

НИКОЛАЙ КУДРЯШОВ: «СОЛИТОН – ЭТО И ВОЛНА, И ЧАСТИЦА»

5 августа 2024

В международном научном журнале «Chaos, Solitons and Fractals», втором по значимости журнале математической физики с квартилем Q1, вышла [статья](#) профессора НИЯУ МИФИ Николая Кудряшова «Солитоны иерархии комплексного модифицированного уравнения Кортевега–де Фриза».



Профессор НИЯУ МИФИ, заведующий кафедрой прикладной математики Института ЛаПлаз Николай Кудряшов

Исследование солитонов (структурно устойчивых уединенных волн) – одна из сложнейших математических задач, имеющая большие перспективы. И интересную историю.

«В 1965 году американские математики Мартин Крускал и Норман Забуски провели вычислительный эксперимент по взаимодействию уединенных волн, которые назвали «солитонами», – рассказывает Николай Алексеевич Кудряшов. – И получили совершенно парадоксальный результат – действия солитонов очень похожи на поведение частиц или даже на действия людей:двигающаяся с большей скоростью большая уединенная волна догоняет меньшую уединенную волну,двигающуюся с меньшей скоростью, они взаимодействуют, потом разбегаются, не меняя формы и скорости. Единственно что – они на какой-то момент задерживаются, как бы «поговорили друг с другом» и разбежались. Оказалось, что это явление встречается во многих областях физики, где пытаются учесть нелинейность и дисперсию (разбегание волн) – в физике плазмы, физике твердого тела, оптике, сверхпроводимости. Самый простой пример – с его помощью можно описать даже некоторые волны на воде, например, цунами».

Но в истории с открытием солитонов есть не только математика, но и география, и поэзия.



Джон Скотт Рассел изучал волны с целью улучшения форм кораблей, и в середине XIX века построил по волнообразной системе формы пароход «Great Eastern», ставший триумфом технического мастерства того времени

В 1895 году голландский математик, механик и астроном Дидерик Кортевег и его аспирант Густав де Фриз впервые математически объяснили явление, отмеченное в 1844 году в статье британского ученого и кораблестроителя Джона Скотта Рассела. Экспериментальное открытие Рассел сделал в 1834 году, и произошло это почти случайно, когда он проводил испытания баржи на канале Форс-энд-Клайд, который разрезает Шотландию на две части. А именно – две лошади тянули баржу по каналу, а Рассел, сидя на третьей, следовал за ними по берегу. Вдруг пару лошадей что-то напугало, они понесли, веревка порвалась, судно остановилось и перед ним пошла вперед небольшая волна от носовой части. Рассел, обладавший необыкновенной наблюдательностью, заинтересовался этим явлением, и поехал по берегу за волной, чтобы проследить за ее изменениями. В течение десяти лет он много раз повторял этот эксперимент уже намеренно, то есть наблюдал и исследовал движение уединённой волны на поверхности воды. Свои выводы он опубликовал в 1844 году в «Докладе о волнах», но его раскритиковали и долгое время эта работа не вызывала интереса. Особенно «постарался» родоначальник современной гидродинамики Джордж Габриель Стокс, обозвав научные изыскания Рассела «чепухой».

И только через 50 лет на доклад Рассела обратил внимание Кортевег и вместе с де Фризом вывел уравнение, описывающее распространение в нелинейной среде структурно устойчивой уединенной волны, то есть солитона.

А теперь – о поэзии. В 1841 году, то есть примерно тогда же, когда Рассел проводил свои наблюдения в Шотландии, в России об этом написал... Михаил Лермонтов! Вот стихотворение, которое он оставил в альбоме графини Ростопчиной:



Портрет графини Евдокии Ростопчиной, чей образ вдохновил Лермонтова на поэтическое «открытие» солитона

Я верю: под одной звездою
Мы с вами были рождены;
Мы шли дорогою одною,
Нас обманули те же сны.
Но что ж! – от цели благородной
Оторван бурею страстей,
Я позабыл в борьбе бесплодной
Преданья юности моей.
Предвидя вечную разлуку,
Боюсь я сердцу волю дать;
Боюсь предательскому звуку
Мечту напрасную вверять...
Так две волны несутся дружно
Случайной, вольною четой
В пустыне моря голубой:
Их гонит вместе ветер южный;
Но их разрознит где-нибудь
Утеса каменная грудь...
И, полны холодом привычным,
Они несут берегам различным,
Без сожаленья и любви,
Свой ропот сладостный и томный,
Свой бурный шум, свой блеск заемный
И ласки вечные свои.



«Для чего я не родился этой синей волной?» Акварельный рисунок М.Ю. Лермонтова

Это не что иное, как поэтическое описание вложенного солитона, обладающего такими же свойствами, как и солитон Кортевега–де Фриза. Придумал поэт это или заметил на море, мы не знаем. Кстати, род Лермонтовых происходит от шотландского барда XIII века Томаса Лермонта – «вот так начнешь изучать фамильные портреты и, пожалуй, уверуешь в переселение душ», как говорил Шерлок Холмс. Прототип которого, хирург и профессор Эдинбургского университета Джозеф Белл, тоже был шотландцем. Видимо, в существовании самой Шотландии есть какая-то математическая загадка...

