_s - \tau_i) + (\tau_{1s} - \tau_{1i})}{\vartheta_s \omega_s^2 \left\{ L \left(\frac{1}{k_s} + \frac{1}{k_i} \right) + L_1 \left(\frac{1}{k_{1s}} + \frac{1}{k_{1i}} \right) \right\}} = 0 \quad (\text{II.52})$$

Условие (52) получено в приближении малых углов рассеяния, когда $\vartheta_s \ll 1$ и без учета анизотропии групповых и фазовых скоростей в нелинейных кристаллах. Для неколлинеарного режима рассеяния ($\vartheta_s \neq 0$) производная $\frac{\partial \vartheta_s}{\partial \omega_s}$ обращается в нуль, если

$$(\tau_s - \tau_i) + (\tau_{1s} - \tau_{1i}) = 0. \quad (\text{II.53})$$

Здесь $\tau_s = L \frac{1}{u_s}$, $\tau_i = L \frac{1}{u_i}$, $\tau_{1s} = L_1 \frac{1}{u_s}$, $\tau_{1i} = L_1 \frac{1}{u_i}$ - имеют смысл времен пролета сигнальных и холостых фотонов через нелинейный кристалл (τ_q) и промежуточный слой (τ_q), $u_q = \frac{d\omega_q}{dk_q}$ ($u_{1q} = \frac{d\omega_q}{dk_{1q}}$) - соответствующие групповые скорости, $q = s, i$. Из (53), в частности видно, что при коллинеарном рассеянии наклон стремится к бесконечности, т.е. интерференционные порядки должны пересекать ось нулевых углов под прямым углом.

При регистрации СПР по методу скрещенных дисперсий на выходе спектрального прибора образуется двумерное распределение интенсивности рассеянного излучения в координатах $\{\omega_s, \vartheta_s\}$ (33). В этих координатах интерференционная картина имеет вид чередующихся полос, наклон которых определяется дисперсией нелинейных кристаллов и промежуточного слоя.

Когда наклон полос становится нулевым $\left(\frac{\partial \vartheta_s}{\partial \omega_s} = 0 \right)$ - интерференционный максимум образует "крюк". На соответствующих частотах сигнальных (ω_s) и холостых ($\omega_i = \omega_p - \omega_s$) волн происходит компенсация дисперсии групповых скоростей в нелинейных кристаллах и промежуточном слое - разности времен пролета сигнальных и холостых фотонов через кристалл и слой совпадают по величине и противоположны по знаку: $\Delta\tau = -\Delta\tau_1$. Увеличение наклона происходит в диапазоне сильной дисперсии вещества - вблизи полос

поглощения. Если нелинейные кристаллы прозрачны в широком спектральном диапазоне на всех трех частотах, а слой прозрачен в диапазоне сигнальных волн и накачки, но имеет резонансы диэлектрической проницаемости на холостых частотах (в ИК-области), то интерференционная картина будет отображать изменение дисперсии холостых волн в промежуточном слое. Специфика ДИ проявляется в том, что поглощение в слое между кристаллами, возрастающее по мере приближения частоты к резонансу, не приводит к уменьшению интегральной интенсивности рассеянного излучения. В этом случае падает лишь видность интерференции и в пределе, когда коэффициент поглощения оказывается порядка обратной толщины слоя $\alpha_{1l} \approx 1/L_1$, видность стремится к нулю [126]. Выражение для формы линии рассеяния при учете поглощения на холостых частотах принимает вид:

$$g_1(\theta_s, \omega_s) = \frac{1 + e^{-\alpha_1 l} \cos(\delta + \delta_1)}{2} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\delta + \delta_1}{2}\right). \quad (\text{II.54})$$

Здесь под видностью, как следует из (56), понимается функция $V = e^{-\alpha_1 l}$.

Образующиеся при ДИ частотно-угловые спектры, их особенности, аналогичны по своей природе интерферограммам, полученным Д.С.Рожественским. В его методе "крюков" регистрация двумерных интерференционных спектров также производится по методу скрещенных дисперсий, когда на входной щели спектрографа проецируется картина, образующаяся на выходе интерферометра. В одно из плеч интерферометра помещается исследуемое вещество, а в другое - стеклянные пластины разной толщины. *"Так как в исследуемом веществе вблизи полосы поглощения дисперсия меняется очень сильно, то найдется такая длина волны, для которой действие исследуемого вещества будет точно скомпенсировано действием стеклянной пластинки, так что в этом месте наклон интерференционной кривой пройдет через нуль; слева от этого значения длины волны кривые опускаются, а справа - поднимаются (или наоборот), образуя "крюк", положение которого в шкале длин волн можно точно измерить"* [129].

Конечно, в методе Рождественского речь идет о компенсации скоростей распространения света в разных веществах на одной частоте, при широкополосном освещении интерферометра. Условие на частоту, отвечающей вершине крюка можно выразить в терминах групповых и фазовых задержек в исследуемом веществе и пластине:

$$(\tau_{gr} - \tau_{ph}) + (\tau_{lvac} - \tau_{lgr}) = 0 . \quad (II.55)$$

Здесь $\tau_{gr} = L \left(\frac{d\omega}{dk} \right)^{-1}$, $\tau_{ph} = L \frac{n}{c}$, $\tau_{lvac} = \frac{L_1}{c}$, $\tau_{lgr} = L_1 \left(\frac{d\omega}{dk_1} \right)^{-1}$ - групповые и фазовые задержки в исследуемом веществе (длиной L) и пластинке (длиной L_1). Как и в (53) использовано приближение малых углов $\theta_m \ll L$, m - порядок интерференции. Таким образом, для появления "крюка" в методе Рождественского необходимо, чтобы разность групповой и фазовой задержек в веществе $\tau_{gr} - \tau_{ph}$ совпадало по величине и было противоположно по знаку групповой задержке в пластинке относительно вакуума $\tau_{lvac} - \tau_{lgr}$.

Сравнение выражений (53) и (55) показывает, что в обоих случаях для наблюдения "крюков" необходима компенсация дисперсии исследуемого вещества. При ДИ компенсируются разности времен пролета сигнальных и холостых фотонов через нелинейный кристалл и промежуточный слой. В методе Рождественского дисперсия вещества проявляется как различие групповой и фазовой задержек света: их разность должна быть компенсирована относительной групповой задержкой в другом плече интерферометра. Отметим важную особенность двухфотонной интерферометрии: несмотря на то, что регистрация производится в видимом диапазоне, вклад в интерференционную картину определяется групповой задержкой на сопряженной частоте, лежащей в ИК-области спектра.

II.2.2.1 Эксперимент

В эксперименте СПР возбуждалось в двух тонких ($L = 440$ мкм) кристаллах ниобата лития, расположенных последовательно в общем пучке аргонового лазера. Эти кристаллы прозрачны в широком диапазоне (0.4 - 5 мкм); их спектры параметрического рассеяния хорошо изучены. Зазор между кристаллами заполнялся слоем вазелинового масла. Толщина слоя менялась в пределах $3 < L_1 < 50$ мкм. Масло имеет уединенный резонанс диэлектрической проницаемости на частоте 2950см^{-1} с шириной 95см^{-1} (Рис.II.12а).

Фотография фрагмента частотно-углового спектра ДИ в системе кристалл - масло - кристалл приведена на рис.II.13а. Для сравнения на рис. II.13б приведен спектр СПР одного кристалла ниобата лития ($L = 440\text{мкм}$) т.е. в отсутствие ДИ. В диапазоне около 2950см^{-1} (сигнальная длина волны $\lambda_s = 5700 \text{ \AA}$) отчетливо видно нарушение монотонного хода порядков ДИ, вызванное наличием резонанса. В пределах ширины линии поглощения видность интерференционной картины близка к нулю. В этой частотной области спонтанное излучение из двух кристаллов происходит независимо, поскольку холостые фотоны поглощаются в зазоре. Резкое изменение наклона интерференционных максимумов проявляется в непосредственной близости к резонансу. Именно здесь показатель преломления масла $n_1(\omega_i)$ сильно зависит от частоты. Для некоторых частот ($\omega_i \approx 3105\text{см}^{-1}$, $\omega_i \approx 2805\text{см}^{-1}$) наклон порядков обращается в нуль - в спектре наблюдается "крюк": разности времен пробега сигнальных и холостых фотонов через ниобат лития и вазелиновое масло совпадают. Меняя толщину зазора между кристаллами L_1 , согласно (53), можно сдвигать положение "крюков" по оси частот, также как это имеет место в методе Рождественского. Заметим, что нулевой наклон интерференционных порядков может наблюдаться и вдали от резонанса - при слабом изменении дисперсии вещества компенсация возможна, просто "крюки" оказываются сильно растянуты по частоте (или углу).

Из спектров ДИ была рассчитана зависимость $n_I(\omega_i)$ для вазелинового масла. Которая приведена на рис. П.12(б). В то же время, используя данные по дисперсии $n(\omega)$ в ниобате лития [130, 124] для частот $\omega_{I(1)} = 3105 \text{ см}^{-1}$.. ($\lambda_{s(1)} = 575.2 \text{ нм}$), $\omega_{I(2)} = 2805 \text{ см}^{-1}$ ($\lambda_{s(2)} = 565.4 \text{ нм}$), на которых наблюдаются "крюки" (см. Рис.П.13), определены групповые задержки масла в ИК-диапазоне. Задержки составили $\tau_{s(1)} - \tau_{I(1)} = 330 \text{ фсек}$ и, соответственно, $\tau_{s(2)} - \tau_{I(2)} = 312 \text{ фсек}$. Измерив по методу призмы дисперсию масла в видимом диапазоне, из (53) удалось найти и групповые скорости по разные стороны от резонансной частоты полосы $\omega_0 = 2950 \text{ см}^{-1}$:

$$u_{I(1)} \approx u_{I(2)} \approx (8.3 \pm 0.5) \times 10^9 \text{ см/сек.}$$

В заключение обратимся к рис.П.14, где приводится наглядное сравнение двух методик. На рис.П.14а,б показаны схемы линейного и нелинейного интерферометров. Аналогами исследуемого вещества (длиной L_I) служит промежуточный слой (L_I), компенсационных пластинок (длиной L) - нелинейные кристаллы (L). На рис.П.14в,г изображены частотно-угловые спектры ДИ и заимствованные из [127] интерферограммы Рождественского. Для наглядности приводится лишь вид модуляционной компоненты ДИ $\cos^2\left(\frac{\delta + \delta_1}{2}\right)$, без учета огибающей $\sin^2\left(\frac{\delta L}{2}\right)$, не влияющей на распределение интенсивности. Качественное сходство обеих картин подтверждает адекватность обсуждаемых аналогий. Подчеркнем также, что механизм образования частотно-угловых спектров ДИ около полос поглощения вещества, заполняющего пространство между двумя кристаллами, имеет много общего с формированием спектров рассеяния на поляритонах, наблюдающихся в кристаллах без центра инверсии [131]. Сигнальные волны, испущенные из разных кристаллов интерферируют, т.к. имеют общий источник - флуктуационное поле, заполняющее пространство нелинейный кристалл - слой вещества - нелинейный кристалл. При этом в силу малости коэффициента

параметрического преобразования СПР никаких реальных волн в промежуточном веществе не возбуждается. Поэтому речь идет о корреляции флуктуаций (вакуумной) компоненты поля на холостой частоте [126].

Заключение

Мы рассмотрели особенности генерации, измерения и некоторые применения перепутанных состояний света. Конечно, приведенные примеры далеко не исчерпывают всего многообразия возможностей, которые открывает этот класс состояний. Достаточно сказать, что вне очерченного этими лекциями круга оказались такие важные разделы современной физики как квантовая информатика (quantum information) и обмен квантовой информацией (quantum communication), включая квантовую криптографию (quantum cryptography). Замечу лишь, что эти направления развиваются чрезвычайно быстро, в том числе и у нас в России. Обзор состояния дел в этих науках на 2000 год можно найти в книге А.Цайлингера, Д.Боумейстера и А.Экерта «Физика квантовой информации» [132]. Особенно подчеркну важность экспериментальных исследований в этой области, где существенное отставание от уровня развития теории предопределяет (не)возможность использования ее достижений на практике, например, при создании квантового компьютера. Хочется надеяться, что при колоссальном росте технологических возможностей, наблюдаемом в наше время, это отставание будет по крайней мере сокращено в обозримом будущем!

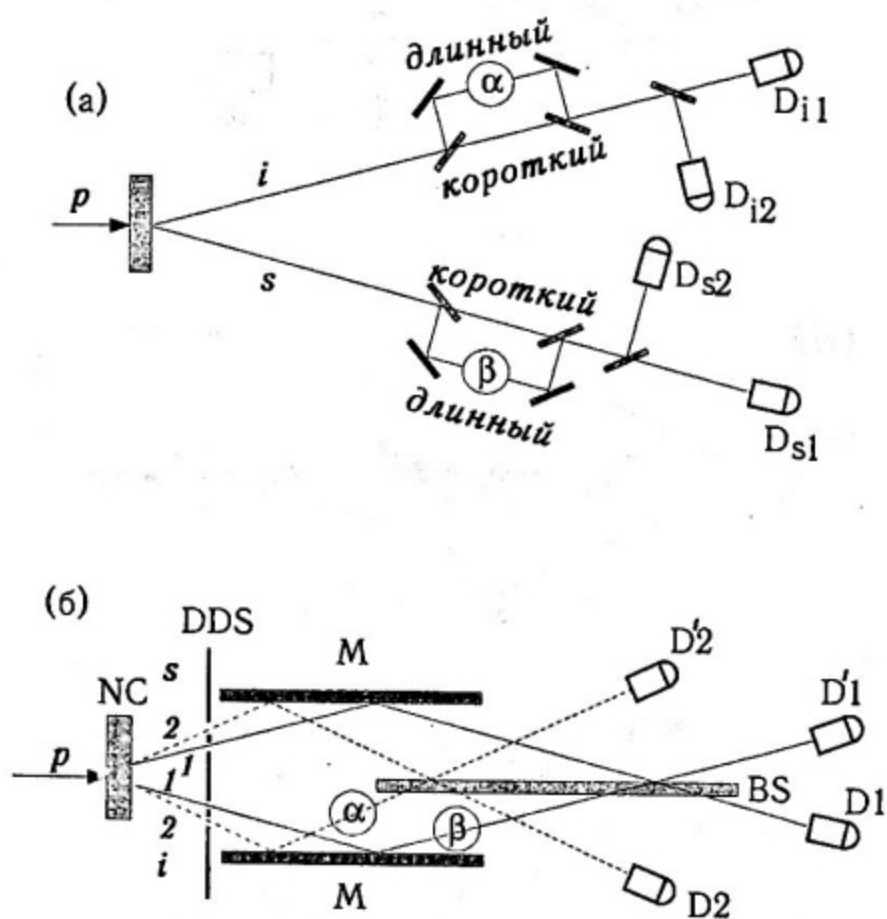


Рис.1.1

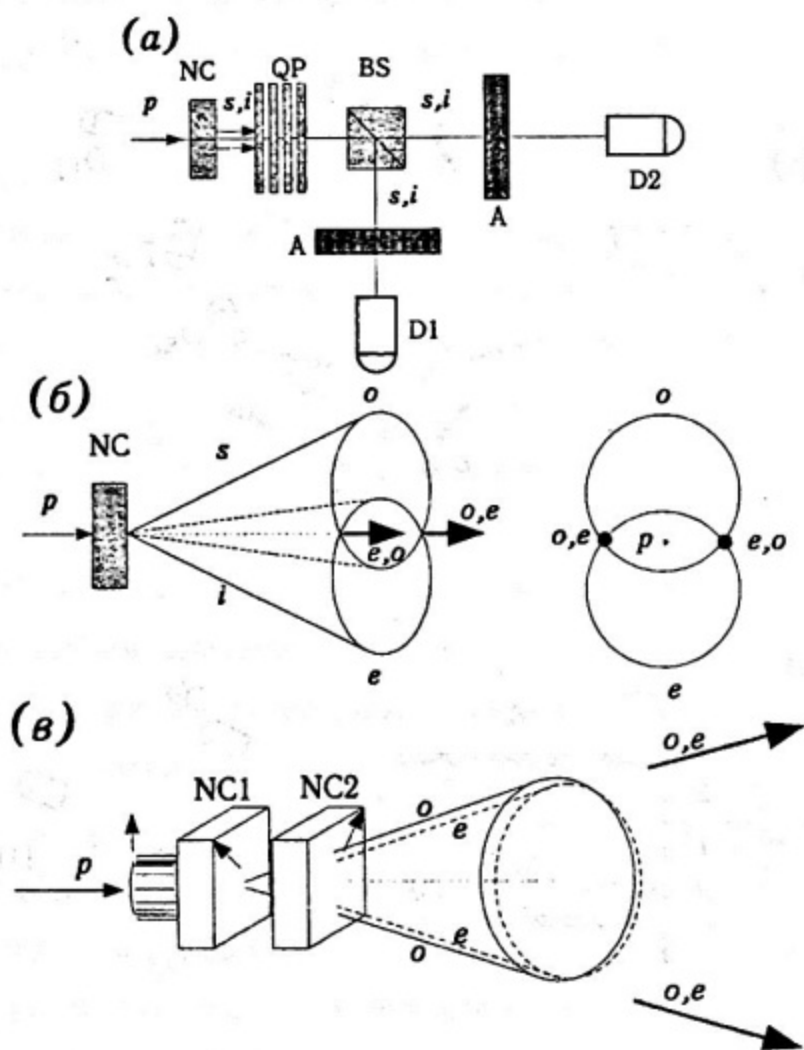


Рис.1.2

Схемы получения состояний бифотонного поля, перепутанных по поляризации при помощи СПР.

(а) - коллинеарный вырожденный режим с синхронизмом типа II. Пространственное разделение мод происходит на неполяризованном светоделителе. На каждый детектор D1 и D2, таким образом, попадают обе поляризационные моды. Поляризаторы (А) используются для поляризационного анализа. Необходима амплитудная пост-селекция коррелированных пространственных мод.