Но вернемся к ученому сословию. В 1945 году научная общественность Европы отмечала 100-летний юбилей со дня рождения Кортевега. Интересно, что уравнение Кортевега–де Фриза тогда даже не включили в список выдающихся работ ученого.

Теперь перенесемся в США, в Лос-Аламосскую лабораторию, где в сороковые годы шла интенсивная работа над созданием атомного оружия и... вычислительных машин, первая из которых появилась вначале 1950-х гг. Одним из активных участников создания атомного оружия в США был выдающийся итальянский физик, лауреат Нобелевской премии Энрико Ферми. Он предложил решать на первой вычислительной машине не только «взрывные задачи», но и сугубо научные. В то время Ферми пытался разобраться с математической моделью бесконечной скорости распространения тепла, что следует из уравнения теплопроводности, но противоречит теории относительности Эйнштейна.



Фото Энрико Ферми на пропуске в Лабораторию в Лос-Аламосе

Ферми предположил, что если при передаче возмущения в дискретной цепочке атомов учесть нелинейность, то это исправит математическую модель и приведет к конечности скорости распространения тепла в твердом теле. Эту задачу он поручил решить двум своим коллегам – инженеру Джону Пасте и математику Стиву Уламу – именно на вычислительной машине, поскольку иных путей осуществить это не было.

Однако, выполнив вычислительный эксперимент, исследователи не получили ожидаемого результата. Скорее наоборот, они получили то, что не смогли объяснить: при расчете возмущения в цепочке атомов при периодических граничных условиях происходит возвращение начального состояния. Это было неожиданно и непонятно, и в истории науки осталось как парадокс Ферми–Паста–Улама.

Разрешить этот парадокс посчастливилось Мартину Крускалу и Норману Забуски в 1965 году. Крускал перешел от дискретной цепочки атомов к непрерывной математической модели, предположив, что количество атомов в цепочке стремится к бесконечности, и устремив расстояние между ними к нулю. Фактически он пришел к струне, с учетом в ней нелинейного взаимодействия при распространении возмущений. И тут случилось неожиданное: он получил уравнение Кортевега–де Фриза. Вначале он думал, что получил новое уравнение, но, посоветовавшись с одним из профессоров на кафедре гидродинамики Принстонского университета, он узнал, что полученное им уравнение уже известно с 1895 года для описания волн на воде. Так произошло возвращение уравнения Кортевега–де Фриза в научный оборот, оно, наконец, пригодилось и открыло целый «букет» новых направлений – в физике, гидродинамике, кораблестроении, океанологии и т.д.



Портрет Дидерика Кортевега (1848 – 1941). Он учился на инженера в Делфтской политехнической школе, но бросил ее, так как любовь к математике победила – он стал школьным учителем математики. Впоследствии – профессор математики, механики и астрономии Амстердамского университета.

«Математическая модель для описания солитонов по-настоящему взволновала научное сообщество в конце 60-е годов XX века, для ее решения уравнение Кортевега–де Фриза удалось записать в виде линейных уравнений, что привело к новому методу решения задач Коши для нелинейных уравнений в частных производных, – продолжает Кудряшов. – Это было замечательное открытие, после которого возникла «солитонная лихорадка», стали искать и другие уравнения, имеющие солитоны. И действительно, оказалось, что солитоны встречаются в разных моделях – есть групповые солитоны, топологические, магнитозвуковые, гравитационные и другие».

Явления, которые описываются этими уравнениями, можно прогнозировать, но решать такие задачи – очень сложно. В первой половине 1970-х гг. японский математик Рёго Хирота придумал изящный метод, позволяющий находить солитонные решения – теперь он так и называется «прямой метод Хироты». Он применялся для уравнений второго, третьего и четвертого порядков. Н.А. Кудряшов применил метод Хироты для уравнений более высоких порядков – пятого, седьмого и т.д. В частности для комплексного модифицированного уравнения Кортевега–де Фриза.

«Насколько мне известно, этим в мире еще не занимались. Но всё оказалось не так просто. Первая трудность заключалась в том, чтобы придумать, как записать уравнение высокого порядка через оператор Хироты, а вторая – как расщепить одно уравнение на систему (то есть получить из одного уравнения – два), чтобы можно было воспользоваться идеями Хироты. Работа шла довольно трудно, вычисления были сложными и громоздкими, но в результате удалось найти двухсолитонные решения уравнений пятого и седьмого порядков для иерархии комплексного модифицированного уравнения Кортевега–де Фриза», – заключает ученый.

В работе Н.А. Кудряшова найдены одно- и двухсолитонные решения уравнений пятого и седьмого порядков и высказана гипотеза о виде многосолитонного решения для остальных членов иерархии – девятого, одиннадцатого и других порядков. Рассмотренные уравнения могут быть полезны при разработке математических моделей для передачи данных на большие расстояния без помех, в том числе, в нелинейной оптике – для описания импульсов в оптических средах.

Поздравляем Николая Алексеевича и желаем дальнейших успехов!

Материал подготовила Ксения Ерохина

Источник: официальный сайт НИЯУ МИФИ 5 августа 2024 года

<https://mephi.ru/press/news/23167>