(б) - вырожденный неколлинеарный режим с синхронизмом типа II. В направлениях, указанных стрелками, распространяются по две ортогональные поляризационные моды (на левом рисунке они отмечены точками). Коррелируют моды с ортогональными поляризациями. В этой схеме амплитудная пост-селекция не требуется.

(в) - вырожденный неколлинеарный режим с синхронизмом типа I. В направлениях, указанных стрелками, распространяются по две ортогональные поляризационные моды. Коррелируют моды с параллельными поляризациями

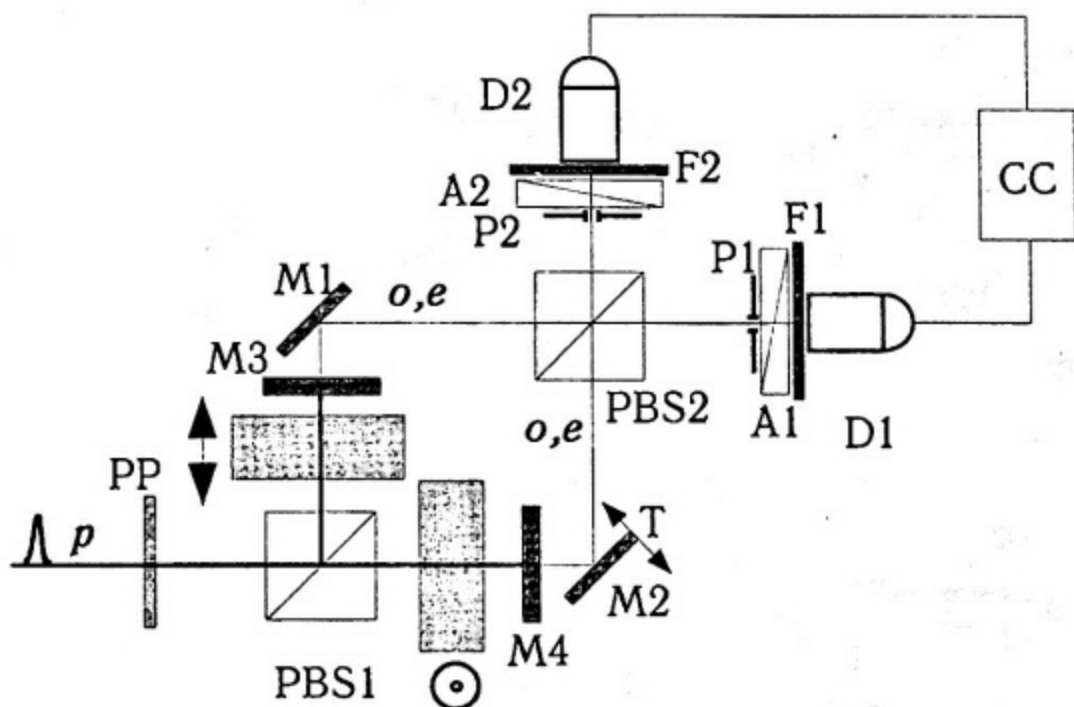


Рис.1.3

Приготовление состояний Белла при помощи двух кристаллов с синхронизмом типа II, помещенных в интерферометр Маха-Цандера. Импульс лазерной накачки, проходя через полуволновую пластинку (PP), поворачивающую поляризацию на 45° , поступает на вход поляризационного светоделителя (PBS1). В двух плечах интерферометра помещены нелинейные кристаллы, оптические оси которых расположены в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Зеркала M3 M4 отражают поле накачки ($\lambda_p = 400\text{нм}$) и пропускают бифотонное поле ($\lambda_s = \lambda_t = 800\text{нм}$). Задержка T между двумя амплитудами бифотонного поля вводится при сканировании зеркала M2. В качестве выходного зеркала интерферометра используется поляризационный светоделитель (PBS2), перемешивающий сигнальные и холостые (поляризационные) моды СПР, родившегося в разных кристаллах. Перед детекторами (D1 и D2) установлены диафрагмы (P), выделяющие пространственную моду, поляриды (A1 и A2) и интерференционные фильтры (F1 и F2).

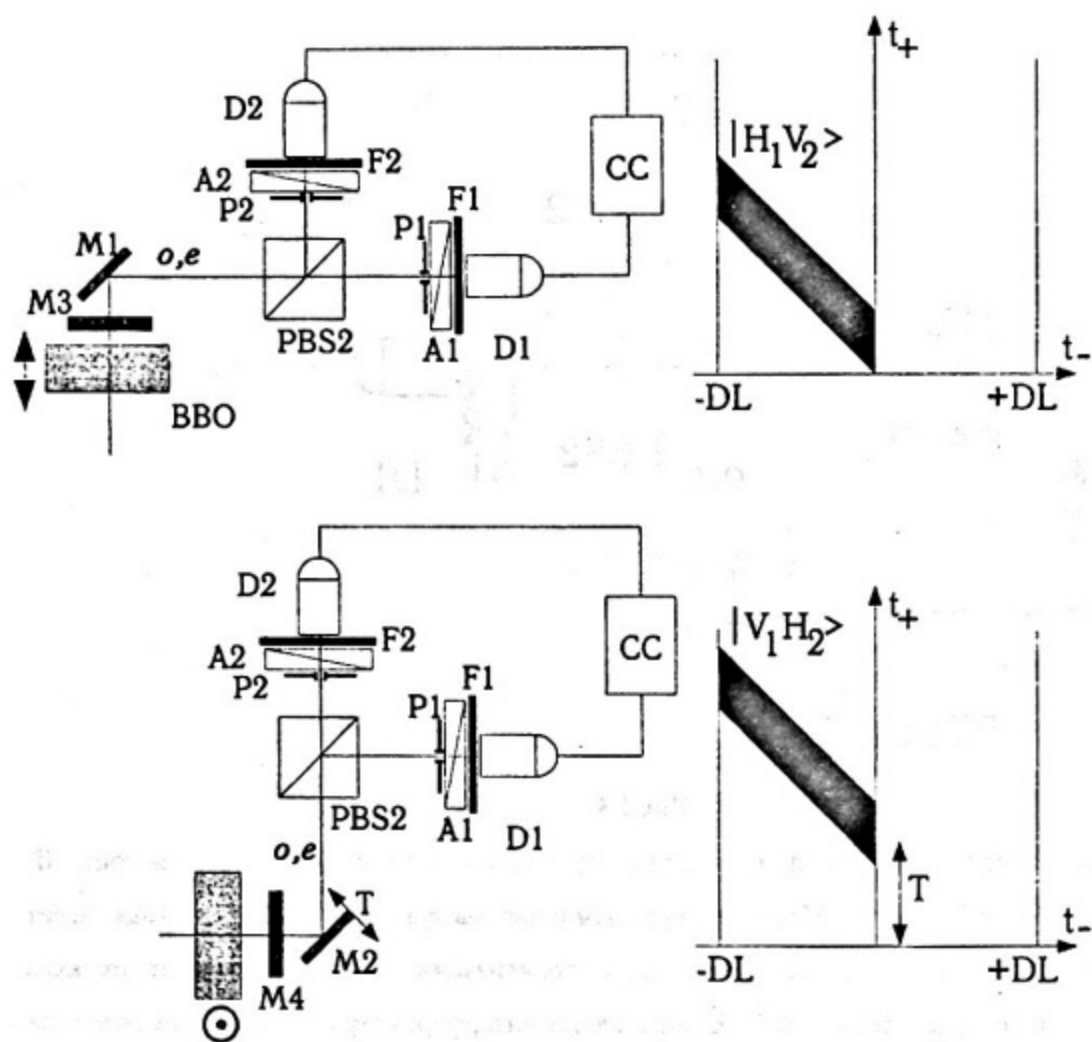


Рис. I.4

На двух рисунках (а) и (б) показано, как возникают две интерферирующие амплитуды, суперпозиция которых приводит к состояниям Белла. Справа показаны распределения бифотонных амплитуд, как функции двух временных аргументов t_+ , t_- . Перекрывание возникает при варьировании задержки T , вносимой в аргумент t_+ .

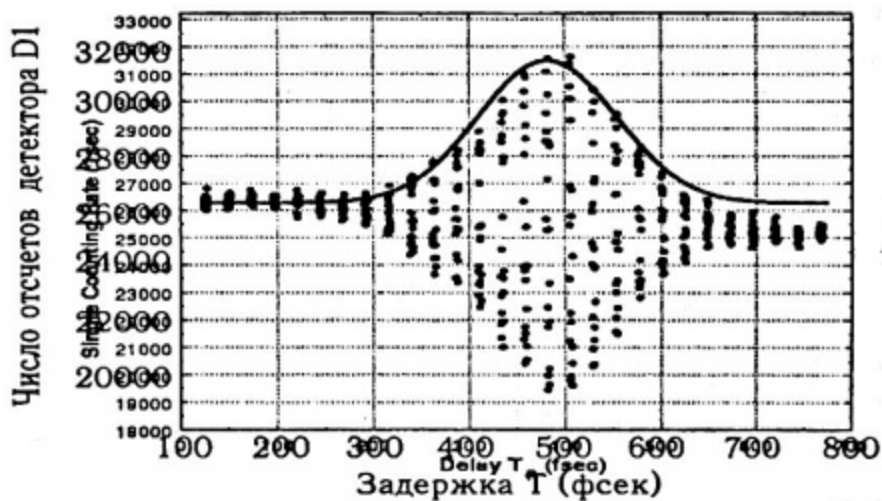


Рис.1.5

Зависимость числа отсчетов детектора D1 от задержки в интерферометре Маха-Цандера, вносимой при сканировании зеркала M2. Ширина корреляционной функции поля накачки (огibaющей) составляет 170 фсек. Каждой вертикальной полоске экспериментальных точек соответствует один период синусоиды интерференционной картины, период которой совпадает

периодом световых колебаний на длине волны накачки $T = \frac{\lambda_p}{c}$.

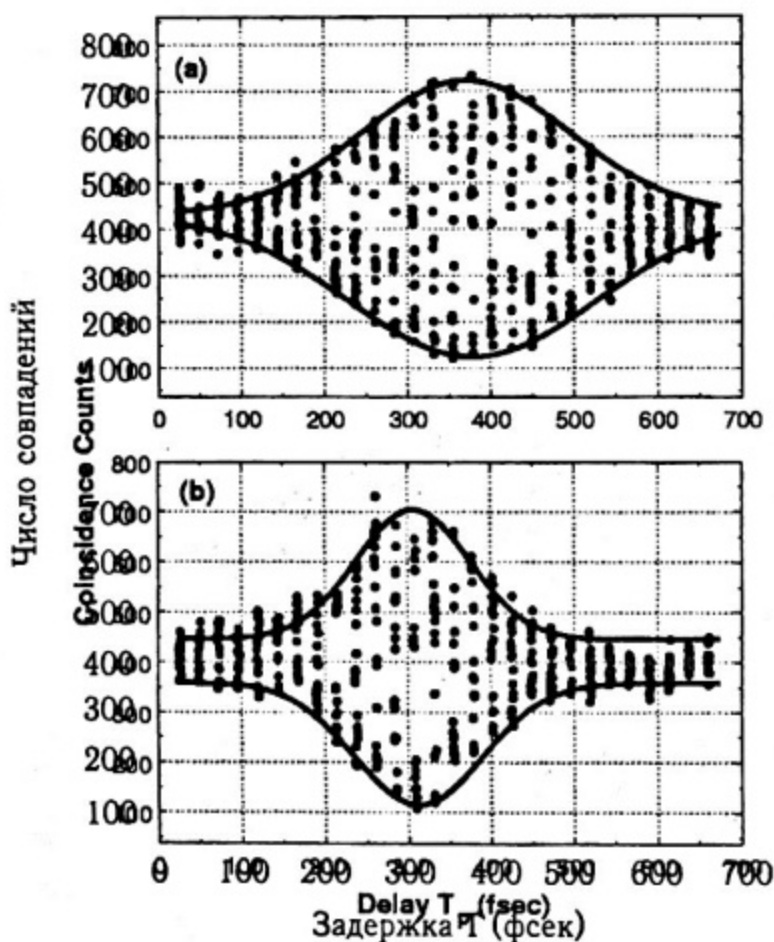


Рис.1.6

Квантовая интерференция, наблюдаемая в совпадениях фотоотчетов детекторов D1 и D2 при изменении задержки T между двумя амплитудами бифотонов. Время накопления - 60сек. Использовались интерференционные фильтры 10нм (а) и 40нм (б). В первом случае ширина огибающей на полувысоте составляет 310 фсек. Во втором - 170фсек, что совпадает с шириной огибающей КФ импульса накачки (см. рис.V.11). В обоих случаях видность оказывается примерно 75%, что превышает классический предел. Каждая колонка экспериментальных точек - один период синусоиды с периодом накачки.

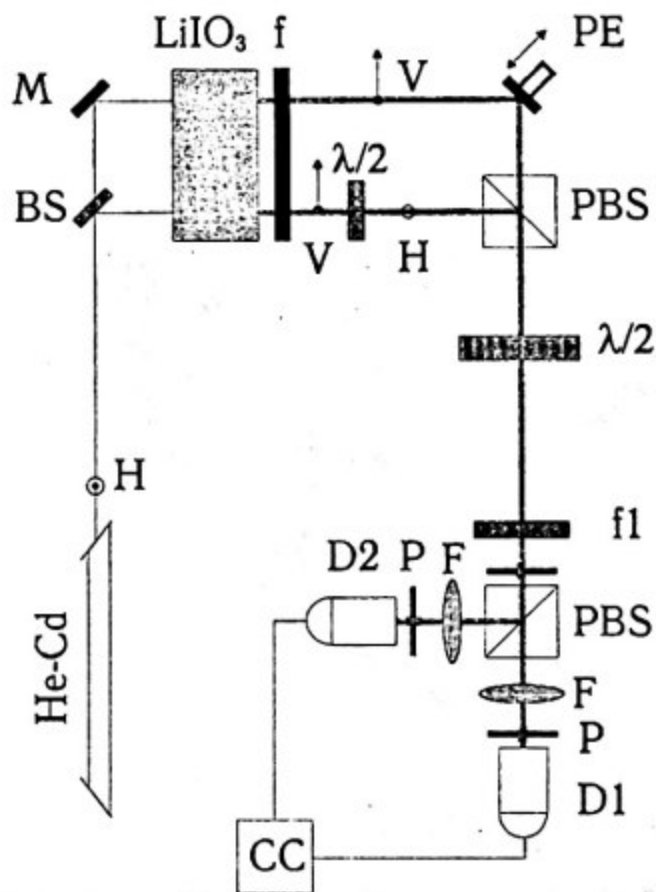


Рис. I.7

Схема экспериментальной установки для синтеза однопучковых бифотонов.

Накачка (гелий-кадмиевый лазер с длиной волны 325 нм), пройдя через светоделитель BS, возбуждает СПР с коллинеарным вырожденным синхронизмом типа I в кристалле LiIO₃. Поляризация одного из бифотонных пучков поворачивается на 90° с помощью полуволновой пластинки. Фильтр f отсекает излучение накачки. Поляризационный светоделитель используется для объединения двух пространственных и поляризационных мод в одну пространственную моду. Фаза одной из компонент суперпозиции V.43 меняется при сканировании зеркала PE. Полуволновая пластинка перед приемной системой используется для преобразования (поворота) поляризации конечного состояния поля. Приемная система состоит из двух счетных детекторов D1, D2, линз F, фокусирующих излучение, диафрагм P и электронной регистрирующей схемы (CC).

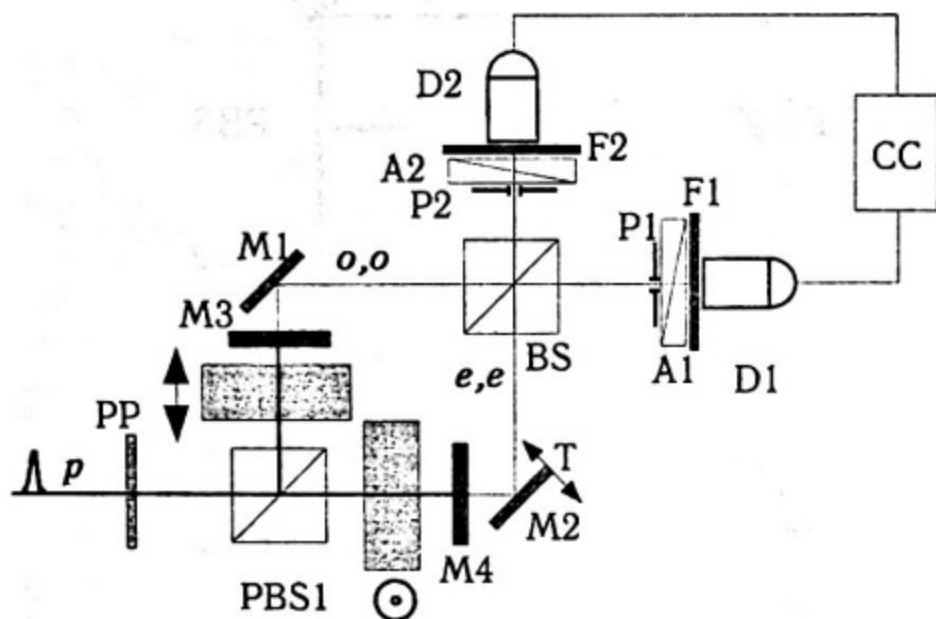
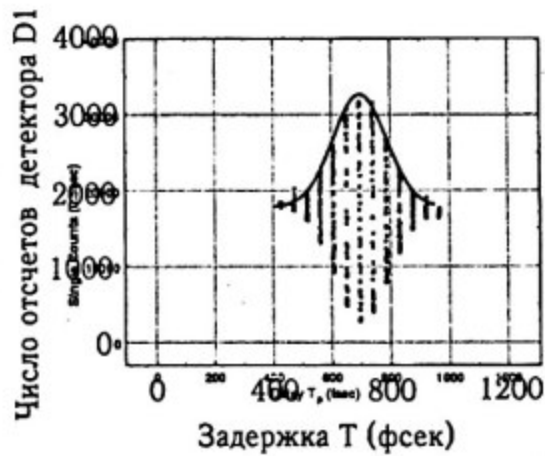


Рис.1.8

Приготовление состояний Белла при помощи двух кристаллов с синхронизмом типа I, помещенных в интерферометр Маха-Цандера. Схема полностью эквивалентна той, которая показана на рис.V.9, лишь с тем отличием, что для перемешивания пространственно-поляризационных мод используется неполяризационный светоделитель BS - в качестве выходного зеркала интерферометра Маха-Цандера.

(a)



(б)

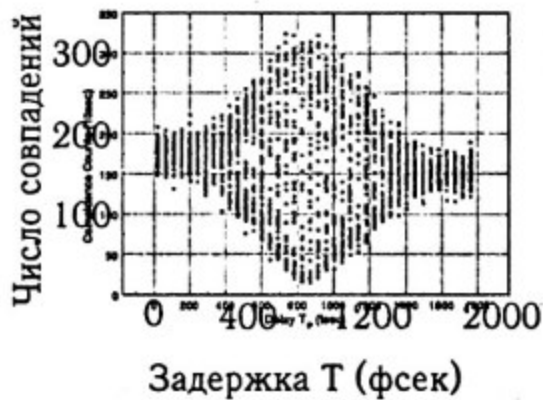
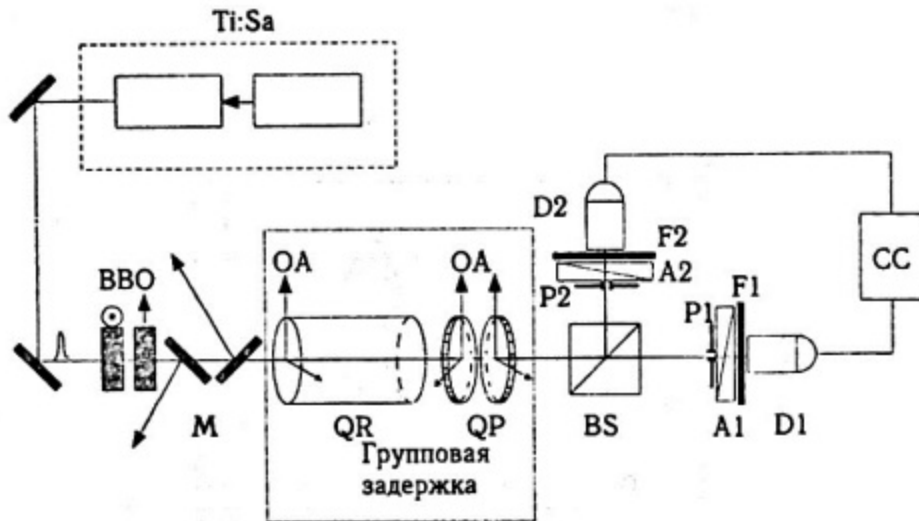


Рис. I.9

(а) - Интерференционная картина, возникающая при подаче на вход интерферометра Маха-Цандера импульсов накачки. Ширина распределения составляет 200 фсек.

(б) - Пространственно-временная интерференция, наблюдаемая в совпадениях фотоотсчетов детекторов D1 и D2 при изменении задержки в интерферометре. Ширина распределения составляет 800 фсек.

(a)



(б)

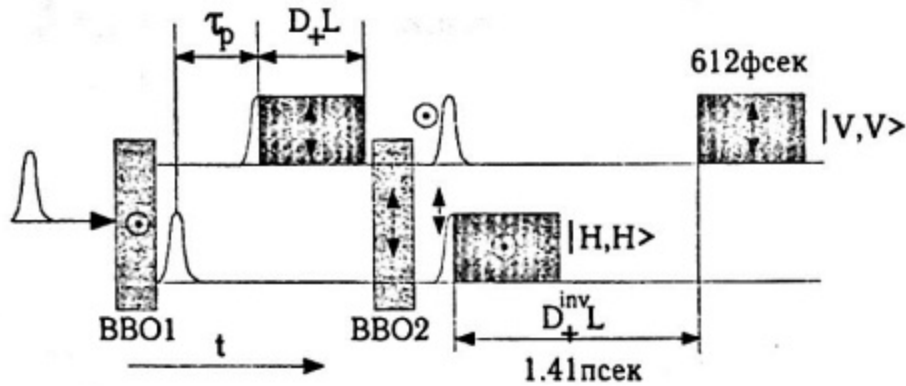


Рис. I.10.

(а) схема экспериментальной установки для синтеза состояний Белла при использовании двух кристаллов с коллинеарным вырожденным синхронизмом типа I. Накачка от титан-сапфирового лазера падает на два кристалла БВО, оптические оси которых ортогональны. Пунктиром показан блок, в котором происходит компенсация групповых скоростей при помощи кварцевого стержня (QR) и пластин (QP). Направление оптических осей указано стрелками. Грубая задержка вносится стержнем, плавная осуществляется поворотом двух пластин вокруг оптической оси и в противоположных направлениях. Приемная часть выполнена на основе неполяризационного светоделителя (BS). Поляризаторы (призмы Глана-Томсона) A1 и A2 служат для поляризационного анализа.

(б) распределение во времени задержек, возникающих из-за дисперсии нелинейных кристаллов. Импульс накачки, поляризованный под углом 45° к вертикали, попадает на первый кристалл БВО. Заштрихованными прямоугольниками обозначены временные области, в которых распределены бифотоны. После первого кристалла задержка между ортогонально поляризованными компонентами импульса накачки составляет

$$\tau_p = L \left(\frac{1}{u_e^{протр}} - \frac{1}{u_o^{протр}} \right). \text{ Общая задержка между двумя амплитудами бифотонных}$$

состояний равна $D_{inv} L$.



Рис.1.11

Зависимость видности пространственно-временной интерференции от задержки, вносимой между двумя амплитудами бифотонов $|V_1, V_2\rangle$ и $|H_1, H_2\rangle$. Перед детекторами установлены интерференционные фильтры шириной 10нм. Максимум видности приходится на относительную групповую задержку ≈ 1.5 псек. Сплошная линия - гауссова кривая, позволяющая оценить ширину соответствующей корреляционной функции - порядка 750фсек.

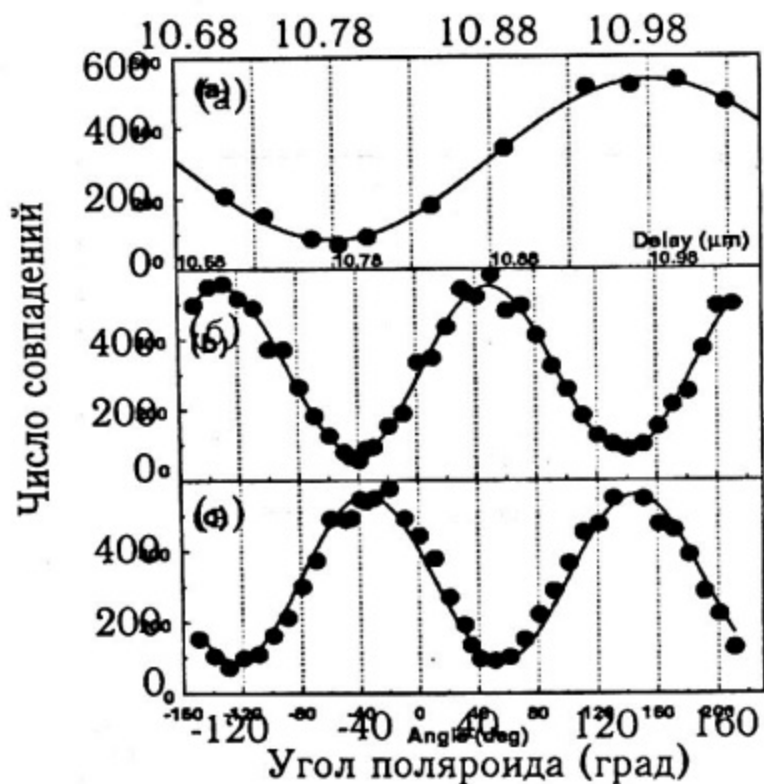


Рис.1.12

(а) - пространственно-временная интерференция. Поляриды A1 и A2 установлены ортогонально под углами $\pm 45^\circ$. Варьируется плавная групповая задержка между двумя ортогональными состояниями в базисе H, V. Пространственный период интерференции составляет 400нм и совпадает с длиной волны накачки.

(б) - поляризационная интерференция, измеряемая в точке минимума графика (а), что соответствует состоянию Белла $|\Phi^-\rangle$. При фиксированном угле поляроида A1 измеряется число совпадений, как функция угла поляроида A2.

(с) - поляризационная интерференция, измеряемая в точке максимума графика (а), что соответствует состоянию Белла $|\Phi^+\rangle$. При фиксированном угле поляроида A1 измеряется число совпадений, как функция угла поляроида A2. Наблюдается сдвиг фаз на 180° между двумя состояниями Белла $|\Phi^-\rangle$ и $|\Phi^+\rangle$.

При всех трех измерениях время набора составляет 30сек.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. E.Shrodinger, Die Gegeneartige Situation in der Quantenmechanik Naturwissenschaften 23, 807, 823, 844 (1935) The Present Situation in Quantum Mechanics: A Translation of Shrodinger's "Cat Paradox" Paper. (Translated by D.Trimmer) Proc. of the American Philosophical Society, 124, 323 (1980), Современное состояние квантовой механики. Перевод на русский язык - Успехи Химии 5, 390-442 (1936).
2. C.Monroe, D.Meekhof, B.King, and D.Wineland, A "Schrodinger Cat" Superposition State of an Atom. Science, 272, 1131 (1996).
3. M.Brune, E.Hagley, J.Dreyer, X.Maitre, A.Maali, C.Wunderlich, J.Raimond, and S.Haroche, Observing the Progressive Decoherence of the "Meter" in a Quantum Measurement. Phys.Rev.Lett., 77, №24, 4887-4890 (1996).
4. V.Vedral, M.B.Plenio, M.A.Rappin, and Knight Quantifying Entanglement. Phys.Rev.Lett., 78, 2275-2279 (1997).
5. V.Vedral and M.B.Plenio, Entanglement Measures and Purification Procedures. Phys.Rev.A, 57, 1619-1633 (1998).
6. Ch.Bennet, D.P.DiVincenzo, J.A.Smolin, and W.K.Wooters, Mixed-State Entanglement and Quantum Error Correction. Phys.Rev.A, 54, 3824-3851 (1996).
7. *Cavity Quantum Electrodynamics, Advances in atomic, Molecular and Optical Physics*, Supplement 2, P.Berman editor, Academic press (1994).
8. J.I.Cirac and P.Zoller, Quantum Computations with Cold Trapped Ions. Phys.Rev.Lett., 74, №20, 4091-4094 (1995).
9. I.L.Chuang, L.M.K.Vandersypen, X.Z.Zhou, D.W.Leung, and S.Lloyd, Experimental Realization of a Quantum Algorithm. Nature, 339, №6681, 143 (1998).
10. R.C.Jones, A New Calculus for the Treatment of Optical Systems. J.opt.Soc.Amm., 31, 488-493 (1941).
11. R.J.C.Spreeuw, Classical Wave-Optics Analogy of Quantum-Information Processing. Phys.Rev.A, 63, 062302 (8 стр.) (2001).
12. N.J.Cerf, C.Adami, and P.Kwiat, Optical Simulation of Quantum Logic. Phys.Rev.A., 57, R1477-R1480 (1998).
13. J.D.Franson, Bell Inequality for Position and Time. Phys.Rev.Lett., 62, №19, 2205-2208 (1989).
14. J.D.Franson, Two-Photon Interferometry over Large Distances. Phys.Rev.A, 44, №7, 4552-4555 (1991).

15. J.G.Rarity and P.R.Tapster, Fourth-Order Interference Effects at Large Distances. *Phys.Rev.A*, **45**, №3, 2052-2056 (1992).
16. P. R. Tapster, J. G. Rarity, and P. C. M. Owens, Violation of Bell's Inequality Over 4 km of Optical Fiber. *Phys.Rev.Lett.*, **73**, 1923–1926 (1994).
17. J.Brendel, E.Mohler, and W.Martienssen, *Europhys.Lett.*, **20**, 575 (1992).
18. P.G.Kwiat, A. M. Steinberg, and R. Y. Chiao, High-Visibility Interference in a Bell-Inequality Experiment for Energy and Time. *Phys.Rev.A*, **47**, R2472–R2475 (1993).
19. W. Tittel, J. Brendel, H. Zbinden, and N. Gisin, Violation of Bell Inequalities by Photons More Than 10 km Apart. *Phys.Rev.Lett.*, **81**, №17, 3563-3566 (1998).
20. W. Tittel, J. Brendel, T. Herzog, H. Zbinden, and N. Gisin, Experimental Demonstration of Quantum Correlations Over More Than 10 km. *Phys.Rev.A*, **57**, №5, 3229-3232 (1998).
21. W. Tittel, J. Brendel, H. Zbinden, and N. Gisin, Pulsed Energy-Time Entangled Twin-Photon Source for Quantum Communication. *Phys.Rev.Lett.*, **82**, №12, 2594-2597 (1999).
22. J.G.Rarity and P.R.Tapster, Experimental Violation of Bell's Inequality Based on Phase and Momentum. *Phys.Rev.Lett.*, **64**, 2495-2498 (1990).
23. J.G.Rarity, P.R.Tapster, Two-Color and Nonlocality in Fourth-Order Interference. *Phys.Rev.A*, **41**, №9, 5139-5146 (1990).
24. C.Bennet, G.Brassard, C.Crepeau, R.Jozsa, A.Peres, and W.Wooters, Teleporting an Unknown Quantum State via Dual Classical and Einstein-Podolsky –Rosen Channels. *Phys.Rev.Lett.*, **70**, 1895-1899 (1993).
25. M.Zukovski, A.Zeilinger, M.A.Horn, and A.K.Ekert, "Event-ready-detectors" Bell Experiment via Entanglement Swapping. *Phys.Rev.Lett.*, **71**, 4287-4290 (1993).
26. J-W.Pan, D.Bouwmeester, H.Weinfurter, and A.Zeilinger, Experimental Entanglement Swapping: Entangling Photons That Never Interacted. *Phys.Rev.Lett.*, **80**, №18, 3891-3895 (1998).
27. C.H.Bennet and S.J.Wiesner, Communication via one- and two-particle operators on Einstein-Podolsky-Rosen states. *Phys.Rev.Lett.*, **69**, 2881-2884 (1992).
28. K.Mattle, H.Weinfurter, P.G.Kwiat, and A.Zeilinger, Dense Coding in Experimental Quantum Communication. *Phys.Rev.Lett.*, **76**, 4656-4659 (1996).
29. D.M.Greenberg, M.A.Horn, A.Shimony A.Zeilinger Bell's Theorem Without Inequalities. *Am.J.Phys.*, **58**, 1131-1136 (1990).
30. D.M.Greenberg, M.A.Horn, A.Zeilinger, Multipartical Interferometry and the Superposition Principle. *Physics Today*, August 22-29 (1993).

31. D.Bouwmeester, J.-W.Pan, M.Daniell, H.Weinfurter, and A.Zeilinger, Observation of Three-Photon Greenberg-Horn-Zeilinger Entanglement. *Phys.Rev.Lett.*, **82**, 1345-1349 (1999).
32. A.V.Sergienko, Y.H.Shih, and M.H.Rubin, Experimental Evaluation of a Two-Photon Wave Packet in Type-II Parametric Down-Conversion. *J.Opt.Soc. Am. B*, **40**, 859-862 (1993).
33. P.G.Kwiat, K.Mattle, H.Weinfurter, A.Zeilinger, A.V.Sergienko, Y.H.Shih, New High-Intensity Source of Polarization-Entangled Photon Pairs. *Phys.Rev.Lett.*, **75**, 4337-4341 (1995).
34. P.G.Kwiat, E.Waks, A.G.White, I.Appelbaum, and P.H.Eberhard, Ultrabright Source of Polarization Entangled Photons. *Phys.Rev.A*, **60**, R773-R776 (1999)
35. А.В.Бурлаков, Д.Н.Клышко, С.П.Кулик, М.В.Чехова. Интерференция четвертого порядка между независимыми бифотонами. *Письма в ЖЭТФ*, **69**, №11, 788-794, (1999).
36. A.V.Burlakov, M.V.Chekhova, D.N.Klyshko, S.P.Kulik, A.N.Penin, D.V.Strekalov and Y.H.Shih, Interference Effects in Spontaneous Two-photon Parametric Scattering from Two Macroscopic Regions. *Phys.Rev.A*, **56**, 4, 3214-3225 (1997).
37. A.N.Boto, P.Kok, D.S.Abrams, S.L.Braunstein, C.P.Williams, and J.P.Dowling, Quantum Interferometric Optical Lithography: Exploiting Entanglement to Beat the Diffraction Limit. *Phys.Rev.Lett.*, **85**, №13, 2733-2736 (2000).
38. G.S.Agarwal, R.W.Boyd, E.M.Nagasaco, and S.J.Bently, Comment on "Quantum Interferometric Optical Lithography: Exploiting Entanglement to Beat the Diffraction Limit" *Phys.Rev.Lett.*, **86**, №7, 1389-1392 (2001).
39. M.D'Angelo, M.V.Chekhova, and Y.Shih Two-Photon Diffraction and Quantum Lithography *Phys.Rev.Lett.*,(2001, принято к печати)
40. S.J.Freedman and J.F.Clauser, Experimental Test of Local Hidden-Variable Theories. *Phys,Rev.Lett.*, **28**, 938-941 (1972)
41. L.Hardy, Nonlocality for Two Particles without Inequalities for Almost All Entangled States. *Phys.Rev.Lett.*, **71**, № 11, 1665-1668 (1993).
42. A.Mann, M.Revzen, W.Schleich, Unique Bell State. *Phys.Rev.A*, **46**, №9, 5363-5366 (1992).
43. J.S.Bell, On the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox. *Physics*, **1**, 195-200 (1964).
44. J.Clauser, M.A.Horn, A.Shimony, and R.A.Holt, Proposed Experiment to Test Local Hidden-Variable Theories. *Phys.Rev.Lett.*, **23**, 880-884 (1969).
45. A.G.White, D.F.V.James, P.H.Eberhard, and P.G.Kwiat, Non-maximally Entangled States: Production, Characterization and Utilization. LANL e-print quant-ph 99088081.
46. D.F.James, P.G.Kwiat, W.J.Munro, and A.G.White, Measurement of qubits. *Phys.Rev.A*, **64**, 052312.

47. Y.H.Shih, C.O.Alley, New Type of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Experiment Using Pairs of Light Quanta Produced by Optical Parametric Down Conversion. *Phys.Rev.Lett.*, **61**, 2921-2924 (1982).
48. T.B.Pittman, D.V.Strekalov, A.V.Sergienko, M.H.Rubin, D.N.Klyshko, and Y.H.Shih, Two-Photon Geometric Optics. *Phys.Rev.A*, **53**, 2804-2815 (1996).
49. T.B.Pittman, Y.H.Shih, A.V.Sergienko, and M.H.Rubin, Experimental Test of Bell's Inequalities Based on Spin and Space-Time Variables. *Phys.Rev.A*, **51**, 3495-3498 (1995).
50. D.V.Strekalov, A.V.Sergienko, D.N.Klyshko, and Y.H.Shih, Observation of Two-Photon Ghost Interference and Diffraction. *Phys.Rev.Lett.*, **74**, 3600-3603 (1995).
51. P.G.Kwiat, K.Mattle, H.Weinfurter, A.Zeilinger, A.V.Sergienko, Y.H.Shih, New High-Intensity Source of Polarization-Entangled Photon Pairs. *Phys.Rev.Lett.*, **75**, 4337-4341 (1995).
52. Y.H.Shih, M.Rubin, Four Photon Interference Experiment for the testing of the Greenberg-Horne-Zeilinger Theorem. *Phys.Lett.A*, **182**, 16-22 (1993).
53. M.Zukovski, A.Zeilinger, and H.Weinfurter, Entangling Photons Radiated by Independent Pulsed Sources. In *Fundamental Problems in Quantum Theory*. *Ann. (New York) Acad. Sci.*, **755**, 91-102 (1995).
54. J.Rarity, Ann. Interference of Single Photons from Separate sources. In *Fundamental Problems in Quantum Theory*. *Ann. (N.Y.) Acad. Sci.*, **755**, 624-632 (1995).
55. G.Di.Giuseppe, L.Haiberg, F.De Martini, and A.V.Sergienko, Quantum Interference and Indistinguishability with Femtosecond Pulses. *Phys.Rev.A*, **56**, №1, R21-R24 (1997).
56. A.V.Sergienko, M.Atature, Z.Walton, G.Jaeger, B.E.A.Saleh, and M.C.Teich, Quantum Cryptography Using Femtosecond-Pulsed Parametric Down-Conversion. *Phys.Rev.A*, **60**, R2622-R2625 (1999).
57. W.P.Grice and I.A.Wamsley, Spectral Information and Distinguishability in Type-II Down-Conversion with a Broadband Pump. *Phys.Rev.A*, **56**, 1627-1634 (1997).
58. W.P.Grice, R.Erdman, I.A.Wamsley, D.Branning, Spectral Distinguishability in Ultrafast Parametric Down-Conversion. *Phys.Rev.A*, **57**, R2289-R2292 (1998).
59. M.Atature, A.V.Sergienko, Bahaa E.A.Saleh, and M.C.Teich, Dispersion-Independent High-Visibility Quantum Interference in Ultrafast Parametric Down-Conversion. *Phys.Rev.Lett.*, **84**, №4, 618-621 (2000).
60. Д.Ю.Корыстов, С.П.Кулик, А.Н.Пенин. "Крюки" Рождественского при двухфотонном параметрическом рассеянии света. *Письма в ЖЭТФ* **73**, 248-252 (2001).

61. D.Branning, W.P.Grice, R.Erdman, and I.A.Wamsley, Engineering the Indistinguishability and Entanglement of Two Photons. *Phys.Rev.Lett.*, **83**, 955-958 (1999).
62. D.Branning, W.P.Grice, R.Erdman, and I.A.Wamsley, Engineering the Indistinguishability and Entanglement of Two Photons. *Phys.Rev.Lett.*, **83**, 955-958 (1999).
63. Y.H.Shih, A.V.Sergienko, M.H.Rubin, T.E.Kiess, and C.O.Alley, Two-photon interference in a standard Mach-Zehnder interferometer. *Phys.Rev.A*, **49**, 4243-4246 (1994).
64. T.E.Kiess, Y. H. Shih, A. V. Sergienko, and C. O. Alley, Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Experiment Using Pairs of Light Quanta Produced by Type-II Parametric Down-Conversion. *Phys.Rev.Lett.*, **71**, 3893-3897 (1993).
65. A.N.Boto, P.Kok, D.S.Abrams, S.L.Braunstein, C.P.Williams, and J.P.Dowling, Quantum Interferometric Optical Lithography: Exploiting Entanglement to Beat the Diffraction Limit. *Phys.Rev.Lett.*, **85**, №13, 2733-2736 (2000).
66. G.S.Agarwal, R.W.Boyd, E.M.Nagasaco, and S.J.Bently, Comment on "Quantum Interferometric Optical Lithography: Exploiting Entanglement to Beat the Diffraction Limit" *Phys.Rev.Lett.*, **86**, №7, 1389-1392 (2001).
67. M.D'Angelo, M.V.Chekhova, and Y.Shih Two-Photon Diffraction and Quantum Lithography *Phys.Rev.Lett.*, (2001, принято к печати)
68. E.S.Fry and R.C.Thomson, Experimental Test of Local Hidden-Variable Theoris. *Phys.Rev.Lett.*, **37**, №8, 465-468 (1976).
69. A.Aspect, P.Grangier, and J.Vigue, Quantum Interference Effect for Two Atoms Radiating a Single Photon. *Proc. of Laser Spectroscopy VII*, 41-45 (1985).
70. Д.Н.Клышко. Квантовая оптика: квантовые, классические и метафизические аспекты. *УФН*, **164**, №11, 1187-1214 (1994).
71. Y.Kim, S.P.Kulik, Y.Shih, Quantum Teleportation with a Complete Bell State Measurement. *Phys. Rev.Lett.*, **86**, № 7 1370-1373, 2001.
72. D.V.Strekalov, T.B.Pittman, A.V.Sergienko, Y.H.Shih, and P.G.Kwiat, Postselection-Free Energy-Time Entanglement. *Phys.Rev.A*, **54**, R1-R4 (1996).
73. A.V.Burlakov, M.V.Chekhova, D.N.Klyshko, O.A.Karabutova, and S.P.Kulik, Polarization State of a Biphoton: Quantum Ternary Logic. *Phys.Rev. A*, **60**, R4209-R4212 (1999).
74. А.В.Бурлаков, Д.Н.Клышко, С.П.Кулик, А.Н.Пенин, М.М.Чехова. Интерференция спонтанного излучения из двух макроскопических областей. *Письма в ЖЭТФ*, **65**, №1, 20-25 (1997).

75. Y.Kim, S.P.Kulik, Y.Shih, High-Intensity Pulsed Source of Space-Time and Polarization Double-Entangled Photon Pairs. *Phys.Rev.A*, **62**, 011802R, (4 стр.) (2000).
76. C.K.Hong, Z.Y.Ou, and L.Mandel, Measurement of Subpicosecond Time Intervals Between Two Photons by Interference. *Phys.Rev.Lett.*, **59**, №18, 2044-2046 (1987).
77. A.V.Burlakov, M.V.Chekhova, O.V.Karabutova, and S.P.Kulik, Collinear Two-Photon State with Spectral Properties of Type-I and Polarization Properties of Type-II Spontaneous Parametric Down-Conversion: Preparation and Testing. *Phys.Rev.A*, **64**, 041803 (4 стр) 2001.
78. Y.Kim, S.P.Kulik, Y.Shih, Comment on "Dispersion-Independent High-Visibility Quantum Interference in Ultrafast Parametric Down-Conversion". *Phys.Rev.Lett.* **86**, №20, 4710 (2001).
79. Д.Н.Кльшкo Поляризация света: эффекты четвертого порядка и поляризационно-сжатые состояния. *ЖЭТФ*, **111**, вып.6, 1955-1983 (1997).
80. C.Bennet, Quantum Information and Computation. *Physics Today*, October, 24-30 (1995).
81. L.Hardy, and D.D.Song, Nonsignalling and Probabilistic Quantum Cloning. *Phys.Lett.A*, **259**, 331-333 (1999).
82. W.K.Wooters, W.H.Zurek, A Single Quantum Cannot Be Cloned. *Nature*, **299**, 802-803 (1982).
83. D.Bouwmeester, J-W.Pan, K.Mattle, M.Eibl, H.Weinfurter, and A.Zeilinger, Experimental Quantum Teleportation. *Nature*, **390**, 575-579 (1998).
84. D.Boschi, S.Branca, F.De Martini, L.Hardy, and S.Popescu, Experimental realization of Teleporting an Unknown Pure Quantum State via Dual Classical and Einstein-Podolsky-Rosen Channels. *Phys.Rev Lett.*, **80**, №6, 1121-1125 (1998).
85. A.Furusawa, J.L.Sorensen, S.L.Braunstein, C.A.Fuchs, H.J.Kimble, E.S.Polzik, Unconditional Quantum Teleportation. *Science*, **282**, 706-709 (1998).
86. Д.Н.Кльшкo. К теории и интерпретации эффекта "квантовой телепортации". *ЖЭТФ*, **114**, вып.4(10), 1171-1187 (1998).
87. D.N.Klyshko, On the Realization and Interpretation of "Quantum Teleportation". *Phys.Lett.A*, **247**, 261-266 (1998).
88. S.Popescu, An Optical Method for Teleportation. LANL e-print quant-ph/9501020 (1995).
89. L.Vaidman Teleportation of Quantum States. *Phys. Rev. A*, **49**, 1473 (1994).
90. S.L.Braunstein and H.J.Kimble, Teleportation of Continuous Quantum Variables. *Phys.Rev.Lett.*, **80**, 869-872 (1998).
91. Я.Перина. Когерентность света. М., Наука.
92. L.Vaidman and N.Yoran, Methods for Reliable Teleportation *Phys.Rev.A*, **59**, №1, 116-125 (1999).

93. N.Lutkenhaus, J.Calsamiglia, and K.-A.Suominen, Bell-Measurements for Teleportation. *Phys.Rev.A*, **59**, №5, 3295-3300 (1999).
94. Р.Шен. Принципы нелинейной оптики. Пер. С англ. - Наука, М. С.558 (1989).
95. P.G.Kwiat, H.Weinfurter, Embedded Bell-State Analysis. *Phys.Rev.A*, **58**, №4, R2623-R2626 (1998).
96. N.J.Cerf, C.Adami, and P.G.Kwiat, Optical Simulation of Quantum Logic. *Phys.Rev.A*, **57**, R1477-R1480 (1998).
97. E.DelRe, B.Crosignani, and P.Di Porto, Scheme for Total Quantum Teleportation *Phys.Rev.Lett.*, **84**, №13, 2989-2992 (2000).
98. M.G.A.Paris, M.B.Plenio, S.Bose, D.Jonathan, G.M.D'Ariano Optical Bell Measurement by Fock Filtering. *Phys.Lett.A*, **273**, 153-158 (2000).
99. G.M.D'Ariano, L.Maccone, M.G.A.Paris, and M.F.Sacchi Optical Fock-State Synthesizer. *Phys.Rev.A*, **61**, 053817 (2000).
100. А.П.Алоджанц, С.А.Аракелян Квантовые невозмущающие измерения фазы и поляризационных параметров Стокса оптических волокон. *ЖЭТФ*, **13**, 1235-1252 (1998).
101. Y.Kim, S.P.Kulik, Y.Shih, Bell State Preparation Using Pulsed Nondegenerate Two-Photon Entanglement. *Phys.Rev.A* **63**, 060301 (4 стр.) (2001).
102. P.A.Franken, A.E.Hill, C.W.Peters, and G.Weinreich, Generation of Optical Harmonics. *Phys.Rev.Lett.*, **7**, №4, 118-123 (1961).
103. Д.Н.Клышко. Поперечная группировка фотонов и двухфотонные процессы в поле параметрического рассеяния света. *ЖЭТФ*, **83**, 1313-1323 (1982).
104. J.Chang, J.Ducing, and N.Blombergen, Relative Measurement Between Fundamental and Second-Harmonic Light. *Phys.Rev.Lett.*, **15**, 6 (1965).
105. J.J.Wynne and N.Blombergen, Measurement of the Lowest-Order Nonlinear susceptibility in III-V Semiconductors by Second-Harmonic Generation with a CO₂ Laser. *Phys.Rev.*, **188**, 1211 (1969).
106. Y.Yacoby, R.Fitzgibbon, and B.Lax, Coherent Cancellation of Background in Four-Wave Mixing Spectroscopy. *J.Appl.Phys.*, **51**, 3072-3077 (1980).
107. J.W.Hahn and Eun Seong Lee, Measurement of Nonresonant Third-Order Susceptibilities of Various Gases by the Nonlinear Interferometric Technique. *J.Opt.Soc.Am. B*, **12**, №6, 1021-1027 (1995).
108. N.Blombergen, A.J.Sievers, Nonlinear Optical Properties of Periodic Laminar Structures. *Appl.Phys.Lett.*, **17**, №11, 483-486 (1970).

109. R.L.Bayer, Quasi-Phase Matched Nonlinear Materials and Application to devices. *Nonlinear Optics*, 7, 235-245 (1994).
110. A.Szilagyi, A.Hordvic, H.J.-A.Schlosberg, A Quasi-Phase-Matchind Technique for Efficient Optical Mixing and St.M. Frequency Doubling. *J.Appl.Phys.*, 47, №5, 2025-2032 (1975).
111. M.Okada, K.Tarizana, S.Ieiri, Second Harmonic Generation by Periodic Laminar Structures of Nonlinear optical Crystal. *Opt.Com.* 18, №3, 331-334 (1976).
112. Feug Duan, Ming Nai-Ben, Hong Jing-Fen, Yang Yong-Shun, Zhu Jin-Song, Yang Zhen, and Wang Ye-Ning, Enhancement of Second-Harmonic in LiNbO₃ Crystals with Laminar Ferroelectric Domains. *Appl.Phys.Lett.*, 37, 607-609 (1980).
113. Г.Х.Китаева, А.А.Михайловский, А.Н.Пенин. Нелинейная дифракция при спонтанном параметрическом и когерентном четырехволновом рассеянии света на поляритонах. *ЖЭТФ*, 112, 2001-2014 (1997).
114. Д.Н.Клышко. Интерференция Рамзея при двухфотонном параметрическом рассеянии света. *ЖЭТФ*, 104, 2676-2684 (1993).
115. Д.Н.Клышко. Параметрическая генерация двухфотонного света в анизотропных слоистых средах. *ЖЭТФ*, 105, 1574-1582 (1994).
116. Г.Х.Китаева, Д.Н.Клышко, И.В.Таубин. К теории параметрического рассеяния и метода абсолютного измерения яркости света. *Квантовая электроника*, 9, 561-568 (1982).
117. О.А.Акцияпетров, Г.Х.Китаева, Е.Д.Мишина, А.Н.Пенин. Форма линии СПР в тонких пластинах ниобата лития. *ФТТ*, 21, 1833-1837 (1979).
118. Г.Х.Китаева, С.П.Кулик, А.Н.Пенин. Нелинейная дифракция при параметрическом рассеянии света. *ЖЭТФ*, 90, вып.3, 1051-1055 (1986).
119. A.V.Burlakov, M.V.Chekhova, D.N.Klyshko, S.P.Kulik, A.N.Penin, D.V.Strekalov and Y.H.Shib, Interference Effects in Spontaneous Two-photon Parametric Scattering from Two Macroscopic Regions. *Phys.Rev.A*, 56, 4, 3214-3225 (1997).
120. Д.Н.Клышко. *Фотоны и нелинейная оптика*, Наука, М.(1980) с. 256.
121. М.Борн. Э.Вольф *Основы оптики*. Наука, М., 1970 с.854.
122. Д.Ю.Корыстов, С.П.Кулик, А.Н.Пенин. Интерферометрия спонтанного параметрического рассеяния света. *Квантовая электроника*, 30, №10, 921-926 (2000).
123. А.Л.Александровский, Г.И.Ершова, Г.Х.Китаева, С.П.Кулик, И.И.Наумова, В.В.Тарасенко. Дисперсия показателей преломления в кристаллах LiNbO₃:Y и LiNbO₃:Mg. *Квантовая электроника* 18, 254-256 (1991).

124. Г.К.Китаева, К.А.Кузнецов, И.И.Наумова, А.Н.Пенин. Влияние дефектов структуры на оптические свойства монокристаллов LiNbO_3 . Квантовая электроника, **30** (8), 726-732 (2000).
125. Д.Н.Клышко, А.Н.Пенин, Б.Ф.Полковников. Параметрическая люминесценция и рассеяние света на поляритонах. Письма в ЖЭТФ, **11**, 11-13 (1970).
126. А.В.Бурлаков, Ю.Б.Мамаева, А.Н.Пенин, М.В.Чехова. Трехчастотная интерференция с участием поляритонов. ЖЭТФ, **120**, №1, 67-75 (2001).
127. Д.С.Рождественский. Работы по аномальной дисперсии в парах металлов М., изд-во АН СССР, 1951, 394 стр, илл.
128. Д.Ю.Корыстов, С.П.Кулик, А.Н.Пенин. "Крюки" Рождественского при двухфотонном параметрическом рассеянии света. Письма в ЖЭТФ **73**, 248-252 (2001).
129. Г.С.Ландсберг. Оптика. Наука, М., с.926 (1976).
130. Г.Х.Китаева, С.П.Кулик, А.Н.Пенин. Параметрическое рассеяние света в пространственно – неоднородных кристаллах. ФТТ, **34**, 3440-3447 (1992).
131. Ю.Н. Поливанов Комбинационное рассеяние света на поляритонах. УФН, **126**, вып.2, 185-232 (1978).
132. D.Bouwmeester, A.Ekert, A.Zeilinger, The Physics of Quantum Information. Springer, Berlin, 314с. (2000).